COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX CENT-DOUZIÈME.

JANVIER — JUIN **1941**.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1941

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1941

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HADAMARD (*Jacques*-Salomon), C. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), C. ✻, ✠.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), O. ✻.
CARTAN (*Élie*-Joseph), C. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻, ✠.
MONTEL (*Paul*-Antoine), O. ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

DRACH (*Jules*), O. ✻.
JOUGUET (Jacques-Charles-*Émile*), C. ✻.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), O. ✻.
BROGLIE (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince DE), O. ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻, ✠.
....

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), C. ✻.
FAYET (*Gaston*-Jules), ✻.
CHAZY (*Jean*-François), ✻, ✠.
LYOT (*Bernard*-Ferdinand).

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. C. ✱, ✠.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), G. O. ✱, ✠.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), G. O. ✱, ✠.
DURAND-VIEL (*Georges*-Edmond-Just), G. C. ✱, ✠, ✠.
BARRILLON (*Émile-Georges*), C. ✱.
....

SECTION V. — *Physique générale.*

BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✱.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), G. O. ✱.
COTTON (*Aimé*-Auguste), C. ✱.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), C. ✱.
LANGEVIN (*Paul*), G. O. ✱.
....

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

BÉHAL (*Auguste*), G. O. ✱.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), C. ✱.
DELÉPINE (Stéphane-*Marcel*), O. ✱.
LESPIEAU (Pierre-Léon-*Robert*), O. ✱.
LEBEAU (*Paul*-Marie-Alfred), O. ✱.
TIFFENEAU (*Marc*-Émile-Pierre-Adolphe), O. ✱.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

CAYEUX (*Lucien*), O. ✱.
JACOB (*Charles*-François-Étienne), O. ✱, ✠.
MAUGUIN (*Charles*-Victor), O. ✱.
GRANDJEAN (*François*-Alfred), O. ✱.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✱.
....

Section VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), C. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), O. ✻.
GUILLIERMOND (Marie-Antoine-*Alexandre*), ✻.
CHEVALIER (*Auguste*-Jean-Baptiste), C. ✻.
COLIN (*Henri*-Ernest).

Section IX. — *Économie rurale.*

LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
LAPICQUE (*Louis*-Édouard), C. ✻, ✠.
FOSSE (*Richard*-Jules), ✻.
SCHRIBAUX (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.
MOUSSU (Auguste-Léopold, dit *Gustave*), O. ✻.
JAVILLIER (Jean-*Maurice*), O. ✻, ✠.

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), C. ✻.
PÉREZ (*Charles*), O. ✻.
ROUBAUD (*Émile*-Charles-Camille), O. ✻.
WINTREBERT (*Paul*-Marie-Joseph), ✻.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), C. ✻.
GOSSET (*Antonin*-Louis-Charles-Sébastien), G. O. ✻, ✠.
FAURE (*Jean-Louis*), C. ✻.
PORTIER (*Paul*), O. ✻.
....

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. C. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), G. O. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BROGLIE (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc DE), O. ✻.
GRAMONT (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc DE), O. ✻.
MARTIN (*Louis*), G. C. ✻.
GUTTON (Antoine-Marie-*Camille*), C. ✻.
DUCLAUX (*Jacques*-Eugène), ✻, ✠.
ROUSSY (*Gustave*), C. ✻.
JOLLY (*Justin*-Marie-Jules), O. ✻.
. . . .
. . . .
. . . .

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), G. O. ✻, à Toulouse.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), O. ✻, à Nancy.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
PICART (Théophile-*Luc*), O. ✻, à Floirac (Gironde).
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), C. ✻, ✠, à Alger.
. . . .

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), G. C. ✻, à Bandol (Var).
CLAUDE (*Georges*), O. ✻, ✠, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), G. O, ✻, à Paris.
ESNAULT-PELTERIE (*Robert*-Albert-Charles), O. ✻, à Boulogne-sur-Seine.
. . . .

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. C. ✻, à Bruxelles.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
ZEEMAN (*Pieter*), C. ✻, à Amsterdam.
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).
FLEXNER (*Simon*), C. ✻, à New York.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MORGAN (*Thomas Hunt*), à Pasadena (Californie).
LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
....
....
....

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10 + 1).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
NÖRLUND (*Niels Erik*), C. ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Leningrad.
BIRKHOFF (*George* David), à Cambridge (Massachusetts).
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
FABRY (Charles-*Eugène*), ✻, à Saint-Cyr-sur-Mer (Var).
COTTON (*Émile*-Clément), ✻, à Grenoble.
GIRAUD (*Georges*-Julien), à Bonny-sur-Loire (Loiret).

Section II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

ROY (*Louis*-Maurice), ✻, à Toulouse.
STODOLA (*Aurel*), à Zurich.
LOVE (*Augustus Edward Hough*), à Oxford.
HAAG (*Jules*), ✻, à Besançon.
THIRY (*René*-Paul-Eugène), ✻, à Marseille.
RIABOUCHINSKY (*Dimitri* Pavlovitch), à Paris.
THULOUP (Émile-Adrien-*Albert*), O. ✻, à Grasse (Alpes-Maritimes).
BOULIGAND (*Georges*-Louis), ✻, à Paris.
ROY (Paul-Mary-Ferdinand-*Maurice*), ✻, à Paris.
TIMOSHENKO (*Stephen*), à Palo Alto (Californie).

Section III. — *Astronomie* (10).

FOWLER (*Alfred*), à Londres.
SCHLESINGER (*Frank*), O. ✻, à New Haven (Connecticut).
ADAMS (*Walter Sydney*), à Pasadena (Californie).
BOSLER (*Jean*), ✻, à Marseille.
BERGSTRAND (*Carl Östen* Emanuel), à Upsal.
ROTHÉ (*Edmond*-Ernest-Antoine), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
HERTZSPRUNG (*Ejnar*), à Leyde (Pays-Bas).
RUSSELL (*Henry Norris*), à Princeton (New Jersey).
....
....

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
BOWIE (*William*), à Washington.
RICHARD (*Jules*), O. ✻, à Monaco.
VANSSAY DE BLAVOUS (*Pierre*-Marie-Joseph-Félix-Antoine DE), C. ✻, ✠, à Monaco.
VENING MEINESZ (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
POISSON (Victor-Marie-Augustin-*Charles*), ✻, ✠, à Tananarive.
KOCH (*Lauge*), O. ✻, à Copenhague.
LEJAY (*Pierre*), ✠, à Zi-Ka-Wei, près Shanghaï.
MARGUET (*Frédéric*-Philippe), C. ✻, à Paris.
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas* Juan Jose Secundino), à Madrid.
BUISSON (*Henri*-Auguste), O. ✻, ♗, à Marseille.
CABANNES (*Jean*), ✻, ♗, à Paris.
BOHR (*Niels* Henrik David), O. ✻, à Copenhague.
HAAS (*Wander Johannes* DE), O. ✻, à Leyde (Pays-Bas).
HULUBEI (*Horia*), O. ✻, à Bucarest.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand.
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).
NICLOUX (*Maurice*), O. ✻, à Annecy.
DENIGÈS (*Georges*-Noël-Fort), O. ✻, à Bordeaux.
....
....

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), O. ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), G. O. ✻, à Lausanne.
VERNADSKY (*Wladimir*), à Moscou.
GIGNOUX (*Maurice*-Irénée-Marie), ✻, à Grenoble.
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✻, à Uccle-Bruxelles.

Messieurs :

LAPPARENT (Marie-*Jacques* COCHON DE), ✻, à Paris.
MRAZEC (*Ludovic*), C. ✻, à Bucarest.
FOURMARIER (*Paul* Frédéric Joseph), ✻, à Liége (Belgique).
BRAGG (*William Lawrence*), à Cambridge (Angleterre).
....

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
IKENO (*Seiitirô*), à Tokyo.
PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✻, à Menton.
DEVAUX (*Henri*-Edgard), ✻, à Bordeaux.
BLAKESLEE (*Albert Francis*), à Long-Island (New York).
MAIGE (Louis-*Albert*), O. ✻, à Lille.
HOUARD (*Clodomir*-Antony-Vincent), à Clermont-Ferrand.
DE WILDEMAN (*Émile* Auguste Joseph), à Bruxelles.
TEODORESCO (*Emmanuel* Constantin), à Bucarest.

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Hyères.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
LAGATU (*Henri*-Désiré), O. ✻, à Montpellier.
MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
VALLÉE (*Henri*-Pierre-Michel), C. ✻, à Dijon.
TSCHERMAK-SEYSENEGG (*Erich*), à Vienne (Autriche).
WAKSMAN (*Selman* Abraham), à New Brunswick (New Jersey).
LESBRE (*François-Xavier*), O. ✻, à Lyon.
GUINIER (Marie-Joseph-Jean-Baptiste-*Philibert*), O. ✻, à Nancy.
GORINI (*Costantino*), à Milan.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Castelnau-le-Lez (Hérault).
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.

Messieurs :

LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston), ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
PELSENEER (*Paul*), O. ✻, à Bruxelles.
BOUIN (André-*Pol*), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
GUYÉNOT (*Émile* Louis Charles), ✻, à Genève.
CHATTON (*Édouard*-Pierre-Léon), ✻, ✠, à Banyuls-sur-Mer.
PEYERIMHOFF DE FONTENELLE (Marie-*Paul* DE), O. ✻, à Alger.
....

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), G. O. ✻, à Nha-Trang (Annam).
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Ipswich (Angleterre).
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Paris.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), G. O. ✻, à Lyon.
SABRAZÈS (*Jean*-Émile), O. ✻, à Bordeaux.
HOLMGREN (*Israël*), C. ✻, à Stockholm.
....
....



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 JANVIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

M. **Hyacinthe Vincent**, Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1940.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1941.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 208 (1er semestre de l'année 1939), et 209 (2e semestre de l'année 1939) ont paru avec leurs tables.

Les numéros des 1er et 2e semestres de l'année 1940 ont paru. Les tables du 1er semestre sont sur le point de paraître.

Mémoires de l'Académie. — Les tomes 63 et 64 paraîtront prochainement.

Notices et discours. — Le tome 2 est en préparation.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en voie d'achèvement.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1941 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Index biographique des Membres et Correspondants de l'Académie des Sciences. — Une nouvelle édition est en préparation.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1940.

Section de Mécanique. — M. **Léon Lecornu**, le 13 novembre, à Saint-Aubin-sur-Mer, Calvados.

Section de Physique générale. — M. **Edouard Branly**, le 24 mars, à Paris.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Arsène d'Arsonval**, le 30 ou le 31 décembre, à La Borie, par La Porcherie, Haute-Vienne.

Section des Académiciens libres. — M. **Alexandre Desgrez**, dans la nuit du 19 au 20 janvier, à Mennecy, Seine-et-Oise.

M. **Jules-Louis Breton**, le 2 août, à Bellevue, Seine-et-Oise.

Section des Membres non résidants. — M. **Pierre Weiss**, le 24 octobre, à Lyon.

Associés étrangers. — M. **Waldemar Christofer Bröggr**, le 17 février, à Boekkelaget, près d'Oslo.

M. **Vito Volterra**, le 11 octobre, à Rome.

Aucun Membre n'a été élu depuis le 1er janvier 1940.

Membres à remplacer.

Section de Mécanique. — M. **Léon Lecornu**, mort à Saint-Aubin-sur-mer, Calvados, le 13 novembre 1940.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Eugène Fichot**, mort à Tabanac, Gironde, le 17 juillet 1939.

Section de Physique générale. — M. **Edouard Branly**, mort à Paris, le 24 mars 1940.

Section de Minéralogie. — M. **Charles Barrois**, mort à Sainte-Geneviève-en-Caux, par Auffray, Seine-Inférieure, le 5 novembre 1939.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Arsène d'Arsonval**, mort à La Borie, par La Porcherie, Haute-Vienne, le 30 ou le 31 décembre 1940.

Section des Académiciens libres. — M. **Paul Séjourné**, mort à Paris, le 14 janvier 1939.

M. **Alexandre Desgrez**, mort à Mennecy, Seine-et-Oise, dans la nuit du 19 au 20 janvier 1940;

M. **Jules-Louis Breton**, mort à Bellevue, Seine-et-Oise, le 2 août 1940.

Section des Membres non résidants. — M. **Pierre Weiss**, mort à Lyon, le 24 octobre 1940.

Section des Applications de la science à l'industrie. — M. **Maxime Laubeuf**, mort à Cannes, Alpes-Maritimes, le 23 décembre 1939.

Associés étrangers. — M. **Edmund Beecher Wilson**, mort à New York, le 3 mars 1939.

M. **Waldemar Christofer Brögger**, mort à Boekkelaget, près d'Oslo, le 17 février 1940;

M. **Vito Volterra**, mort à Rome, le 11 octobre 1940.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1940.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Jules Schokalsky**, le 26 mars.

Pour la Section de Botanique. — M. **Lucien Daniel**, le 26 décembre, à Rennes.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Giuseppe Sanarelli**, le 6 avril, à Rome.

Correspondant élu depuis le 1er janvier 1940.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Horia Hulubei**, le 10 juin, à Bucarest, en remplacement de Sir **William Bragg**, élu Associé étranger.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Louis Fabry**, mort aux Lecques, Var, le 26 janvier 1939.

Sir **Frank Dyson**, mort en mer, au retour d'un voyage en Australie, le 25 mai 1939.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Jules Schokalsky**, mort le 26 mars 1940.

Pour la Section de Chimie. — **Marcel Godchot**, mort à Montpellier, le 11 février 1939;

Sir **William Pope**, mort à Cambridge, Angleterre, le 17 octobre 1939.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Giuseppe Cesaro**, mort à Comblain-au-Pont, Belgique, le 20 janvier 1939.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Thomas Hunt Morgan**, élu Associé étranger, le 20 juin 1938.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Simon Flexner**, élu Associé étranger, le 22 février 1937;

M. **Giuseppe Sanarelli**, mort à Rome, le 6 avril 1940.

Pour les Sections qui pourront être désignées par l'Académie :

A. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **Joseph Auclair**, mort à Saint-Léger-sur-Roanne, le 12 décembre 1936.

B. — Le Correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Amé. Pictet**, mort à Genève, le 11 mars 1937.

C. — Le Correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Camille Gutton**, élu académicien libre, le 31 janvier 1938.

D. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **John Alexander Low Waddell**, mort à New York, le 3 mars 1938.

E. — Le Correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Lucien Daniel**, mort à Rennes, le 26 décembre 1940.

M. le **Président** salue M. **Ernest Esclangon**, nouveau Vice-Président de l'Académie et prononce le discours suivant :

Messieurs,

Aujourd'hui commencent (peut-être devrais-je dire continuent) les fonctions présidentielles que vous m'avez fait le grand honneur de me confier. Je ne saurais vous exprimer, à la mesure de mon sentiment, combien je vous suis reconnaissant de la haute et bienveillante faveur que vous m'avez marquée.

En ce début d'année, veuillez me permettre, mes chers Confrères, de vous exprimer de grand cœur mes vœux les plus fervents.

Je voudrais aussi solliciter par avance, dans la tâche que j'ai acceptée avec quelque imprudence, le concours renouvelé de nos Secrétaires perpétuels, MM. Alfred Lacroix et Émile Picard, ces savants éminents qui ne cessent de témoigner à l'Académie leur dévouement si précieux et si digne de notre reconnaissance.

Les événements dramatiques survenus au cours de l'année expirée, et qui ont bouleversé la vie de la Nation, ont eu un retentissement inévitable

sur notre Assemblée et sur ses réunions; mais leur effet n'a été que transitoire. Après une interruption obligée du 17 juin au 1er juillet, les séances ont repris le 8 juillet. Les *Comptes rendus* attestent que, malgré les épreuves qui accablent le pays, la recherche scientifique n'a pas fléchi et que l'Académie des Sciences demeure un foyer de travail ardent et fécond.

Les mêmes événements ont eu une autre conséquence. En raison de l'impossibilité du chauffage, nos réunions hebdomadaires ont dû être transférées dans cette salle réservée jusqu'ici à l'Académie française et à l'Académie des Sciences morales et politiques. Nous bénéficions d'un asile mieux défendu contre les dures rigueurs de l'hiver. Toutefois, oserai-je dire que le mode de chauffage, adopté par nécessité, est bien archaïque et qu'il ne répond certainement pas aux règles de l'hygiène?

La même salle qui nous abrite aujourd'hui est un peu plus réduite et présente un caractère peut-être plus intime que la nôtre dont l'apparence plus austère et l'atmosphère plus frigide ne mettaient pas cependant obstacle aux conversations particulières autant que sonores qui couvraient bien souvent la voix des orateurs. C'est là, d'ailleurs, une coutume très ancienne. Elle ne laisse pas de surprendre un peu les Collègues étrangers qui assistent à nos séances.

Lamennais, philosophe sévère, ne soupçonnait pas qu'il lui apportait une explication et presque une excuse, lorsqu'il a dit : « La langue française est, par excellence, la langue de la conversation.... »

Mais je m'aperçois que j'aborde, à mon tour, un sujet bien délicat qui a été souvent traité par les Présidents successifs de cette Assemblée. En vérité, ceci démontre que l'Académie des Sciences professe au plus haut point le respect des traditions, puisqu'elle le manifeste jusque dans ses petits défauts!

Toutefois, il nous faut bien rester sur le terrain pratique. Or l'expérience de ces derniers mois a malheureusement appris que l'acoustique de cette salle est, à ce point de vue, plus défavorable que celle de l'ancienne. Les sons y résonnent plus bruyamment. Récemment un de nos Collègues, prié de vous présenter une Note très intéressante, s'y est refusé : une présentation antérieure, faite au milieu du bruit, l'en avait, a-t-il dit, découragé pour toujours. Et cet exemple n'est pas le seul.

Je laisse à votre indulgence, mes chers Confrères, le soin d'en tirer la conclusion qu'il appelle.

Ce discours d'usage, je m'étais promis de le faire très bref, étant assuré, par avance, de votre complet assentiment.

Travaillons. Dans l'ordre intellectuel comme dans les autres domaines, travailler, produire, c'est donner aux yeux du monde le témoignage que les événements n'ont pas éteint la volonté française ni affaibli son énergie, mais qu'ils les ont, au contraire, retrempées pour le plus grand honneur du pays et pour celui de la Science.

Je lève la séance en signe de deuil.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS.

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Messieurs,

« J'avais un ami, la mort me l'a ôté ». Cette phrase qui vient éclore tristement sur mes lèvres, beaucoup d'entre vous, sans doute, l'ont répétée lorsqu'ils ont appris la mort de d'Arsonval, professeur au Collège de France, l'un des doyens de notre Académie. Sa santé, si résistante malgré l'apparence, laissait espérer que nous l'aurions, longtemps encore, conservé parmi nous. Mais c'est son seul souvenir qui demeurera désormais.

Jacques-Arsène d'Arsonval était né à La Borie (Haute-Vienne) le 8 juin 1851. La mort l'a surpris le 30 ou le 31 décembre dernier dans son ancienne maison familiale où il avait dû se retirer depuis plus d'un an.

Il avait été élu à l'Académie des Sciences le 4 juin 1894, dans la Section de Médecine et Chirurgie. Il a été son Président en 1917.

D'Arsonval appartenait aussi à l'Académie de Médecine depuis l'année 1888 et ses Collègues avaient eu la joie, il y a deux ans, de célébrer le cinquantenaire de son élection.

Résumer la vie scientifique de d'Arsonval, c'est embrasser, dans un éloge expressif, la somme grandiose de tout ce qu'il a apporté de vérités et de découvertes dans l'étude des phénomènes de la vie, dans celles de la Physique et ses applications à la Physiologie, à l'Électrologie, à la Méde-

cine, à la Chirurgie, à l'Industrie elle-même. Il a été l'initiateur de l'Électrothérapie.

Il fit ses études de médecine à Limoges, puis à Paris. Son père était lui-même médecin; à l'issue de ses examens, Arsène d'Arsonval devait remplacer son père dans le village natal où il exerçait son art. Mais une heureuse destinée en décida autrement.

En décembre 1873, d'Arsonval, alors étudiant, étant venu assister au cours de Claude Bernard, au Collège de France, eut bientôt l'occasion de se faire connaître du Maître. Celui-ci se l'attacha comme préparateur : il avait pressenti sa haute valeur. La carrière scientifique de d'Arsonval était désormais toute tracée.

Lorsque Claude Bernard mourut en 1878, il fut remplacé par Brown Séquard au Collège de France. D'Arsonval suppléait, deux ans plus tard, le nouveau professeur. En 1882, il était désigné comme directeur du Laboratoire de Physique biologique; en 1887, il devint professeur suppléant.

En 1894, à la mort de Brown Séquard, d'Arsonval était nommé titulaire de la chaire magistrale de Médecine expérimentale au Collège de France. Il allait l'illustrer à son tour.

Je ne saurais rappeler, tant ils sont nombreux et importants, tous les travaux qu'il a publiés. Dans chacun d'eux il apportait une contribution inédite à des faits mal connus ou des notions originales à des sujets jusqu'alors inexplorés.

Il s'est attaché à l'étude des phénomènes respiratoires, à celle de l'élasticité pulmonaire, à l'analyse du CO^2 expiré, à la toxicité de l'air expiré, à l'enregistrement des phases d'excrétion de l'urée, à l'analyse du spectre d'absorption de l'hémoglobine, à l'action de la lumière sur les microbes (avec Charrin), à l'action de très basses températures sur les ferments etc.

La chaleur animale et, conséquemment, la calorimétrie l'ont conduit à la création d'appareils enregistreurs dont le principe était fondé sur le degré d'échauffement de l'eau entrée à o degré dans la chambre calorimétrique.

On doit à d'Arsonval de très nombreux appareils de laboratoire : son étuve à température constante, munie d'un régulateur très sensible a été utilisée, à cette époque, dans tous les laboratoires de Microbiologie.

Il a inventé également un calorimètre destiné à la mesure et à l'enregistrement de la chaleur animale; un anémo-calorimètre muni d'un anémo-

mètre dont le nombre de tours dans l'unité de temps donnait l'indication de la température animale.

D'Arsonval a mis en évidence les oscillations considérables que subit la thermogenèse chez l'Homme, suivant qu'il est nu ou habillé, à jeun ou après le repas, debout ou assis etc. Il a étudié les mêmes oscillations en fonction du poids, de la taille, de l'espèce animale, de la température ambiante, de la pression barométrique, du degré de lumière, de l'anesthésie chloroformique etc.

Il signale le fait curieux du lapin frotté d'huile, dont la température s'abaisse parfois jusqu'à 18° et qui dégage cependant, dans le calorimètre, quatre fois plus de chaleur que le lapin normal. C'est là, sans doute, dit d'Arsonval, la raison empirique pour laquelle les athlètes de l'antiquité se frottaient d'huile afin de combattre l'hyperthermie produite par leurs exercices musculaires violents.

D'Arsonval avait le génie de l'invention. J'en ai donné des exemples. Citons encore les appareils pour le réglage des très basses températures; pour la conservation de la chaleur des liquides dans les récipients à double paroi dans laquelle a été fait le vide (c'est le principe de la bouteille *Thermos*); son thermomètre pour les froids intenses; ses aiguilles électriques destinées à la prise de la température des tissus vivants; son galvanomètre *à circuit mobile* d'une sensibilité et d'une exactitude si grandes; son microphone à réglage magnétique et son téléphone (avec Paul Bert) utilisés, à cette époque, sur le réseau de l'État; son galvanoscope téléphonique destiné à la mesure du courant électrique qui se dégage des muscles en contraction; son galvanomètre apériodique; son électro-cardiographe etc.

Grâce à ses méthodes, il a pu étudier et interpréter le phénomène du choc électrique produit par le gymnote et la torpille. Les organes spéciaux de ces poissons, qui produisent la décharge électrique, sont, en réalité des cellules musculaires évoluées, génératrices non de mouvement, mais de courant, à un degré beaucoup plus intense que le muscle normal; d'Arsonval a affirmé, d'ailleurs, que tous les êtres vivants donnent naissance à de l'électricité.

Les travaux entièrement neufs de d'Arsonval sur l'emploi des courants de haute fréquence dans le traitement de nombreuses maladies d'ordre médical et chirurgical ont eu un très grand retentissement, et c'est à juste titre que cette méthode porte aujourd'hui le nom de *d'Arsonvalisation*. Ce fut une profonde surprise pour tous, le jour où, ayant découvert un

montage nouveau en remplacement du montage de Tesla, d'Arsonval démontra l'insensibilité des nerfs et des muscles pour des courants alternatifs de très haute fréquence, ce qui permettait d'allumer une forte lampe d'incandescence tenue par les mains d'une ou de deux personnes interposées dans le circuit. La quantité énorme d'énergie traversant le corps humain, sans déterminer de réaction, aurait suffi à foudroyer le sujet si elle avait été transmise sous forme de courants alternatifs à longues périodes.

On doit également à d'Arsonval l'emploi de la lampe triode émettrice d'ondes entretenues, courtes, d'effets différents.

Son bistouri électrique à action froide permet de sectionner aseptiquement les tissus ou de séparer les tumeurs sans échauffement, par dissociation tissulaire mécanique due à de menues étincelles à action disruptive.

Je voudrais abréger cet exposé, cependant trop succinct. Je suis cependant dans la nécessité de rappeler encore l'œuvre si originale de ce grand savant dans l'étude des sécrétions des organes glandulaires et leur emploi spécifique « comme seule méthode de traitement » de certaines insuffisances hormonales.

On a peut-être oublié, dans cette belle découverte et d'après Brown Séquard lui-même, que « la part de d'Arsonval était au moins égale à la sienne ». Nul n'ignore les applications innombrables et les conséquences pratiques de cette méthode. D'Arsonval est, avec Brown Séquard, le fondateur de l'Endocrinologie.

L'étendue des travaux de d'Arsonval, leur originalité, leurs conséquences, ont acquis à son nom une réputation universelle. Lorsque, le 26 mai 1933, son jubilé a été solennellement célébré dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne, en présence d'une immense assemblée de savants, d'amis et d'admirateurs, nul n'ignorait l'œuvre scientifique extraordinaire qu'il avait accomplie.

Ce grand savant cachait ses qualités d'esprit et de délicatesse du cœur sous une naturelle simplicité. Il était demeuré affable, d'une bonhomie souriante et spirituelle, parfois agrémentée de malice; mais celle-ci était toujours revêtue de bonté. Ceux qu'il a honorés de son amitié ont le droit d'en garder quelque fierté.

Son opinion intime sur la recherche scientifique et sur l'aptitude à la découverte, il l'a fait connaître sous une forme vraiment originale. « La marche en avant de la Science » a-t-il dit « a toujours été le fait d'intuitifs

et d'imaginatifs. Pour être un grand savant, il faut, d'abord, être un grand sensible et, au fond, un artiste, pour ne pas dire un poète. »

Sans le savoir, il s'était dépeint entièrement dans ces mots.

La mort d'Arsène d'Arsonval est un deuil profond pour le pays. Car il a grandi le renom scientifique de la France.

Notice nécrologique sur M. Lucien Daniel, *par* M. **Pierre-Augustin Dangeard.**

La fin de l'année 1940 nous apporte la triste nouvelle de la mort de Lucien Daniel, professeur honoraire de Botanique à l'Université de Rennes et Correspondant de l'Académie des Sciences.

La carrière de ce savant, dont la réputation avait franchi depuis longtemps les limites de notre pays, avait eu des débuts modestes : ses parents possédaient une petite propriété dans la Mayenne, à la Dorée.

Après la guerre de 1870, Lucien Daniel prit part, avec son père, qui possédait à un très haut degré l'esprit d'observation, à l'exploitation du domaine familial; pendant cinq années il se familiarisa ainsi avec les notions de culture pratique qui devaient lui être utiles dans la suite.

A cette époque, les Écoles normales primaires, qui pour la plupart existaient dans chaque département, accueillaient au concours les meilleurs élèves des écoles communales. Ce mode de recrutement avait du bon et il serait peut-être imprudent de le supprimer complètement, sans avoir essayé, tout au moins, d'y apporter les améliorations reconnues nécessaires; ce système entraînait une première sélection qui donnait satisfaction aux aspirations de nombreux jeunes gens conscients de leur valeur et des possibilités que l'intelligence et l'amour du travail leur permettaient d'envisager pour l'avenir.

Lucien Daniel n'eut aucune peine à se faire admettre à l'Ecole normale primaire de Laval où il fit de brillantes études qui le mirent en mesure, à sa sortie de l'École, d'assurer avec distinction, au collège de Château-Gontier, l'enseignement des sciences physiques et naturelles pendant neuf ans; ces années bien employées décidèrent de son avenir.

Sur les conseils de Gaston Bonnier, il entreprit des recherches d'anatomie végétale qui allaient lui permettre de passer brillamment à la Faculté des sciences de Paris en 1890, une Thèse de Doctorat ès sciences naturelles ayant pour titre *Recherches anatomiques et physiologiques sur les bractées de l'involucre des Composées*.

Nommé professeur au lycée de Rennes, en octobre 1895, Lucien Daniel se fait remarquer de ses chefs hiérarchiques; on lui confie, en 1901, une maîtrise de Conférences à la Faculté des sciences, nomination suivie, en 1902, d'une titularisation qui lui ouvrait toutes grandes les portes de l'enseignement supérieur et mettait à sa disposition les facilités de travail et les ressources d'un laboratoire qu'il n'a pas cessé d'occuper depuis cette époque avec le succès que l'on connaît.

Le doyen de la Faculté des sciences de Rennes, devenu depuis notre Confrère, était intervenu au sujet de cette nomination auprès de Liard et bien des fois, au cours de nos séances hebdomadaires, nous avons eu l'occasion de nous entretenir des controverses scientifiques, parfois assez mouvementées, qui se produisaient entre son ancien protégé et des adversaires qui, de la meilleure foi du monde, combattaient ses doctrines. C'est que Lucien Daniel était très absolu dans ses idées, lorsqu'il se croyait certain d'avoir raison.

On le vit bien lorsque, pendant plusieurs années, de 1904 à 1912, il soutint une lutte acharnée à propos du greffage des vignes françaises décimées par le phylloxéra sur sujets d'origine américaine réfractaires à cette maladie.

A la vérité, la question est restée délicate et doit être envisagée objectivement à la fois du point de vue scientifique et du point de vue pratique. Mais les discordances que l'on peut observer à cet égard, entre viticulteurs et savants, ne doivent pas faire oublier que Lucien Daniel s'est imposé comme un maître dans l'art du greffage, qu'il s'agisse de la création d'espèces nouvelles, de l'amélioration de nombreux végétaux comestibles, de l'hérédité plus ou moins persistante des caractères acquis, sans parler de l'obtention de divers hybrides de greffe dont l'un a reçu le nom de *Pyrocydonia Danieli*, juste hommage rendu à notre grand savant français par Winkler, dont on connaît les remarqués travaux sur les Chimères.

Nous ne pouvons donner ici qu'un faible apercu des différents Notes et Mémoires publiés par celui qu'on a pu considérer comme le fondateur de l'Horticulture scientifique; le simple titre de ces travaux suffit fréquemment à indiquer les tendances de notre infatigable chercheur, le but qu'il poursuit et les solutions qu'il nous propose.

Citons : 1° Recherches sur la greffe des Crucifères (*Comptes rendus*, 114, 1892);

2° Un nouveau Chou fourrager (*Revue gén. de Botanique*, 1895);

3° La greffe du Chou cabus (*Bull. Soc. sc. et médicale de l'Ouest*, 1896);

4° Amélioration de la Carotte sauvage par sa greffe sur la Carotte cultivée (*Comptes rendus*, 1898);

5° Greffe de l'Aubergine sur Tomate (*Bull. Soc. sc. et médicale de l'Ouest*, 1895);

6° La question phylloxérique, le greffage et la crise viticole, Paris; Bordeaux, 1905-1919, qui contient de nombreux résultats de grand intérêt, a soulevé en son temps d'âpres polémiques, maintenant oubliées ou apaisées;

7° Sur la greffe de quelques variétés de Haricots (*Comptes rendus*, 147, 1908);

8° Sur le greffage de quelques composées, Rennes, 1908;

9° Greffe de la Carotte sur Fenouil poivré (*Comptes rendus*, 1912);

10° Extension des limites de la culture de la vigne au moyen de certains hybrides (*Comptes rendus*, 1918);

11° Recherches anatomiques sur les greffes de *Chenopodium* et des Mercuriales (*Revue bretonne de Botanique*, 1920);

12° Recherches sur la greffe des *Solanum* (*Comptes rendus*, 171, 1920);

13° A propos des greffes Soleil sur Topinambour (*Comptes rendus*, 172, 1921);

14° Nouvelles recherches sur les greffes d'*Helianthus* (*Comptes rendus*, 173, 1921).

Lorsqu'il s'agit d'études sur l'action du greffage, la continuité dans les expériences s'impose fréquemment comme une nécessité absolue, si l'on veut aboutir à des conclusions sérieuses, sinon définitives.

Le Topinambour dans les cultures de Daniel nous fournit un exemple de ce que peut donner entre les mains d'un savant des observations prolongées et conduites avec précision; elles ont porté sur le Topinambour, après variations obtenues par un greffage sur Soleil : les conclusions sont d'une importance capitale ([1]) et peuvent se résumer ainsi d'après leur auteur : « Ces conclusions apportent une réponse expérimentale à quelques-unes des questions que je posais en 1898, en particulier à la nature de l'influence réciproque des symbiotes entre eux, à l'action de la greffe sur leur postérité et à l'hérédité des caractères acquis. »

Si l'on veut avoir une vue d'ensemble de l'œuvre de Daniel, il faut se reporter à un gros volume qu'il a publié, à partir de 1925, sous le titre *Étude sur la greffe*, Rennes, 1925, 1927, 1930.

([1]) Lucien Daniel, *Nouvelles observations sur la descendance du Topinambour greffé* (*Revue bretonne de Botanique pure et appliquée*, Rennes, 1935).

Il est à souhaiter que l'effort considérable réalisé par notre éminent Correspondant puisse se poursuivre à l'Université de Rennes dans des conditions lui assurant un avenir fructueux comportant de prochaines réalisations.

SPECTROSCOPIE. — *Application à des molécules intéressantes de l'analyse nouvelle des spectres moléculaires. Relation simple entre les fréquences d'une même molécule dans les états gazeux, liquide et solide.* Note [1] de M. **Henri Deslandres.**

La Note actuelle est présentée sous le même titre que les deux Notes précédentes des 30 septembre et 2 décembre 1940, auxquelles je prie le lecteur de se reporter pour éviter les redites. Ces Notes étudient et comparent les fréquences d'une même molécule dans les trois états gazeux, liquide et solide, et en utilisant les données nouvelles fournies par les physiciens hindous Sirkar, Sirkar et Gupta, qui ont mesuré les spectres Raman à la température très basse de l'oxygène liquide. Ils ont annoncé l'apparition, à la température de —180°, de fréquences nouvelles très petites, qui offrent un intérêt tout particulier.

Je me suis proposé d'étudier avec soin ces petites fréquences et de rechercher le lien qui doit les unir, d'une part aux grandes fréquences des hautes températures, et, d'autre part, aux anneaux et sous-anneaux d'électrons des atomes ou groupes d'atomes de la molécule. Comme il est naturel, parmi les molécules qui ont offert ces petites fréquences, j'ai choisi et étudié d'abord les molécules les plus simples, à savoir l'hydrogène sulfuré H^2S avec 3 atomes, 18 électrons et une fréquence très petite, puis le bisulfure de carbone CS^2, 3 atomes, 38 électrons et 2 petites fréquences. Je présente aujourd'hui le chloroforme $CHCl^2$, 5 atomes, 58 électrons, 2 petites fréquences, et aussi le tétrachlorure de carbone, CCl^4, 5 atomes, 74 électrons, une petite fréquence. Ces deux molécules offrent, il est vrai, une lacune : le spectre Raman du gaz n'a pas encore été déterminé à ma connaissance, et l'interprétation des différences entre les spectres est alors plus difficile : mais la recherche portera surtout sur les fréquences très petites. Enfin une Note ultérieure sera consacrée au benzène C^6H^6, 12 atomes, 42 électrons, 5 petites fréquences, et au chlorobenzène C^6H^5Cl, 12 atomes, 58 électrons et 4 petites fréquences.

(1) Séance du 30 décembre 1940.

Les fréquences Raman principales de $CHCl^3$, d'après Sirkar, sont :

Liquide à 20° ν 3016(4); 762(3); 666(5); 367(5); 262(5),

Solide à — 180° ν 3016(2); 773(0) et 755(1); 666(4); 367(2); 263(1); 94(1); 71(1); 71(1).

A première vue, la molécule $CHCl^3$ satisfait aisément à la loi des fréquences égales émises par les parties, car le groupe CH et les trois atomes Cl ont en commun les nombres s' 5 et 7 d'électrons activables; mais il est difficile d'activer en même temps et de la même manière 4 atomes ou groupes d'atomes isolés; aussi, en général, les atomes de la molécule se divisent en deux groupes qui s'opposent et s'activent mutuellement. Ces deux groupes sont, avec le chloroforme, les groupes CHCl et Cl^2, qui ont en commun les nombres s' 10 et 14, et avec l'ionisation intérieure, les nombres 9, 11 et 13 (voir le tableau XXIV ci-après et la liste *Act.* des nombres d'électrons activables) (²).

Le tableau donne l'analyse des principales fréquences de $CHCl^3$ et CCl^4; les fréquences très petites, qui sont les plus intéressantes, y sont présentées les premières. Or la fréquence ν 75 du chloroforme est égale à $d_1/14$ et la fréquence ν 94 à $d_1/11$. Ces petites fréquences sont les

---

(²) L'égalité des fréquences émises par les parties est une condition nécessaire et elle est souvent suffisante (Voir *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 341 et 210, 1940, p. 272).

L'étude de nombreux spectres permettra de décider si elle est toujours suffisante ou de fixer les conditions à remplir pour qu'elle soit suffisante. Un nombre quelconque d'éléments CH et Cl ne doit pas former une molécule stable. Il convient d'abord que le nombre soit pair pour que la division en deux parties ayant les mêmes nombres s' soit possible. Dans la molécule $CHCl\text{-}Cl^2$, les deux parties ont un nombre total d'électrons différent, 24 électrons dans CHCl, et 34 dans Cl^2; les 10 électrons supplémentaires de Cl^2 et le poids atomique plus élevé de Cl sont une charge imposée à la partie CHCl qui doit les retenir, ce qui peut expliquer la faible stabilité de $CHCl^3$.

Dans ma dernière Note de 1938, j'ai analysé les fréquences du chloroforme, mesurées en France en 1933, pour vérifier que la molécule était la combinaison moléculaire annoncée par Urbain. Dans la Note actuelle, j'ai adopté les fréquences de Sirkar (*Ind. J. Phys.*, 10, 1936, p. 189), mesurées avec le même appareil dans les états liquide et solide de $CHCl^3$ et CCl^4. Or les mesures de 1933 et 1936 ont des différences qui vont jusqu'à 3,6. Il est probable que les mesures hindoues sont les meilleures. En 1936, la technique expérimentale était bien établie, et, depuis plusieurs années, le physicien Sirkar a porté son activité entière sur l'effet Raman. Cet exemple met en relief la difficulté que l'on éprouve souvent, dans ces recherches, à s'appuyer sur des mesures sûrement exactes.

Tableau XXIV. — *Analyse de fréquences infrarouges de molécules.*

Liste *Act.* — Nombres s' d'électrons des anneaux (a.), des sous-anneaux et anneaux (a'.) activables dans les atomes et groupes d'atomes des molécules $CHCl^3$ et CCl^4.

			$CHCl^3$.						*CCl^4.*				
	CH.	*Cl.*	*$CHCl—Cl^2$.*		*$CCl^3—H$.*		*$CCl^2—ClH$.*		*$CCl^3—Cl$.*		*$CCl^2—Cl^2$.*		
1 a'...	*3*	*5*	*8* ou *10*	*10*	*17* ou *19*	*1*	*12* ou *14*	*6*	*17* ou *19*	*5*	*12* ou *14*	*10*	*1* a'.
1 a....	*5*	*7*	*12* ou *14*	*14*	*25* ou *27*		*18* ou *20*	*8*	*25* ou *27*	*7*	*18* ou *20*	*14*	*1* a.
2 a'...		*13*	*20*	*26*	*43* ou *45*		*30* ou *32*	*14*	*43* ou *45*	*13*	*30* ou *32*	*26*	*2* a'.
2 a....	*7*	*15*	*22*	*30*	*51*		*36*	*16*	*51*	*15*	*36*	*30*	*2* a.
3 a....		*17*	*24*	*34*	*57*		*40*	*18*	*57*	*17*	*40*	*34*	*3* a.

Molécule et mode d'excitation.	Intensité entre ( ) et fréquence de la radiation en cm^{-1}.	Multiple correspondant de $d_1/s'r'$ et résidu.		Nombres s' d'électrons activés dans l'atome ou groupe d'atomes et nombres de sous-anneaux et d'anneaux activés (a'. et a.).
$CHCl^3$ solide à — 180° Raman. 58 électrons, 10 fréquences.	$\nu = (1)\ 75 =$	$d_1/14$	—0,9	14 de CHCl 2a. et 1a. — 14 de Cl^2 1a.
		$2d_1/29$	+1,7	29 de Cl^{2+} 2a. — 21 de $CHCl^-$ 2a'.
		$3d_1/43$	+0,9	43 de CCl^3 1a. et 2a'. — H.
		$4d_1/57$	+0,4	57 de CCl^3 2a. et 3a. — H.
		$5d_1/71$	+0,3	71 de $(CCl^2)^{2+}$ 2a. — 29 de $(ClH)^{2-}$ 2a'.
		$6d_1/85$	—0,0	17 de CCl^3 1a'. — H.
	$\nu = (1)\ 94 =$	$d_1/11$	—2,4	11 de $CHCl^+$ 1a. — Cl^{2-} 1a'.
		$2d_1/23$	+1,6	23 de CHCl 2a. — 13 de Cl^{2+} 1a.
		$3d_1/34$	+0,2	17 de CCl^3 1a'. — H.
		$4d_1/45$	—0,4	45 de CCl^3 2a. et 2a'. — H.
		$5d_1/57$	+0,8	57 de CCl^3 2a. et 3a. — H.
		$7d_1/79$	—0,1	79 de $(CCl^2)^{2+}$ 2a. et 3a. — 33 de $(ClH)^-$ 2a.
		$7d_1/80$	+1,0	8 de CHCl 1a'. — 10 de Cl^2 1a'.
		$8d_1/91$	+0,6	13 de $CHCl^-$ 1a. — 13 de Cl^{2+} 1a.
Liquide à + 20° Raman...... 7 fréquences.	$\nu = (6)\ 666 =$	$5d_1/\ 8$	+1,9	8 de CHCl 1a'. — 10 (de 40) de Cl^2 1a'.
		$17d_1/27$	—3,0	9 de $CHCl^-$ 1a'. — 9 de Cl^{2+} 1a'.
		$25d_1/40$	—1,9	40 de CCl^2 3a. — 16 de ClH 1a.
		$27d_1/43$	—1,1	43 de CCl^3 1a. et 2a. — H.
		$32d_1/51$	—0,7	17 et 51 de CCl^3 1a'. et CCl^3 2a. — H.
		$35d_1/56$	+1,9	14 de CHCl 2a. et 1a. — 14 de Cl^2 1a.
		$47d_1/75$	+0,2	25 de CCl^3 1a. — H.
	$\nu = (5)\ 262 =$	$d_1/\ 4$	—3,6	12 de CCl^2 1a'. — 8 de ClH 1a.
		$11d_1/45$	+2,3	43 de CCl^3 2a. et 2a'. — H.
		$14d_1/57$	+1,0	57 de CCl^3 2a. et 3a. — H.
		$16d_1/65$	+0,5	13 de $CHCl^-$ 1a. — 13 de Cl^{2+} 1a.
	$\nu = (5)\ 367 =$	$19d_1/11\times5$	+0,0	11 de $CHCl^+$ 1a. — 11 de Cl^{2-} 1a'.
	$\nu = (3)\ 762 =$	$28d_1/13\times3$	—0,8	13 de $CHCl^-$ 1a. — 13 de Cl^{2+} 1a.
Solide à — 180°.............	$\nu = (0)\ 755 =$	$37d_1/13\times4$	—1,0	Id.
	$(1)\ 773 =$	$19d_1/13\times2$	—3,4	Id.
CCl^4 solide à — 180°........ 74 électrons, 6 fréquences. Bande large.	$\nu = (1)\ 85 =$	$2d_1/25$	+0,0	25 de CCl^3 1a. — 17 de Cl 3a.
		$3d_1/38$	—1,1	19 de CCl^3 1a. et 1a'. — 17 de Cl 3a.
		$4d_1/51$	+1,7	17 de CCl^3 1a'. — 17 de Cl 3a. ou 51 de CCl^3 2a.
		$7d_1/88$	+0,5	11 de CCl^{2+} 1a'. — 11 de Cl^{2-} 1a'.
Liquide à + 20°...........	$\nu = (4)\ 459 =$	$3d_1/\ 7$	+3,6	14 de CCl^2 1a. et 1a'. — 14 de Cl^2 1a.
		$13d_1/30$	—1,4	30 de CCl^2 1a. et 2a'. — 30 de Cl^2 2a.
		$19d_1/44$	+0,2	11 de CCl^{2+} 1a'. — 11 de Cl^{2-} 1a'.
		$22d_1/51$	+0,7	17 de CCl^2 1a'. — 17 de Cl 3a. ou 51 de CCl^3 2a.

vibrations fondamentales des arrangements annoncés ci-dessus, qui offrent *a priori* l'égalité des fréquences des parties. Les résultats sont les mêmes qu'avec les molécules H^2S et CS^2. D'autre part, à — 180°, les fréquences du liquide, sauf une, ne sont pas modifiées, et elles sont plus intenses que les fréquences très petites; elles sont émises à peu près dans les mêmes conditions dans les états solide et liquide. Quant aux fréquences très petites, elle sont dues à un groupe de molécules qui ont l'arrangement CHCl-Cl² avec ou sans ionisation intérieure, et qui émettent la vibration fondamentale de l'arrangement. D'ailleurs il se trouve qu'elles sont émises aussi par d'autres arrangements qui ont la même vibration ou une vibration très voisine. L'analyse de ν 71 montre les s' 17, 43, 57 dues à l'arrangement CCl³-H, qui peut être le plus fréquent, l'atome H étant très facile à déplacer; l'examen des résidus conduirait à la même conclusion; mais est-on sûr de la grande précision des mesures? De même l'analyse de ν 94 montre les s' 25, 27, 43 et 51 de CCl³.

La fréquence ν 762 du liquide se divise à — 180° en deux fréquences ν 755 et 773; les 3 ont le même nombre s' égal à 13. Il est possible que les deux fréquences du solide soient dues à des polymères différents.

D'autre part la petite fréquence de CCl⁴ ν 85 est égale à $2d_1/25$, et elle présente plusieurs nombres s' de l'arrangement CCl³-Cl, l'atome Cl paraissant se dégager de CCl⁴ aussi facilement que l'atome H de Cl³-H. D'ailleurs les mêmes nombres s' de CCl³ se retrouvent dans la molécule CCl³-Cl³C.

Cette étude des deux molécules sera reprise lorsque le spectre du gaz sera déterminé avec précision. Le physicien hindou Ananthachristnan a mesuré le spectre de CCl⁴ liquide avec une grande dispersion; les radiations simples des mesures précédentes sont doubles ou triples; mais, pour la comparaison avec l'état solide, j'ai dû me borner aux mesures de Sirkar, appuyées sur un appareil moins puissant.

En réalité la nouvelle analyse des spectres moléculaires nous permet de pénétrer, au moins un peu, dans l'intimité de la molécule. Il faut donc augmenter la dispersion des appareils, la précision des mesures, étendre la mesure à la température de l'hydrogène liquide et s'attacher surtout aux petites fréquences, avec lesquelles les relations sont en général plus simples. A l'appui, je rappelle l'analyse du spectre infrarouge de la vapeur d'eau (*Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1421). La moisson de faits nouveaux serait d'ailleurs importante et rapide, si l'on disposait de plaques photographiques

sensibles à ces petites fréquences, et il semble possible de les obtenir en utilisant un des corps qui sont décomposés par une faible élévation de la température ([3]).

OPTIQUE. — *Condenseurs sphériques. Applications à la détection de sources d'ultraviolet et à la réalisation de cataphotes fluorescents.* Note de M. **Aimé Cotton**.

Dans une Note qu'on trouvera plus bas (p. 54), M. Clément Duval indique qu'il utilise, comme je l'avais fait moi-même, pour concentrer des rayons ultraviolets des condenseurs formés de simples ballons de verre remplis de liquides.

Voici quelques remarques faites au cours d'expériences que j'avais poursuivies à ce sujet en collaboration avec M. Jacques Rabinovitch.

I. Une sphère réfringente constitue évidemment un instrument très imparfait au point de vue de l'optique géométrique : elle ne donne pas à vrai dire d'image d'un point lumineux (sauf dans le cas particulier où ce point est sur une des sphères aplanétiques). Mais on n'a pas toujours besoin d'avoir de bonnes images, c'est ce qui a lieu par exemple lorsqu'on veut simplement concentrer en une région étroite, les rayons venus d'une source éloignée, obtenir en d'autres termes un *condenseur*. Les condenseurs habituellement employés dans ce but (ou bien inversement pour obtenir un faisceau de lumière utilisé dans un appareil de projection) ne donnent pas, eux non plus, de bonnes images : il ne peut d'ailleurs en être ainsi étant donné la forme et l'étendue de la plupart des sources, et les ouvertures des lentilles utilisées.

Placée dans un faisceau de lumière parallèle provenant d'un point lumineux éloigné S, une sphère de centre O, de rayon R, forme derrière elle une caustique que l'on trace facilement en considérant la marche de quelques rayons de faisceau (en utilisant les sphères aplanétiques et la construction de Huygens). Cette caustique délimite un volume d'autant

---

([3]) J'ai soumis la question des plaques sensibles à l'infrarouge lointain au grand chimiste Marcelin Berthelot, qui a conseillé d'écarter les sels d'argent et d'essayer les corps, même un peu explosifs, qui sont facilement décomposés par un faible accroissement de la température. Cette recherche devra être poursuivie par des chimistes, et l'on peut prévoir que ces plaques nouvelles auraient des applications dans de multiples directions.

plus petit, pour une valeur donnée du rayon, que l'indice n est plus grand. La pointe de la caustique, foyer des rayons centraux voisins de SO, est à une distance d de la face postérieure de la sphère égale à $(2-n)/(n-1)(R/2)$; le cercle délimitant la partie éclairée de cette face postérieure [1] a un rayon ρ égal à $R/n^2[(4-n^2)/3]^{3/2}$; les valeurs de d et de ρ suffisent pour donner une idée (par excès) de la grandeur de la région où la lumière est concentrée. Pour une sphère d'indice $4/3$, de 10^{cm} de diamètre, $d=5^{cm}$ $\rho=1^{cm},8$. Pour une sphère dont l'indice $3/2$ est voisin de celui du verre $d=2^{cm},5$ $\rho=0^{cm},98$. Dans ce dernier cas la partie éclairée de la face postérieure de la sphère a une surface qui n'est que quelques centièmes de la surface d'un grand cercle : on s'explique ainsi que, si l'on recouvre cette partie de la sphère d'un enduit blanc diffusant, on forme un cataphote agissant par diffusion, la sphère n'apparaissant brillamment éclairée pour un observateur éloigné placé en S′ du côté de la source, que s'il est lui-même tout près du faisceau [2].

II. Une sphère réfringente en verre, en matière plastique etc., peut être remplacée par un simple ballon de verre soufflé plein de liquide. Il y a fort longtemps que cette propriété a été utilisée, et les micrographes par exemple, se servent de ballons pleins d'eau pour travailler à la lumière artificielle. Un tel ballon pourrait aussi remplacer par exemple dans une lanterne un condenseur brisé, et dispenserait en outre alors de l'emploi d'une cuve à eau : si l'on n'a pas utilisé cette propriété, c'est simplement, je pense, parce qu'avec les lanternes habituelles on ne peut pas mettre le ballon assez près de la source, ni commodément installer le support (un bout de tube cylindrique sur lequel on pose le ballon).

Il n'est pas difficile de trouver des ballons de verre soufflé dont la forme soit assez régulière, sans doute parce que, au moment de la fabrication, les forces capillaires tendent naturellement à réaliser une surface sphérique. L'examen de la caustique pour les rayons visibles, que l'on fait facilement en mettant derrière le ballon, éclairée par un faisceau intense, une cuve pleine d'un liquide diffusant, renseigne d'ailleurs sur ce point, car, s'il y a des défauts, des stries notamment dans la paroi de verre mince, la caustique s'en trouve nettement modifiée.

---

(1) Nous négligeons les rayons marginaux, qui sont presque complètement réfléchis sur la face d'entrée.

(2) En effet, il en est ainsi lorsque les deux cercles de rayon ρ correspondant à S et S′ empiètent l'un sur l'autre.

Un tel condenseur improvisé est donc économique et se prête suivant le choix du liquide à diverses applications. Comme liquide transparent on peut prendre le tétrachlorure de carbone ($n = 1,46$), liquide un peu trop volatil, mais bien transparent, non inflammable, et qui ne gèle pas l'hiver. Si l'on y dissout de l'iode, on peut répéter les expériences de Tyndall sur les radiations du proche infrarouge, sans avoir, comme avec le sulfure de carbone qu'il employait comme dissolvant, à manier ce liquide dangereux près d'une lampe à arc. Le ballon à tétrachlorure pur, mais complété par un écran absorbant les rayons visibles et laissant passer le proche ultraviolet, servira à constituer un condenseur pour les expériences de fluorescence. Ce même ballon, mais sans qu'un écran soit alors nécessaire, derrière lequel on place une cuve renfermant un liquide fluorescent (ou un écran fluorescent si l'on veut seulement observer une section de la caustique), sert à détecter une source éloignée munie d'un écran laissant passer des rayons ultraviolets. On décèle cette source en formant la caustique dans une cuve ou un petit ballon renfermant un liquide fluorescent et en se plaçant par derrière. Lorsque deux sources sont placées côte à côte, chacune donne sa caustique sur l'axe qui lui correspond : on peut alors facilement les comparer entre elles au point de vue de leur richesse en radiations actives : comme ces sources elles-mêmes peuvent être improvisées on peut facilement en réaliser plusieurs pareilles, comparer par exemple, deux liquides fluorescents en les plaçant dans des cuves à deux compartiments contigus.

Pour de telles applications ces cuves, employées pour contenir les liquides fluorescents et où se forment les caustiques, seront de préférence limitées elles-mêmes par des calottes sphériques de verre concentriques au ballon plus grand servant de condenseur, les courbures étant choisies de façon que la partie la plus brillante de la caustique se forme dans le liquide. L'ensemble du ballon et des surfaces limites ayant un centre de figure, tout l'appareil est toujours orienté correctement dès qu'il est placé dans les faisceaux à déceler : on voit sans peine qu'on peut ainsi détecter des sources d'ultraviolet, mobiles ou non, situées dans un angle solide très grand.

III. Nous remarquerons pour terminer que les mêmes récepteurs peuvent servir de cataphotes fluorescents. On a déjà réalisé de tels cataphotes en plaçant derrière des lentilles des écrans fluorescents : la source secondaire constituée par l'écran rendu lumineux envoie des rayons qui, se propageant en sens inverse, reviennent près de la source

elle-même et permettent à l'observateur placé près d'elle d'apercevoir au loin le cataphote. Les cuves à liquides signalées plus haut fonctionnent de même, les rayons provoquant la fluorescence et ceux qu'elle produit suivant à peu près les mêmes chemins dans les deux sens. Le principe du retour inverse joue encore ici, même avec des instruments d'optique aussi imparfaits : toutefois la différence de réfrangibilité des deux sortes de radiations fait qu'il ne peut s'appliquer en toute rigueur.

Pour cette application encore, il sera bon que les cuves, ou l'écran fluorescent qui les remplace, soient courbées, comme il est dit plus haut, de façon que les surfaces limites soient concentriques au ballon.

Il me semble que l'emploi de tels appareils (complétés au besoin par l'emploi de peintures luminescentes) pourrait contribuer à la solution des problèmes posés par la circulation des véhicules, tels que les voitures automobiles, pendant la nuit.

Il y a deux cas à distinguer. Dans les circonstances actuelles les exigences de la Défense passive obligent à supprimer autant que possible *toutes* les radiations visibles. Or les lampes à incandescence dont sont généralement pourvus tous les véhicules ne donnent pas assez de ces radiations ultraviolettes qu'on peut seules tolérer; les appareils de signalisation deviendraient difficilement visibles à cent mètres, par exemple. Il conviendrait donc de remplacer ces lampes par d'autres sources dont le spectre s'écarterait nettement du spectre du corps noir.

En temps normal, au contraire, on peut tolérer, à côté des rayons ultraviolets, des radiations visibles, pourvu qu'elles ne produisent pas l'éblouissement. Dans ce cas, au lieu d'éteindre brusquement, ou de masquer complètement par des écrans opaques, la lumière des phares lorsqu'elle devient gênante, on pourrait employer des écrans amovibles laissant passer, outre le proche ultraviolet, l'extrémité violette du spectre visible. L'ensemble de ces rayons, tout en restant inoffensifs pour les yeux rendrait alors plus visibles de loin les cataphotes, les peintures luminescentes etc., en somme les objets dont il importe le plus de signaler la présence, et cela sans qu'on cesse de percevoir les phares de la voiture qui approche et, à l'aide d'un récepteur fluorescent tourné vers l'arrière, les phares d'une autre voiture qui cherche à doubler.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations de Fredholm dont le noyau est fonction holomorphe d'un paramètre; équations analogues où figurent des intégrales principales.* Note (1) de M. **Georges Giraud**.

Une Note publiée sous le même titre (2) reçoit ici quelques compléments. Plusieurs notations lui sont empruntées.

1. Considérons deux opérations linéaires associées

$$J_\lambda u(X) = u(X) - \int_{\mathcal{V}}^{(m)} G(X, A; \lambda) u(A)\, dV_A,$$

$$K_\lambda v(\Xi) = v(\Xi) - \int_{\mathcal{V}}^{(m)} G(A, \Xi; \lambda) v(A)\, dV_A,$$

où $G(X, \Xi; \lambda)$ est holomorphe par rapport à λ dans une région complexe fermée D, et cette fonction remplit certaines conditions telles que la théorie de Fredholm s'applique; par exemple, elle peut être uniformément continue par rapport à X, à Ξ et à λ. Deux ensembles de relations ou de fonctions qui jouent respectivement le même rôle, l'un pour J_λ et l'autre pour K_λ, seront dits *associés*. On sait que, quand λ varie dans D, le nombre minimum k des fonctions u linéairement distinctes qui remplissent la condition $J_\lambda u = 0$ peut être positif; s'il l'est, on peut trouver k telles fonctions $u_\beta(X; \lambda)$ $(\beta = 1, \ldots, k)$, linéairement distinctes quand λ est fixe, et holomorphes en un point λ_0 donné dans D, même si λ_0 est ce que nous appellerons une *valeur propre*, c'est-à-dire si, pour $\lambda = \lambda_0$, le nombre des solutions linéairement distinctes ou *fonctions propres* surpasse k. Soient $v_\beta(\Xi; \lambda)$ $(\beta = 1, \ldots, k)$ les fonctions associées aux u_β; on les choisit holomorphes en λ_0. Soit enfin $N(X, \Xi; \lambda)$ un *noyau résolvant*, au sens élargi si k n'est pas nul, c'est-à-dire une fonction méromorphe en λ_0 et qui remplit une condition

$$G(X, \Xi; \lambda) + K_\lambda N(X, \Xi; \lambda) = \Sigma_\beta u_\beta(X; \lambda) \rho_\beta(\Xi; \lambda), \tag{1}$$

où les ρ_β sont holomorphes en λ_0, et qui remplit aussi une condition associée à (1), où figurent au second membre les fonctions v_β et des fonctions $\sigma_\beta(X; \lambda)$ associées aux ρ_β et holomorphes en λ_0 (appliquée à une

(1) Séance du 30 décembre 1940.

(2) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 47-49. La partie relative aux équations de Fredholm est développée dans un Mémoire sous presse.

fonction de deux points, l'opération K_λ porte sur le second point, et J_λ, sur le premier point); si k est nul, l'on entend que les seconds membres de (1) et de la condition associée sont nuls. Quand k n'est pas nul, nous choisissons N de façon à remplir en outre les k conditions

$$(2)\qquad \sigma_\beta(X;\lambda) = \int N(X, A; \lambda)\, \sigma_\beta(A; \lambda)\, dV_A$$

et les k conditions associées.

On sait que, si λ_0 est une valeur propre, ce point est un pôle de N, et réciproquement ([2]). La partie principale de N peut s'exprimer plus simplement que dans la Note citée. Soit $Q(X, \Xi; \lambda) = \sum_{n=1}^{p} Q_n(X, \Xi)\lambda^{-n}$ cette partie principale, en prenant λ_0 nul, de sorte que la fonction

$$N - Q = P(X, \Xi; \lambda)$$

est holomorphe; *on peut écrire*

$$(3)\qquad Q_{p-n}(X, \Xi) = \sum_{\alpha=1}^{t(n+1)} \sum_{q=0}^{n-r(\alpha)} \varphi_{\alpha,q}(X)\, \psi_{\alpha,n-r(\alpha)-q}(\Xi) \qquad (0 \leqq n < p),$$

les entiers $t(n)$ remplissant les conditions $0 = t(0) < t(1) \leqq t(2) \leqq \ldots \leqq t(p)$, et l'entier $r(\alpha)$ étant tel qu'on ait $t(r) < \alpha \leqq t(r+1)$; les fonctions $\varphi_{\alpha,0}$ et $u_\beta(X; 0)$ sont linéairement indépendantes, et les fonctions associées le sont aussi. Si nous posons

$$(4)\qquad \varphi_\alpha(X;\lambda) = \sum_{n=0}^{p-r(\alpha)-1} \varphi_{\alpha,n}(X)\lambda^n, \qquad \psi_\alpha(\Xi;\lambda) = \sum_{n=0}^{p-r(\alpha)-1} \psi_{\alpha,n}(\Xi)\lambda^n,$$

on démontre que $\lambda^{r(\alpha)-p}\int \varphi_\alpha \rho_\beta\, dV$, $\lambda^{r(\alpha)-p} J_\lambda \varphi_\alpha(X;\lambda)$ et les fonctions associées sont holomorphes.

2. *Considérons la fonction*

$$(5)\qquad R(X, \Xi; \lambda) = N(X, \Xi; \lambda) - \Sigma_\alpha \lambda^{r(\alpha)-p} \varphi_\alpha(X;\lambda)\, \psi_\alpha(\Xi;\lambda).$$

Elle est holomorphe et se réduit pour $\lambda = 0$ à un noyau résolvant de J_0, formé dans la Note citée. Elle remplit la condition

$$(6)\qquad \begin{aligned} &G(X, \Xi; \lambda) + K_\lambda R(X, \Xi; \lambda) \\ &\quad = \Sigma_\beta u_\beta(X;\lambda)\, \rho_\beta(\Xi;\lambda) - \Sigma_\alpha \varphi_\alpha(X;\lambda)\lambda^{r(\alpha)-p} K_\lambda \psi_\alpha(\Xi;\lambda) \end{aligned}$$

et la condition associée. Elle peut servir à résoudre l'équation

$$(7)\qquad J_\lambda u(X) = F(X),$$

dans laquelle F et u peuvent aussi dépendre de λ; en effet on a, d'après (6) et d'après la condition associée, tant que $|\lambda|$ reste assez petit pour que les σ_β et les $\lambda^{r(\alpha)-p} J_\lambda \varphi_\alpha$ soient linéairement indépendants,

$$(8)\qquad u(X) = F(X) - \int R(X, A; \lambda) F(A)\, dV_A + \Sigma_\alpha a_\alpha \varphi_\alpha(X; \lambda) + \Sigma_\beta b_\beta u_\beta(X; \lambda),$$

$$(9)\qquad \int \nu_\beta F\, dV = 0,$$

$$(10)\qquad \lambda^{p-r(\alpha)} a_\alpha = -\int \psi_\alpha F\, dV,$$

et cet ensemble de relations, où figurent les $k + t(p)$ inconnues nouvelles a_α et b_β, suffit pour que (7) ait lieu.

Ce procédé semble avantageux quand on a $F = \Sigma_\gamma c_\gamma F_\gamma$, où les c_γ sont des inconnues qui ne dépendent que de λ, et qui sont liées par des équations en nombre égal, du type $\Sigma_\gamma A_\gamma c_\gamma = \int hu\, dV + B$, où les fonctions h et les constantes A_γ et B, qui peuvent dépendre de λ, sont données. Au lieu d'éliminer les inconnues c_γ, on peut éliminer u, moyennant l'introduction des $k + t(p)$ nouvelles inconnues a_α et b_β et des équations (9) et (10). Cette sorte de questions s'est rencontrée dans une application physique ([3]).

3. Ces résultats peuvent être étendus aux équations où figurent des intégrales principales, et aux systèmes de telles équations.

MOTEURS THERMIQUES. — *Énergie récupérable à l'échappement d'un moteur alternatif, à combustion interne et à évacuation totale.* Note ([1]) de M. **Maurice Roy**.

1. Dans un moteur alternatif à *carburation*, l'évacuation totale des gaz brûlés est éminemment favorable ([2]) à l'augmentation, simultanément, de la puissance massique, de la puissance volumique et du rendement thermique.

([3]) *Comptes rendus*, 209, p. 661-663, et *erratum*, p. 812.

([1]) Séance du 30 décembre 1940.

([2]) Cf. notamment M. Roy, *La Science aérienne*, I, 1, 1932, p. 74, Paris.

Pour un moteur à *injection*, des avantages analogues, quoique moins accentués quant au rendement thermique, peuvent être obtenus.

Dans les deux cas, cette évacuation totale peut être effectuée normalement par un *balayage intégral* des gaz brûlés. Sa réalisation s'associe naturellement à l'emploi de la suralimentation que requiert de plus en plus le progrès des moteurs alternatifs. Le fonctionnement à deux temps, en particulier, favorise de telles réalisations et cette circonstance renforce les motifs de la préférence à lui accorder pour l'avenir.

2. La présente Note a pour objet de présenter une formule simple permettant d'évaluer l'*énergie récupérable à l'échappement* d'un moteur à balayage intégral, selon la définition précédente. Ce moyen d'évaluation est applicable tant à l'étude de la suralimentation qu'à celle des combinaisons de machines alternatives et rotatives, ou, plus proprement, à flux *discontinu* et à flux *continu*, auxquelles conduit l'évolution des moteurs thermiques.

3. On admet essentiellement que tout se passe comme si les phénomènes d'échappement et de remplissage d'un cylindre pouvaient être schématisés de la manière suivante :

A l'ouverture de l'échappement (état d'indice d), la pression inférieure p_i tombe, sans déplacement sensible du piston, de p_d à $p_f > p_e$, pression du milieu extérieur où débouche l'échappement. Dans tout état intermédiaire, p_i est liée à p_d par l'adiabatique réversible. Pendant cette phase, chaque élément de masse dm évacué subit une détente adiabatique irréversible de p_i à p_f, de rendement η, puis un laminage intégral (sans variation de vitesse, ni de température) de p_f à p_e. Selon Rateau, on appellera *bouffée* la masse totale m ainsi évacuée et *chasse* le complément $(M - m)$, évacué ensuite et subissant un simple laminage intégral de p_f à p_e.

Quant au remplissage, à partir du repos et d'une pression amont $p_0 (p_0 > p_f > p_e)$, il s'effectue pour la même masse M de gaz frais avec laminage intégral de p_0 à p_f, sans échange de chaleur avec les parois ni avec les gaz brûlés.

L'arc du diagramme d'indicateur compris entre l'ouverture de l'échappement et la fermeture de l'admission est ainsi remplacé par un angle droit, de côtés parallèles aux axes.

L'énergie directement disponible à l'échappement du moteur, alimenté par balayage intégral sous la différence de pression $(p_0 - p_e)$ de l'amont à l'aval, est l'énergie cinétique W de la masse M. Si l'on admet que le rendement η ci-dessus défini est pratiquement le même pour les divers

éléments de la bouffée m, qui contribue seule à W, on a

$$(1)\qquad W = \eta MCT_d\left[\frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{p_f}{p_d} - \left(\frac{p_f}{p_d}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right].$$

La valeur fixe (ou moyenne) de η dépend du régime et de la charge du moteur et caractérise le *rendement adiabatique de l'échappement*, c'est-à-dire le rendement de la détente irréversible et complexe que provoque le vidage brusque du cylindre par les orifices, organes et tuyauterie d'échappement.

L'énergie W, utilisable par exemple sur un rotor de turbine à action (sous la pression p_e), a évidemment pour maximum le gain total de travail W_0 que l'on obtiendrait en évacuant la masse M dans l'état d'indice d et en la détendant par voie adiabatique et réversible de p_d à p_e, puis en réalimentant, dans les mêmes conditions que précédemment, le cylindre ainsi vidé.

Compte tenu de la diminution de travail indiqué du moteur alternatif, le maximum W_0 de W a pour valeur

$$(2)\qquad W_0 = MCT_d\left[\frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{p_f}{p_d} - \left(\frac{p_e}{p_d}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right].$$

Le rapport $K = W/W_0$, compris entre zéro et 1, mesure le degré de récupération de l'énergie des gaz d'échappement. Par (1) et (2), on peut écrire

$$(3)\qquad \frac{K}{\eta} = \frac{\left[\frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{p_f}{p_d} - \left(\frac{p_f}{p_d}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}{\left[\frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{p_f}{p_d} - \left(\frac{p_e}{p_d}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

avec les valeurs numériques

K/η.	$p_f/p_e = 1{,}05$.	1,10.	1,15.	1,20.
$p_d/p_f = 4$	0,984	0,932	0,900	0,875
6	0,974	0,910	0,870	0,836
8	0,924	0,862	0,808	0,764

4. De ce tableau, qui encadre les conditions d'échappement et de remplissage de moteurs alternatifs analogues aux moteurs usuels, à carburation ou à injection, on déduit que le rapport K/η est relativement peu variable avec ces conditions.

Le degré de récupération de l'énergie des gaz d'échappement dépend

donc principalement du rendement η, défini selon la conception précédente, et cette conclusion souligne la signification de ce rendement ainsi que l'importance qu'il convient d'attacher, pour son amélioration, à la conformation des orifices, organes et tuyauterie d'échappement. La considération de η pourrait servir de base à une étude expérimentale systématique du perfectionnement à cet égard des moteurs thermiques.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une généralisation du théorème de Guldin.* Note de M. **René Binaud**.

Les théorèmes de Guldin concernent, comme l'on sait, la surface et le volume d'un domaine annulaire de révolution, de méridienne donnée; le théorème sur le volume, auquel se rattache exclusivement la présente Note, avait d'ailleurs déjà été énoncé partiellement par Pappus.

A. *Le volume englobé par une courbe gauche fermée dans un mouvement conservant une droite ne dépend que des positions de départ et d'arrivée, nullement des positions intermédiaires.*

Corollaire de la permutabilité. Dans cet énoncé, les mouvement envisagés sont supposés réductibles les uns aux autres par modification continue.

B. *Dans le mouvement spatial d'un plan, les courbes de même centre de gravité engendrent des volumes proportionnels à leurs aires.*

C. *Dans le mouvement d'un cylindre droit, les deux bases engendrent des volumes égaux.*

D. *Le volume engendré par une courbe plane fermée tournant autour d'une droite est égal au produit de l'aire de la courbe, de la longueur de la circonférence décrite par son centre de gravité, et du sinus de l'angle sous lequel cette circonférence coupe le plan de la courbe; ou bien de l'aire de la courbe, de la longueur de la circonférence décrite par le pied de la perpendiculaire commune à l'axe de rotation et à l'axe de gravité principal, et du sinus de l'angle de ces deux axes.*

L'axe de gravité principal d'une courbe plane fermée est la perpendiculaire élevée à son plan en son centre de gravité.

Nous appellerons dans ce qui suit *équigénératrices* ou *équigradientes* des

courbes fermées qui, dans un mouvement quelconque de l'espace, englobent des volumes égaux.

E. *Les domaines plans de l'espace se composent, au point de vue des volumes cinématiquement engendrés, comme les vecteurs proportionnels à leurs aires qui leur sont élevés perpendiculairement en leurs centres de gravité respectifs.*

F. *La condition pour que deux domaines plans se composent, au même point de vue, en un domaine analogue, est que leurs axes de gravité principaux soient coplanaires, ou bien que l'intersection des deux plans soit perpendiculaire à la droite des deux centres de gravité.*

G. *Les perpendiculaires élevées en leurs centres de gravité aux faces d'un tétraèdre, d'un pentaèdre, d'un hexaèdre appartiennent respectivement à un hyperboloïde, à une congruence linéaire, à un complexe linéaire.*

H. *L'intégrale d'un vecteur égal à l'unité de longueur appliqué en tout point d'une surface fermée normalement à cette surface est un système de vecteurs nul.*

La valeur moyenne d'un vecteur égal à l'unité de longueur appliqué en tout point d'une portion de surface normalement à cette surface est un système de vecteurs ne dépendant que du contour; sa résultante générale est égale à l'unité de longueur; son axe central est perpendiculaire à la direction plane du contour.

Nous appellerons cet axe *axe cinétique* ou *axe de Guldin* de la courbe fermée dont il s'agit.

I. Théorème de Guldin généralisé. — *Le volume englobé par une courbe gauche fermée tournant autour d'une droite est égal à* $A \times 2\pi(\rho \sin\alpha - h\cos\alpha)$; A *désigne l'aire de la courbe, h une constante ne dépendant que de la courbe;* ρ *la plus courte distance de l'axe de Guldin et de l'axe de rotation,* α *l'angle de ces deux axes.*

J. *Le lieu des axes de rotation autour desquels la révolution de deux courbes fermées données engendre des volumes égaux est un complexe linéaire.*

Dans le théorème I, *h* était la constante du *complexe des volumes nuls*, ou *complexe de Guldin* de la courbe.

K. *Une courbe demeure équigradiente à elle-même dans les translations normales à sa direction de plans, et plus généralement dans les mouvements qui ne changent pas son axe de Guldin.*

L. *Une courbe gauche fermée, d'aire non nulle, admet un quadrilatère gauche équigradient, et même* ∞^6 *pareils quadrilatères.*

On pourra transporter à l'espace non euclidien la théorie actuelle. De

même que, dans le plan non euclidien, la théorie des vecteurs et de leur composition trouve sa représentation la plus simple et la plus intuitive dans celle des vecteurs de l'espace ordinaire tangents à une sphère et de leurs moments par rapport au centre, de même la notion du centre de gravité dans ce plan s'établit immédiatement en considérant à la surface d'une sphère une force attirante, passant par le centre, proportionnelle à l'élément d'aire; d'autre part, en géométrie non euclidienne (elliptique) de l'espace, un système de vecteurs, un complexe linéaire ont deux axes centraux, totalement perpendiculaires; enfin dans les formules ci-dessus, où figurent des aires et des longueurs, celles-ci doivent être remplacées par des lignes trigonométriques ou hyperboliques appropriées des mêmes grandeurs. Moyennant ces quelques modifications, et à l'exception du théorème C, la théorie précédente s'étendra à la géométrie non euclidienne.

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques propriétés des trièdres d'Appell.* Note de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Nous avons déjà défini et utilisé à maintes reprises les trièdres d'Appell ([1]). Nous les définirons ici par trois vecteurs $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$, vérifiant les relations

$$(1)\qquad \vec{e}_1^{\,3} = \vec{e}_2^{\,3} = \vec{e}_3^{\,3} = -2\vec{e}_1\vec{e}_2\vec{e}_3 = 1, \qquad \vec{e}_i^{\,2}\vec{e}_j = 0 \qquad (i \neq j = 1, 2, 3).$$

Les composantes relatives du déplacement infinitésimal d'un tel trièdre de sommet M sont les coefficients qui s'introduisent dans les formules ([2])

$$\overrightarrow{dM} = \omega^1\vec{e}_1 + \omega^2\vec{e}_2 + \omega^3\vec{e}_3,$$
$$\overrightarrow{de_i} = \omega_i^1\vec{e}_1 + \omega_i^2\vec{e}_2 + \omega_i^3\vec{e}_3.$$

En différentiant les relations (1) on trouve que

$$\omega_1^1 = \omega_2^2 = \omega_3^3 = 0, \qquad \omega_1^2 = \omega_2^3 = \omega_3^1, \qquad \omega_1^3 = \omega_2^1 = \omega_3^2.$$

C'est le résultat auquel nous étions arrivés par une autre voie dans notre

([1]) Voir notamment J. Devisme, *Ann. Sc. Fasc. Sc. de Toulouse*, 3e série, **25**, 1933, p. 143-238, ou *Thèse*, Paris, 1933.

([2]) E. Cartan, *Exposés de Géométrie*, n° 5; *Actualités scientifiques et industrielles*, n° **194**, 1935.

Mémoire *Sur un espace dont l'élément linéaire est défini par*

$$ds^3 = dx^3 + dy^3 + dz^3 - 3\,dx\,dy\,dz$$

(*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 9e série, 19, 1940, p. 359-393).

Dans le cas où M décrit une courbe, si nous considérons le trièdre d'ordre 1 où $\vec{e}_1$ est tangent à la courbe, nous avons

$$\omega^2 = \omega^3 = 0.$$

Si nous posons $\omega^1 = ds$, $\omega_1^2 = p\,ds$, $\omega_1^3 = q\,ds$, nous avons

$$p^3 + q^3 = \frac{1}{R^3},$$

où R est le rayon de courbure que nous avons défini ailleurs (*Thèse citée* p. 58).

II. Considérons le système linéaire

$$\frac{d\alpha}{dt} = A\,\alpha + B\,\beta + C\,\gamma,$$

$$\frac{d\beta}{dt} = A'\alpha + B'\beta + C'\gamma,$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = A''\alpha + B''\beta + C''\gamma,$$

où A, B, ... sont des fonctions de t. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il admette une intégrale de la forme $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma = \text{const.}$ est exprimée par les relations

$$A = B' = C'', \quad B = C' = A'', \quad C = A' = B''.$$

Dans ce cas la connaissance d'une solution particulière α_0, β_0, γ_0 du système fournit immédiatement les deux intégrales

$$S(\alpha^2 - \beta\gamma)\alpha_1 = \text{const.}, \qquad S(\alpha_0^2 - \beta_0\gamma_0)\alpha = \text{const.};$$

on en déduit les conséquences d'usage.

III. Si nous considérons un trièdre d'Appell dépendant de deux paramètres u, v, nous aurons, en posant

$$\omega^1 = \xi\,du + \xi_1\,dv, \quad \omega^2 = \eta\,du + \eta_1\,dv, \quad \omega^3 = \zeta\,du + \zeta_1\,dv,$$
$$\omega_1^2 = p\,du + p_1\,dv, \quad \omega_1^3 = q\,du + q_1\,dv,$$

les relations

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial u} - \frac{\partial\xi}{\partial v} + (p\zeta_1 - p_1\zeta) + (q\eta_1 - q_1\eta) = 0, \qquad \frac{\partial\eta_1}{\partial u} - \ldots = 0, \qquad \frac{\partial\zeta_1}{\partial u} - \ldots = 0,$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial u} - \frac{\partial p}{\partial v} = 0, \qquad \frac{\partial q_1}{\partial u} - \frac{\partial q}{\partial v} = 0.$$

Les seconds membres des équations de *Maurer-Cartan sont donc nuls*.

IV. Théorème. — *Considérons deux trièdres d'Appell de même sommet* OXYZ, Oxyz. *Les plans* XOx, YOy, ZOz *déterminent un trièdre d'Appell. Les plans* YOz, ZOy, XOx *sont concourants, soit* Oξ *l'intersection, on obtiendra de même* Oη, Oζ. *Le trièdre* O$\xi\eta\zeta$ *est un trièdre d'Appell.*

Soient maintenant deux droites d, δ concourantes. Considérons le trièdre d'Appell admettant le plan de ces droites pour face xOy. Soient les trièdres d'Appell OXYZ(OX $\equiv d$), O$\xi\eta\zeta$(O$\xi \equiv \delta$). Le plan ZOη coupe xOy suivant une droite Δ. Lorsque d tend vers δ, Δ tend vers la première normale à δ suivant la terminologie de M. Pierre Humbert.

Ces différentes notions seront utilisées dans un Mémoire qui paraîtra dans un autre Recueil.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Stabilité des figures d'équilibre d'un amas d'étoiles dont le centre décrit un cercle dans la Voie Lactée.* Note [1] de M. **Marcel Mayot**, présentée par M. Élie Cartan.

M. H. Mineur a montré [2] la possibilité de l'équilibre de condensations stellaires de forme ellipsoïdale dans la Voie Lactée : le centre de l'amas décrit un cercle, le grand axe est dirigé vers le centre galactique et le petit axe vers le pôle; la surface libre de l'amas assimilé à une masse fluide est une surface équipotentielle, la densité est supposée constante en première approximation; les rapports des axes B/A et B/C vérifient une relation

$$\psi\left(\frac{B}{A}, \frac{B}{C}\right) - \lambda\varphi\left(\frac{B}{A}, \frac{B}{C}\right) = 0,$$

λ étant une constante liée au potentiel V des forces extérieures auquel est soumis l'amas.

J'ai étudié la stabilité séculaire de cet amas de la façon suivante.

(1) Séance du 30 décembre 1940.

(2) *Annales d'Astrophysique*, 2, 1939, p. 1.

Si l'amas subit une petite déformation de façon que le volume reste constant, l'équilibre ne sera stable que si la variation $\delta^2 W$ de l'énergie potentielle totale

$$W = \frac{1}{2}\iint \frac{dm\,dm'}{r} + \int V\,dm$$

est négative. Cette variation, exprimée à l'aide des fonctions de Lamé, s'écrit

$$\delta^2 W = -2\pi \sum_i A_i^2 \iint \left(\frac{R_2 S_2}{3} - \frac{R_i S_i}{2n+1}\right) l M_i^2 N_i^2\,d\sigma.$$

R_i, S_i sont des fonctions de Lamé de première et de seconde espèce d'ordre n; M_i, N_i les fonctions associées, $d\sigma$ l'élément d'aire de l'ellipsoïde, l est une fonction du paramètre ρ définissant cet ellipsoïde en coordonnées de Lamé; les coefficients A_i sont arbitraires mais petits, la déformation ζ comptée positivement sur la normale extérieure à l'ellipsoïde étant définie par un développement en série de Lamé

$$\zeta = \sum_i A_i l M_i N_i.$$

La constance du volume entraîne

$$\iint \zeta\,d\sigma = 0,$$

l'ellipsoïde ne peut donc être une figure d'équilibre stable que si tous les coefficients

$$\frac{R_2 S_2}{3} - \frac{R_i S_i}{2n+1}$$

sont positifs. Ce sont les coefficients de stabilité de Poincaré, avec cette différence que la fonction $R_2 = \sqrt{\rho^2 - b^2}$ se rapporte à l'axe moyen et non au petit axe ([1]). Les seules fonctions de Lamé pour lesquelles le coefficient peut s'annuler sont

$$R_i = (\rho^2 - \alpha_1)(\rho^2 - \alpha_2)(\ldots)(\rho^2 - \alpha_k) \qquad (2k = n \text{ pair}),$$
$$R_i = \sqrt{(\rho^2 - a^2)}(\rho^2 - \alpha_1)(\rho^2 - \alpha_2)(\ldots)(\rho^2 - \alpha_k) \qquad (2k+1 = n \text{ impair}),$$

les nombres α étant compris entre a^2 et b^2 ($a^2 < b^2 < c^2$); les premières sont,

([1]) POINCARÉ, *Figures d'équilibre d'une masse fluide*, 1902, p. 147.

pour $n = 2$,

$$R = \rho^2 - \alpha,$$

α étant la racine de l'équation

$$\frac{1}{\alpha - a^2} + \frac{1}{\alpha - b^2} + \frac{1}{\alpha - c^2} = 0$$

comprise entre a^2 et b^2; pour $n = 3$,

$$R = \sqrt{\rho^2 - a^2}(\rho^2 - \alpha),$$

α étant la racine de l'équation

$$\frac{3}{\alpha - a^2} + \frac{1}{\alpha - b^2} + \frac{1}{\alpha - c^2} = 0$$

comprise entre a^2 et b^2.

Lorsque l'ellipsoïde est voisin d'une sphère, tous les coefficients de stabilité sont positifs, et les figures voisines de la sphère sont stables; il y aura instabilité quand l'un des coefficients sera nul; quand on s'écarte de la forme sphérique, le coefficient correspondant à $n = 2$

$$\frac{R_2 S_2}{3} - \frac{R_i S_i}{5}$$

s'annule le premier. En prenant $\lambda = 2,897$ (voisinage du Soleil), les seules figures d'équilibre stable sont celles pour lesquelles on a

$$0,510 < \frac{B}{A} < 1, \qquad 1 < \frac{B}{C} < 1,368.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une représentation du corpuscule de spin* 2. Note (1) de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Si l'on considère l'équation d'ondes obtenue par la combinaison de deux équations d'ondes du premier type de Proca (2), soit

$$\sum_{\mu}^{4}{}_{1} \partial_\mu \frac{1}{2}[(e^{\mu 0} + e^{0\mu})_{il}\,\delta_{km} + (e^{\mu 0} + e^{0\mu})_{km}\,\delta_{il}]\psi_{lm} = \lambda\psi_{ik} \qquad \left(\lambda = \frac{2\pi}{h} m_0 c\right),$$

on peut montrer que les ψ_{ik} se comportent au point de vue tensoriel comme

(1) Séance du 30 décembre 1940.
(2) *J. de Physique*, 7, août 1926, p. 347.

l'ensemble d'un invariant (ψ_{00}), de deux vecteurs ($\psi_{0\mu}$ et $\psi_{\mu 0}$) et d'un tenseur complet du second ordre ($\psi_{\mu\nu}$).

Si l'on considère maintenant les fonctions d'ondes Φ et φ définies à partir des ψ_{ik}, d'une part $\Phi_{00}=\psi_{00}$, $\Phi_{\mu\mu}=\psi_{\mu\mu}$, $\Phi_{\mu\nu}=\Phi_{\nu\mu}=(1/2)(\psi_{\mu\nu}+\psi_{\nu\mu})$ et d'autre part $\varphi_{\mu}=(1/2)(\psi_{\mu 0}-\psi_{0\mu})$, $\varphi_{\mu\nu}=-\varphi_{\nu\mu}=(1/2)(\psi_{\mu\nu}-\psi_{\nu\mu})$, on voit facilement qu'il n'y a pas mélange des ondes symétriques Φ avec les ondes antisymétriques φ, ni dans une transformation de Lorentz, ni au cours du temps s'il n'y a pas mélange à l'instant initial. Par suite les ondes Φ peuvent être considérées indépendamment des ondes φ.

Les équations d'ondes (1) se décomposent alors en deux systèmes que nous écrivons

$$(2a)\qquad \begin{cases} 2\lambda\Phi_{\mu\nu}=\partial_{\mu}\Phi_{\nu}+\partial_{\nu}\Phi_{\mu}, \\ 2\lambda\Phi_{\mu\mu}=2\partial_{\mu}\Phi_{\mu}, \\ 2\lambda\Phi_{00}=2\Sigma_{\mu}\partial_{\mu}\Phi_{\mu}, \\ 2\lambda\Phi_{\mu}=\partial_{\mu}[\Phi_{00}+\Phi_{\mu\mu}]+\sum_{\nu\neq\mu}\partial_{\nu}\Phi_{\mu\nu}; \end{cases}$$

$$(2b)\qquad \begin{cases} 2\lambda\varphi_{\mu}=\Sigma_{\nu}\partial_{\nu}\varphi_{\mu\nu}, \\ 2\lambda\varphi_{\mu\nu}=\partial_{\nu}\varphi_{\mu}-\partial_{\mu}\varphi_{\nu}. \end{cases}$$

On voit immédiatement que le système ($2b$) représente le second corpuscule de Proca, c'est-à-dire un corpuscule (mésoton ou photon) de spin 1.

Le système des équations ($2a$) représente un corpuscule d'un type nouveau dont nous allons montrer que le spin est 2 et dont les fonctions d'ondes sont représentées au point de vue tensoriel par l'ensemble d'un invariant, d'un vecteur et d'un tenseur symétrique du second ordre.

Les équations ($2a$) s'écrivent encore

$$(3)\qquad \sum_{\mu}^{4}{}_{1}\,\partial_{\mu}(\Gamma^{\mu})_{ik}\Phi_{k}=\lambda\Phi_{i},$$

en posant

$$\Gamma^{\mu}=\frac{1}{2}[e^{\mu\nu,\nu}+e^{\mu\rho,\rho}+e^{\mu\lambda,\lambda}+e^{\nu,\mu\nu}+e^{\rho,\mu\rho}+e^{\lambda,\mu\lambda}+e^{\mu,00}+e^{\mu,\mu\mu}+2(e^{\mu\mu,\mu}+e^{00,\mu})].$$

En remarquant que l'on peut écrire Γ^{μ} sous la forme

$$2\Gamma^{\mu}=A^{\mu}+B^{\mu}\quad\text{avec}\quad A^{\mu^3}=A^{\mu},\qquad B^{\mu^3}=4B^{\mu},\qquad A^{\mu}B^{\mu}=0,$$

on voit facilement que Γ^{μ} satisfait à l'équation

$$4\Gamma_{\mu}^{5}-5\Gamma_{\mu}^{3}+\Gamma_{\mu}=0,$$

qui montre que les valeurs propres de Γ^μ, matrice du quinzième rang, sont o, $\pm 1/2$, ± 1.

D'autre part la matrice Γ^0 telle que

$$\Gamma^0 = [e^{00,00} + e^{44,44} + \Sigma_p e^{pp,pp} + e^{4,4} - \Sigma_p e^{p,p} + \Sigma_{(pq)} e^{pq,pq} - \Sigma_p e^{p4,p4}]$$

satisfait aux relations

$$\Gamma_0^2 = 1 \qquad \Gamma_0 \Gamma^4 = \Gamma^4 \Gamma^0, \qquad \Gamma^0 \Gamma^p + \Gamma^p \Gamma^0 = 0.$$

Par suite les matrices $\Gamma^0 \Gamma^4 = A^4$ et $-i\Gamma^0\Gamma^p = A^p$ ont les mêmes valeurs propres que les matrices Γ^μ.

L'équation (3), multipliée par $i\Gamma^0$, s'écrit alors

$$\partial_t A_4 \Phi = \left(\sum_{1}^{3}{}_p \partial_p A_p + \lambda i A_0 \right) \Phi,$$

en posant

$$2A_4 = [2(e^{00,4} + e^{44,4}) + (e^{4,00} + e^{4,44}) - \Sigma_p (e^{p,4p} + e^{4p,p})]$$
$$2A_p = i[(e^{p,00} + e^{p,pp}) - 2(e^{pp,p} + e^{00,p}) + e^{p4,4} - e^{4p,4} + e^{q,pq} - e^{pq,q} + e^{r,pr} - e^{pr,r}]$$

On voit alors, en tenant compte de la relation

$$\Gamma^{\mu^2}\Gamma^\nu + \Gamma^\nu \Gamma^{\mu^2} - 2\Gamma^\mu \Gamma^\nu \Gamma^\mu = \frac{1}{4}\Gamma^\mu,$$

que la matrice de spin σ^{pq} telle que $S^{pq} = -(h/2\pi)\sigma^{pq}$ qui doit satisfaire à l'équation

$$A_p \sigma^{pq} - \sigma^{pq} A_p = -iA_q$$

peut se représenter par la combinaison

$$\sigma^{pq} = 4i(\Gamma^p\Gamma^q - \Gamma^q\Gamma^p).$$

Un calcul facile montre que σ^{pq} a les valeurs propres o, ± 1, ± 2, ce qui donne les valeurs propres de S^{pq}, o, $\pm h/2\pi$, $\pm 2(h/2\pi)$.

Posant

$$\Phi_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}} T^{\mu\nu}, \qquad \Phi_\mu = \sqrt{2\lambda} A^\mu$$

le système (2^a) devient

$$T^{\mu\nu} = \partial_\mu A^\nu + \partial_\nu A^\mu,$$
$$T^{\mu\mu} = 2\partial_\mu A^\mu, \qquad T^{00} = 2\Sigma_\mu \partial_\mu A^\mu = \Sigma_\mu T^{\mu\mu},$$
$$4\lambda^2 A^\mu = \partial_\mu (T^{00} + T^{\mu\mu}) + \Sigma_{\nu\neq\mu} \partial_\nu T^{\mu\nu}.$$

Ces équations entraînent les équations du second ordre

$$\square A^{\mu} = 4\lambda^2 A^{\mu} - \frac{3}{2}\partial_{\mu} T^{00},$$
$$\square T^{\mu\nu} = 4\lambda^2 T^{\mu\nu} - 3\partial_{\mu}\partial_{\nu} T^{00},$$
$$\square T^{00} = \lambda^2 T^{00}.$$

Si l'invariant T^{00} est nul, il reste

$$T^{\mu\nu} = \partial_{\mu} A^{\nu} + \partial_{\nu} A^{\mu}, \qquad 4\lambda^2 A^{\mu} = \sum_{\nu=1}^{4} \partial_{\nu} T^{\mu\nu}, \qquad \sum_{\mu=1}^{4} \partial_{\mu} A^{\mu} = 0,$$
$$\square A^{\mu} = 4\lambda^2 A^{\mu}, \qquad \square T^{\mu\nu} = 4\lambda^2 T^{\mu\nu}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'absorption de certains esters d'alcoyl par les nitrocelluloses.* Note de M. **Jean Desmaroux**, Mlle **Thérèse Petitpas** et M. **Gérard Desseigne**, présentée par M. Aimé Cotton.

Comme contribution à l'étude du mécanisme de solubilité des nitrocelluloses, nous avons étudié l'absorption par des fibres de ramie nitrée de divers esters d'acides organiques. Notre étude a porté sur les acétates de méthyle, éthyle, propyle, butyle, amyle-n. et isoamyle, et sur les esters méthyliques des acides propionique, butyrique, caproïque et diéthylacétique. Tous les esters employés étaient soigneusement redistillés et séchés.

Le tableau ci-contre est relatif à une absorption en milieu vapeur suivant le mode opératoire qui a déjà été décrit dans plusieurs Mémoires antérieurs (1). On donne

$$N_2 = \frac{G_2}{G_2 + R}$$

en fonction de C, concentration du gélatinisant dans la solution huileuse.

G_2, nombre de mol. de gélatinisant dans la phase fibreuse;
R, nombre de groupes C_6 (température 40° C).

A partir de l'acétate de propyle et surtout de l'acétate de butyle, on a

(1) J. Desmaroux et M. Mathieu, *Mémorial des Poudres*, 26, 1934-35, p. 180; 28, 1938, p. 204; M. Mathieu, *Gélatinisation des nitrocelluloses*, Paris, 1935; Th. Petitpas, *J. Chim. Phys.*, 37, 1940, p. 6.

Acétate de méthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
1,8	0,05	2,4	0,13
3,6	0,12	4,5	0,16
5,6	0,13	4,55	0,23
13,0	0,38	7,9	0,22
14,9	0,42	9,6	0,28
21,0	0,40	16,1	0,42
25,6	0,54	20,2	0,50
29,0	0,60	23,2	0,50
29,0	0,73	53,0	0,60
soluble		78,0	0,65
		89,9	0,65
		100	0,80

Acétate d'éthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
4,7	0,14	2,0	0,07
8,2	0,21	4,8	0,17
18,1	0,41	9,4	0,27
27,4	0,58	19,9	0,41
33,2	0,64	25,1	0,48
47,5	0,72	27,9	0,55
64,1	0,79	37,0	0,55
soluble		42,1	0,59
		48,7	0,65
		58,7	0,71
		67,3	0,70
		80,0	0,78
		82,6	0,88
		100	soluble

Acétate de propyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
5,1	0,065	4,7	0,14
9,4	0,14	9,5	0,23
17,4	0,27	14,8	0,21
27,5	0,49	17,8	0,29
36,4	0,59	22,2	0,28
54,7	0,69	31,0	0,41
66,5	0,79	39,2	0,54
soluble		46,8	0,56
		50,8	0,63
		58,5	0,64
		79,5	0,79
		100	0,91

Acétate de butyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
9,8	0,076	5,5	0,083
18,9	0,25	10,0	0,20
28,0	0,46	18,7	0,30
36,7	0,60	27,8	0,36
46,5	0,67	37,3	0,47
59,7	0,74	56,0	0,65
soluble		77,6	0,83
		100	soluble

Acétate d'amyle n.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
3,6	0	4,8	0,056
9,3	0	11,6	0,13
20,6	0,053	18,3	0,21
23,6	0,080	24,5	0,29
28,5	0,24	30,6	0,36
35,4	0,57	37,6	0,41
52,6	0,61	55,4	0,60
soluble		73,3	0,72
		100	soluble

Acétate d'isoamyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
4,8	0	4,8	0,08
10,1	0,016	13,9	0,18
14,4	0,029	18,0	0,27
18,9	0,077	18,5	0,26
27,5	0,18	22,5	0,29
36,3	0,54	35,9	0,40
45,2	0,64	45,8	0,50
55,9	0,70	47,5	0,47
66,2	0,75	65,9	0,68
76,8	0,78	77,2	0,72
87,8	0,80	100	0,78
100	0,84		

Propionate de méthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
8,9	0,22	8,7	0,22
18,2	0,30	17,0	0,32
25,5	0,41	28,2	0,45
37,0	0,54	48,0	0,55
45,0	0,51	60,7	0,56
48,0	0,64	71,0	0,65
63,8	0,67	87,9	0,72
soluble		100	0,84 (*)

Butyrate de méthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
4,1	0,1	9,3	0,17
7,0	0,1	23,05	0,30
13,3	0,23	28,4	0,31
21,1	0,28	39,9	0,48
22,4	0,30	58,1	0,56
32,3	0,41	78,9	0,69
48,0	0,67	100	0,84
75,5	0,84		
100	soluble		

Diéthyl acétate de méthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
20,1	0	20,7	0,12
52,2	0,18	50,9	0,35
79,8	0,76	79,9	0,48
100	0,89	100	0,57

Caproate de méthyle.

C %.	N^2 dinitro.	C %.	N^2 trinitro.
19,7	0,04	19,7	0,24
48,5	0,35	50,2	0,42
77,7	0,78	79,3	0,63
100	0,89	100	0,66 (*)

(*) Soluble dans le liquide.

observé pour la première fois *une différence dans le comportement des fibres en fonction du taux d'azote*; les courbes d'absorption ne se superposent plus. On observe aussi des différences de solubilité dans les différents isomères suivant la forme de la chaîne de l'ester.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Études des structures des phases fibreuses nitrocellulose-acétates d'alcoyl, nitrocellulose-acétone.* Note de Mlle **Thérèse Petitpas** et M. **Marcel Mathieu**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons suivi à l'aide des diagrammes de rayons X l'évolution de la structure des phases fibreuses constituées par la ramie nitrée en équilibre avec la vapeur d'un gélatinisant et étudiées précédemment ([1]). Avec les ramies nitrées en dinitrocellulose le diagramme évolue régulièrement jusqu'à ce que la concentration moléculaire en gélatinisant atteigne $N_2 = 0,5$. Les taches observées sont trop diffuses pour qu'il soit possible de faire des mesures précises.

Au delà de cette concentration l'altération de la structure devient telle que rapidement on ne peut plus interpréter les diagrammes.

Avec des ramies fortement nitrées, au contraire, on obtient des diagrammes très nets, portant de nombreuses taches sur l'équateur et des arcs sur l'axe perpendiculaire à l'équateur. Les diagrammes se précisent à mesure que s'accroît, dans les fibres, la concentration en gélatinisant jusqu'au type finalement obtenu. Le maximum de netteté à lieu pour $N_2 = 0,5$. Cette netteté se conserve tant que la matière cellulosique reste fibreuse. De plus les positions des taches ne changent plus en fonction de la concentration quand N_2 dépasse 0,5.

La gélatinisation, quand elle se produit, a lieu pour $N_2 = 0,8$ environ.

Tant que N_2 n'a pas atteint la valeur 0,5 les diagrammes peuvent s'interpréter comme dus à des cristaux mixtes formés de nitrocellulose et du composé à 0,5 de gélatinisant. Sur ces diagrammes, la tache qui provient du grand écartement réticulaire est floue. Elle occupe une position intermédiaire variable avec la concentration N_2.

([1]) Jean Desmaroux, Thérèse Petitpas et Gérard Desseigne, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 50.

Les tableaux suivants donnent les mesures faites sur les diagrammes stabilisés de la ramie trinitrée.

Ester.	Distances équatoriales mesurées.						Distances correspondant aux arcs, sur un arc perpendiculaire à l'équateur.	
Acétate de méthyle......	15,7	9,6	7,3	5,2	4,1	3,9	5,0	3,4
» d'éthyle........	16,3	9,4	7,3	–	4,3	–	5,1	3,5
» de propyle......	16,9	9,4	7,3	–	4,4	–	5,3	3,6 (*)
» de butyle.......	17,6	9,2	7,3	–	4,3	–	–	–
Propionate de méthyle..	16,3	9,4	7,3	–	4,3	–	–	–
Butyrate » ..	16,6	9,3	7,3	–	4,3	–	–	–

(*) Arcs B_1 et B_2 de la trinitro.

Les diagrammes observés peuvent être interprétés par des mailles monocliniques définies par les paramètres suivants obtenus par une concentration géométrique à partir du réseau polaire. Ces valeurs sont connues à 3 % près (erreur maximum).

Ester.	a.	β.	c.	b (axe de fibre). (en Å).
Acétate de méthyle........	36	60°	10	5,1
» d'éthyle...........	38	59	10	5,1
» de propyle.........	40	58	10	5,1
» de butyle.........	42	57	10	5,1
Acétone (*)...............	34	60	10	5,1

(*) En présence de traces d'eau ou d'alcool.

Il est curieux de constater que le diagramme décrit par Kurt Hess ([2]), puis par M. Mathieu ([3]), de la substance désignée sous le nom *d'acétone-trinitrocellulose*-I rentre dans la systématique qui groupe les diagrammes donnés par les acétates d'alcoyles.

On constate que les deux isomères, le propionate de méthyle et l'acétate d'éthyle conduisent aux mêmes diagrammes; de même les deux isomères, l'acétate de propyle et le butyrate de méthyle donnent des mesures très voisines bien que non tout à fait identiques.

A partir du groupe des différents esters isomères de poids moléculaire 130

([2]) Kurt Hess, Trogus et Tomonari, *Z. phys. Chem.*, 16, 1932, p. 351.
([3]) *Thèse*, Paris, 1936, p. 138.

(acétates d'amyle normal et d'isoamyle, caproate de méthyle et diéthyl acétate de méthyle) on n'obtient plus de diagramme correspondant à une substance bien cristallisée. Toutes les taches deviennent larges et faibles, et l'on a seulement près du centre, c'est-à-dire correspondant au grand écartement, une tache qui reste assez intense mais étalée vers le centre. Si l'on essaye de mesurer l'écartement auquel elle correspond, on ne trouve pas une valeur qui entre d'une manière convenable dans la série donnée pour les esters à chaînes plus courtes. On trouve une valeur trop forte.

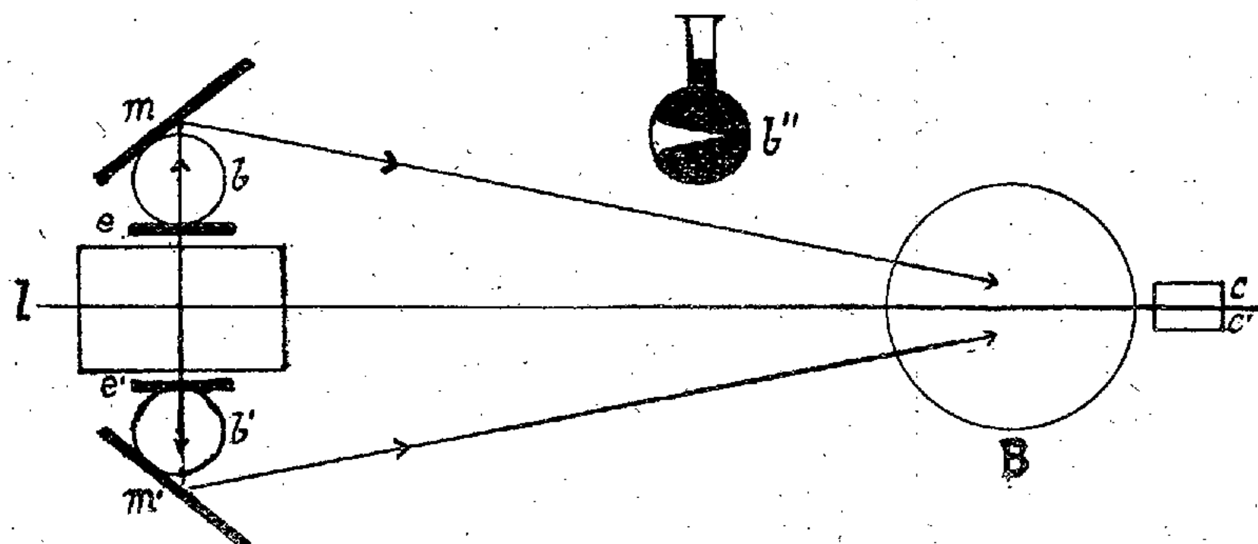
CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dispositif optique simple pour effectuer des mesures par indicateurs fluorescents.* Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans le double but d'obtenir avec précision le moment du virage avec un indicateur fluorescent utilisé pour effectuer une volumétrie et de comparer commodément les teintes obtenues dans la détermination du pH par la méthode des tampons, j'utilise un montage optique pouvant être constitué avec les ressources d'un laboratoire ordinaire de chimie, à l'exclusion de toute pièce coûteuse; je mets à profit les remarques faites par M. A. Cotton sur l'emploi comme condenseurs de ballons pleins de liquides. La lampe productrice de rayons ultraviolets 1 (voir la fig.), lampe pouvant envoyer des rayons dans deux directions opposées, est enfermée dans une boîte métallique portant deux ouvertures latérales symétriques, circulaires, de 5 à 6^{cm} de diamètre. Contre chacune de ces ouvertures, en e, e', est disposé un écran verre gélatine à base de cuivre et d'hématoxyline que j'ai décrit avec Lecomte dans une Note précédente [1]. Ces écrans laissent passer 73 % de la radiation 3660 Å et une faible portion de lumière violette ne gênant pas pour le but proposé. (Associés à un verre à l'oxyde de nickel, ils arrêteraient complètement le rayonnement visible et seraient

---

(1) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 205. Je signale à cette occasion que l'on peut constituer soi-même de bonnes lunettes protectrices pour ultraviolet en découpant des rondelles dans une lame de cellophane ou dans une plaque de verre gélatiné, immergée pendant une heure dans une solution aqueuse concentrée d'acide picrique. Cet écran ne transmet que 0,5 % de la raie 3660 Å, il devient brusquement transparent dans le violet et sa faible couleur jaune ne gêne pas l'examen des substances fluorescentes.

commodes pour l'examen des couleurs de fluorescence.) Un petit ballon de verre mince b, b' de 100^{cm^3}, à fond plat, rempli d'eau ou de tétrachlorure de carbone, est disposé contre chaque écran et joue le rôle de condenseur. Deux miroirs plans ordinaires m, m' dirigent les deux faisceaux



Dispositif optique simple.

vers un troisième ballon B, d'un litre, disposé dans l'axe de la lampe et rempli comme les premiers. C'est derrière ce ballon B qu'est placée la substance à examiner. Pour régler commodément les miroirs, il suffit de déplacer sur le trajet des faisceaux réfléchis, une petite plaquette recouverte d'une substance fluorescente, un vase contenant une solution alcoolique de fluorescéine, ou simplement encore la main de l'opérateur, les ongles étant tournés vers la source.

Premier cas. — Il s'agit d'un dosage volumétrique : ce sera, pour préciser, le dosage d'un vinaigre coloré ou d'un vin rouge, sur 1^{cm^3} de liquide, avec la soude N/1000 versée avec la microburette et le β-naphtol ou l'éosine B. N. comme indicateur. L'un des ballons b est supprimé et le dosage s'effectue dans un petit ballon de 10^{cm^3}. La caustique obtenue a une forme caractéristique représentée à part, sur la figure en b''. Au cours du titrage, on examine surtout le point de rebroussement de cette développée dont la position et l'éclat changent brusquement au moment du virage. Dans notre montage, le ballon B est à une distance de $2^{m},50$ de la lampe. On gagne encore en précision si l'on s'arrange pour que la caustique soit coupée en deux par la surface libre du liquide à doser, surtout si l'examen se fait de dessus. L'endroit où l'on remet le petit ballon b après addition a peu d'importance à cause de la forme des condenseurs. Comme en volumétrie ordinaire, la précision est augmentée si l'on assiste à une disparition de fluorescence (cas du β-naphtol) plutôt qu'à une apparition (cas de

l'éosine B. N.). Il vaut mieux, dans cette hypothèse, verser le vinaigre dans un volume donné de soude.

Deuxième cas. — Il s'agit d'une mesure de pH. Les deux ballons *b* et *b'* sont en place et derrière le ballon B, on dispose deux petites cuves parallèles, identiques, dont la position est fixée par un guide; elles ont une forme demi-cylindrique et une capacité de 5^{cm^3}; elles contiennent initialement le même liquide coloré ou non avec une trace de rhodamine 6G qui n'est pas sensible à l'action du pH. Si le montage est bien symétrique, on observe dans ces cuves les deux caustiques identiques, de même longueur et ayant leurs axes sensiblement parallèles. L'examen se fait toujours de haut en bas. La gamme des indicateurs et les tampons employés sont classiques et ne donnent lieu à aucune remarque spéciale.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'emploi des baromètres à mercure du type à large cuvette.* Note de M. **Louis Cagniard**, présentée par M. Charles Maurain.

Les valeurs horaires de la pression barométrique, cataloguées dans les Annuaires météorologiques, y sont exprimées en dixièmes de millimètre de mercure ou en dixièmes de millibar. Le choix de cette unité correspond à peu près à la précision expérimentale obtenue, dans une mesure isolée, à l'aide des bons baromètres météorologiques. L'usage s'est établi d'exprimer et de cataloguer les moyennes en centièmes de millimètre ou de millibar, car on espère, à juste titre, que les erreurs *accidentelles* entachant chaque mesure isolée se compensent en grande partie lorsqu'on calcule la moyenne d'une longue série de mesures.

Effectivement, un graphique des moyennes horaires pour l'année entière, traduisant la petite variation journalière de la pression en un lieu donné, présente une allure régulière, compte tenu des centièmes. Cependant la régularité d'un tel graphique ne doit pas faire illusion. Si, par exemple, les corrections de température étaient systématiquement, même grossièrement faussées, l'allure du graphique s'en trouverait modifiée, mais n'en resterait pas moins régulière, car les fluctuations de la température du baromètre présentent, elles aussi, une régularité moyenne.

Si donc il est logique de conserver le chiffre des centièmes dans l'expression des moyennes, le procédé n'est cependant parfaitement correct que si

toute erreur *systématique* pouvant dépasser le centième est soigneusement évitée. Or la méthode actuellement suivie entraîne des erreurs systématiques beaucoup plus importantes qui peuvent, avec certains baromètres, dépasser largement le dixième de millimètre.

Les erreurs en question interviennent dans l'emploi des Tables par lesquelles on réduit en hauteur H_0 de mercure à zéro, les observations qu'on a réellement effectuées à la température t. Dans le cas d'un baromètre *normal*, H_0 se calcule à partir de la dénivellation H_t, lue à la température t, à l'aide de la formule classique

$$(1) \qquad H_0 = H_t \frac{1+\alpha t}{1+Kt},$$

dans laquelle α et K désignent respectivement les coefficients de dilatation linéaire de l'échelle et cubique du mercure.

Or le baromètre presque toujours utilisé dans les stations météorologiques, du fait de sa précision, de sa facilité comme de sa rapidité de lecture supérieures, n'est pas un baromètre normal, mais un baromètre du type à large cuvette. C'est bien à tort qu'on applique à ce baromètre la formule de réduction ci-dessus rappelée.

Soient z_1 et z_2 les deux niveaux du mercure, s la section intérieure du tube, S la différence entre la section intérieure de la large cuvette et la section extérieure du tube, V le volume de tout le mercure du baromètre. *A température constante*

$$(2) \qquad s\,dz_2 + S\,dz_1 = dV = 0$$

ou

$$(3) \qquad z_2 - z_1 = z_2\left(1 + \frac{s}{S}\right) + \text{const.}$$

Il résulte de là qu'on peut calculer la dénivellation $z_2 - z_1$ à partir de la lecture du seul niveau z_2. Or la température n'est pas constante et l'on semble oublier que s, S, principalement V sont des fonctions de t. La formule (3) n'est donc pas exacte. Une correction *préalable* doit lui être apportée pour déterminer $z_2 - z_1$ à partir de z_2. Cette correction *préalable* ne dispense évidemment pas des corrections ultérieures de réduction en mercure à zéro.

Le calcul correct est, bien entendu, des plus élémentaires. Il conduit à

une formule de réduction un peu plus compliquée que (1), dont la forme même est différente. Cette petite complication n'entraîne d'ailleurs aucune difficulté pratique puisqu'elle n'intervient que dans le calcul des tables de réduction, calcul effectué une fois pour toutes pour un baromètre de caractéristiques données. On n'oubliera pas que, dans le calcul de la table en question, l'on devra conserver *au moins* le chiffre des centièmes. On n'arrondira *après coup* au dixième le plus voisin qu'au moment de l'édition de la table *usuelle*.

Je me bornerai à indiquer ici que l'écart *principal* entre la formule correcte et la formule incorrecte réside dans un terme supplémentaire soustractif dont l'ordre de grandeur est kht, h désignant la hauteur à laquelle s'élèverait le mercure au-dessus du fond d'une cuvette de section S, en supposant la *totalité* du mercure du baromètre versée dans une telle cuvette.

Dans les baromètres de construction française, il semble que $S = 100\,s$. Dans ces conditions, h est heureusement aussi petit que possible et ne doit pas dépasser 2 à 3^{cm}. Toutefois h croît très vite quand le rapport S/s des sections diminue. Il semble que certains constructeurs étrangers, pour augmenter le diamètre du tube barométrique et ne pas accroître exagérément le poids de l'instrument, ont adopté des rapports de l'ordre de 20. h est alors de l'ordre de 6^{cm}. Avec un rapport de l'ordre de 10, h s'élèverait à 10^{cm}.

Supposons que h soit seulement de 2 à 3^{cm}. Pour $t = 20°$ (les tables de Angot s'étendent jusqu'à 40°), l'écart atteint déjà l'ordre de grandeur du dixième de millimètre. C'est assurément peu sur une mesure isolée, mais cela suffit pour modifier le chiffre des dixièmes dans un nombre de la table sur deux, dès la température de 10°, pour accroître tous les nombres d'un dixième au voisinage de 20°, parfois de deux dixièmes au delà.

Il apparaît aussi que des fluctuations journalières de quelques degrés seulement dans la température du baromètre se traduisent, lorsque les tables sont incorrectes, par des fluctuations parasites de quelques centièmes dans les moyennes horaires.

De telles erreurs sont des minima. Elles s'exagèrent pour des rapports de sections dont la valeur est moindre ou pour des baromètres dont les cuvettes sont inutilement et exagérément profondes.

GÉNÉTIQUE. — *Sur l'analyse génétique des asques du* Podospora anserina. Note ([1]) de M. **Georges Rizet**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les asques du *Podospora anserina* contiennent généralement quatre spores binucléées et bisexuées mais ils donnent lieu quelquefois à la production de spores simples uninucléées et unisexuées. Il semble, en particulier, que chacune des spores binucléées soit remplaçable par deux spores simples de *signes* complémentaires.

La production de telles spores traduit bien certainement l'existence d'une ségrégation des *sexes* au cours de l'histoire de l'asque; l'homothallisme des souches issues de spores normales s'expliquerait alors par la coexistence dans leur mycélium des facteurs déterminant l'un et l'autre *sexe* ([2]).

L'étude que nous avons faite de ce *Podospora* nous a permis d'observer un autre exemple de ségrégation; nous avons rapproché en cultures mixtes des souches unisexuées et de *signes* contraires dont l'une présentait un mycélium coloré et l'autre un mycélium incolore : le plus souvent les asques que nous avons ainsi obtenus répondent à l'analyse que nous avons déjà donnée ([2]) et en particulier si deux spores simples tiennent la place d'une spore normale l'une fournit un mycélium coloré l'autre un mycélium incolore; chacune des spores normales issues de ce croisement est homothallique et peut être ainsi l'origine d'une nouvelle génération : l'étude que nous avons faite d'asques nouveaux ainsi obtenus nous les a révélés identiques aux précédents. Chacune de ces spores binucléées semble donc contenir en puissance les facteurs *mycélium coloré* et *mycélium incolore*, comme on pouvait le supposer et comme le laissaient prévoir les mycéliums qu'elles fournissent ([3]) mais, de plus, ces facteurs paraissent capables de s'isoler à la génération fille.

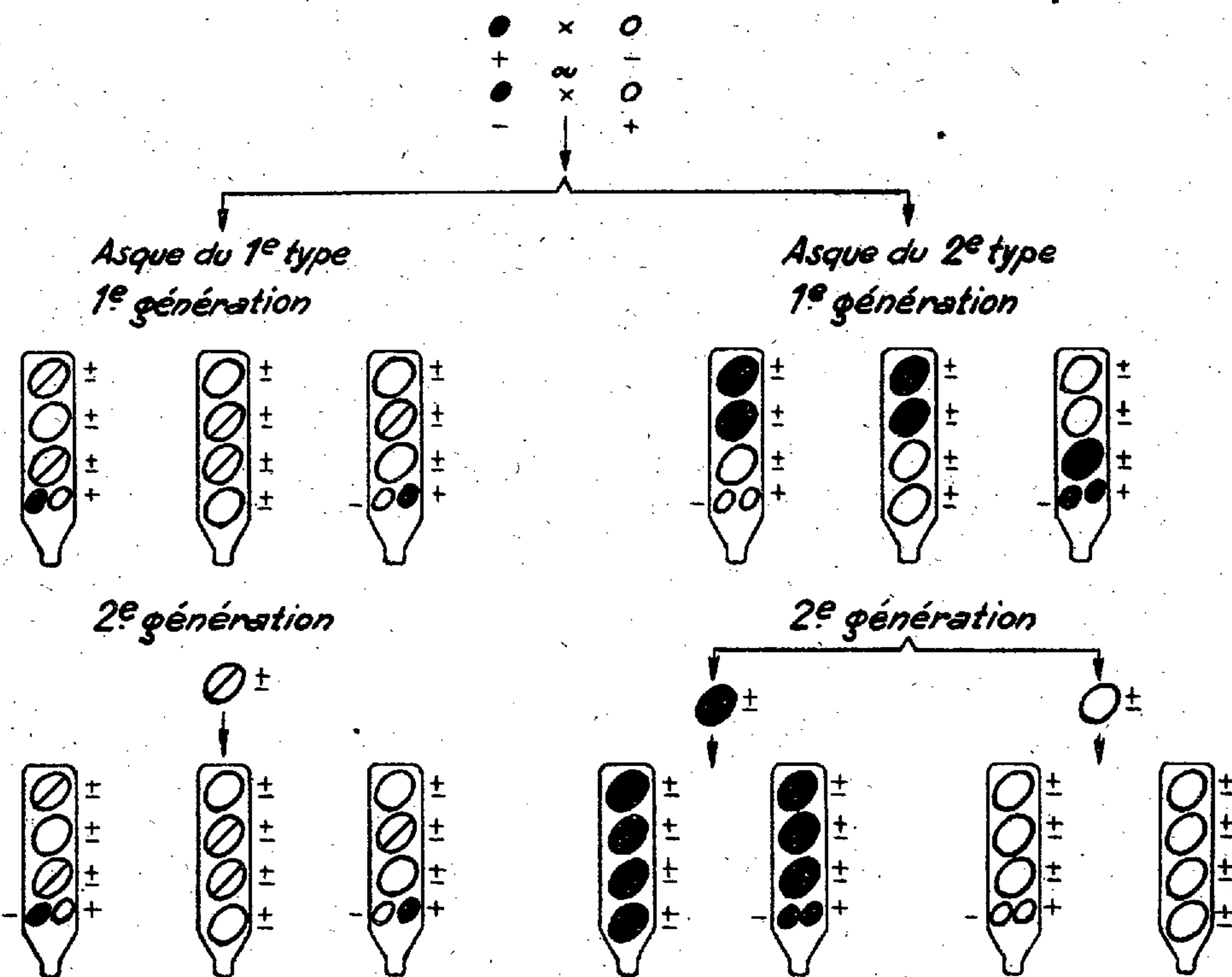
Mais il nous a été permis d'observer également, beaucoup moins fréquemment d'ailleurs et en mélange avec les précédents dans les mêmes périthèces, des asques bien différents : chacun d'eux contient deux spores

([1]) Séance du 15 mai 1940.

([2]) *Annals of Botany*, 45, 1931, p. 14.

([3]) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 771.

normales capables de fournir des mycéliums incolores et deux spores normales capables de donner lieu au développement de mycéliums colorés; chacune de ces spores doubles bisexuées paraît aussi remplaçable par deux spores simples unisexuées de signes complémentaires, mais par deux spores produisant des mycéliums tous deux incolores ou tous deux colorés; chacune est apte également à fournir une génération nouvelle, mais celle-ci



Representation schématique des divers types d'asques observés

O = *Spore donnant naissance à un mycélium blanc*
● = ——— *vert*
⊘ = ——— *blanc avec traînées vertes*

donnera lieu à la production de mycéliums fils soit tous incolores, soit tous colorés.

L'existence, dans un asque, de deux spores simples fournissant des mycéliums de coloration différente, traduisait déjà l'existence d'une ségrégation; l'étude des spores binucléées, issues des mêmes asques, nous

conduit à des résultats analogues et nous montre l'indépendance dans un même mycélium des caractères *coloré* et *incolore;* enfin l'existence d'un type d'asques nouveau, dont les spores fournissent des mycéliums où ces caractères sont groupés d'une manière différente, s'ajoute heureusement aux faits précédents pour nous confirmer le caractère nettement mendélien de cette ségrégation.

Les résultats que nous fournit l'étude des asques du deuxième type nous montrent encore par une voie nouvelle, que la ségrégation des colorations peut ne pas se produire en même temps que la ségrégation des sexes.

Il nous paraît intéressant enfin de dire quelques-uns des faits que nous observons avec le langage de la théorie nucléaire de l'hérédité : si nous envisageons la coloration de nos souches issues de spores, doubles, bisexuées, normales, nous reconnaissons des souches hétérocaryotiques (asques du 1er type) et des souches homocaryotiques (incolores ou colorées-asques du 2e type) mais si nous envisageons leur valeur sexuelle toutes sont hétérocaryotiques par rapport à ce caractère. Le bien-fondé de cette conception serait de nature à nous montrer le rôle joué par la différence sexuelle dans le déterminisme du groupement des noyaux dans la formation des spores binucléées chez ce *Podospora* aux asques tétrasporés.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Il est possible d'adapter directement au poumon de Souris un virus de typhus historique isolé et conservé sur Cobaye.* Note de MM. **Paul Giroud** et **René Panthier**, présentée par M. Émile Roubaud.

Paul Durand et Hélène Sparrow ([1]) ont obtenu dans le poumon de la Souris la culture des rickettsies du typhus historique à partir de l'intestin de Pou infecté. Nous nous sommes demandés, vu l'intérêt de la question, s'il n'était pas possible d'adapter directement au poumon de Souris un virus de typhus historique isolé et conservé sur Cobaye.

Nous avions déjà constaté des résultats partiels chez la Souris à l'aide des lésions pulmonaires du Cynocéphale et du Cobaye, infectés par voie péritonéale.

([1]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 420.

Nos essais présents ont surtout été faits au départ de la vaginale du Cobaye, essais analogues à ceux qui nous avaient permis d'adapter au poumon de Souris une souche de Fièvre pourprée (souche Parker) et notre virus boutonneux (souche Juan).

La souche de typhus historique que nous avons employée (souche Tunis Rabta), après une incubation de 7 ou 8 jours provoque chez le Cobaye mâle une hyperthermie et un léger exsudat au niveau des vaginales. A côté de cette évolution habituelle on peut noter exceptionnellement une évolution particulière avec une courte période d'incubation et une inflammation intense de la vaginale ([2]). Ces variations se produisent de préférence à certaines périodes de l'année et peuvent être en rapport avec les régimes. Nous avons vu aussi que des injections répétées d'extrait globulaire peuvent provoquer la présence de rickettsies dans l'exsudat où celles-ci manquent ([3]). Nous insistons sur ce point puisque ce sont les exsudats de la vaginale que nous avons employés pour l'inoculation de la Souris.

1. *Essais faits au dépens d'un exsudat vaginal léger, pauvre en rickettsies (évolution normale d'une souche de passage).* — A partir de Cobayes présentant un exsudat vaginal léger et de très rares rickettsies, il a été possible à chaque essai d'obtenir l'infection pulmonaire sur la Souris et de la reproduire au cours de plusieurs passages. Cependant celle-ci, très peu marquée au départ (congestion avec quelques petits points d'hépatisation), s'accompagne de peu de signes cliniques. Aussi, le moment optimum où le passage doit être effectué est très difficile à définir et nous n'avons pu, au cours des passages successifs, provoquer une véritable culture.

2. *Essais faits aux dépens d'exsudat vaginal riche en rickettsies (évolution exceptionnelle d'une souche de passage).* — Un exsudat vaginal riche en rickettsies prélevé le 6e jour chez un Cobaye de passage présentant une péri-orchite provoque, chez la Souris inoculée par voie nasale, une maladie sérieuse. Au 4e jour, ces animaux ont le poil hérissé, la respiration rapide, une température basse; sacrifiés, on constate des points d'hépatisation dans le poumon et quelques rickettsies sur les frottis. Au 2e passage, la Souris sacrifiée le 4e jour présentait déjà des poumons complètement hépatisés avec d'assez nombreuses rickettsies.

([2]) Paul Giroud, *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 714.
([3]) Paul Giroud, *C. R. Soc. Biol.*, 123, 1936, p. 368.

Au passage suivant les poumons des animaux examinés le 3e jour étaient très riches en ces mêmes éléments. Les autres passages ont donné depuis des résultats analogues.

Pouvoir pathogène pour le Cobaye. — Ce virus bien adapté au poumon de Souris, inoculé dans le péritoine du Cobaye, provoque une maladie très grave, sans incubation (une température de 41°, une péri-orchite très importante dès le 4e jour). Le 5e jour il y a un abondant exsudat vaginal avec présence de nombreuses rickettsies qui, repassées à la Souris par voie respiratoire, provoquent directement une très belle culture locale. Au cours des passages Cobaye-Cobaye la réaction scrotale disparaît et l'incubation de la maladie devient normale.

Dosage de la virulence. — Nous avons aussi dosé la virulence des poumons de ces Souris dans la peau du Lapin suivant notre technique habituelle. Elle est considérable, puisqu'elle produit une nécrose très importante et un nodule avec le 1/5000e de poumon inoculé dans la peau. La virulence est au moins égale à celle que nous avons constatée pour la souche de Paul Durand et Hélène Sparrow provenant du Pou et prise comme témoin.

Inoculation intra-trachéale au Lapin. — Enfin le Lapin, inoculé par voie trachéale avec le poumon de Souris, sacrifié le 6e jour, présente une augmentation du volume du poumon avec hépatisation complète. On peut y mettre en évidence des rickettsies intra-cellulaires.

3. *Essais faits au dépens d'exsudat augmenté artificiellement.* — On sait que chez le Cobaye de passage la présence d'abondantes rickettsies est assez rare, aussi avons-nous essayé de provoquer leur augmentation par des injections intrapéritonéales répétées d'extrait globulaire. La vaginale d'un Cobaye ainsi traité et sacrifié le 10e jour de l'inoculation, 2e jour de la fièvre, sert à inoculer des Souris. Dans les deux premiers passages, il y a des lésions pulmonaires discrètes, mais pas de rickettsies : elles apparaissent au 3e passage et à partir du 5e elles sont innombrables.

Conclusion. — Il est possible d'adapter directement au poumon de Souris un virus de typhus historique sans l'intermédiaire du Pou. Après un nombre variable de passages, suivant l'origine de la souche, l'adaptation est complète. La pullulation des rickettsies est intense lorsque le maximum de la maladie est obtenu vers les 3e ou 4e jour.

La virulence du poumon de Souris dosée dans la peau du Lapin est considérable. Ce poumon injecté dans le péritoine du Cobaye provoque une

maladie très grave, sans incubation, avec une grosse réaction scrotale et une grande quantité d'éléments.

Inoculé dans la trachée du Lapin il provoque une broncho-pneumonie typhique dont le maximum est au 5ᵉ, 6ᵉ jour, avec présence d'innombrables rickettsies ce qui peut permettre, étant donné le poids de ces poumons, d'obtenir une quantité très importante de produit virulent.

La séance est levée à 15h40m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JANVIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Alfred Lacroix** fait hommage à l'Académie d'une Note personnelle sur *Les laves des volcans inactifs des îles Marion et Crozet*, recueillies en 1939 par M. Jeannel, professeur au Muséum, naturaliste attaché à la *La Croisière de Bougainville aux Iles australes françaises.*

M. **Émile Picard** présente dans les termes suivants l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1941 :

On sait que les quatre premiers Chapitres de l'Annuaire du Bureau sont consacrés au *Calendrier*, à la *Terre*, à l'*Astronomie*, aux *Unités de mesure* et aux *Monnaies*. Un cinquième Chapitre est consacré dans les années paires aux *Données physiques et chimiques*, et dans les années impaires aux *Données géographiques*, *statistiques et démographiques*, *Tables de survie*, *d'annuités et d'amortissement.*

Dans le *premier* Chapitre du présent volume, le paragraphe consacré aux *Météores* (qu'on appelait jadis étoiles filantes) a été complètement remanié par M. et Mme de Grandchamp, et l'on a complété aussi les renseignements relatifs aux *magnitudes* des étoiles. Dans le *deuxième* Chapitre, on a étendu les notions sur le *champ magnétique terrestre*. Dans le *troisième* Chapitre, on trouvera des renseignements sur les *Fuseaux horaires*, les tableaux des heures légales et une Note sur les *Signaux horaires*. Les paragraphes sur la *constitution physique de la Lune* et sur la *lumière* de cet astre

ont été remaniés. On a beaucoup étendu ce qui concerne les *parallaxes stellaires*, et l'on a indiqué les diverses méthodes propres à les obtenir. Comme d'habitude, on trouve dans le *quatrième* Chapitre un *résumé de physique solaire*, des données sur les *spectres stellaires* et un article sur les *petites planètes*.

Le *cinquième* Chapitre contient cette année (année impaire) des données *géographiques* et *démographiques*. Il n'est pas besoin d'insister sur les difficultés que présentait la rédaction de ce Chapitre. Les données *statistiques* relatives à la France ont été mises à jour autant que possible par M. Barriol.

Nous n'avons pu avoir en temps voulu les *Notices* qui terminent généralement cet Annuaire.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Corrrespondance :

Jean Torlais. *Un médecin rochelais au* XVIIe *siècle précurseur de l'eugénisme :* Nicolas Venette.

MM. **Frédéric Bremer**, **André Claude**, **Vladimir Frolow**, **Raoul Lecoq**, **Gilbert Mathieu**, **J.-André Thomas** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa**, Mlle **Andrée Tétry**; MM. **Louis Blaringhem**, **Jean Orcel**, **Georges Petit**, **Jules Rouch** adressent des remercîments pour les subventions qui leur ont été accordées sur diverses Fondations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'indétermination de certaines limites.* Note de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Émile Borel.

S'il est vrai qu'un ensemble *de mesure nulle*, selon la conception hardie de M. Émile Borel, soit négligeable dans le *presque partout* si fécond de M. Henri Lebesgue, c'est une *régularité de répartition* absolument inattendue qu'a obtenue M. Arnaud Denjoy pour les nombres dérivés des fonctions continues [1]. Qu'une telle régularité tienne à la structure même

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5e série, 1, 1915, p. 105.

du *faisceau dérivé* d'un ensemble quelconque de points dans l'espace euclidien d'un nombre arbitraire de dimensions, voilà ce que je me suis efforcé de montrer dans ma Thèse par l'étude des propriétés tangentielles de ces ensembles ([2]). Mais que, grâce au théorème que j'ai donné sur la répartition des nombres dérivés *d'ordre supérieur* ([3]), cette régularité régisse la disposition des *éléments de contact* de tous ordres aux variétés de toutes dimensions, tel est le premier point de cette Note. Or il y a plus : de ces résultats, comme de celui que j'ai obtenu sur les limites des fonctions *méromorphes* en leurs points singuliers ([4]), se dégage par induction un *principe* dont la portée dépasse vraisemblablement de beaucoup ces quelques champs d'application.

I. Éléments de contact des variétés. — Théorème. — *Dans l'espace euclidien à* n *dimensions, en chaque point* M *d'une variété* V *à* p *dimensions, sauf peut-être en certains dont l'ensemble est de mesure* p*-dimentionnelle* nulle, *les éléments de contact d'ordre* r *des positions limites de variétés analytiques à* $n-p$ *dimensions passant par* M *et* r *points de* V *quand ceux-ci tendent vers* M, *ne peuvent qu'être* complètement indéterminés *parmi ceux qui font intervenir un point de moins tendant vers* M, *ou présenter la disposition* bien déterminée *classique que l'on aurait si* V *était analytique.*

En conséquence, ces *éléments de contact* à la variété V, d'ordre r et de dimension $n-p$, ne peuvent présenter, *presque partout sur* V, que l'une des $r+1$ *dispositions classiques* correspondant à l'ordre r ou à l'un des ordres inférieurs du cas *analytique*.

Par exemple, pour une *courbe gauche* C de l'espace ordinaire ($p=1$, $n=3$), sauf peut-être en des points M dont l'ensemble est *de longueur nulle*, le système des *sphères surosculatrices* ($r=3$) se compose :

soit ($r'=3$) d'une sphère *unique*,

soit ($r'=2$) de *toutes* les sphères passant par un même cercle (le cercle osculateur *unique* à C),

soit ($r'=1$) de *toutes* les sphères tangentes à une même droite (la tangente *unique* à C),

soit enfin ($r'=0$) de *toutes* les sphères passant par M.

De même, pour une *surface* S($p=2$, $n=3$), sauf peut-être en des

---

([2]) *Acta mathematica*, 69, 1937, p. 99.
([3]) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 11.
([4]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1276.

points M dont l'ensemble est d'*aire nulle* cette fois, le système des *cercles de courbure* ($r = 2$) se compose :

soit ($r' = 2$) de *tous* les cercles des sphères de Meusnier correspondant à une indicatrice de Dupin *unique*,

soit ($r' = 1$) de *tous* les cercles tangents à un même plan (le plan tangent *unique* à S),

soit enfin ($r' = 0$) de *tous* les cercles passant par M.

La démonstration du théorème général se fait *par récurrence* sur l'ordre r à partir du premier étudié dans ma Thèse. L'existence, en un point M de la variété V, d'une variété analytique à $n - p$ dimensions ayant avec V un contact d'ordre $r - 1$, mais non pas d'ordre r (au sens déjà précisé), permet la représentation de V au voisinage de M par des fonctions ayant, presque partout sur V, des dérivées partielles *jusqu'à l'ordre* $r - 1$ *inclusivement*, celles de ce dernier ordre ayant elles-mêmes, relativement à un ensemble convenable sur V (l'« ossature » de V), des *différentielles premières*. Ici, comme pour le premier ordre, on trouve au cœur de la question le si extraordinaire théorème de M. Lebesgue, d'après lequel *un ensemble est d'épaisseur*[5] *un en presque tous ses points*. Enfin, dans le cas des sphères et cercles attachés aux courbes et surfaces, on peut donner aux démonstrations une tournure géométrique faisant intervenir, au moyen d'une inversion convenable, les propriétés de *courbure* des courbes et surfaces *convexes*.

II. Principe d'exclusion de l'indétermination incomplète pour certaines limites. — Certaines théories mathématiques, basées sur une notion de *limite* (par exemple, la théorie de la dérivation, celle des tangentes et plans tangents, de la courbure des courbes et surfaces du plan osculateur, de la sphère surosculatrice, et plus généralement du contact des divers ordres, celle aussi des fonctions méromorphes au voisinage de leurs points singuliers, et sans doute bien d'autres encore), peuvent être développées de manière qu'*entre l'indétermination la plus complète et la détermination unique, le cas intermédiaire d'une indétermination incomplète, loin d'être le cas général comme on pourrait s'y attendre, ne puisse se rencontrer qu'en un ensemble de mesure nulle.*

---

(5) Le terme est de M. Denjoy, qui réserve celui de *densité* au point de vue topologique de Baire.

MÉCANIQUE. — *Petites oscillations d'un pendule dont le point de fixation est animé d'un mouvement périodique vertical.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le mouvement périodique du point de suspension est obtenu de la façon suivante : un disque vertical est animé d'un mouvement de rotation uniforme de période T; en un point D de ce disque, situé à la distance R de son centre O, est fixé un doigt perpendiculaire au plan de la roue; ce doigt supporte une tige horizontale L qui se meut dans un plan vertical en restant parallèle à elle-même grâce à deux tiges qui coulissent dans des glissières verticales. Au point de L situé sur la verticale du centre O du disque, est attaché au moyen d'un fil, par une de ses extrémités, un tube qui coulisse dans une glissière verticale; à l'extrémité opposée du tube est suspendu le pendule.

Le mouvement vertical du point de suspension est

$$y = \mathrm{R}\cos\frac{2\pi t}{\mathrm{T}}.$$

Nous avons étudié les circonstances du mouvement du pendule quand, après avoir donné à R une certaine valeur, on fait varier la vitesse de rotation du disque; nous avons constaté que, pour un pendule de longueur donnée, les mouvements pouvaient être de deux types :

1° Le mouvement du pendule reste sinusoïdal amorti quand, après l'avoir lancé, on fait exécuter à son point de suspension des oscillations verticales; un tel mouvement est dit *stable*.

2° Le mouvement du pendule prend des amplitudes croissantes; dans ce dernier cas, on est en présence d'un phénomène de transfert d'énergie : le système mécanique qui produit les oscillations du point de suspension cède de l'énergie au pendule; un tel mouvement est dit *instable*.

L'expérience conduit aux observations ci-après :

1° Quand on fait varier la période de rotation du disque, R étant donné, la zone d'instabilité est encadrée par deux zones de stabilité.

2° Quand R prend des valeurs décroissantes, l'étendue de la zone d'instabilité diminue.

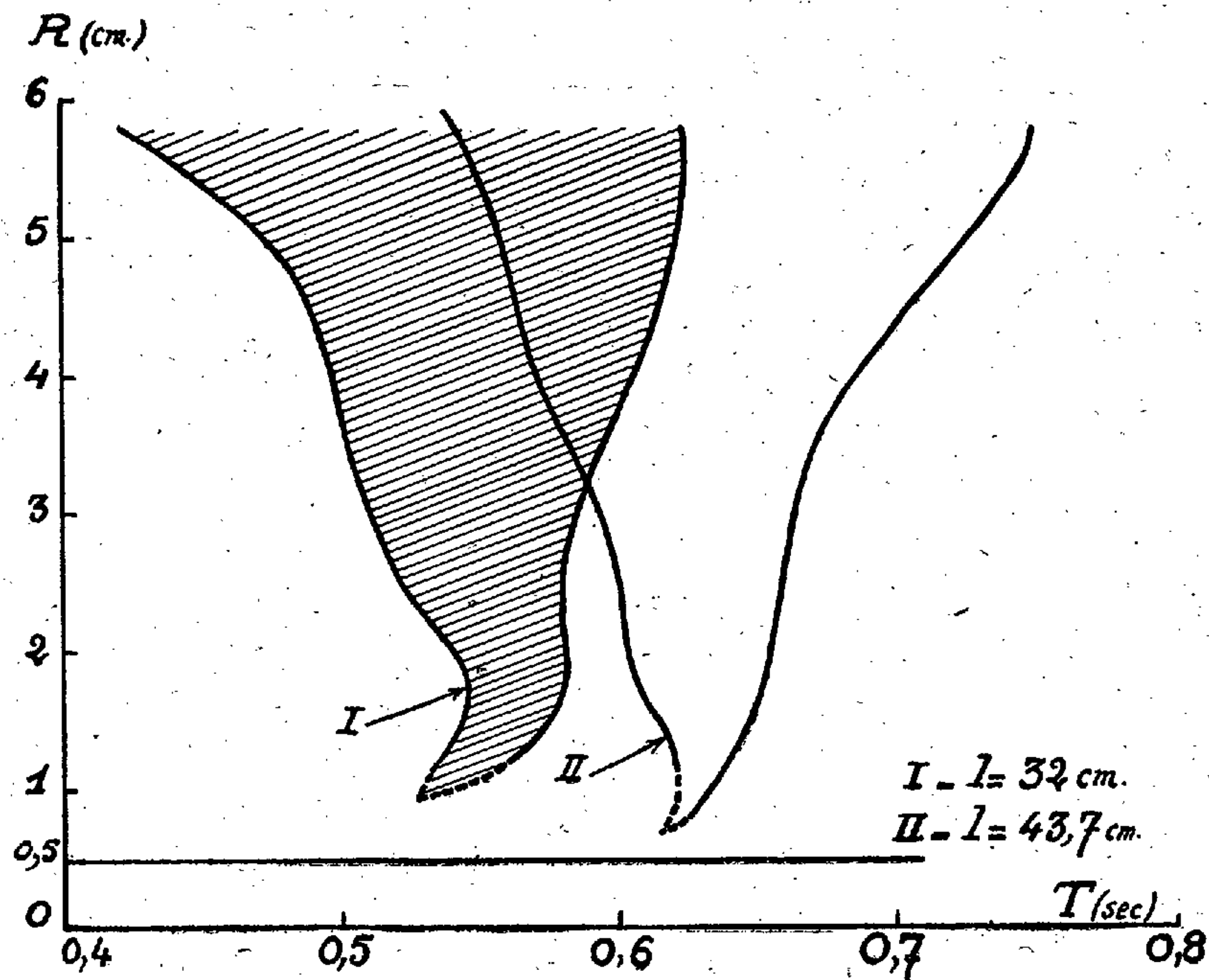
3° Avec les pendules choisis, pour des valeurs de R inférieures à $0^{\mathrm{cm}},5$, on n'observe plus de mouvements instables.

La figure ci-après donne, dans un plan d'axes de coordonnées T et R,

l'aspect des zones d'instabilité du mouvement, relatives à des pendules de longueurs respectives 32^{cm} et $43^{cm},7$.

On constate que la zone d'instabilité se déplace vers les faibles périodes quand la longueur du pendule diminue (région hachurée).

L'aspect général de ces courbes est en accord avec celles que l'on peut



tracer en étudiant l'équation qui régit le mouvement du pendule lorsque l'on néglige l'amortissement et qui est de la forme

$$I\theta'' + ml\left(g + \frac{4\pi^2}{T^2} R \cos \frac{2\pi t}{T}\right)\theta = 0,$$

I étant le moment d'inertie par rapport à l'axe d'oscillation ; m, la masse du pendule ; g, l'accélération de la pesanteur et θ l'angle que fait le pendule avec la verticale.

Les zones d'instabilité devraient cependant se prolonger jusqu'à toucher l'axe des T. La discordance tient au fait que, dans l'équation précédente, on a négligé l'influence des résistances passives. Si l'on fait l'approximation que la force qui en résulte est proportionnelle à la vitesse, on obtient

l'équation

$$I\theta'' + K\theta' + ml\left(g + \frac{4\pi^2}{T^2}R\cos\frac{2\pi t}{T}\right)\theta = 0,$$

où K est une constante.

En posant $\theta = \psi e^{-\frac{K}{2I}t}$, cette équation peut se ramener à une forme de Mathieu

$$\psi'' + \left[\frac{mgl}{I} - \frac{K^2}{4I^2} + \frac{4\pi^2 Rml}{T^2 I}\cos\frac{2\pi t}{T}\right]\psi = 0.$$

Les équations de ce type ont été étudiées par Barrow, Smith et Baumann ([1]). Ils ont montré que, quand le coefficient K croît à partir de zéro, les zones d'instabilité ne viennent plus toucher l'axe des T et que, pour de faibles amplitudes, le mouvement est toujours stable; c'est ce que nous avons observé.

MÉTROLOGIE. — *Comparaison au Prototype métrique de ses témoins et des Mètres d'usage du Bureau international des Poids et Mesures.* Note de MM. **Albert Pérard** et **Charles Volet**, transmise par M. Charles Fabry.

Nous avons indiqué ([2]) les raisons qui nous avaient amenés à effacer les tracés de quelques-uns de nos Prototypes et à les remplacer par des tracés nouveaux comportant toute la précision actuellement réalisable. Simultanément, d'importantes améliorations avaient été apportées à notre comparateur de premier ordre (nouvelle optique et microscopes réversibles).

Parmi ces Propotypes retracés figurent l'une des règles d'usage du Bureau international, le N° 26, et deux des témoins du Mètre international, le N° 13, témoin ancien, et le N° 19, acquis en 1937 à l'Autriche, témoin nouveau. Tous trois sont en platine iridié de Johnson-Matthey.

Après quelques comparaisons rapides, qui nous avaient amenés à faire recommencer certains tracés, maintenant bien au point, nous avons exécuté des comparaisons très complètes, avec le Mètre international, de ses trois témoins actuels : T_1 (tracé Benoît, 1909), N° 13 et N° 19 (tracé Société Génevoise d'instruments de physique, 1937-1938), et des Mètres d'usage de premier ordre du Bureau : T_2 (Benoît, 1909), T_3 (Tresca, 1891)

([1]) *Journ. of Franklin Institute*, **221**, 1936, p. 403.

([2]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 263.

et N° 26 (S. I. P., 1937). Ces comparaisons ont été exécutées de façon indépendante par quatre observateurs, Pérard, Volet, Roux et Terrien, dans toutes les combinaisons possibles des sept règles deux à deux, chacune des comparaisons étant composée de huit séries de pointés dans les huit positions symétriques relatives des règles entre elles et par rapport au comparateur. Chaque série, au milieu de laquelle se faisait le retournement des microscopes et de l'observateur, comportait elle-même douze pointés doubles sur chaque règle. Au total *chaque* trait limitatif des étalons a donc été pointé 1152 fois. Les résultats les plus probables ramenés à 0° ont été

13.	19.	26.	T_1.	T_2.	T_3.
$1^m + 0^\mu,17$	$1^m - 0^\mu,11$	$1^m - 0^\mu,49$	$1^m - 5^\mu,33$	$1^m + 5^\mu,00$	$1^m + 1^\mu,85$

Ces résultats montrent l'ajustage très précis des trois règles retracées, celles de la première colonne.

De l'ensemble des observations fournissant un très grand nombre d'équations de condition pour les six inconnues indépendantes, on a tiré les erreurs résiduelles permettant de se faire une idée de la nouvelle précision.

Sans prétendre que ce calcul des erreurs donne une évaluation réelle de l'exactitude obtenue, du moins peut-on affirmer que le rapprochement des erreurs probables, calculées dans ces dernières expériences, avec celles calculées de même dans les expériences antérieures, met en évidence les progrès réalisés.

On peut alors faire ce rapprochement de deux manières :

1° par les erreurs intérieures d'un même observateur, ce qui donne la fidélité avec laquelle celui-ci peut apprécier chaque règle;

2° par les écarts entre eux des quatre observateurs, ce qui fait ressortir la précision avec laquelle la longueur de chaque règle est indépendante du jugement personnel de l'observateur.

Les huit séries effectuées par un observateur pour chaque comparaison de deux règles présentent, par rapport à leur moyenne, des écarts dont la somme des carrés était, dans ces dernières années, voisine de $0,2430\ \mu^2$. Cette somme est, dans les mesures présentes, de $0,1034\ \mu^2$. D'autre part, lors de nombreuses mesures effectuées avant la rénovation de nos étalons, mesures auxquelles participèrent dix Mètres et quatre observateurs, les écarts relevés entre deux observateurs, observant la même règle, s'échelonnaient de $0^\mu,06$ à $0^\mu,34$, tandis qu'avec nos Mètres nouvellement tracés,

en faisant usage des nouveaux microscopes réversibles, ces écarts sont maintenant compris entre $0^{\mu},02$ et $0^{\mu},10$.

Ainsi, considérée à l'un ou l'autre de ces points de vue, on voit que l'amélioration de nos mesures apparaît comme très substantielle.

Tout récemment, deux autres étalons d'usage, T_4 pour les subdivisions du Mètre et N° 13_C pour les dilatations, retracés aussi l'un et l'autre, ont été déterminés dans des opérations indépendantes des précédentes par l'intermédiaire des Mètres N°s 13, 19 et T_1. On a trouvé pour les valeurs de ces Mètres à 0°

$$T_4 = 1^m - 1^{\mu},06, \qquad \text{N° } 13_C = 1^m - 0^{\mu},20.$$

Au cours de ce deuxième travail, exécuté par Volet, Roux et Cabrera, et qui a comporté d'ailleurs un nombre d'observations sensiblement moins grand que le précédent (4 séries de pointés au lieu de 8 pour chaque comparaison; 288 pointés sur chaque trait), les Mètres N°s 13, 19 et T_1 se sont retrouvés avec les mêmes équations relatives (écart maximum $0^{\mu},08$) que lors des déterminations citées au début. Cette concordance est intéressante à relever; car, dans l'intervalle des deux déterminations, ces étalons avaient supporté un voyage en automobile d'environ 1000^{km}.

Le retournement des microscopes a révélé que l'influence de l'éclairage des traits sur la longueur apparente des Mètres pouvait atteindre l'ordre du dixième de micron. L'emploi de microscopes réversibles est donc indispensable pour obtenir toute la précision dont sont susceptibles les Mètres nouvellement retracés.

ÉLECTRO-AÉRODYNAMIQUE. — *Recherche de l'établissement de la loi de déperdition de l'électricité dans l'air.* Note de M. **Oleg Yadoff**, présentée par M. Henri Villat.

On sait depuis longtemps que l'air n'est pas un isolant parfait : Coulomb avait déjà remarqué que la déperdition qu'on observe dans les expériences d'électrostatique ne se fait pas entièrement par les supports, mais aussi par l'air. Des travaux plus récents de différents expérimentateurs ont montré que l'air possède toujours une certaine conductibilité électrique, fonction de son état physique. Dans des conditions normales, cette conductibilité est excessivement faible, mais mesurable. Toutefois, à notre connaissance, nous ne possédons guère jusqu'à présent de renseignements suffisants sur

les conditions physiques exactes de la déperdition électrique en fonction du temps d'un corps conducteur électrisé supposé abandonné à lui-même. C'est dans le dessein de combler cette lacune que nous avons effectué toute une série d'expériences répétées dans des conditions physiques différentes, mais toujours dans l'air calme et de composition normale. L'ensemble des observations expérimentales nous a conduit à admettre que, d'une façon générale, la variation de la déperdition suit, pour un régime quelconque déterminé, l'allure d'une fonction exponentielle simple. Le régime de chaque expérience a été déterminé par la fixation de quatre paramètres essentiels, tels que température, pression, humidité et ionisation. Lorsque ces paramètres sont maintenus constants et lorsqu'on expérimente avec un corps parfaitement symétrique (sphère), on obtient une courbe représentative de forme $\theta = \theta_0 e^{-\varepsilon t}$, où θ désigne la charge du corps électrisé à un instant quelconque, θ_0 la charge initiale, ε le terme dépendant des paramètres variables déjà précités et t le temps évalué en unités usuelles. Le terme ε doit être maintenu constant toute la durée d'une expérience. En maintenant constants les trois paramètres de ce terme et en faisant varier le quatrième, on obtient une famille de courbes variables en fonction du temps. Par exemple, avec une sphère de 10^{cm} de diamètre, en maintenant la température du laboratoire à 20°C., pour le même degré d'ionisation et à la pression atmosphérique normale ($P \cong 760^{mm}$ de Hg), nous avons obtenu cinq courbes de déperditions progressives avec les états hygrométriques différents et qui s'étagent de la valeur 0,40 à la valeur 0,80 en passant par 0,50, 0,60 et 0,70. Pour un temps de référence de 20 minutes, la déperdition maximum enregistrée de la courbe $C_{0,80}$ est de 25 % supérieure à celle de la courbe $C_{0,40}$, de 20 % supérieure à celle de la courbe $C_{0,50}$, de 12 % par rapport à la courbe $C_{0,60}$ et de 5 % par rapport à la courbe $C_{0,70}$.

Les écarts de la déperdition sont encore plus grands quand la température s'élève, tous les autres paramètres étant maintenus constants. Pour une courbe tracée à la température de 60°C., la différence est de 50 % environ par rapport à une courbe tracée à la température de 20°C.

Les différences sont très nettes quand la pression varie, mais dans ce cas la déperdition varie en sens inverse de la pression. En employant la formule $\rho(273 + t^0) = 0{,}392\,P$, on arrive à contrebalancer la déperdition due à la température par le freinage de la pression, mais l'expérience en laboratoire est délicate; dans cette formule, ρ représente la densité relative de l'air. En ce qui concerne l'influence de la pression les renseignements

que nous possédons à l'heure actuelle sont assez étendus, même lorsqu'il s'agit des potentiels électrostatiques élevés [1].

La déperdition augmente avec le degré d'ionisation de l'air. Selon le moyen employé on peut obtenir, dans ce dernier cas, les décharges très rapides (rayons X, radioéléments, flammes etc.). L'oxydation du phosphore blanc humide permet de réaliser les variations du degré d'ionisation lentes et progressives. Dans ce cas, comme dans les cas précédents, les variations de la déperdition en fonction du temps semblent bien suivre la loi exponentielle. A de rares exceptions près, les erreurs d'expérience, lors du tracé d'une courbe, ne dépassent pas la valeur de 1,5 %, mesurée de part et d'autre de la courbe considérée.

Dans tous les cas la décharge se produit indifféremment quel que soit le signe de la charge. Dans cette étude nous négligeons, dans la première approximation, l'influence de certains facteurs externes tels que les ondes perturbatrices électromagnétiques. Leurs actions sont toujours possibles, mais il est facile en laboratoire de s'en protéger.

Une description plus détaillée de ces expériences fera l'objet d'une publication spéciale.

En dehors de l'intérêt purement physique, cette question de la déperdition d'électricité a une grande importance pratique, notamment dans la technique de la production des hautes tensions électrostatiques.

MAGNÉTISME. — *Sur les anomalies à basse température de la susceptibilité magnétique du séléniure de manganèse* SeMn. Note [1] de MM. **Henri Bizette** et **Belling Tsai**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le séléniure de manganèse suffisamment refroidi présente une hystérésis notable en fonction de la température. Nous montrons, dans la première partie de cette Note, que cette hystérésis, qui n'avait pas été signalée, permet d'expliquer les contradictions qui paraissaient exister entre les données obtenues sur ce corps, d'une part à partir de la chaleur spécifique, et d'autre part à partir de la susceptibilité magnétique; dans la seconde partie nous proposons une explication quantique de ces phénomènes d'hystérésis.

---

(1) O. Yadoff, *R. G. Électricité*, 43, 1938, p. 547; J. Virgitti, *Thèse de Doctorat*, n° 2776, série A, 1909, 1940, Paris.

(1) Séance du 30 décembre 1940.

I. Kelley (¹) indique que la courbe représentant la chaleur spécifique en fonction de la température présente une faible bosse au voisinage de 116° K. (— 157° C.) et un maximum aigu à 247° K. (— 26° C.).

Squire (²), utilisant l'échantillon préparé par Kelley, trouve que la courbe représentant la susceptibilité magnétique présente un point λ au voisinage de 125° K. (— 148° C.). Bien que la partie droite de la courbe donnée par l'auteur soit construite en supposant que le terme correctif Θ de la loi de Curie-Weiss $\chi_M = C_M/T + \Theta$ soit nul alors qu'il est de l'ordre de 435° K., l'existence d'un point λ à 125° K. s'accorde avec les résultats antérieurs d'Haraldsen et Klemm (³), d'après lesquels la susceptibilité est plus faible à 90° K. qu'à 195° K. Ni ces derniers auteurs ni Squire n'indiquent avoir trouvé une anomalie de la susceptibilité aux environs de 245° K. Voici la raison de cette contradiction : tant que la température reste supérieure à 163° K. (— 110° C.), les phénomènes sont réversibles.

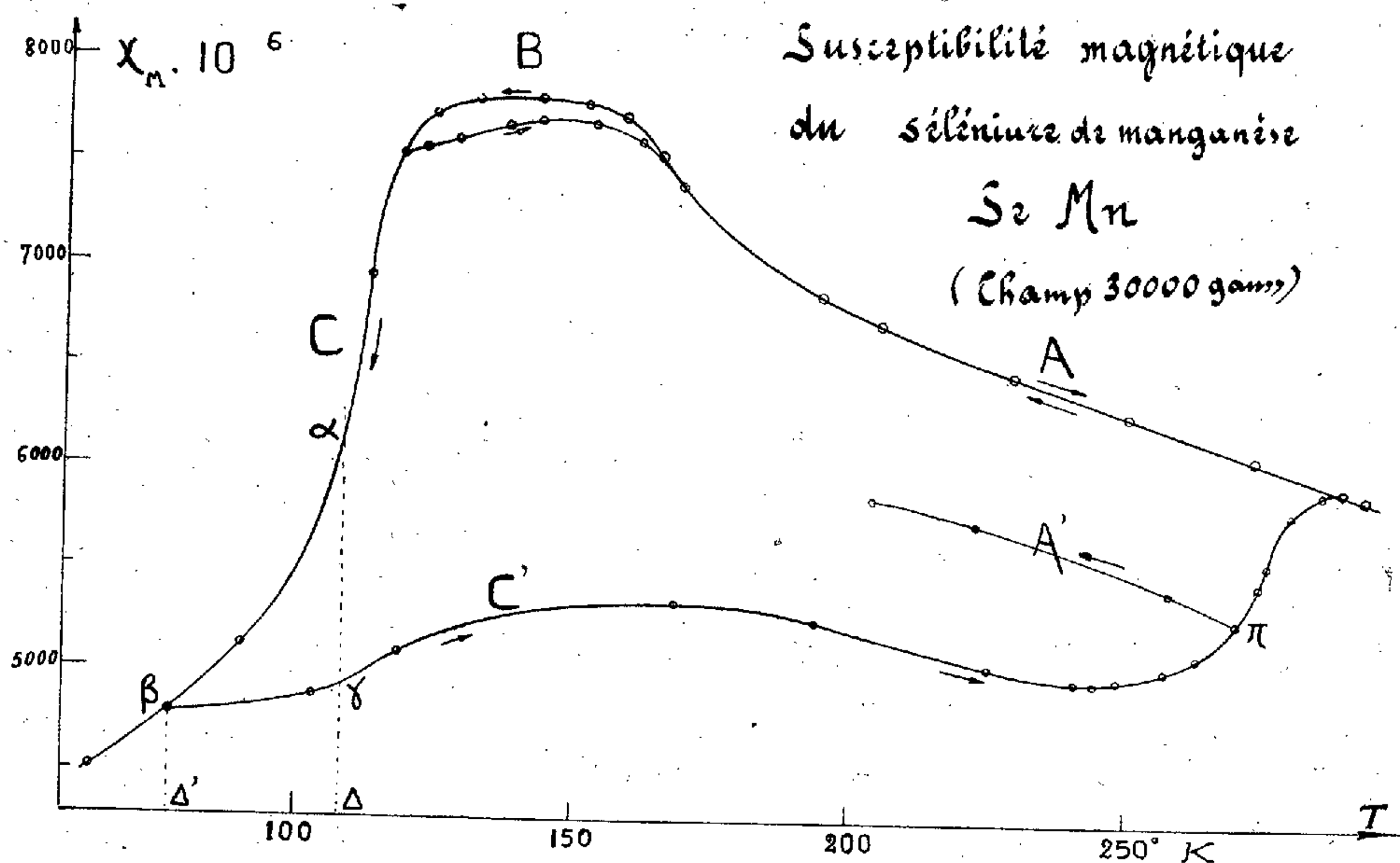
Entre 293° et 195° K. (— 78° C.) la susceptibilité correspondant à la portion réversible A de la courbe ci-contre peut être représentée par une expression de la forme $\chi_M = C_M/(T + \Theta)$ avec $\Theta = 435°$ K. et $C_M = 4{,}30$. Si l'on continue à abaisser la température, la courbe représentant χ_M en fonction de T s'incurve et présente un maximum aplati B entre 163° et 113° K. (— 160° C.). Si, à partir de 118° K. (— 155° C.), l'on relève la température, les phénomènes sont encore à peu près réversibles, l'aire du cycle d'hystérésis est faible, la courbe de remontée rejoint la courbe A à 168° K. (— 105° C.). Il n'en est plus de même si la température s'abaisse jusqu'à 77° K. (— 196 C.). Entre 113° et 77° K. la susceptibilité diminue rapidement quand la température s'abaisse (courbe C). (Notons qu'à la température de 77° K., la susceptibilité met plus de 12 heures à prendre sa valeur définitive.) Mais la remontée, quand on élève la température à partir de 77° K., est beaucoup moins rapide; l'aire du cycle d'hystérésis devient notable. Dans plusieurs de nos expériences la courbe C', représentant la susceptibilité en fonction des températures croissantes, ne rejoint la courbe A qu'à la température de 288° K. (15° C.). Cette courbe C' présente une montée rapide dans la zone 253°-283° K. (— 20° à + 10° C.), d'où l'anomalie de la chaleur spécifique au voisinage de 247° K. (— 26° C.) indiquée par Kelley. D'après les résultats de cet

(¹) *Journal of the American Chemical Society*, 56, 1939, p. 203.
(²) *Physical Review*, 61, 1939, p. 922.
(³) *Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie*, 220, 1934, p. 183.

auteur, la courbe C′ doit présenter une montée assez faible dans la région de 116° K. La courbe C′ n'est pas réversible; si à partir d'un certain point π on abaisse la température, le point figuratif décrit la portion de courbe A′.

Nos résultats expliquent le fait signalé par Kelley que, si l'on abaisse la température de 293° à 228° K. (— 45° C.), il ne se produit plus d'anomalie de la chaleur spécifique dans le domaine 228°-293° K. (courbe A réversible).

L'échantillon de séléniure de manganèse utilisé a été préparé suivant la technique indiquée par Kelley, par l'union directe des éléments sélénium



et manganèse, ce dernier obtenu par distillation de son amalgame dans le vide.

II. En résumé, le séléniure de manganèse présente, comme le protoxyde MnO, le phénomène d'antiferromagnétisme, mais d'une part la courbe représentant la susceptibilité en fonction de la température ne présente pas de point anguleux (bien que l'apparition autocatalytique de liaisons nouvelles se fasse à la même température pour le protoxyde et pour le séléniure); d'autre part les liaisons supplémentaires créées par les forces d'échange à température suffisamment basse ne se détruisent qu'à température beaucoup plus élevée, en absorbant chacune l'énergie corres-

pondante $h\nu$ de l'ordre de $kT_0 = 1{,}38.10^{-16} \times 273\,\text{erg} = 3{,}76.10^{-14}\,\text{erg}$.

On peut expliquer les phénomènes d'hystérésis en remarquant que l'apparition de liaisons supplémentaires se faisant avec libération d'énergie, ces liaisons peuvent se créer d'elles-mêmes, tandis que leur destruction nécessite l'apport d'énergie supplémentaire empruntée à l'énergie du réseau cristallin. Il en résulte qu'il se produit à la température Δ un équilibre statistique entre l'apparition spontanée des liaisons supplémentaires et leur disparition sous l'influence des vibrations du réseau cristallin. Si nous décrivons entre les températures Δ et Δ' le cycle $\alpha\beta\gamma$, nous pouvons dire que, dans les états représentés par les points α et γ, il apparaît pendant le même temps le même nombre n de liaisons supplémentaires, et qu'il en disparaît le même nombre n' sous l'influence des vibrations du réseau, mais qu'à la température Δ, les atomes ayant une énergie de l'ordre de $3kT_0$ sont en nombre insuffisant pour détruire les N liaisons créées dans le parcours $\alpha\beta$.

OPTIQUE. — *Sur une modification de la méthode des franges de superposition pour mesurer des petites différences d'épaisseur des étalons optiques.* Note de M. **Nicolas Cabrera**, transmise par M. Charles Fabry.

Depuis les travaux de Fabry et Perot, c'est un fait bien connu que les franges de superposition prennent naissance lorsqu'un faisceau de lumière blanche légèrement convergent traverse deux étalons à faces parallèles semi-transparentes.

Soient e_1 et e_2 les deux étalons, laissons e_1 fixe et inclinons e_2 d'un angle α par rapport à e_1. Dans le champ d'une lunette visant à l'infini, les directions normales aux deux étalons e_1 et e_2 donnent deux points images N_1 et N_2, entre lesquels il y a la distance angulaire $\tang\alpha$. Les franges sont rectilignes, normales à l'axe N_1N_2, et la frange centrale blanche se place, par rapport à N_1, du même côté que N_2 et distante de

$$(1) \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{\frac{e_1}{e_2} - \cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

1. Supposons d'abord $e_1 < e_2$; la frange centrale passe par N_1 ($\operatorname{tang}\theta = 0$) pour l'inclinaison α_0 définie par $\cos\alpha_0 = e_1/e_2$. Fabry et Perot [1] d'abord,

[1] *Comptes rendus*, **126**, 1898, p. 1779.

et ensuite Fabry et Buisson ([2]) ont déjà signalé que la mesure de l'inclinaison α_0 permet de calculer la différence $e_1 - e_2$; Sears ([3]) a utilisé cette méthode dans une détermination récente du rapport de la longueur d'onde à l'Unité métrique. Cette méthode comporte l'inconvénient de nécessiter un dispositif très sensible pour incliner l'étalon et faire la mesure de l'angle (Sears emploie un levier de 60^{cm} de long).

2. Soit maintenant $e_1 > e_2$; alors $\tang\theta$ ne peut plus s'annuler et la frange blanche se déplace en passant par une position d'angle minimum définie pour l'inclinaison α_m telle que $\cos\alpha_m = e_2/e_1$, et pour laquelle $\theta_m = \alpha_m$, quelle que soit la grandeur de α_m. En faisant l'inclinaison successivement dans les deux sens, on trouve deux positions minima symétriques par rapport à N_1; la mesure de leur écart l, au moyen d'un micromètre placé au foyer de l'objectif de la lunette, permettra le calcul de la différence $e_1 - e_2$. Pour des différences d'épaisseur petites, α_m devient petit et nous pouvons écrire

$$l = 2\theta_m = \left(\frac{8\delta}{e}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \delta = \frac{e}{8} l^2, \tag{2}$$

où : $l =$ écart entre les minima, $\delta = e_1 - e_2$, $e = e_1 \sim e_2$.

Cette méthode paraît plus simple que la précédente, puisqu'elle dispense de la mesure mécanique de l'angle; d'ailleurs l'inclinaison de l'étalon n'a pas besoin d'être très sensible, étant donné que la frange blanche se déplace lentement aux environs des minima.

D'autre part il faut signaler que l'intervalle entre les franges, ou interfrange $i = \lambda/2e\alpha$, change avec l'inclinaison α; en particulier, dans la position minimum, $\alpha = \alpha_m$ et

$$i_m = \lambda(8e\delta)^{-\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

Pour avoir une idée de la sensibilité de la méthode, faisons l'hypothèse que nous pouvons percevoir des déplacements de l'ordre de $0,1 \times i_m$. De la formule $l = (8/\lambda)\delta i_m \sim 16\delta i_m$, déduite de (2) et (3) et où δ doit être exprimé en μ, nous tirons que l est défini avec une erreur $(dl/l) = (1/160\delta)$. Donc de (2) on déduit que δ est défini avec une erreur $d\delta = (1/80)\mu \sim 0^{\mu},01$, indépendamment de la valeur de δ. Or, pour observer le dixième de

---

([2]) *J. de Physique*, 9e série, **189**, 1919, p. 202.

([3]) SEARS and BARRELL, *Trans. Roy. Soc.*, (I), **231**, 1932, p. 75; (II), **233**, 1934, p. 143.

l'interfrange, il nous faut une lunette ayant un pouvoir séparateur de cet ordre de grandeur $(12''/d^{cm}) = 0,1 \times i_m$. Ceci fixe les ouvertures d que nous devons employer : ainsi, pour une différence d'épaisseur $\delta = 1\,\mu$ et pour diverses valeurs de e, on obtient les ouvertures

e...	0,1	1	5	25^m,
d...	1,1	3,3	7,5	17^cm.

Nous voyons que pour des $e > 5^m$ on est obligé de réduire considérablement δ, à moins d'avoir une lunette de grande ouverture.

J'ai l'intention d'utiliser cette méthode de multiplication de longueurs dans la mesure des fils géodésiques par les interférences, en cours d'installation au Bureau international des Poids et Mesures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cinématographie de la nitration de la cellulose par la vapeur de* N^2O^5. Note (1) de M. **Marcel Mathieu**, présentée par M. Aimé Cotton.

René Dalmon a montré que la cellulose se nitrait à un maximum quand on la plaçait dans de la vapeur de N^2O^5 (2).

La réaction a été étudiée à l'aide des rayons X. On a ainsi pu suivre l'évolution de la structure de la phase fibreuse au cours de la nitration. Pour faire l'expérience on plaçait les fibres dans une chambre analogue à celle qui a servi à l'étude antérieure de l'action des vapeurs d'acétone sur les fibres de nitrocellulose (3). La chambre était entièrement démontable et les différentes parties étaient dorées. Les fenêtres étaient en aluminium. Le tube à rayons X employé était un tube à anticathode tournante permettant d'obtenir un débit électrique de 600 mA par millimètre carré d'impact. Une pose durait une minute; il fallait une minute pour changer la plaque, en sorte que toutes les deux minutes on obtenait un cliché.

La structure intime des fibres évolue d'une manière continue.

On constate successivement :

1° une disparition complète de toute périodicité faisant intervenir l'axe

(1) Séance du 6 janvier 1941.

(2) René Dalmon, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1123; René Dalmon, Jean Chedin et Brissaud, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 664.

(3) M. Mathieu, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1936, p. 126.

de fibre (plans *hkl*). Seules restent les taches équatoriales (*h*0*l*) et les pseudopériodes correspondant à la hauteur du groupe cellobiose;

2° une disparition des taches (101) et ($10\bar{1}$), ce qui correspond à un glissement des chaînes dans leur plan;

3° l'apparition de la tache (101) de la dinitrocellulose, les chaînes ont retrouvé leurs positions stables qui sont celles qu'elles ont dans les dinitrocelluloses;

4° enfin on note l'apparition de périodes (*hkl*) appartenant à la trinitrocellulose; ces périodes sont la conséquence d'une nouvelle définition de la période le long de l'axe de fibre.

Le processus complet de la nitration *dure environ 20 minutes. Au cours de la nitration la structure passe par tous les stades qui séparent la cellulose de la trinitrocellulose*. C'est la même série de structures que l'on obtient en fonction du taux d'azote quand on nitre par les méthodes habituelles.

On a là un exemple frappant d'une réaction topochimique se passant au sein d'une structure à l'état solide, et qu'il a été possible de suivre par une succession de clichés rendant compte à tout instant de la structure de la phase solide.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la viscosité de l'eau lourde, à différentes températures*. Note (¹) de M. **Henri Lemonde**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Les résultats relatifs à la viscosité de D^2O sont peu nombreux. G. N. Lewis et R. T. Macdonald (²) ont étudié la viscosité de D^2O à des températures allant de 5° C. à 35° C. Ces résultats ont été obtenus à partir de données expérimentales (remplissage d'une pipette à tube capillaire) relatives à une solution de 90 % de D^2O dans H^2O. Selwood et Frost (³) ont étudié la viscosité du mélange $H^2O—D^2O$. Ils trouvent par extrapolation la viscosité de D^2O à 20°C. égale à 14,2 millipoises, résultat qui diffère notablement de celui donné par G. N. Lewis et R. T. Macdonald : 12,6 millipoises à 20°C. Voici d'ailleurs les valeurs

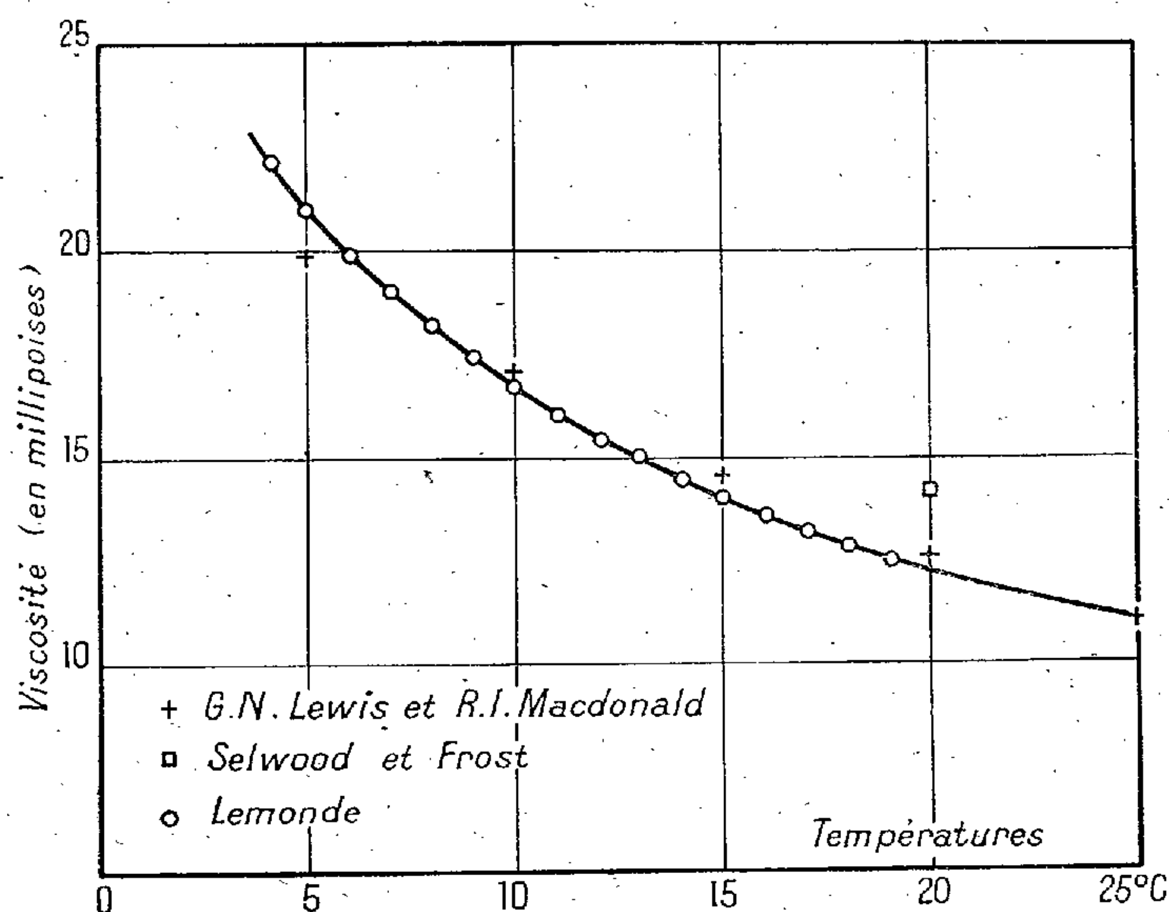
(¹) Séance du 16 décembre 1940.
(²) *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 4730.
(³) *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 4335.

obtenues par Lewis et Macdonald :

t° C	5°.	10°.	15°.	20°.	25°.	30°.
Viscosité (en millipoises)	19,88	16,85	14,51	12,60	11,03	9,72

J'ai repris les mesures de viscosité de D^2O, l'eau lourde utilisée, de concentration 99,65 % D^2O et de densité d_4^{20} 1,10495, provient de la Société *Norsk Hydro Elektrisk Kvoelstofaktieselskab* à Oslo. L'appareil est un viscosimètre d'Ostwald, calibré pour un certain volume d'eau tridistillée, de 4° C. à 20° C. Les durées d'écoulement du même volume de D^2O ont été mesurées à des températures allant de 4°,2 à 17°,7 C.

La viscosité de l'eau distillée à diverses températures, prise comme terme de comparaison, est empruntée aux données de Bingham et Jackson ([4]).



Étant donné la faible quantité de liquide (10^{g} de D^2O), je n'ai pas effectué les mesures de densité. Celles-ci ont été calculées par interpolation en utilisant les nombres cités par J. Timmermans, M. Hennaut-Roland et D. Rozental ([5]), pour les températures de 4°,3, 11°,6 et 20° C., et la courbe des volumes spécifiques en fonction de la température donnée par G. Lewis et R. T. Macdonald. J'adopte ainsi pour la densité $d_{4°}^{t°}$ de D^2O pure :

([4]) Hatschek, *The Viscosity of Liquids*, 1925.

([5]) *Comptes rendus*, **102**, 1936, p. 1061.

4°...	1,1057	9°...	1,1061	13°...	1,1062	17°...	1,1059
5 ...	1,1058	10 ...	1,1062	14 ...	1,1061	18 ...	1,1058
6 ...	1,1059	11 ...	1,1062	15 ...	1,1061	19 ...	1,1057
7 ...	1,1060	12 ...	1,1062	16 ...	1,1060	20 ...	1,1056
8 ...	1,1061						

J'obtiens finalement, pour la viscosité de 99,65 % D^2O, en millipoises :

4°.....	22,5(*)	9°.....	17,3	13°.....	15,1	17°.....	13,3	
5	21,0	10	16,7	14	14,6	18	12,9	(**)
6	19,9	11	16,1	15	14,1	19	12,5	(**)
7	19,0	12	15,6	16	13,7	20	12,2	(**)
8	18,1							

(*) Extrapolé; (**) nombres extrapolés.

Entre 10° et 20° les nombres de G. Lewis et R. T. Macdonald sont au-dessus de ma courbe, sans en être très éloignés. L'accord est très satisfaisant pour la valeur $\eta = 11,03$ à 25°. Mais ma courbe n'est pas *quasi rectiligne* (nearly linear), comme l'annoncent ces auteurs pour la leur; au contraire, elle remonte très vite au voisinage de la température de solidification 3°,82, et la discordance est très nette entre 4° et 10° C.

Nota. — J'aurais désiré comparer mes résultats avec ceux de E. C. Bingham et W. H. Steven (*J. Chem. Phys.*, 2, 1934, p. 107), cités dans les *Tables de Constantes annuelles*, 1937 (Deutérium). On y trouve une courbe de fluidité de D^2O à différentes températures, mais cette courbe est trop petite pour pouvoir être utilisée. Il m'est d'autre part impossible de me procurer le *J. Chem. Phys.*, en zone libre, ce qui m'empêche d'apporter une conclusion définitive à la présente Note.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Acides alcoylaminoéthylsulfoniques, substances émulsives amphotères.* Note de M. **Paul Rumpf**, présentée par M. Marcel Delépine.

Sur l'atome d'azote de la taurine $H^3N^+-(CH^2)^2-SO^{3-}$, le remplacement d'un ou de deux hydrogène par de longues chaînes aliphatiques fournit des ions amphotères doués de quelques propriétés remarquables :

1° La coexistence, dans une même molécule, de groupements ionisables et d'un radical lourd acyclique permet d'utiliser ces composés comme agents émulsifs, au même titre que les alcools gras supérieurs sulfonés ou que les amides sulfonés obtenus en traitant les sels alcalins de la taurine et de la méthyltaurine par le chlorure de l'acide oléique (*Igepon*). Dans ce

dernier cas, la fonction amide paraît jouer le rôle d'un simple raccord entre les deux parties actives de l'édifice moléculaire.

2° On observe, le plus souvent, une corrélation entre les propriétés émulsives et l'ionisation des composés aliphatiques à longue chaîne : les acides donnent des savons en milieu alcalin; les amines, en milieu acide; les alcools sulfonés sont des acides forts, émulsifs tout le long de la gamme des pH. Mais l'exemple des acides alcoylaminoéthylsulfoniques fait ressortir avec netteté que le caractère salin n'est pas une condition suffisante.

Au voisinage de la neutralité, plus précisément au point isoélectrique situé en milieu faiblement acide, de tels composés existent, dans leurs solutions comme dans leur réseau cristallin, à peu près exclusivement à l'état d'ions amphotères, c'est-à-dire de particules qui portent des charges de signes opposés résultant d'une double ionisation, de la formation d'un sel interne [1]. Cependant le pouvoir émulsif, considérable en milieu acide ou alcalin, est pratiquement nul vers pH 7, à cause de l'insolubilité presque complète de ces produits dans l'eau pure et froide. Dans le même ordre d'idées, on sait depuis longtemps que les *savons* alcalino-terreux ne moussent pas.

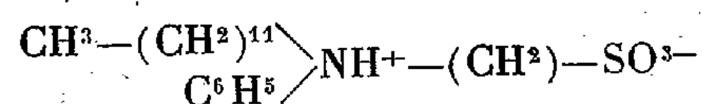
Cette insolubilité dans une phase aqueuse neutre permet d'extraire facilement certains acides alcoylaminoéthylsulfoniques et de les obtenir parfaitement purs, après quelques recristallisations. Ils se présentent sous l'aspect de poudres blanches, cristallines, à point de fusion élevé. Nous avons ainsi à notre disposition des substances émulsives bien définies dont l'introduction dans un mélange réactionnel ne gêne guère les traitements ultérieurs; elles sont douées, en outre, d'un maximum d'efficacité et d'une grande stabilité en présence de bases ou d'acides forts.

3. L'acide *bis*-dodécylaminoéthylsulfonique



$$[CH^3-(CH^2)^{11}]^2NH^+-(CH^2)^2-SO^{3-}$$

et, à un moindre degré, l'acide dodécylphénylaminoéthylsulfonique



$$\begin{matrix} CH^3-(CH^2)^{11} \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>NH^+-(CH^2)-SO^{3-}$$

sont solubles, non seulement dans les corps gras, mais aussi dans un liquide non polaire tel que le benzène. Cette particularité, exceptionnelle pour des électrolytes, permet d'envisager la possibilité d'appliquer en

(1) Voir par exemple P. Rumpf, *La théorie de l'ion amphotère*, Paris, 1936.

toute rigueur la théorie de Debye (sur le moment électrique permanent des molécules) à l'étude des propriétés diélectriques et de la structure de divers ions doubles positifs-négatifs et notamment de colorants.

Du point de vue de l'électrotechnique, la dissolution de molécules amphotères dans les huiles pour condensateurs augmenterait considérablement la capacité, sans abaisser dangereusement le potentiel d'étincelle, pourvu que les substances introduites soient neutres et suffisamment stables.

4. Notons enfin que, vis-à-vis des bacilles à coque cireuse, la taurine possède un pouvoir antiseptique indubitable, mais assez capricieux *in vivo*. Au cours du présent travail, certains composés ont été préparés en vue de l'étude pharmacologique de dérivés convenablement choisis, susceptibles d'exercer une action comparable et plus régulière.

Méthodes de synthèse. — *a*. Les alcoyltaurines de poids moléculaire élevé peuvent être obtenues, comme la phényltaurine (²), en chauffant vers 170°, pendant 8 à 10 heures, un excès d'amine primaire correspondante avec du bromo-2-éthylsulfonate de sodium.

Dodécyltaurine. $CH^3—(CH^2)^{11}—NH^{2+}—(CH^2)^2—SO^{3-}$ ($C^{14}H^{31}O^3NS$). — Fusion instantanée à 273° (au contact du bloc de cuivre, décomposition lente à une température nettement inférieure). Très soluble à chaud dans l'alcool, même étendu; pratiquement insoluble dans le benzène et dans l'alcool absolu froid; la solubilité dans l'eau pure n'atteint pas 1^g par litre, à l'ébullition.

b. On peut aussi recourir à l'alcoylation directe de la taurine ou, mieux, d'un dérivé monosubstitué à l'azote. La réaction entre le sel alcalin de l'acide aminoéthylsulfonique et le bromure d'alcoyle s'effectue mal sans solvant, mais rapidement en phase homogène, dans l'alcool dilué bouillant, additionné d'un peu d'iodure de potassium.

Si l'on part de la taurine elle-même, il peut être extrêmement difficile de séparer le produit monoalcoylé du dialcoylé qui se forme simultanément, même en l'absence d'un excès de bromure. C'est ainsi que la mono- et la bis-hexadécyltaurine précipitent ensemble, lors du refroidissement, dans les divers solvants organiques; j'ai dû entreprendre l'extraction de l'amine secondaire à l'état de dérivé acétylé.

Bis-dodécyltaurine. $C^{26}H^{55}O^3NS$. — Fusion instantanée vers 180°; fusion pâteuse lente dès 155°. Très soluble dans l'alcool absolu froid et dans le benzène, ce qui permet d'éliminer parfaitement la mono-dodécyltaurine, formée en quantité à peu près égale. Peut être obtenue en beaux cristaux, très fins : on précipite à froid par de l'acide chlorhydrique, après dissolution dans une lessive alcaline très diluée et chaude (4 à 5 litres pour 10^g).

Dodécylphényltaurine. $C^{20}H^{35}O^3NS$. — F. : 153°. Se maintient facilement en surfusion à la température du laboratoire. La solution à 5^g par litre, dans le benzène

(²) P. Rumpf, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 880.

bouillant, devient, après refroidissement, aussi visqueuse que de la glycérine. Purification aisée, par l'intermédiaire du sel de sodium, bien cristallisé, insoluble dans l'eau; F. : > 330°.

Mono- et bis-hexadécyltaurine. $C^{18}H^{39}O^3NS$ et $C^{34}H^{71}O^3NS$. — Après deux cristallisations dans l'alcool absolu, une dans le benzène, et un essai de fractionnement dans l'alcool méthylique, le mélange se présente sous l'aspect d'une poudre blanche, fondant vers 190°. Dosage de soufre 7,89 % (environ 64 % de mono-hexadécyltaurine).

CHIMIE MOLÉCULAIRE. — *Interprétation de la dénaturation et des propriétés physicochimiques des protéines.* Note de M. **Dikran Dervichian**, présentée par M. Charles Mauguin.

Ayant exposé (1) une théorie sur la forme et la structure de la molécule des protéines en solution, j'indique ici les propriétés que cette constitution permet d'expliquer.

Dénaturation. — D'après le modèle que j'ai proposé pour la molécule dite *globulaire*, la structure y est imposée par les chaînes *latérales* : celles-ci, orientées au contact de l'eau, sont disposées en un assemblage compact constituant des feuillets qui rappellent ceux des corps smectiques (avec cette différence que les éléments du feuillet ne sont pas identiques). La diffraction des rayons X n'y révèle pas les caractéristiques de la chaîne polypeptidique que l'on trouve dans la forme fibreuse des protéines. Nous admettrons avec Astbury et ses collaborateurs (2) que la dénaturation implique la libération ou la formation des chaînes peptidiques. De plus, nous dirons que, par opposition à la disposition dans la molécule globulaire, l'élément constitutif prépondérant dans la molécule dénaturée, comme dans les kératines, est la chaîne *polypeptidique*.

Si l'on voulait poursuivre l'analogie avec les cristaux liquides, on pourrait dire que la protéine dénaturée passe par un stade assimilable à l'état nématique. Les chaînes peptidiques relativement indépendantes peuvent ensuite s'assembler, non plus dans un réseau plan, mais en se disposant parallèlement le long des arêtes d'un réseau à trois dimensions qui constitue la maille de la fibre (Meyer et Mark). Il est évident que, si la combinaison interne en amides des groupements COOH et NH^2 α préexiste dans

(1) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 792.

(2) Astbury et Lomax, *Nature*, 133, 1934, p. 795; Astbury, Dickinson et Bailey, *Biochem. Jour.*, 29, 1935, p. 2351.

la molécule globulaire, cette association n'a pu se faire qu'en constituant des chaînes. Mais, du fait de l'orientation et de l'assemblage imposé par les chaînes latérales, les liaisons peptidiques subissent une certaine contrainte et l'ensemble est dans un état métastable. La modification essentielle subie au cours de la dénaturation en solution ne serait que le passage de cet état métastable à la forme filiforme. En accord avec les mesures de chaleur de dénaturation ([3]), l'énergie requise pour une telle transformation polymorphique ne peut être que faible. Une fois l'arrangement primitif rompu, il est pratiquement impossible que les particules filiformes puissent se rassembler dans un plan de manière à ce que les chaînes latérales retrouvent leur ordre en symétrie hexagonale. En effet l'entropie de la protéine dénaturée est plus grande que celle de la protéine naturelle ([4]). A la lumière de cette interprétation, on peut, en étudiant les couches de protéines étalées sur l'eau, suivre de près le mécanisme de la transformation dans chacun des deux feuillets de la molécule globulaire. A des pressions relativement faibles, la couche, formée de particules planes symétriques, est fluide. Lorsque l'on comprime, apparaît un état de gel superficiel. Il est vraisemblable qu'à ce moment on est passé à la forme fibreuse. Mais la transformation est encore réversible; plus haut, vers une pression de 15 à 20 dynes/cm., la réversibilité a cessé, la couche solidifiée commence à se plisser et l'on observe sur la surface des stries perpendiculaires à la direction de la compression. En rassemblant ainsi toute la couche, M. H. Devaux ([5]) a réussi à la réduire à un fil. Or ce fil est insoluble et ne se réétale pas : la protéine a été, non seulement dénaturée, mais *kératinisée*. Effectivement, en examinant aux rayons X un empilement de couches prélevées dans cet état (méthode de Blodgett-Langmuir), il a été prouvé ([6]) qu'elle est constituée de kératine β.

Cette transformation polymorphique irréversible se retrouve dans les couches monomoléculaires de corps gras, où également la forme cristalline stable (correspondant au cristal à trois dimensions) ne s'étale pas spontanément. De plus une des formes étalées présente tous les caractères d'un état mésomorphe ([7]). Il est intéressant de remarquer que, comme pour la

([3]) ANSON et MIRSKY, *J. Gen. Physiol.*, 17, 1934, p. 393.
([4]) MIRSKY, *Cold Spring Harbor Symp.*, 6, 1938, p. 152.
([5]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 109.
([6]) ASTBURY, BELL, GORTER et VAN ORMONDT, *Nature*, 142, 1938, p. 33.
([7]) Voir D. DERVICHIAN, *J. de Phys.*, 10, 1939, p. 343 et *J. Chem. Phys.*, 7, 1939, p. 946.

dénaturation des protéines, les transformations dans les couches monomoléculaires d'acides gras ou d'amines peuvent s'effectuer, non seulement par compression ou variation de température, mais aussi par changement du pH ou de la nature du support aqueux.

Propriétés physiques. — L'accroissement observé dans la viscosité après la dénaturation correspond bien avec l'apparition des particules filiformes. Leur feutrage donne lieu à la gélification et à la coagulation. On comprend aussi la diminution de la solubilité, puisque les groupements hydrophobes ne sont plus dissimulés. L'identité observée entre la mobilité de particules de quartz recouvertes de protéine et celle de la molécule elle-même ([8]) semble évidente lorsque l'on admet que les couches adsorbées sont identiques à celles qui forment les deux faces planes de la molécule de la protéine.

Eau liée. — Un calcul simple montre qu'une couche monomoléculaire d'eau tapissant les deux faces hydrophiles extérieures de la molécule représente 20 à 25 % du poids total, quel que soit le poids moléculaire de la protéine.

Propriétés chimiques. — Les groupes faiblement polaires OH et SH sont probablement dissimulés, avec les chaînes paraffiniques, dans la face interne du feuillet. Les restes cystéine constituent vraisemblablement des ponts S-S (cystine) avec les restes correspondants de l'autre feuillet, contribuant ainsi à la solidité de l'ensemble. On comprendrait dès lors l'apparition de ces groupements après la dénaturation, ainsi que l'accroissement de la force des groupes titrables, ces derniers ne réagissant plus l'un sur l'autre comme dans l'assemblage primitif.

Propriétés biologiques. — Cette constitution spécifique, dont le motif et l'ordre d'arrangement varient suivant les proportions des différents groupements, permet d'entrevoir le mécanisme de formation des anti-corps et celui de l'action des ferments. On conçoit que, comme pour un catalyseur, la propriété enzymatique soit intimement liée à la structure cristalline superficielle et disparaisse lors de la dénaturation.

([8]) Voir en particulier ABRAMSON, GORIN et MOYER, *Chem. Rev.*, **24**, 1939, p. 345.

MINÉRALOGIE. — *Transformation de verres naturels en roches cristallines par recuit sous haute pression de gaz et de vapeur d'eau.* Note de MM. **Albert Michel-Lévy** et **Jean Wyart**.

Par l'action des hautes pressions, voisines de 4000 kgs/cm², résultant de la détonation d'explosifs au sein de bombes en acier, en présence d'eau sous la pression partielle de 700 kgs/cm², et par recuit à des températures comprises entre 500° et 700°, pendant 14 à 23 jours, nous avons déterminé la naissance et l'évolution de cristaux dans des milieux amorphes tels que des verres acides d'origine terrestre, obsidienne de Lipari, ponce de dacitoïde de la Martinique, ou d'origine cosmique, tectite du Kouang Tchéou Wan et aussi tels que des verres basiques, obsidienne basanitique de Loubarcet (Cantal). Ces verres donnent aux rayons X les diagrammes caractéristiques des corps amorphes; ils ne sont nullement modifiés par le même traitement thermique à l'air libre.

L'obsidienne de Lipari (SiO^2 74,47; Al^2O^3 12,65; Fe^2O^3 2,58; MgO 0,20; CaO 1,22; Na^2O 3,87; K^2O 4,57) s'est transformée au cœur en une belle pyroméride avec grands sphérolites d'orthose, disposés suivant l'ancien écoulement fluidal; une zone intermédiaire, au microscope d'apparence vitreuse, enrichie en cristallites d'augite, a donné aux rayons X un diagramme d'orthose; la zone externe est riche en quartz pœcilitique et la surface extérieure s'est recouverte d'un tapis de petits cristaux de quartz pyramidés; les rayons X y décèlent aussi l'orthose.

La ponce de dacitoïde andésinique de la nuée ardente du 9 juillet 1902 de la Montagne Pelée (SiO^2 62,45; Al^2O^3 18,05; Fe^2O^3 2,02; FeO 4,00; MgO 2,58; CaO 5,81; Na^2O 3,27; K^2O 1,16; P^2O^5 0,10; TiO^2 0,19) contient initialement des phénocristaux d'andésine zonée, d'augite et d'hypersthène : la teneur en silice libre est de 21,54 %, mais elle n'est pas exprimée minéralogiquement. Traitée 14 jours à 630°, elle a eu son verre ponceux entièrement transformé en petits cristaux de quartz bipyramidés, accompagnés d'un feldspath triclinique et d'aiguilles d'augite. Cette apparition expérimentale du quartz est à rapprocher de celle de la tridymite, puis du quartz observés dans une autre phase de l'éruption par M. A. Lacroix, qui a attribué leur genèse à des actions pneumatolytiques.

La tectite de Kouang Tchéou Wan (SiO^2 74,82; Al^2O^3 11,62; FeO 4,58; MgO 1,90; CaO 2,44; Na^2O 1,25; K^2O 2,51; TiO^2 0,98) a subi également une évolution cristalline considérable, caractérisée par

l'apparition de cristobalite et de quartz, avec accompagnement d'un feldspath triclinique à environ 55 % d'anorthite. Deux expériences, l'une de 14 jours à 625°, l'autre, plus prolongée, de 23 jours à 540°, ont permis de saisir les modalités de l'évolution cristalline, soit en surface, soit au sein du verre. En surface et dans les fissures, c'est une ponce à faible indice qui prend naissance en premier lieu; elle tend, par place, vers des formes hexagonales et passe à des lamelles de tridymite; aux rayons X, elle se montre faite seulement de cristobalite. Dans l'expérience plus prolongée, un quartz, tout de suite limpide, en prismes bipyramidés, est apparu secondairement, en coexistence avec la cristobalite. Dans les géodes internes de la roche, la cristobalite est abondante en chapelets de petits glomérules blancs; dans les fissures le quartz et la cristobalite tapissent conjointement les parois, le quartz étant toujours contre ces parois et discontinu, la cristobalite le recouvrant en une couverture continue; enfin sur la surface extérieure, c'est le quartz qui l'emporte de beaucoup en nombreux petits prismes bipyramidés, accompagnés d'ailleurs de petits cristaux de labrador. On voit que, dans ces expériences, la cristobalite est apparue la première, le quartz étant né secondairement et à son détriment là où la circulation des gaz est la plus active. Au sein du verre la cristobalite, avec une structure fibreuse et sphérolitique, est la première à apparaître et est prédominante. Dans la multitude de petits sphérolites disposés en chapelets dans l'ancien écoulement fluidal, les uns ne sont pas encore biréfringents, d'autres sont à extinction roulante, d'autres à extinction totale. Certains de ces derniers passent graduellement à des cristaux de quartz pœcilitique, mais à contours devenant nets, dans lesquels la structure fibreuse est encore visible et montre des groupements caractéristiques, soit hexagonaux avec un germe cristallin au centre et six secteurs bien délimités, soit en losange avec deux directions de fibres croisées à angle droit; les premiers sont perpendiculaires à l'axe optique, les seconds ont l'axe positif parallèle à la grande diagonale du losange. C'est un développement progressif du quartz en plein verre provenant d'un état fibreux et sphérolitique à l'origine. D'autres fibres, également groupées en sphérolites, évoluent vers de fins microlites feldspathiques.

Dans l'obsidienne basanitique de Loubarcet (SiO^2 43,84; Al^2O^3 13,16; Fe^2O^3 0,91; FeO 9,30; MgO 11,28; CaO 11,98; Na^2O 3,06; K^2O 1,36; TiO^2 4,20), qui contient initialement de grands cristaux d'olivine et d'augite, le verre basique a eu beaucoup moins de tendance à se dévitrifier que les verres précédents. Après 14 jours à 625°, il est né en

surface un feutrage d'aiguilles et de fins prismes d'augite, accompagnés d'octaèdres de titano-magnétite, et dans le sein du verre de très fines gouttelettes d'un corps plus réfringent que son entourage, embryons probables de sphérolites, accompagnés de très petits cristaux d'augite. Les phénocristaux d'olivine inclus dans le verre ont subi une attaque superficielle qui ressemble à un début de serpentinisation.

On peut tirer de ces expériences des conséquences intéressantes du point de vue pétrographique. Les verres acides montrent une évolution beaucoup plus profonde que les verres basiques; et ceci doit être attribué à l'action de la vapeur d'eau sous pression. En ce qui concerne les verres de rhyolite et de tectite, également riches en silice, dans le premier, dont la teneur en alcalis est grande (8,44 %), c'est le feldspath qui naît le premier et domine sous forme de sphérolites; et le verre est devenu une large pyroméride rhyolitique. Dans le second, pauvre en alcalis (3,76 %), c'est au contraire la silice qui cristallise d'abord, sous forme de cristobalite qui se transforme ensuite en quartz. La structure microgrenue au voisinage de la surface rappelle celle d'une aplite.

GÉOLOGIE. — *Sur les dislocations qui intéressent le Trias et le Gneiss au nord-est de Cannes (Alpes-Maritimes).* Note [1] de M. **Antonin Lanquine**, présentée par M. Charles Jacob.

L'accident qui amène, à l'est de Cannes, un contact brutal entre les gneiss de la Maure et les terrains triasiques, a été interprété comme une faille de surrection due à une poussée venant du Sud [2].

J'ai eu l'occasion d'étudier en détail ce contact au nord-est immédiat de l'agglomération cannoise, dans la partie qu'on nomme Super-Cannes. En réalité, s'il y a relèvement du Gneiss contre le Trias, comme le figure le tracé, peut-être un peu schématique, de l'accident sur la feuille géologique d'Antibes, il existe une autre *faille de surrection, mais du Muschelkalk*, due aux mouvements particuliers de ce terrain et doublant, pour ainsi dire, la première, sur une longueur notable.

On sait que les déformations accentuées du Trias moyen dans les Chaînes

---

(1) Séance du 30 décembre 1940.

(2) *Notice explicative de la Carte géologique d'Antibes au* 1/80000e (2e édition), 1914.

Provençales sont souvent indépendantes de celles qui ont pu affecter son substratum ou sa couverture. Elles ont entraîné des accidents dysharmoniques, des décollements à la base, des ruptures d'adhérence au-dessus, comme cela se produit en maints endroits au contact du Trias supérieur ou grâce aux glissements de ce dernier terrain, plus plastique.

Précisément, le long de la portion élevée du boulevard Beausoleil et de l'ancien canal de la Siagne qui le borde, le Muschelkalk présente la trace de nombreux mouvements. Ses variations de plongement, son aspect dans une carrière située à peu de distance vers l'Ouest en témoignent. Le pendage dominant demeure d'ailleurs Ouest. Mais, en suivant le boulevard vers l'Est, d'autres faits apparaissent. La route coupe d'abord le contact entre le Muschelkalk, très redressé, et une faible épaisseur de son substratum géologique normal, le Grès bigarré. Cependant un examen attentif montre que ce contact n'est pas simple. Une zone bréchique s'intercale entre les deux terrains; elle montre le Muschelkalk concassé et broyé, emballant çà et là des fragments de Grès bigarré ou inversement. Un peu plus loin, quelques replis du Muschelkalk jalonnent le contact, un peu moins redressé, mais la zone broyée persiste entre les deux termes du Trias.

On est donc là en présence d'une brèche de friction née d'un contact par brusque décollement, qui a l'allure d'une faille plus ou moins oblique. Les éléments qui la constituent donnent un amas rocheux chaotique, blanchâtre, avec de nombreux débris calcaires et une sorte de sable qui résulte de la facile désagrégation du grès. A peu de distance, en suivant le boulevard, toujours vers l'Est, on atteint le contact, également tourmenté et brutal, du Grès bigarré, cette fois, et du Gneiss granulitique très froissé. C'est le grand accident marqué sur la deuxième édition de la feuille d'Antibes.

Revenons à la première faille, sans doute en relation génétique avec l'accident en question. Deux constatations doivent être faites : 1° le contact brutal de base du Muschelkalk se poursuit-il dans la pente, vers le quartier de Fiesole, avec sa brèche de friction le jalonnant? 2° se poursuit-il, dans les mêmes conditions, au-dessus du boulevard Beausoleil, en montant vers le Nord? J'ai donc suivi le bord de la dislocation et la mylonite qui le souligne. Sa direction est, dans l'ensemble et sans notables variations, NNE-SSW.

Observons d'abord la continuité de la zone en question vers le NNE. En montant au-dessus de la portion du boulevard bordée par le mur de

clôture de Fiesole, les contours de la route coupent et recoupent le contact susdit et la brèche de friction qui le souligne. Aucun doute à ce sujet; la faille se prolonge au NNE, avec une tendance au surplomb de sa lèvre ouest.

En explorant ensuite la pente raide et boisée au-dessous du boulevard, c'est-à-dire vers le SSW, pour observer l'allure du Muschelkalk, j'ai constaté que la faille se prolonge et passe immédiatement derrière les communs actuels de la Villa Fiesole, le surplomb de sa lèvre ouest dominant la construction. Ce surplomb de Muschelkalk est ici, et en amont d'ailleurs, très marqué. Il est longé par une petite ravine qui n'est pas située, là, fortuitement. Il porte des traces évidentes de la fracture : surfaces polies de glissement, parties de la brèche de friction encore adhérentes aux plans de rupture, brèche à fins éléments alternant avec de plus gros fragments concassés.

Au delà de la ravine, envahie par la végétation et les ronces, le même surplomb soulignant la lèvre occidentale de la faille se prolonge en biais au-dessus de la Villa Fiesole et traverse donc le boulevard Beausoleil, flanqué de sa brèche de friction.

Avant d'examiner la zone broyée qui s'insère dans la faille, notons encore un fait structural important. Les bancs de Muschelkalk qui forment l'escarpement de la lèvre ouest de la faille sont d'abord ployés en charnière anticlinale, puis entaillés ensuite par la fracture. Mais des calcaires du même terrain forment la lèvre opposée, avec un pendage ouest-sud-ouest assez fort vers la cassure et avec un rejet marqué. S'il s'agit, avec la lèvre ouest, d'un surplomb accentué, il s'agit en revanche, avec la lèvre est, d'un compartiment nettement affaissé. Ce paquet présente, d'ailleurs, quelques variations de pendage. En effet, les couches qui le forment, d'abord très inclinées *vers* la faille, ont un plongement plus atténué à mesure qu'on va vers leur base visible.

La brèche, plus ou moins consolidée, contient des blocs et des fragments de Muschelkalk, des débris de Grès bigarré, des parties sableuses et argilo-sableuses provenant de l'entraînement et de la désagrégation de ces derniers. En outre, dans le jeu de la faille, sans doute en plusieurs temps, quelques bancs de Grès bigarré ont été pincés entre les deux lèvres. D'où leur superposition anormale, et localisée d'ailleurs, au Muschelkalk abaissé, qui semble encadré, pour ainsi dire, par des éléments de Grès bigarré.

Je rappelle qu'au delà, vers l'Est, le Muschelkalk repose cette fois, en

effet, sur le Grès bigarré en place, par une zone encore bréchique. Au reste, on remarque un étirement de ce Trias inférieur gréseux au lieu d'intersection avec le Gneiss granulitique froissé qui l'aborde par le contact antérieurement connu et figuré.

MÉTÉOROLOGIE. — *La variation diurne de la température dans l'Antarctique.* Note (¹) de M. **Jules Rouch**, présentée par M. Charles Maurain.

J'ai fait savoir (²) que le dépouillement de mes observations dans l'Antarctique pendant l'expédition du Dr Charcot à bord du *Pourquoi-Pas?* avait mis en évidence une onde diurne de température de nature particulière : pendant l'hiver, où la variation diurne de la température due au mouvement du Soleil est faible, on observe, les jours de beau temps, une hausse de température pendant les heures qui correspondent à la nuit.

Pour nos observations du *Pourquoi-Pas?* faites à l'île Petermann par une latitude de 65°10', où la nuit polaire est de courte durée, il ne s'agissait que d'un maximum secondaire de la température, le maximum principal ayant lieu après midi.

L'examen des observations faites dans les deux expéditions de l'amiral Byrd de 1928-1930 et de 1933-1935, dont les résultats viennent d'être publiés par le *Weather Bureau* de Washington (*Monthly Weather Review*, Supplément n° 41, 1939), conduit à des conclusions beaucoup plus nettes.

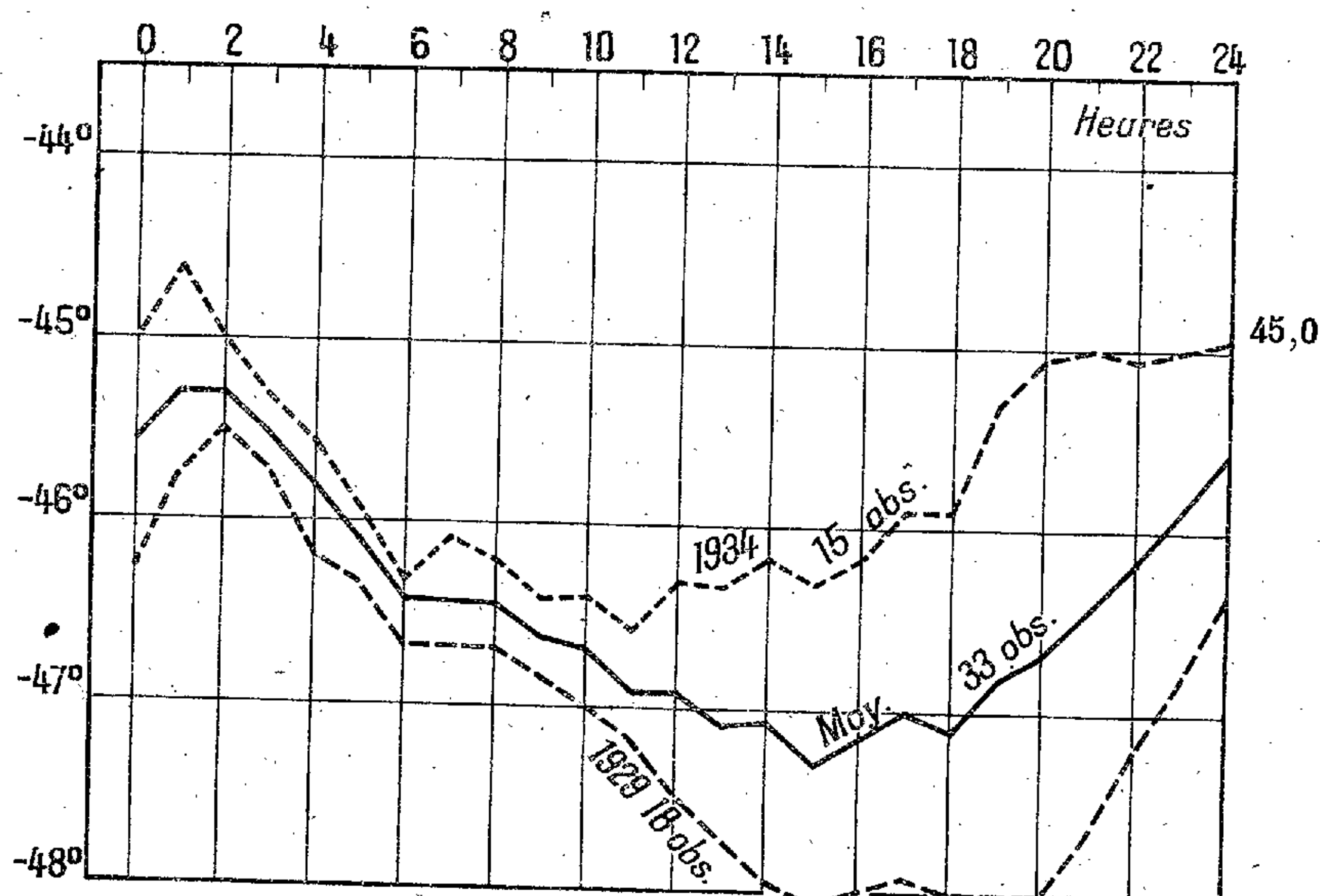
L'Observatoire météorologique de Petite-Amérique était situé par 78°34' de latitude Sud et par 163°56' de longitude Ouest. Pendant l'hiver de 1929, 18 journées ont eu une nébulosité moyenne inférieure à 2, avec une vitesse du vent inférieure en moyenne à 10 milles à l'heure. Pendant l'hiver de 1934, 15 journées ont présenté les mêmes caractères. Ce sont ces seules journées que j'ai retenues comme journées de beau temps.

La variation diurne calculée pour ces journées spéciales est donnée par la figure ci-contre, séparément pour chaque année, et pour les deux années considérées ensemble.

On voit, d'après cette figure, qu'il ne s'agit pas d'un maximum secondaire de température pendant les heures qui correspondent à la nuit, mais d'un

(¹) Séance du 9 décembre 1940.
(²) *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 866.

maximum principal, et même du seul maximum de température de la journée : la variation diurne les jours de beau temps est à simple période,



avec maximum vers 1^h ou 2^h, et minimum après midi. L'amplitude de cette variation diurne est de 2 degrés centigrades.

Pas plus que je n'ai pu le faire pour mes observations du *Pourquoi-Pas?*, je ne puis donner une explication satisfaisante de cette onde de réchauffement nocturne, qui ne paraît pas avoir de rapports avec les autres phénomènes météorologiques observés en même temps.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Les bandes d'émission de l'ozone dans le spectre du ciel nocturne*. Note de M. **Georges Déjardin**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que le spectre d'émission ultraviolet du ciel nocturne empiète nettement sur la région où l'absorption par l'ozone devient considérable ($\lambda < 3000$ Å). L'altitude des couches où sont émises les radiations qui apparaissent dans cette région n'est donc pas supérieure à celle de l'ozone atmosphérique. D'ailleurs, l'étude détaillée du spectre conduit à supposer qu'une *fraction importante* du rayonnement nocturne prend naissance *à une altitude relativement faible*. Parmi les spectres de post-lumi-

nescence obtenus par Kaplan, ceux qui reproduisent le plus fidèlement l'émission du ciel correspondent en effet à des pressions notables, de l'ordre de 10 à 30^{mm} de mercure.

D'après une hypothèse proposée par Cabannes, Dufay et Gauzit ([1]), certaines radiations nocturnes seraient émises *au sein même de la couche d'ozone*. Le rayonnement du ciel résulterait *partiellement* des transformations qui accompagnent la formation et la destruction de l'ozone atmosphérique. Ainsi s'expliquerait l'extension du spectre vers les courtes longueurs d'onde et l'allure des variations périodiques de la brillance du ciel dans diverses régions spectrales.

A l'appui de cette hypothèse, et en bon accord avec les faits qui viennent d'être rappelés, il est intéressant de constater qu'un grand nombre de maxima d'émission décelés dans le spectre du ciel nocturne coïncident pratiquement (compte tenu de l'approximation des mesures) avec des *bandes d'émission* de l'ozone, observées par Stark (décharge sous faible pression), Stuchtey (décomposition thermique du gaz) et Janin (décharge diffuse dans un ozoniseur) ([2]). Le tableau ci-dessous montre qu'il en est ainsi pour 39 radiations nocturnes dont l'origine était considérée jusqu'ici comme *inconnue ou très incertaine*; chacune d'elles correspond à une bande d'émission de l'ozone et, éventuellement, à un maximum d'absorption. La plupart des bandes intenses observées par Stark et par Janin figurent d'ailleurs dans ce tableau.

Ciel ([3]).	Bandes d'émission de l'ozone. Stark.	Stuchtey.	Janin.	Maxima d'absorption.
3905 (1)	–	3905	3908 (4)	–
3826 (2)	3825 (8)	3830	3827 (2)	–
3726 (1)	3730 (10)	3730	–	–
	3725 (8)	3725	3725 (2)	–
3700 (0)	3702 (9)	3705	–	–
	3698 (8)	3700	3698 (4)	–
3619 (0)	3623 (10)	3620	–	–
	3618 (7)		3616 (3)	–

([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 612.

([2]) J. Stark, *Ann. der Physik*, **43**, 1914, p. 319; K. Stuchtey, *Zeits. Wissenschaftliche Photographie, Photophysik und Photochemie*, **19**, 1920, p. 161; J. Janin, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 145.

([3]) Longueurs d'onde d'après A. Arnulf, R. Bernard, D. Cavassilas et G. Déjardin, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1329.

Ciel [3].	Bandes d'émission de l'ozone. Stark.	Stuchtey.	Janin.	Maxima d'absorption.
3595 (0)	3596 (5)	3595	3596 (2)	–
3569 (0)	3568 (3)	3570	–	3567
3514 (1)	3513 (10)	3515	3514 (1)	3515
3488 (4) [4]	3490 (10)	3490	3488 (1)	–
3416 (0)	3415 (10)	3415	3415 (4)	–
3400–3397 [5]	3400 (10)	3400	3399 (4)	3401
3392 (0)	3395 (9)	3390	3389 (3)	3395
3319 (1)	3323 (9)	3320	3321 (2)	–
3315 (1)	3314 (8)	3315	3312 (1)	3312
3303 (2)	3303 (9)	3305	3305 (1)	3303
{ 3246 (1)	{ 3250 (7)	3250	3248 (5)	3248
{ 3240 (1)	{ 3244 (8)	3245	3242 (5)	3242
3234 (1)	3235 (10)	3235	3237 (3)	–
3228 (1)	3227 (9)	3230	3226 (3)	3226
3215 (0)	3215 (10)	3215	3214 (4)	–
3178 (1)	{ –	3180	–	–
	{ –	3175	3175 (4)	3176
3164 (1)	3167 (8)	3165	3164 (3)	3164
3144 (2)	3145 (9)	3145	3147 (2)	3147
3096 (1)	3093 (4)	3095	3095 (2)	3098,5–3096
3075 (1)	3072 (7)	3070	3072 (2)	3076
{ 3057 (1)	{ 3059 (7)	3055	–	3056,5
{ 3052 (1)	{ –	–	3053 (1)	3051
3040 (1)	3039 (4)	3040	–	3041
3004 (1)	3005 (4)	3005	–	3004
2995 (1)	2993 (6)	2995	–	–
2990 (1)	2986 (8)	2990	–	2988
2980 (1)	2978 (7)	2980	–	–
2967 (0)	–	2970	–	2967
2928 (1)	–	2930	–	2927
2919 (1)	2917 (9)	2920	–	2920
2908 (0)	2907 (9)	2910	–	2907
2900 (0)	2902 (8)	2900	–	–
2893 (0)	2891 (7)	2890	–	2894
2873 (0)	2876 (7)	2875	–	2872,5

Dans le spectre de la luminescence de l'ozoniseur, Janin a signalé la présence d'un fond continu dont l'évolution semble liée à celle des bandes

[4] Radiation complexe.

[5] Radiation observée par Dufay et Arnulf.

de l'ozone et qui se prolonge dans la région la plus réfrangible du spectre visible. Cette émission continue existe peut-être également dans le rayonnement du ciel nocturne; elle viendrait alors s'ajouter au rayonnement des étoiles faibles et à la lumière diffusée en dehors de l'atmosphère terrestre.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur les variations de l'ozone atmosphérique.* Note de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Maurain.

La répartition de l'ozone en fonction de l'altitude a été déterminée en quelques points du globe par des méthodes directes ou indirectes. Pour rendre compte de la distribution trouvée, plusieurs auteurs, notamment S. Chapman, R. Mecke, puis O. R. Wulf et L. S. Deming ont fait appel aux réactions photochimiques de formation et de décomposition de l'ozone sous l'influence du rayonnement solaire ultraviolet. Par la suite, l'un de nous (1) a montré que la formation de l'ozone ne pouvait être due qu'à ce même rayonnement. Les théories précédentes sont d'accord pour prévoir l'existence d'un important maximum aux environs de 25^{km}, mais sont insuffisantes pour expliquer les variations de l'épaisseur réduite en fonction de la latitude et de la saison. On sait en effet que, dans le cours de l'année, la moyenne mensuelle passe par un maximum au printemps et par un minimum en automne, le rapport de ces deux valeurs allant en croissant de l'équateur au pôle. D'autre part l'épaisseur réduite moyenne croît également de l'équateur au pôle. (Remarquons qu'il s'agit ici de valeurs moyennes qui éliminent ainsi les effets de la circulation atmosphérique.)

Nous nous proposons d'apporter ici une explication rendant compte également de ces derniers phénomènes.

Elle consiste essentiellement en l'introduction du facteur *température* dans la résolution du problème de l'équilibre photochimique de l'ozone atmosphérique.

En effet, la réaction de formation de l'ozone, sous l'action de la lumière de longueur d'onde voisine de 1800 Å sur l'oxygène, a été étudiée quantitativement par Eucken et Patat (2). C'est une réaction d'équilibre dont la constante augmente lorsque la température diminue. Elle passe ainsi

(1) E. Vassy, *Ann. Physique*, 11e série, 8, 1937, p. 679.
(2) *Zeits. für physik. Chemie*, B, 33, 1936, p. 459.

de $1{,}8.10^{-3}$ pour 0°C., à 8.10^{-3} pour — 30°C. et à 49.10^{-3} pour — 60°C. La formation d'ozone est donc favorisée par un abaissement de température.

Quant à la réaction de décomposition, elle a été étudiée par Schumacher ([3]) pour la lumière visible et par Beretta et Schumacher ([4]) pour le proche ultraviolet. C'est également une réaction complexe dont la constante d'équilibre augmente avec la température. Donc là encore un abaissement de température est en faveur de l'augmentation de la concentration en ozone.

Or la température des régions où se trouve l'ozone atmosphérique est loin d'être constante. En effet les sondages aérologiques ont montré que, dans les régions polaires, le gradient de température entre la tropopause et 20^{km} est fortement positif en été, négatif en hiver. L'écart entre les gradients maximum et minimum diminue lorsque l'on va du pôle à l'équateur. Des mesures de la température moyenne de l'ozone, effectuées dans les régions polaires, nous ont permis de montrer ([5]) que ces résultats s'étendent aux altitudes plus élevées (25 à 35^{km}). Les températures obtenues pour ces altitudes prolongent très exactement les résultats de l'observation directe ([6]). Ainsi, la stratosphère est chaude l'été, froide l'hiver, et cela d'autant plus que l'altitude et la latitude sont plus élevées.

L'épaisseur réduite de l'ozone atmosphérique résultant de la superposition des deux réactions photochimiques, l'une de formation, l'autre de destruction, si la température demeurait constante, on aurait une épaisseur d'ozone proportionnelle à l'énergie solaire, et celle-ci passe par un maximum au solstice d'été, maximum de plus en plus aigu quand on va du tropique au pôle. Mais, en même temps que le rayonnement solaire croît, la température de la haute stratosphère augmente, tendant ainsi à diminuer de plus en plus la formation d'ozone, et à accélérer sa destruction. *Nous sommes donc en présence de deux influences contraires (rayonnement solaire et température) et de la superposition de leurs effets résulte le déplacement du maximum d'épaisseur d'ozone qui se trouve ainsi ramené au printemps.* On explique aussi que, aux basses latitudes, l'énergie solaire incidente et la température de la stratosphère variant peu au cours de l'année, la variation

---

([3]) *Zeits. für physik. Chemie*, B, 17, 1932, p. 405.
([4]) *Zeits. für physik. Chemie*, B, 17, 1932, p. 417.
([5]) A. et E. Vassy, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1518.
([6]) A. et E. Vassy, *Nature*, 144, 1939, p. 284.

saisonnière de l'ozone soit également faible. Le détail des calculs sera donné dans un autre Recueil, car nous ne pouvons présenter ici qu'un aperçu de cette étude.

Ajoutons toutefois que, dans la haute atmosphère, le rayonnement destructeur de l'ozone pénètre plus profondément que le rayonnement créateur et par suite la distribution verticale dépendra étroitement de la température. On conçoit donc que la distribution verticale varie avec la latitude. C'est en effet ce que montrent les distributions trouvées à Arosa ([7]) et à Tromsö ([8]). Les mesures de Tromsö ayant été effectuées en été, les résultats montrent un appauvrissement en ozone dans les hautes couches par rapport à celles d'Arosa.

On peut également prévoir qu'en un point donné la distribution verticale variera avec la saison, et cela d'autant plus que la latitude est plus élevée.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Les notions de* genre *et de* grade *chez les Silicoflagellidées et la phylogenèse des mutants naviculaires.* Note ([1]) de M. **Georges Deflandre**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les nouvelles coupures génériques proposées par Frenguelli dans un intéressant travail ([2]) paraissent pratiques au premier abord, mais elles ne répondent malheureusement pas à une conception moderne de la systématique des Silicoflagellidées, qui doit avant tout refléter, retracer la phylogénie. Je discuterai ici le cas du genre *Naviculopsis* Freng.

Aucun des caractères attribués *ordinairement* (*sec.* Frenguelli) à ce genre n'est propre à ses espèces : tous se retrouvent dans l'un ou l'autre des genres admis dans le même travail. En vérité, les *Naviculopsis* sont des mutants naviculaires *dérivant de géniteurs inconnus.* Quand les espèces génitrices sont décelables, Frenguelli rattache les mutants naviculaires aux types [cas de *Dictyocha schauinslandii* (*fig.* 15 à 18) et de *Corbisema* (*Dictyocha*) *apiculata*]. Il suffit donc de démontrer l'origine d'un *Naviculopsis* pour l'ôter de ce genre et le classer avec son géniteur. C'est ce que l'ample documentation, accumulée au cours de longues recherches, me

---

([7]) Götz, Meetham et Dobson, *Proc. Roy. Soc.*, 145, 1934, p. 416.

([8]) Meetham et Dobson, *Proc. Roy, Soc.*, 148, 1935, p. 598.

([1]) Séance du 30 décembre 1940.

([2]) *Rev. Mus. La Plata,* N. S., 2, secc. Paleontol., 1940, p. 37-112.

permet de faire dès à présent pour *Naviculopsis lata* (Defl.) Freng., dont mes figures 8 à 14 montrent la filiation à partir d'une petite forme, *Dictyocha ausonia* n. sp., apparentée à *D. rhombica* (Lemm.) Defl., lequel, par un processus analogue (*fig.* 1 à 7), donne également un mutant naviculaire non encore décrit. La même démonstration vaut très probablement pour *Naviculopsis minor* (Schulz) Freng., que *Dictyocha transitoria* Defl. relie à une petite espèce du type *D. fibula* Ehr.

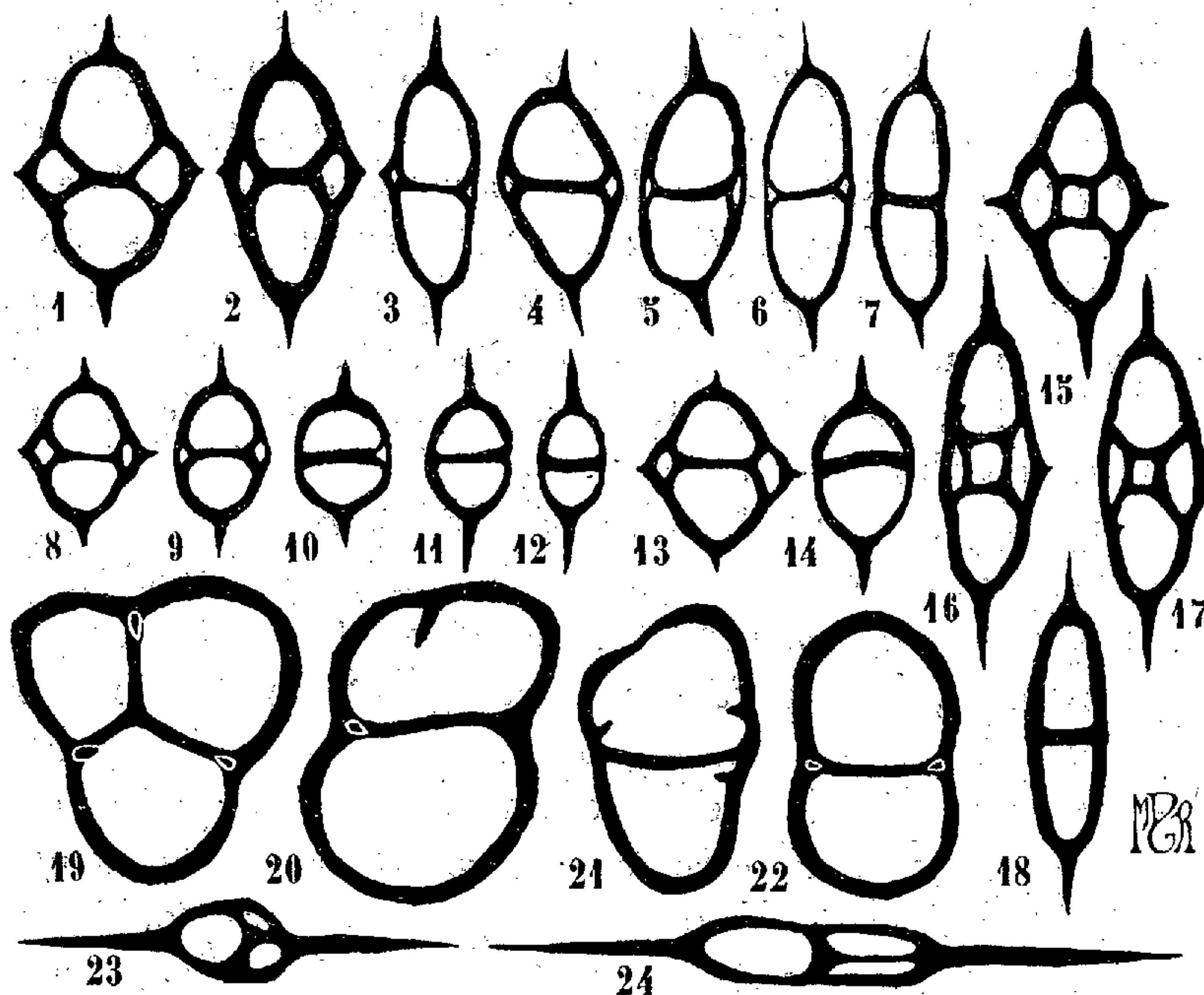


Fig. 1 à 7. *Dictyocha rhombica* (Lemm.) Defl. : 1, type; 2 à 6, prémutations conduisant au mutant naviculaire fig. 7 (Miocène de San Pedro, Californie). — Fig. 8 à 12. *Dictyocha ausonia* n. sp. : 8, type; 9 et 10, prémutations; 11 et 12, mutants naviculaires dénommés *Naviculopsis lata* (Defl.) Freng. (Miocène de Bergonzano, Italie). — Fig. 13 et 14, même espèce. La figure 14 représente le type de *N. lata* (Miocène de Marmorito, Italie). — Fig. 15 à 18, *Dictyocha schauinslandii* (Lemm.) Freng. : 15, paratype; 16 et 17, prémutations; 18, mutant naviculaire (Miocène de Kekkö, Hongrie). — Fig. 19 à 22, *Dictyocha apiculata* (Lemm.) var. *inermis* (Lemm.) : 19, paratype; 20 et 21, prémutations; 22, mutant naviculaire (Paléocène de Singiliewski et d'Isenski, U. R. S. S.). — Fig. 23 et 24, *Naviculopsis constricta* (Schulz) Freng. : formes anormales ou variations ataviques (?) (Oligocène d'Oamaru, Nouvelle-Zélande). Grossissement : 315.

Ce mécanisme de la genèse des formes naviculaires, jamais décrit jusqu'ici, s'avère par ailleurs variable suivant les espèces. Dans les

exemples précédents, la symétrie est conservée *grosso modo* tout au long de la chaîne; il en va autrement chez *Dictyocha apiculata* (Lemm.) var. *inermis* (Lemm.) (*fig.* 19 à 22), où s'intercalent des prémutations asymétriques.

De tous ces faits je conclus que les mutants naviculaires sont des formes convergentes, qui « *n'ont donc pas entre elles des liens de parenté directs* », pour reprendre les termes de L. Cuénot ([3]), concernant les Gryphées. Et la suite du texte même de L. Cuénot s'applique admirablement ici : « Le pseudo-genre étant polygénétique doit donc être considéré non comme un genre, mais comme un *grade* [mot de Bather ([4])]. » *Naviculopsis* serait un genre s'il ne comprenait que des espèces *descendant d'un génotype*, par exemple de *N. biapiculata* (Lemm.) Freng., ou de *N. constricta* (Schulz) Freng. (*fig.* 23, 24), deux formes très semblables, qui ne sont d'ailleurs que *morphologiquement* apparentées. En conséquence, si l'on conserve le nom de *Naviculopsis* pour les mutants naviculaires d'origine indécise, il faudra, comme le demande L. Cuénot, spécifier qu'il s'agit d'un grade et non d'un genre.

Sur un autre plan, d'une plus large signification, j'établis ici qu'il existe *un sens de l'évolution des Silicoflagellidées, marqué par une tendance générale à l'allongement du squelette* (et de la cellule), conduisant, soit aux formes naviculaires, soit aux formes à deux grandes cornes axiales. Ce sens de l'évolution, comme aussi celui, inverse en apparence, qui marque une tendance vers la sphéricité, avec adjonction de cornes apicales (*Cannopilus sphæricus* Gem.), peut-il être considéré comme favorisant une vie pélagique? C'est discutable : toutes les espèces ainsi évoluées paraissent aujourd'hui éteintes. Il me semble plus rationnel de rappeler, à propos de ces deux tendances du type moyen, quasi pérenne, des Silicoflagellidées, la loi morphogénétique que j'ai énoncée en 1931 ([5]), concernant l'évolution de divers Flagellés libres sphériques *vers un type fuselé*, loi qui trouverait donc ici une nouvelle confirmation.

([3]) *L'Espèce*, Paris, 1936, p. 189.

([4]) *Quart. Journ. Geol. Soc.*, London, 83, 1927, p. 62.

([5]) *Rec. Trav. Crypt. dédiés à L. Mangin*, Paris, 1931, p. 148.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *De l'existence d'un complexe tanin-mucilage dans le vacuome des cellules de la moelle de l'*Ephedra distachya *L.* Note de M. **Robert Lemesle**, présentée par M. Marin Molliard.

La présence de tanin dans l'unique vacuole des grandes cellules de la moelle de l'*Ephedra distachya* L., psammophyte méditerranéo-atlantique, avait déjà été signalée par Ramigeon ([1]) et par M[lle] George ([2]); mais ces auteurs n'avaient pas donné de précisions sur la nature de cette substance.

En traitant des coupes de tiges aériennes par l'hypochlorite de soude, j'ai obtenu une teinte orange persistante dans le suc cellulaire de toutes les cellules de la moelle. D'après Braemer ([3]), cette réaction indique l'existence d'acide ellagique. Puis, en utilisant le réactif du même auteur (solution de 1^g de tungstate de sodium et de 2^g d'acétate de sodium dans 10^{cm^3} d'eau), j'ai observé, dans le vacuome de quelques-unes des cellules de la moelle, un précipité granuleux jaunâtre, caractéristique de l'acide gallotannique, lequel coexiste ici avec l'acide ellagique.

En traitant par les réactifs généraux des composés tanniques (perchlorure de fer, molybdate d'ammoniaque) des coupes de tiges qui avaient longuement séjourné dans l'alcool, j'ai obtenu un résultat positif dans toutes les cellules de la moelle. Les composés tanniques s'y trouvent donc combinés, dans le suc cellulaire, avec une autre substance insoluble dans l'alcool. Quelle est cette substance? Le contenu de ces mêmes éléments s'est coloré en violet foncé par l'hématoxyline Delafield et en rose vif par le rouge de ruthénium. Ces réactions indiquent que les composés tanniques se trouvent associés, dans le suc cellulaire, à un mucilage de nature pectosique, formant un complexe insoluble dans l'alcool.

J'ai examiné, par les mêmes réactifs, des coupes de rhizomes souterrains; ceux-ci se font remarquer par le grand développement du liège et des formations libéro-ligneuses secondaires. Ces réactions m'ont permis de constater l'existence de tanin-mucilage dans le parenchyme de la moelle,

---

([1]) *Contribution à l'étude anatomo-histologique du genre* Ephedra (*Th. Doct. Un. Pharmacie*, Alger, 1919).

([2]) *Contribution à l'étude des Gnétales* (*Th. Doct. Sc. Nat.*, Paris, 1930).

([3]) *Les tannoïdes* (*Thèse Dipl. Sup. Pharm.*, Lyon, 1890).

mais d'une façon moins constante que dans les tiges aériennes. Dans les rhizomes, les éléments qui renferment ce complexe sont en général plus clairsemés et manquent même parfois complètement. De plus, dans les tiges souterraines très âgées, à moelle très réduite, j'ai constaté la disparition totale de tout complexe tanin-mucilage dans la vacuole des cellules.

La séance est levée à 15h 15m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

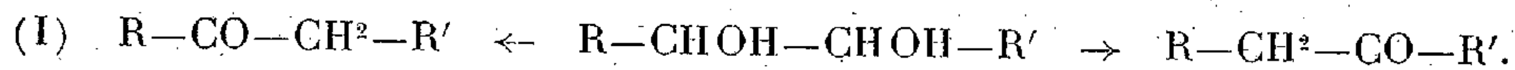
MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation du dipropénylglycol symétrique. Formation d'aldéhyde disubstitué (transposition hydrobenzoïnique) et de cétone non transposée (déshydratation vinylique).* Note de MM. **Marc Tiffeneau** et **Yves Deux**.

La déshydratation des glycols bisecondaires avec formation de produits aldéhydiques ou cétoniques peut s'effectuer suivant deux modalités distinctes selon qu'il s'agit de glycols aliphatiques R—CHOH—CHOH—R′ ou de diarylglycols symétriques tels que l'hydrobenzoïne.

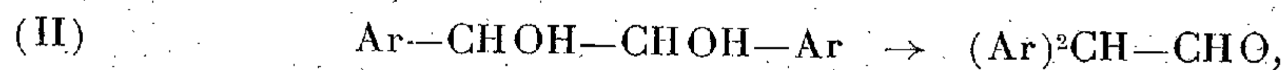
Dans le premier cas, il y a élimination d'eau aux dépens de l'un des deux hydroxyles et formation de l'une ou l'autre des deux cétones théoriquement possibles :



(I) $R—CO—CH^2—R' \leftarrow R—CHOH—CHOH—R' \rightarrow R—CH^2—CO—R'$.

Parfois même, lorsque l'influence des deux radicaux est peu différente, ces deux cétones peuvent se former simultanément. Il va de soi que lorsque $R = R'$, il ne peut se former qu'une seule cétone ([1]).

Dans le second cas, il y a formation d'aldéhydes par transposition hydrobenzoïnique ([2]) :



(II) $Ar—CHOH—CHOH—Ar \rightarrow (Ar)^2CH—CHO$,

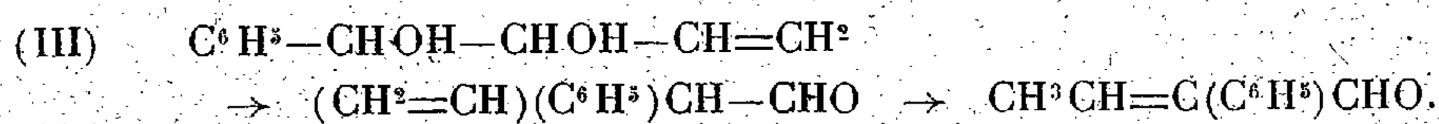
([1]) Bouveault et Locquin, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 4e série, 35, 1906, p. 648.

([2]) Zincke et Breuer, *Ber. d. chem. Ges.*, 9, 1907, p. 345. Lorsque l'un des radicaux est aromatique, alors que l'autre est aliphatique, la déshydratation s'effectue généralement suivant le type vinylique, car dans ce cas l'hydroxyle éliminé est celui voisin du radical aromatique (Tiffeneau, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 10, 1907, p. 345).

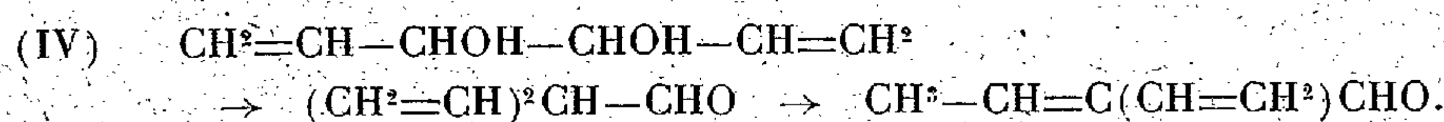
Ainsi le comportement des glycols bisecondaires, au cours de leur déshydratation acide, est essentiellement différent suivant que les radicaux substituants sont aliphatiques ou aromatiques (3).

Or l'un de nous, en étudiant la déshydratation des glycols bisecondaires non saturés, a montré que certains radicaux aliphatiques non saturés tels que le vinyle se comportent comme des radicaux aromatiques non seulement lorsque l'un des phényles de l'hydrobenzoïne est remplacé par un vinyle (4) mais également lorsque ce remplacement s'applique aux deux phényles (5).

Toutefois dans le premier cas, et probablement aussi dans le second, il se produit un déplacement de la double liaison :



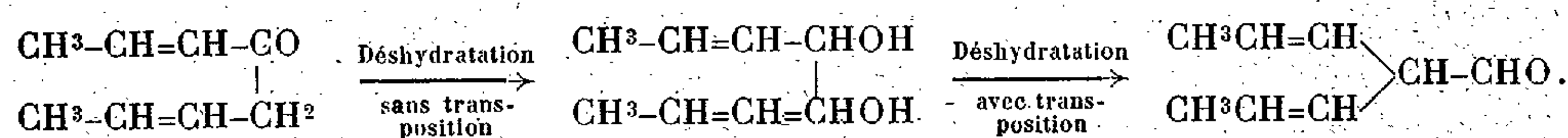
(III) $C^6H^5-CHOH-CHOH-CH{=}CH^2 \rightarrow (CH^2{=}CH)(C^6H^5)CH-CHO \rightarrow CH^3CH{=}C(C^6H^5)CHO.$



(IV) $CH^2{=}CH-CHOH-CHOH-CH{=}CH^2 \rightarrow (CH^2{=}CH)^2CH-CHO \rightarrow CH^3-CH{=}C(CH{=}CH^2)CHO.$

D'autre part, il a été constaté ultérieurement, au cours de réactions analogues, que le caractère aromatique du radical vinyle va en s'atténuant par l'introduction de radicaux substituants (6).

Nous nous sommes dès lors demandé si la déshydratation d'un homologue du divinylglycol tel que le dipropénylglycol ne conduirait pas simultanément aux deux réactions ci-dessus (I) et (II). L'expérience a confirmé nos prévisions. On obtient en effet dans ces conditions, à la fois un aldéhyde disubstitué résultant de la déshydratation avec transposition du type hydrobenzoïnique et une cétone linéaire résultant d'une déshydratation sans transposition s'effectuant suivant le mode vinylique :



(3) Il est probable que dans le premier cas (radicaux aliphatiques) l'hydroxyle de l'une des fonctions alcool s'élimine avec l'hydrogène non hydroxylique de l'autre fonction alcool, c'est-à-dire par une déshydratation vinylique $R-C(OH){=}CH-R'$ alors que dans le second cas l'élimination de l'hydroxyle a lieu avec l'hydrogène hydroxylique de l'autre fonction alcool $Ar-CH-CH-Ar$ (pont O entre les deux CH).

(4) M. TIFFENEAU et P. WEILL, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1217.

(5) *Ibid.*, 204, 1937, p. 590.

(6) YVES DEUX et Mlle DINAH ABRAGAM, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 208.

Toutefois, ni cette cétone ni l'aldéhyde transposé n'ont pu être séparés et isolés à l'état de pureté, même par l'intermédiaire de leurs semicarbazones. Pour les caractériser, nous avons dû recourir à leurs produits d'hydrogénation ménagée, l'aldéhyde dipropylacétique et l'octanone-4. Il ne nous est donc pas possible de savoir si l'aldéhyde transposé ainsi obtenu est le dipropénylacétaldéhyde ou son isomère l'α-propénylpenténal $CH^3-CH^2-CH{=}C(CH{=}CH-CH^3)CHO$ provenant d'un déplacement de la double liaison analogue à celui qui a été observé dans la déshydratation du phénylvinylglycol [voir ci-dessus formule (III)]. De même nous ne pouvons pas décider si le produit cétonique obtenu est l'octadiène-2.6 one-4 normalement attendue ou son isomère résultant du déplacement possible de la double liaison, l'octadiène-2.5 one-4,



$$CH^3-CH{=}CH-CO-CH{=}CH-C^2H^5.$$

Quoi qu'il en soit, il n'en reste pas moins établi nettement que la déshydratation acide du dipropénylglycol s'effectue suivant les deux réactions théoriquement possibles; l'une, probablement vinylique, avec formation de cétone, l'octadiène-2.6 one-4 ou son isomère l'octadiène-2.5 one-4; l'autre s'effectuant par le même mécanisme que la transposition hydrobenzoïnique avec formation d'aldéhyde dipropénylacétique ou de son isomère l'α-propénylpenténal.

Déshydratation du dipropénylglycol symétrique. — Le dipropénylglycol ($Éb_{15}$ 129-132°, n_D^{17} 1,477), déjà obtenu par Wieman (7), a été préparé suivant les indications de cet auteur en réduisant l'aldéhyde crotonique $CH^3CH{=}CH-CHO$ par le couple zinc-cuivre; son paradinitrobenzoate a été trouvé fusible à 153° au bloc Maquenne. On l'a soumis à la déshydratation par chauffage avec cinq fois son poids d'acide sulfurique à 30 % porté à l'ébullition. Les produits volatils de la réaction sont entraînés au fur et à mesure de leur formation, ce qui permet de les séparer des résines formées en quantités assez notables. Les liquides entraînés sont épuisés à l'éther, et, après évaporation du solvant, l'on obtient un résidu qui distille en majeure partie de 71 à 72° sous 14mm. Ce produit fixe le brome et donne les réactions des aldéhydes; il réduit l'azotate d'argent ammoniacal et fournit une semicarbazone cristallisée : celle-ci est certainement un mélange, car elle fond de 110 à 138°; toutefois il a été impossible d'en séparer ses constituants par cristallisation fractionnée.

---

(7) *Ann. de Chimie*, 11e série, 5, 1936, p. 267.

Hydrogénation ménagée en aldéhyde dipropylacétique et en octanone-4; identification de ces deux produits. — Le produit de déshydratation ($Éb_{14}$ 71-75°) a été hydrogéné à froid sur le nickel de Raney. La fixation d'hydrogène tout d'abord rapide se ralentit ensuite, probablement au moment de l'hydrogénation des fonctions aldéhyde ou cétone; on constate en effet que le volume d'hydrogène alors fixé correspond à la saturation des doubles liaisons. On arrête à ce moment l'opération. Après élimination du solvant, le résidu distillé dans le vide bout entre 70-74° sous 25^{mm}. Il ne fixe plus le brome, mais réduit toujours l'azotate d'argent. On soumet le produit à l'oxydation par l'hydroxyde d'argent (méthode de MM. Delépine et Bonnet]. On peut alors séparer une portion acide et une portion neutre.

a. Portion acide. — L'acide obtenu [$Éb_{22}$ 126°; amide F. 125-126° (bloc Maquenne); anilide F. 102°] a été identifié avec l'acide dipropylacétique $(C^3H^7)^2CH-CO^2H$ préparé synthétiquement par oxydation de l'aldéhyde correspondant obtenu par la méthode de Béhal et Sommelet, savoir par action du bromure de magnésium propyle sur le méthoxyacétate d'éthyle et chauffage de l'éther de glycol formé avec l'acide oxalique anhydre.

b. Portion neutre. — Cette portion a été soumise à une nouvelle oxydation argentique de façon à éliminer complètement l'aldéhyde. Finalement il reste un produit cétonique ($Éb_{26}$ 70°) donnant une semicarbazone qu'on a identifiée avec celle fournie par l'octanone-4 $C^3H^7-CO-C^4H^9$ préparée par oxydation sulfochromique de l'octanol-4, obtenu lui-même en condensant le bromure de magnésium butyle avec l'aldéhyde butyrique.

ZOOLOGIE. — *Sur la détermination du sexe chez les Isopodes Épicarides.* Note [1] de M. **Maurice Caullery**.

De récents travaux, sur lesquels mon attention a été attirée, ont rappelé à mon esprit et précisé en lui un problème envisagé par moi il y a très longtemps et sur lequel je comptais expérimenter quand j'aurais pu disposer de l'ensemble des conditions nécessaires. Comme il est probable que je ne pourrai pas réaliser ce projet, j'exposerai ici la question, en m'excusant de ne pas apporter de résultat positif, mais en signalant le

(1) Séance du 13 janvier 1941.

problème à l'attention des zoologistes et en proposant une solution technique.

Chez de nombreux Crustacés parasites (Copépodes, Isopodes Épicarides) le dimorphisme sexuel est très accentué. Le mâle, nain, vit à demeure sur la femelle, chacun des sexes ayant subi une déformation considérable par rapport au type originel et dans des directions divergentes; le type originel lui-même est fidèlement conservé dans les formes larvaires libres précédant la phase de parasitisme.

Chez la plupart des Épicarides (et d'ailleurs aussi chez beaucoup de Copépodes parasites), on trouve régulièrement, sur chaque femelle, un mâle nain sédentaire. Toutefois, dans la famille des *Entoniscidæ*, qui vivent enfouis dans la cavité viscérale des Crabes, on rencontre généralement, dans la cavité incubatrice de la femelle, plusieurs mâles typiques et des larves au stade cryptoniscien ([2]), identiques à celles que l'on trouve libres dans le plancton. C'est d'ailleurs à ce stade de larve cryptoniscienne que ces animaux se fixent à leur hôte définitif, après avoir eu précédemment (au stade de larve épicaridienne) une phase temporaire de parasitisme provisoire sur des Copépodes planctoniques ([3]).

Le problème se pose de savoir si le sexe, chez ces parasites [qui appartiennent à des groupes où la séparation des sexes est la règle générale ([4]) et où le sexe est déterminé *ab ovo*] est effectivement fixé de façon définitive dès l'origine, ou bien *s'il résulte, après la phase larvaire libre, de la nature des rapports contractés avec l'hôte*; le parasitisme direct sur l'hôte entraînant la différenciation en femelle, le parasitisme indirect, par l'intermédiaire de la station sur la femelle, entraînant la différenciation en mâle.

On connaît aujourd'hui une série de cas, dans des groupes très divers, où le sexe de l'individu est modifié, jusqu'à pouvoir être inversé, par les rapports que l'animal jeune contracte avec une femelle de sa propre espèce.

Un premier exemple, particulièrement frappant, est celui de la Bonellie (Géphyriens, Echiurides), mis en lumière par Baltzer ([5]). Les larves se

---

([2]) Cf. A. GIARD et J. BONNIER, *Trav. Stat. Zool. Wimereux*, 5, 1887, p. 212.

([3]) M. CAULLERY, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 596.

([4]) A l'exception toutefois, parmi les Épicarides, de la famille des *Cryptoniscidæ*, dans laquelle il y a toujours hermaphrodisme successif protandrique, comme Mesnil et moi-même l'avons constaté chez *Hemioniscus balani* (*Bull. Sc. France-Belgique*, 34, 1901, p. 316) et comme je l'ai vérifié chez les *Liriopsis*, parasites des *Peltogaster* (*Mitth. Zool. Stat. Neapel*, 18, 1908, p. 583).

([5]) *Mitth. Zool. Stat. Neapel*, 22, 1914, p. 1 (et nombreux mémoires ultérieurs avec divers collaborateurs).

développant librement dans l'eau de mer évoluent en femelles, tandis que celles qui viennent à se fixer temporairement sur la trompe d'une femelle adulte évoluent en mâles nains et très dégradés anatomiquement. Il se produit, chez ces dernières larves, une inhibition de croissance et de différenciation, sous l'influence de substances agissant à la façon d'hormones et émanant de la trompe où la larve est fixée. La bipotentialité sexuelle initiale de l'individu vire, en fait, vers un sexe ou l'autre, suivant les circonstances du développement.

Un cas analogue se présente, parmi les Gastropodes Prosobranches de la famille des *Calyptraeidæ*, pour diverses espèces de *Crepidula* ([6]). Les faits varient quelque peu d'une espèce à l'autre, mais, en gros, ces Mollusques vivent sur d'autres coquilles et ordinairement empilés par groupes les uns sur les autres, par ordre d'âge décroissant. Des individus isolés évoluent directement en femelles, tandis qu'associés en piles, les plus jeunes, au sommet de la pile, sont toujours mâles et se transforment ensuite graduellement en femelles. La réalisation de la phase mâle dépend manifestement du contact avec les femelles adultes, et d'échanges de substances absorbées *per os* et agissant comme des hormones.

Un troisième exemple, récemment analysé par Hartmann ([7]), est celui d'une Annélide Polychète de la famille des *Eunicidæ*, *Ophryotrocha puerilis*, chez laquelle on avait antérieurement constaté de l'hermaphrodisme successif. En fait (au moins dans une souche provenant de Rovigno, Istrie), les jeunes individus sont mâles et deviennent femelles à partir d'un stade de 15-20 segments. Hartmann a montré que, si l'on fragmente les gros individus en tronçons de 5-6 segments, ces tronçons redeviennent mâles. Il a montré, en outre que, si l'on isole en culture deux femelles, l'un des deux individus redevient mâle, sous l'influence de substances émanant de l'autre ([8]).

En laissant de côté la famille des *Cryptoniscidæ*, où il y a hermaphrodisme

---

([6]) J. H. Orton, *Proc. Roy. Soc. London*, 81 B, 1917, p. 468; H. N. Gould, *J. exper. Zoöl.*, 23, 1917, p. 1 et 225; 29, 1919, p. 113; W. R. Coe, *Ibid*, 72, 1936, p. 455; 77, 1938, p. 401.

([7]) Hartmann M. und Huth W., *Zool. Jahrb.* (*Abth. f. allg. Zool.*), 56, 1936, p. 589.

([8]) Il y aurait lieu aussi de rapprocher des cas précédents celui des Nématodes de la famille des *Mermithidæ*, parasites des Insectes, chez lesquels le sexe est fortement influencé par le nombre des individus se développant dans le même hôte (M. Caullery et M. Comas, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 646).

successif (Note 3, *supra*), tous les autres Épicarides ont les sexes rigoureusement séparés. La fixation à l'hôte se fait au stade de larve cryptoniscienne et le parasite commence immédiatement sa métamorphose régressive, en devenant invariablement femelle. Les mâles ne se trouvent jamais que sur leurs congénères femelles plus âgés et déjà plus ou moins métamorphosés; il n'y en a jamais qu'un dans la plupart des formes. On peut se demander si, comme dans les cas rappelés plus haut (*Bonellie*, *Crepidula*, *Ophryotrocha*), l'évolution de ces individus en mâles n'est pas conditionnée par les rapports contractés avec une femelle déjà différenciée et si, de la sorte, le sexe, chez les Épicarides, ne dépend pas des relations que la larve cryptoniscienne contracte, soit directement avec l'hôte (évoluant dans ce cas en femelle) soit directement avec une femelle de sa propre espèce (auquel cas elle évoluerait en mâle).

Le cas des Entonisciens me paraît prêter à une vérification expérimentale de cette supposition, et j'avais, depuis longtemps, l'intention de la faire dès que possible. Chez ces Épicarides on trouve presque toujours, dans la cavité incubatrice de la femelle, comme l'ont déjà signalé Giard et Bonnier, non pas un seul, mais plusieurs mâles différenciés, à des stades de différenciation progressifs ([9]) et, en outre, des larves cryptonisciennes encore identiques à celles que l'on trouve dans le plancton. Giard et Bonnier considéraient ces larves comme des mâles complémentaires progénétiques. Ce sont bien plutôt simplement des larves ayant pénétré récemment dans la cavité incubatrice de la femelle, où vraisemblablement elles évolueront ultérieurement en mâles typiques, sous l'influence des conditions ambiantes.

En recueillant ces larves et les mettant au contact de jeunes crabes *non encore parasités*, il me paraît probable qu'elles s'y fixeraient et deviendraient femelles. L'expérience pourrait être faite sur une espèce d'Épicarides commune dans un crabe lui-même commun. C'est ce qui est réalisé, dans le Boulonnais, pour *Portunion Kossmanni*, parasite de *Portumnus variegatus* (*Platyonychus latipes*). Il n'y aurait aucune difficulté réelle à se procurer sur les *Portumnus* les larves cryptonisciennes de l'Épicaride. La difficulté serait de disposer d'un nombre suffisant de très jeunes crabes, non encore infestés et ayant à peine dépassé le stade Mégalope. En appliquant les techniques d'élevage réalisées à Plymouth par Allen, et qui ont permis, notamment à Miss M. Lebour, l'élevage d'un grand nombre d'animaux

([9]) H. Sansin, *C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 969.

marins à partir de l'éclosion de la larve, il semble que cette difficulté puisse être surmontée.

L'expérience devrait porter sur un nombre assez élevé de larves; car il est probable que, dans la cavité incubatrice de la femelle du parasite, la détermination de l'évolution d'une larve cryptoniscienne dans le sexe mâle est acquise au bout d'un certain temps de façon irréversible et avant que ne se soit produite une mue de la larve. S'il en est bien ainsi, ces individus, mis en expérience, résisteraient plus ou moins complètement à la tentative expérimentale. Mais, sur un lot de larves assez important, il s'en rencontrerait un certain nombre encore aptes à évoluer en femelles, et cela suffirait à établir l'exactitude de l'hypothèse formulée, à savoir que le sexe final d'une larve cryptoniscienne dépend des circonstances dans lesquelles elle évolue : fixation directe à l'hôte, ou bien vie au contact du congénère femelle.

On ne peut songer pratiquement à faire fixer sur des crabes des larves cryptonisciennes du plancton, la récolte d'un nombre suffisant de larves et surtout leur identification spécifique étant trop difficile.

En raison de l'intérêt de la question pour les problèmes généraux de la sexualité, j'ai cru pouvoir me permettre de la poser, sans en apporter en même temps la solution expérimentale.

CORRESPONDANCE.

M. Yves Raoul adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

MM. Roger Heim, André Rochon-Duvigneaud, Henri Romagnési adressent des remercîments pour les subventions qui leur ont été attribuées sur diverses fondations.

ANALYSE MATHÉMATHIQUE. — *Sur une équation aux dérivées partielles du second ordre*. Note de M. Marcel Mendes, présentée par M. Henri Villat.

1. Il s'agit de l'équation

$$(1) \qquad \Delta'_2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y\, \partial z} - \frac{\partial^2 U}{\partial z\, \partial x} - \frac{\partial^2 U}{\partial x\, \partial y} = 0,$$

qui s'apparente à l'équation du potentiel à deux variables

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = 0,$$

à laquelle on la ramène par un changement de variables, et à l'équation de M. Humbert

$$(2) \qquad \Delta_3 U = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} - 3\frac{\partial^3 U}{\partial x\,\partial y\,\partial z} = 0,$$

qui admet toutes les intégrales de l'équation (1).

2. Les changements de variables définis par

$$(3) \qquad \begin{cases} u = j\,x + j^2 y + z = -\xi + i\eta, \\ v = j^2 x + j\,y + z = -\xi - i\eta, \\ w = x + y + z = \zeta\sqrt{3}, \end{cases}$$

où j et j^2 représentent les racines cubiques imaginaires de l'unité, donnent les égalités

$$\Delta'_2 U = 9\frac{\partial^2 U}{\partial u\,\partial v} = \frac{9}{4}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}\right).$$

On en déduit que *l'intégrale générale de l'équation* (1) *est de la forme*

$$U = f(u, w) + g(v, w),$$

f et g étant deux fonctions arbitraires.

3. L'équation (1) jouit d'un grand nombre de propriétés analogues à celles qu'a indiquées pour l'équation (2) M. Devisme [*Sur l'équation de M. Pierre Humbert* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1933)]. Notons seulement ici que les fonctions $P_1(\theta, \varphi)$, $Q_1(\theta, \varphi)$, $R_1(\theta, \varphi)$, égales au produit par le même facteur $e^{(\theta+\varphi)/2}$ des cosinus d'Appell $P(\theta, \varphi)$, $Q(\theta, \varphi)$, $R(\theta, \varphi)$, jouent pour l'équation (1) le même rôle que les cosinus d'Appell pour l'équation (2).

4. On peut associer à l'équation (1) un espace dans lequel l'élément linéaire serait donné par la formule

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dy\,dz - dz\,dx - dx\,dy.$$

Cet espace présente la particularité, étant à trois dimensions, d'avoir un élément linéaire à deux dimensions; cela résulte de l'égalité

$$ds^2 = d\xi^2 + d\eta^2.$$

On en déduit que, si l'on appelle D la droite d'équations

$$x = y = z,$$

les parallèles à D jouent le rôle de droites isotropes.

Par deux points quelconques M_1, M_2, il passe une infinité de géodésiques toutes contenues dans le plan mené par M_1, M_2, parallèlement à D; nous appelons *plan géodésique* un tel plan.

Si deux vecteurs ont pour composantes a, b, c et a', b', c', ou pour *cosinus directeurs* $P_1(\theta, \varphi)$, ... et $P_1(\theta', \varphi')$, ..., nous définirons leur angle V par l'égalité

$$\cos V = \frac{a(2a'-b'-c')+b(2b'-c'-a')+c(2c'-a'-b')}{2\sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2-b'c'-c'a'-a'b'}}$$
$$= \left(R_1 - \frac{P_1+Q_1}{2}\right)_{(\theta+\varphi',\, \theta'+\varphi)}.$$

Cette même formule définira l'angle de la droite

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

et du plan

$$a'x + b'y + c'z = 0.$$

On démontre qu'une droite quelconque admet en chacun de ses points un plan perpendiculaire qui est un plan géodésique, et qu'un plan quelconque admet en chacun de ses points une droite perpendiculaire qui est parallèle à D. Il y a exception si la droite donnée est parallèle à D ou si le plan donné est géodésique.

Le déplacement le plus général qui conserve à la fois les distances et les angles est donné par les formules

$$x = x_0 + ax' + a'y' + a''z',$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

où a, a', a'', ... représentent les *cosinus directeurs* des axes de l'un des systèmes par rapport à l'autre.

La surface qui dans notre espace joue le rôle d'une sphère a pour équation

$$x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = \text{const.}$$

Elle est engendrée par une parallèle à D. La normale en chacun de ses points est la génératrice correspondante. On peut définir la puissance d'un point par rapport à cette surface.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Détermination des caractéristiques aérodynamiques d'une aile par la chronophotogrammétrie.* Note (¹) de M. **Charles Chartier**, présentée par M. Henri Villat.

1. En connaissant *uniquement* le champ *réel* des vitesses autour d'un profil d'aile, il est possible de déterminer le coefficient de portance du profil. On sait en effet que le coefficient de portance unitaire

$$C_z = \frac{R_z}{S\rho \frac{V_\infty^2}{2}},$$

s'exprime en fonction de la circulation Γ le long d'un contour fermé de longueur L entourant l'aile

$$C_z = \frac{2\Gamma}{aV_\infty} = \frac{2}{a}\int_L \frac{V}{V_\infty}\,ds.$$

Prenons la circulation autour d'un contour formé par deux lignes de courant et deux lignes orthogonales. Suivant les deux lignes orthogonales, l'intégrale est nulle. Pour obtenir l'intégrale suivant les deux lignes de courant L_1 et L_2, posons

$$Z = \frac{V}{V_\infty \cos\alpha},$$

α étant l'angle de vitesse V en ce point avec la vitesse V_∞ prise comme axe des x, il vient

$$C_z = \frac{2}{a}\int_{x_1-x_2} \frac{V}{V_\infty \cos\alpha}\,dx, \tag{1}$$

intégrale qui peut se déterminer au planimètre.

A titre d'exemple nous avons chronophotographié, dans un tunnel hydrodynamique, l'écoulement autour du profil P. Z. L. D. J. 3. à bout rectangulaire. Les C_z déterminés par la formule (1), à partir de la circulation dans une section médiane de l'aile, figurent dans la quatrième colonne du tableau ci-dessous; les C_z déterminés par les mesures aérodynamiques figurent dans la cinquième colonne.

(¹) Séance du 13 janvier 1941.

Corde $a = 12^{cm}$. Nombre de Reynolds $R = 240\,000$. Allongement $\lambda = 5$.

1. Angle d'incidence i.	2. Aire $A = \int_{x_1 - x_2} \frac{V}{V_\infty \cos\alpha} dx$.	3. Circulation Section médiane. $\Gamma = kAV_\infty$.	4. $C_z = \frac{2}{a} kA$.	5. C_z mesuré en soufflerie.
°				
−13	−0,0215	−0,0543	−0,45	–
2,5	0,0034	0,0086	0,071	0,05
7	0,0340	0,0859	0,71	0,68
13	0,0462	0,1167	1,07	1,05
24	0,0488	0,1233	1,02	0,97

Il est à noter que la méthode utilisée s'applique aux fortes incidences où l'aile laisse un sillage marqué.

2. On peut aborder différemment la détermination de la circulation et par suite la portance. Dans un écoulement à giration, la particule lamellaire d'aluminium éclairée en chronophotographie présente des variations périodiques de brillance qui permettent de mesurer la fréquence de rotation de l'écoulement ([2]). Le tourbillon hélicoïdal de bout d'aile se présente sous la forme d'un épi formé des 2 côtés de l'axe par des portions de lignes hélicoïdales correspondant au quart du pas de l'hélice.

En chronophotographie plane on obtient le pas des lignes hélicoïdales $h = \pi d \tan g\alpha$ en mesurant d et α.

Soit V la vitesse du courant général au voisinage du tourbillon, la fréquence de rotation du tourbillon est $\omega = 2\pi V/h$.

D'où la circulation Γ' autour du tourbillon et le coefficient de portance unitaire C'_z correspondant,

$$\Gamma' = 2\pi R^2 \omega, \quad C'_z = \frac{2\Gamma'}{aV_\infty}.$$

En chronophotographie stéréoscopique, la restitution au stéréotopographe S. O. M. Poivillers donne dans l'espace les vitesses V en chacun des points du tourbillon. D'autre part, si l'on envoie dans ce dernier un peu d'air, les bulles se rassemblent le long de l'axe qui se trouve ainsi figuré dans l'espace. On connaît alors la distance R à l'axe d'un point où règne la vitesse V. La circulation autour du tourbillon s'écrit ainsi $\Gamma' = 2\pi R v$, v étant la projection de V sur le plan normal à l'axe, d'où

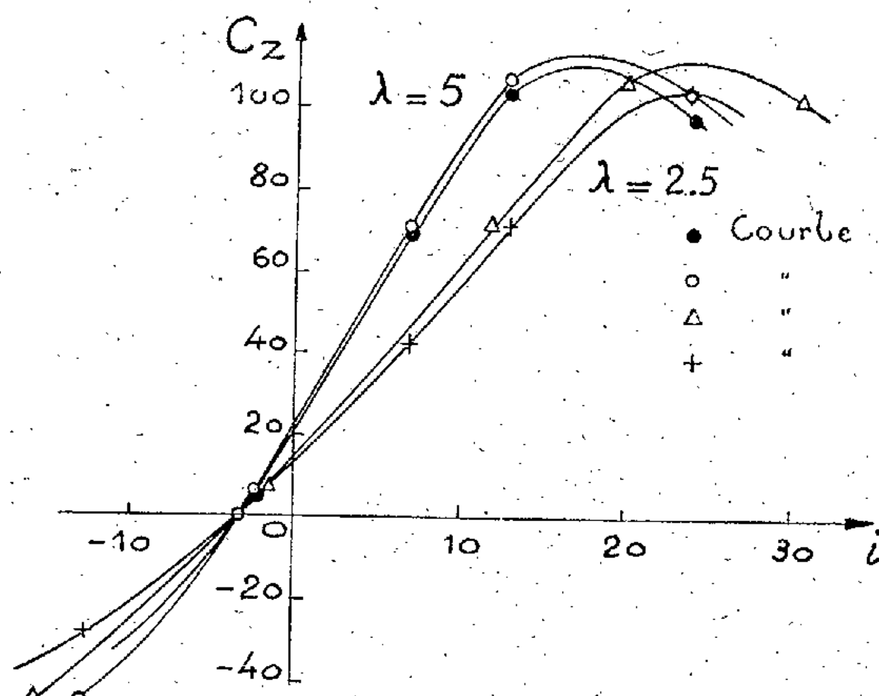
$$C'_z = \frac{2\Gamma'}{aV_\infty}.$$

([2]) A. Foch et Ch. Chartier, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1163.

Nous donnons, dans le tableau suivant, les résultats de ces méthodes appliquées au profil d'aile P. Z. L. D. J. 3 à bout rectangulaire à demi-corde à l'aval du bord de fuite.

Corde $a = 12^{cm}$.	Nombre de Reynolds $R = 240000$.	Allongement $\lambda = 2,5$.
Inclinaison de l'aile i.	Intensité tourbillonnaire Γ'.	C'_z.
$-13°,3$	$-0,033$	$-0,28$
$-3,3$	0	0
7	0,052	0,43
13	0,091	0,75
24	0,125	1,04

3. Si l'on compare (voir la figure) les courbes de portance calculées à



(1) Courbe des portances obtenue en soufflerie — $\lambda = 5$;
(2) Courbe des portances déduites des circulations Γ calculées dans une section médiane — $\lambda = 5$;
(3) Courbe des portances déduites de la courbe précédente (2) par les formules de Prandtl — $\lambda = 2,5$;
(4) Courbe des portances déduites des circulations Γ' calculées autour du tourbillon de bout d'aile — $\lambda = 2,5$.

partir de la circulation Γ' autour du tourbillon et à partir de la circulation Γ dans un plan médian pour le même allongement ([2]), on obtient

([2]) La courbe ($100\,C_z$, i) allongement 5 a été ramenée à celle de l'allongement 2,5 en appliquant la formule de Prandtl pour l'aile à bout rectangulaire

$$i_2 = i_1 + \frac{C_z}{\pi}\left(\frac{1+\sigma_2}{\lambda_2} - \frac{1+\sigma_1}{\lambda_1}\right).$$

l'effet global de l'ensemble des *tourbillons secondaires de Prandtl* du de l'aile et du sillage raccordement du tourbillon d'extrémité.

D'autre part, en appliquant cette méthode pour le calcul des circulations dans plusieurs sections de l'écoulement le long de l'envergure et en particulier aux extrémités, on peut suivre l'évolution des tourbillons secondaires. D'où *une méthode de calcul*, qui peut se transposer sans grande modification à l'étude d'un ensemble *aile-fuseau-moteur* ou d'une *hélice*.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Réflexion des ondes longitudinales dans les liquides. Conversion en ondes transversales.* Note [1] de M. **René Lucas**, transmise par M. Paul Langevin.

L'objet de cette Note est de montrer que la réflexion, sur une paroi rigide plane, d'ondes longitudinales se propageant dans un liquide visqueux s'accompagne, de manière nécessaire, de la formation d'ondes transversales.

Pour une incidence convenable, la conversion d'ondes longitudinales en ondes transversales peut être complète. Soit un faisceau d'ondes planes longitudinales se propageant dans un liquide visqueux *mouillant* une surface plane réfléchissante rigide. Les conditions à la paroi sont les suivantes : les molécules du liquide ne doivent pas prendre de déplacement normal et tangentiel lors de la réflexion. Ces deux conditions ne peuvent être satisfaites par des ondes réfléchies longitudinales.

Elles peuvent l'être, par contre, si l'on admet qu'aux ondes incidentes correspondent par réflexion des ondes longitudinales *et* des ondes transversales. Si i est l'angle d'incidence, A l'amplitude en un point de la paroi des ondes longitudinales incidentes, A′ l'amplitude des ondes longitudinales réfléchies et A″ l'amplitude des ondes transversales de viscosité (dont la normale aux plans d'ondes fait l'angle r avec la normale à la paroi) on trouve les relations suivantes :

$$\frac{A'}{A}=\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},\qquad \frac{A''}{A}=\frac{\sin 2i}{\cos(i-r)},\qquad \frac{\sin i}{\sin r}=\frac{V_l}{V_t},$$

V_l et V_t désignant les vitesses des ondes longitudinales et transversales. Rappelons que $V_t=2\sqrt{\pi\eta\nu/\rho}$, η et ρ désignant la viscosité et la masse spécifique du liquide, ν la fréquence des ondes.

[1] Séance du 13 janvier 1941.

La première de ces relations montre que la réflexion s'accompagne d'un affaiblissement de l'onde longitudinale par réflexion, sauf pour $i=0$ ($A'=A$) et $i=\pi/2$ ($A'=-A$), la réflexion étant parfaite. Pour une incidence i_c telle que $i_c+r=\pi/2$, soit $\tang i_c = V_l/V_t$, il y a abolition du pouvoir réflecteur pour l'onde longitudinale et conversion *complète* de l'énergie incidente en ondes transversales qui s'amortissent très vite.

J'ai cherché à obtenir la confirmation expérimentale des caractères principaux de ces résultats par l'emploi d'ultrasons. Les considérations précédentes permettent une justification de l'existence des deux types d'ondes dans la représentation de l'agitation thermique des liquides. La réflexion des ondes longitudinales d'agitation thermique s'accompagnant d'une conversion en ondes transversales, il est nécessaire, pour que se maintienne un équilibre thermodynamique, qu'un processus inverse ait lieu. L'analyse précédente permet ainsi d'exprimer la condition d'équilibre entre les deux types d'ondes. Si I_l et I_t sont les intensités, à la fréquence ν des ondes longitudinales et transversales (parfaitement diffusées), la condition d'équilibre est exprimée par la relation

$$I_l V_l^2 = \frac{1}{2} I_t V_t^2.$$

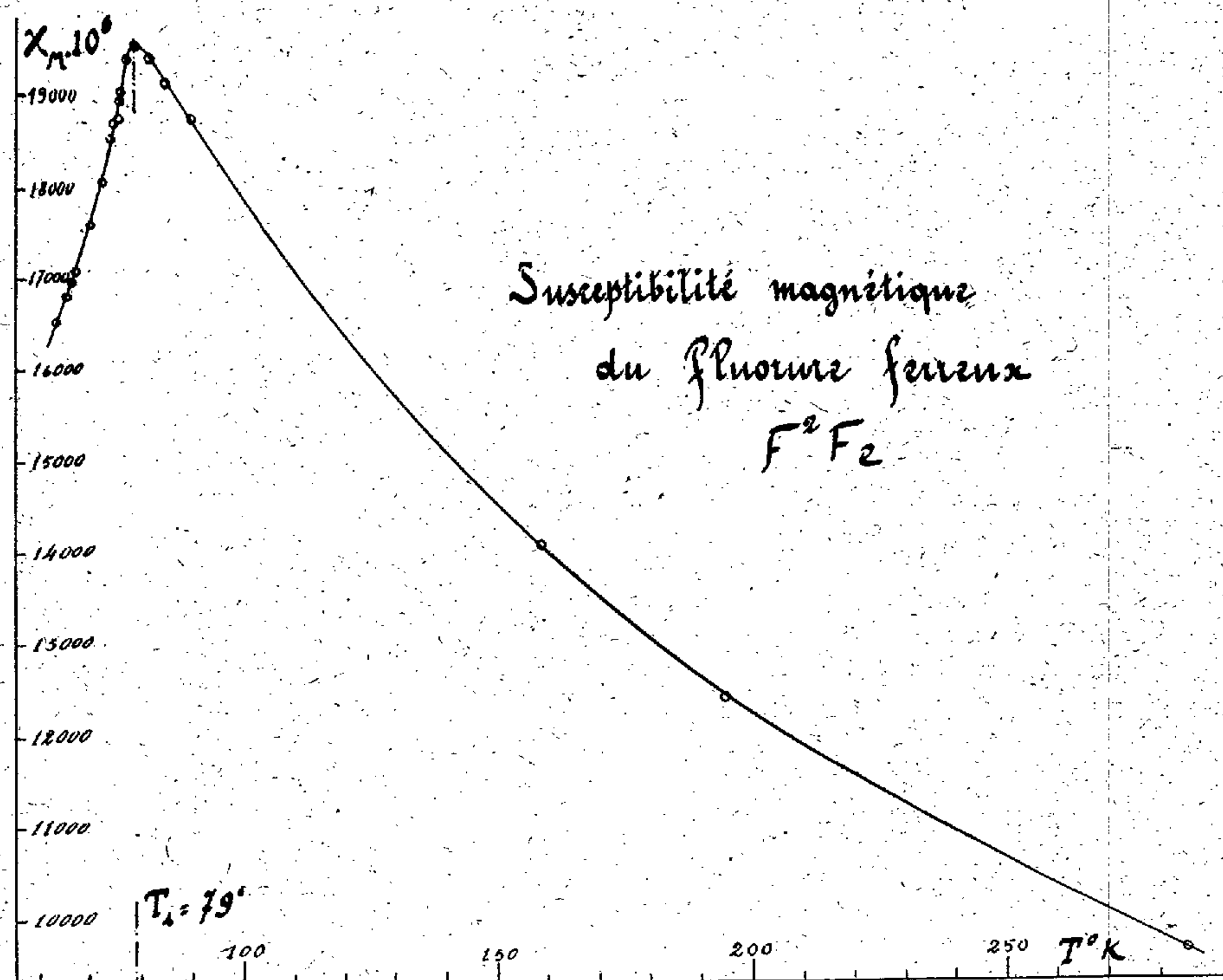
MAGNÉTISME. — *Le point de transition* λ *du fluorure ferreux* F^2Fe. Note [1] de MM. **Henri Bizette** et **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié entre 20° C. et — 210° C. la susceptibilité magnétique du fluorure ferreux. L'échantillon a été préparé par l'action prolongée à 50° C. de l'acide fluorhydrique anhydre et pur sur le chlorure ferreux anhydre cristallisé, ce dernier ayant été obtenu par l'action à température modérée d'un mélange d'hydrogène et d'acide chlorhydrique anhydre sur le chlorure ferrique sublimé. Le fluorure ferreux se présente alors sous forme d'une poudre parfaitement blanche.

La courbe représentant la susceptibilité en fonction de la température présente un point de transition à la température de —194° C. Entre la température ordinaire et —183° C. la susceptibilité peut être représentée par la formule $\chi_M = C_M/(T+\Theta)$ avec $C_M = 3,88$ et $\Theta = 117°$ K., le

(1) Séance du 6 janver 1941.

nombre de magnétons de Bohr étant de 5,59. A partir de —194° C. la susceptibilité diminue rapidement avec la température, comme le montre la figure ci-jointe.



Il y aurait lieu de rechercher à la même température l'anomalie correspondante de la chaleur spécifique et la contraction correspondante du réseau cristallin.

PHOSPHORESCENCE. — *Remarques sur les spectres de phosphorescence de l'azote et leurs interprétations.* Note (¹) de Mme **Renée L. Herman**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. On sait que les spectres de phosphorescence de l'azote se composent de bandes appartenant aux premier et deuxième systèmes positifs, à ceux de Vegard-Kaplan et de Goldstein et même au premier système négatif.

---

(1) Séance du 13 janvier 1941.

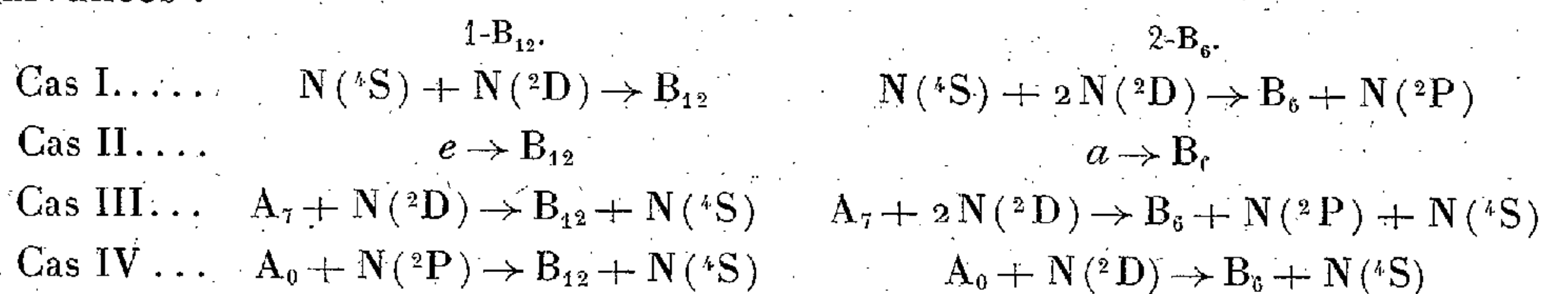
L'aspect et l'intensité d'un système de bandes dépend des conditions d'excitation. Ainsi les bandes de Vegard-Kaplan sont peu intenses dans la phosphorescence des bandes α.

Un certain nombre de faits connus sont interprétés depuis longtemps. On a admis la présence d'atomes métastables (Strutt), de molécules métastables (Saha et Sur) ou d'un mélange des deux (Cario et Kaplan). Ces interprétations concernent surtout les bandes α et n'expliquent pas du même coup les autres systèmes de bandes. D'autre part les mécanismes invoqués ne permettent pas de prévoir certaines particularités de la phosphorescence jaune : augmentation d'intensité lorsque la température baisse, puis extinction à la température de l'air liquide; longue durée, supérieure à 5 heures; bandes $B(v=12)$ plus intenses que $B(v=6)$. Enfin, dans la région infrarouge, le premier système positif ne présente pas de sélectivité (Kichlu et Acharya) et ne semble pas avoir la même origine que dans la région visible.

II. Suivant les processus invoqués dans une Note précédente ([2]), on doit s'attendre à découvrir dans la phosphorescence, outre les bandes déjà observées, les bandes $a\,^1\Pi_u \rightarrow X\,^1\Sigma_g^+$ de Lyman-Birge-Hopfield. Les réactions possibles sont multiples. Les niveaux supérieurs des bandes d'émission peuvent se former soit directement à partir des atomes, soit par l'intermédiaire de la molécule métastable A_7 ou A_0.

Nous allons examiner rapidement les divers systèmes de bandes que peuvent donner ces mécanismes.

a. Bandes α. — Les niveaux supérieurs B_{12} et B_6, les plus intenses, surtout à basse température, peuvent être formés par les réactions suivantes :



	1-B_{12}.	2-B_6.
Cas I.....	$N(^4S) + N(^2D) \rightarrow B_{12}$	$N(^4S) + 2N(^2D) \rightarrow B_6 + N(^2P)$
Cas II....	$e \rightarrow B_{12}$	$a \rightarrow B_r$
Cas III...	$A_7 + N(^2D) \rightarrow B_{12} + N(^4S)$	$A_7 + 2N(^2D) \rightarrow B_6 + N(^2P) + N(^4S)$
Cas IV...	$A_0 + N(^2P) \rightarrow B_{12} + N(^4S)$	$A_0 + N(^2D) \rightarrow B_6 + N(^4S)$

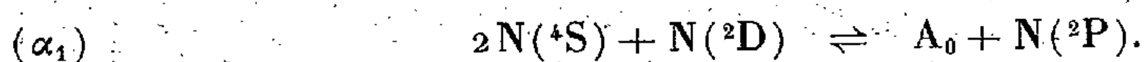
Les quatre cas possibles sont équivalents au point de vue énergétique. Le cas I, purement atomique, explique l'essentiel de la phosphorescence d'une manière très simple. Le cas II est purement moléculaire. Le cas IV est celui qu'ont proposé Cario et Kaplan. L'avantage des cas I et III sur IV, c'est de montrer immédiatement que les bandes B_{12} (excitées par chocs

---

([2]) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 773.

doubles) doivent être plus intenses que les bandes B_6 (excitées ici par chocs triples). Ils montrent également qu'il est possible d'observer la phosphorescence jaune sans les bandes de Vegard-Kaplan.

Considérons maintenant le processus d'équilibre



$$(\alpha_1) \qquad 2N(^4S) + N(^2D) \rightleftharpoons A_0 + N(^2P).$$

Si l'on applique la loi d'action de masse à cette réaction, on trouve que la concentration en A_0 augmente à basse température. Si (α_1) est valable, on devrait s'attendre en même temps à la disparition des atomes $N(^2D)$ et à l'extinction de la phosphorescence jaune. Pour les températures suffisamment élevées, lorsque la recombinaison des atomes $N(^4S)$ en molécules X devient notable (effet de paroi), on a de nouveau extinction.

La phosphorescence (cas I) s'affaiblit avec l'épuisement des atomes; mais, suivant (α_1), A_0 et $N(^2P)$ se transforment alors progressivement en $N(^4S)$ et $N(^2D)$, ce qui rend possible la très longue durée de la phosphorescence.

Indépendamment de ces bandes sélectives, on doit s'attendre à l'émission de bandes infrarouges à partir du niveau $B(v = 0 \text{ ou } 1)$ en vertu de $2N(^4S) \rightarrow B_0$. Ces bandes sont émises en même temps que la phosphorescence jaune. Elles correspondraient au spectre observé par Kichlu et Acharya (³).

b. Bandes du *deuxième groupe positif*. Elles sont émises dans les processus $\delta[2N(^4S) + N(^2P) \rightarrow C + N(^4S)$ etc.]. A température modérée elles seront peu intenses par suite d'un léger défaut d'énergie. Ce processus fait intervenir les atomes $N(^2P)$. Si donc la concentration en atomes $N(^4S)$ et $N(^2D)$ est élevée, les bandes α seront intenses et celles du second groupe positif, faibles. Le processus qui donne les bandes de Goldstein peut également intervenir dans la formation des niveaux plus élevés du deuxième groupe positif.

c. Pour les bandes du *quatrième groupe positif*, émises dans les processus $\zeta[N(^2D) + N(^2P) \rightarrow D$ etc.], la différence entre le palier de la courbe de potentiel instable et le minimum de la courbe stable est de $0^{volt},5$ environ. L'énergie de dissociation du niveau instable serait ici plus importante que dans les autres cas.

d. Bandes de Goldstein. — Ces bandes sont émises dans les processus

(³) *Proc. Roy. Soc.*, A, 123, 1929, p. 168.

$\varepsilon[N(^2D)+N(^2D)\rightarrow Y$ etc.]. Le niveau supérieur de ces bandes paraît intervenir dans la prédissociation du niveau $C\,^3\Pi_u$.

e. Les *bandes de Lyman-Birge-Hopfield* $a\,^1\Pi_u\rightarrow X\,^1\Sigma_g^+$ sont émises dans les processus $\gamma[N(^4S)+2N(^2D)\rightarrow a+N(^2P)$ etc.]. Ces bandes paraissent jouer un rôle important dans la phosphorescence. Les petits coefficients d'absorption des bandes $X\rightarrow a$ sont en faveur d'une longue durée de vie du niveau a qui serait métastable. On peut alors envisager une excitation *par fluorescence* du premier groupe positif : $X+h\nu\rightarrow a$ et $a+X\rightarrow B_6+X$. Dans ce cas les bandes B_6 deviendraient plus intenses (faibles pressions).

f. Bandes de Vegard-Kaplan. — Les bandes les plus intenses observées en phosphorescence sont (0,6) et (0,5) en accord avec le processus atomique α_1 qui donne le niveau métastable A_0.

Mais le mécanisme par fluorescence peut jouer un rôle dans l'émission de ces bandes dans la haute atmosphère. Le processus $X+h\nu\rightarrow a$ et $X\rightarrow B_6+X$, avec émission des bandes $B_6\rightarrow A_{2,3}$, s'effectuant pendant le jour et la phosphorescence $A_{2,3}\rightarrow X$ continuant la nuit.

RAYONS X. — *Nouvelles mesures sur les spectres d'émission* L *de* Lu 71 et Yb 70. *Émissions hors diagramme* γ_9 *et* β_{14}. Note de Mlle **Marie-Louise Allais**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons obtenu, à l'aide du matériel expérimental à pouvoir de résolution élevé, utilisé par Y. Cauchois (2) dans son étude sur les satellites $L\alpha$ des terres rares, les spectres d'émission L des éléments 71, lutécium et 70, ytterbium. Les dernières mesures sont celles de Wennerlöf (3), précédées des travaux de Dauvillier (4) et de Coster (5).

Nous avons opéré sur un mélange en proportions voisines d'oxydes de Lu et de Yb, qui avait été mis à notre disposition par M. G. Urbain. L'émission électronique nécessaire à l'excitation du rayonnement provenait d'un filament de nickel-chrome recouvert d'une mince couche

(1) Séance du 30 décembre 1940.
(2) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 398; 205, 1937, p. 519.
(3) *Ark. Mat. Astr. o. Fysik*, (A), 22, n° 8, 1930.
(4) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1347.
(5) *Phil. Mag.*, 44, 1922, p. 546.

d'oxyde de barium. Le tableau I donne les longueurs d'onde et les valeurs énergétiques des raies fortes d'émission que nous avons mesurées.

TABLEAU I.

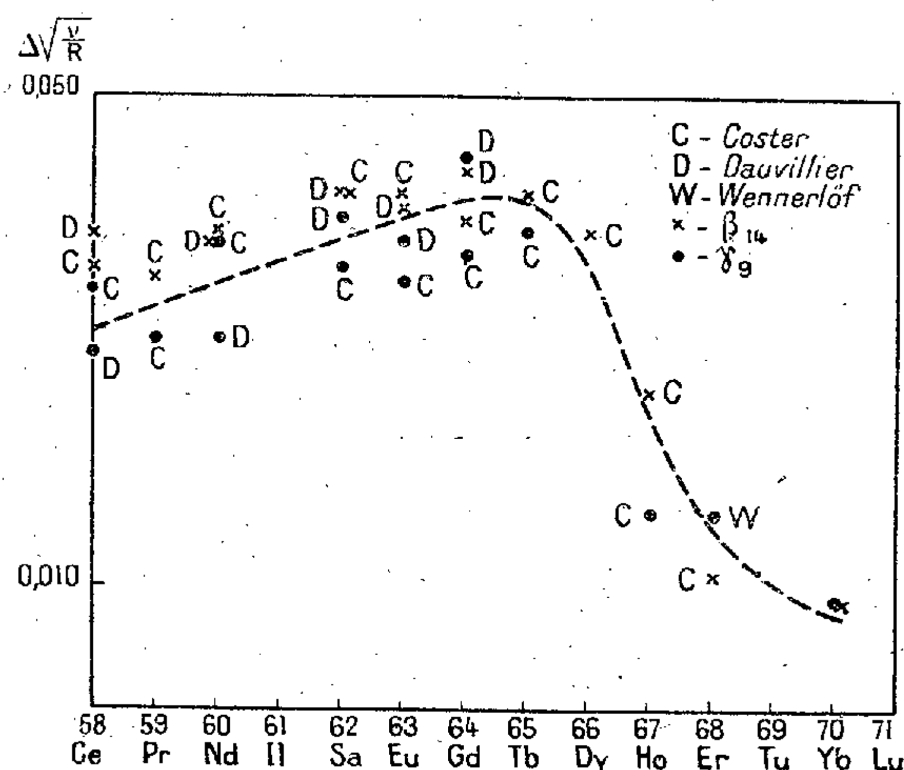
		71 Lu.		70 Yb.	
L_I		λ.	ν/R.	λ.	ν/R.
β_4	M_{II}	$1437{,}5_8$	633,89	$1488{,}3_1$	612,29
β_3	M_{III}	$1398{,}6_3$	651,54	$1449{,}4_2$	628,71
γ_2 (*)	N_{II}	$1182{,}5_7$	770,58	$1226{,}2_1$	743,16
γ_3	N_{III}	$1177{,}1_1$	774,16	inséparable de 71 γ_1	
L_{II}					
β_1	M_{IV}	$1420{,}6_3$	641,46	$1472{,}5_9$	618,82
γ_5	N_I	$1257{,}_1$	724,90	$1303{,}_6$	699,04
γ_1	N_{IV}	$1219{,}7_6$	747,09	$1264{,}9_9$	720,38
L_{III}					
α_2	M_{IV}	$1626{,}9_0$	560,13	$1679{,}2_9$	542,65
α_1	M_V	$1616{,}1_7$	563,85	$1668{,}5_0$	546,16
β_6	N_I	$1415{,}_8$	643,63	$1463{,}_1$	622,84
β_2	N_V	$1367{,}2_6$	666,49	$1412{,}4_5$	645,17

(*) Mêlée à 70 γ_4.

Les clichés relatifs aux régions β et γ, obtenus en second ordre (12 u.x./mm), nous montrent deux anomalies : d'une part, une bande floue présentant deux maxima bien nets, adjacente à la raie β_2 du côté des grandes longueurs d'onde; d'autre part, deux raies assez empâtées qui encadrent γ_1 : pour des poses moyennes, γ_1 présente l'aspect d'un trait fin au centre d'une large bande floue.

Or Coster (*loc. cit.*) signale l'existence d'émissions, hors diagramme, particulières aux terres rares, qu'il nomme γ_9 et β_{14}. Elles suivent respectivement $\gamma_1(L_{II}N_{IV})$ et $\beta_2(L_{III}N_V)$, et proviennent d'une perturbation due au niveau $N_{VI,VII}$ qui se constitue pendant l'édification des terres rares, alors que les couches immédiatement extérieures sont déjà complètes. La courbe moyenne représentant les différences de $\sqrt{(\nu/R)}$ pour $\gamma_1-\gamma_9$ et $\beta_2-\beta_{14}$ (sensiblement égales, mais $\gamma_1-\gamma_9$ est légèrement inférieur à $\beta_2-\beta_{14}$ dans la plupart des cas) en fonction du numéro atomique, croît d'une façon à peu près linéaire depuis 58 Ce, et décroît brusquement à partir de 65 Tb (voir la figure). Étant donné le pouvoir de résolution dont il disposait, Coster n'a pu suivre ces émissions que jusqu'à 68 Er, et pour les deux derniers éléments, 67 et 68, les séparations

n'étaient pas totales; les longueurs d'onde qu'il donne, à l'u. x. près, sont déduites des élargissements de γ_1 et de β_2.



Coster, *loc. cit.*; Dauvillier, *C. R.*, 176, 1923, p. 1381; Wennerlöf, *loc. cit.*

Si l'on porte, sur le diagramme en question, les nombres que nous obtenons (tableau II) pour l'élément 70 comme différence $\Delta\sqrt{\nu/R}$ entre, d'une part β_2 et la longueur d'onde moyenne de la bande proche de β_2, et d'autre part γ_1 et l'émission située du côté des grandes ondes par rapport à γ_1, on peut admettre que les points correspondants se placent assez bien sur la courbe représentative. En effet, par suite de l'imprécision signalée plus haut, les points relatifs aux éléments 67 et 68 sont placés avec une incertitude plus grande que pour les terres rares plus légères, incertitude qui fait hésiter quant à l'allure de la courbe dans cette région. Ceci nous conduit à penser que les émissions observées sur nos clichés sont de même nature que γ_9 et β_{14}, non résolues par Coster pour l'élément 70. D'ailleurs l'émission β_{14}, examinée sur des clichés ayant servi à Y. Cauchois pour l'étude des satellites $L\alpha$ de Dy 66 et Sa 62, présente le même aspect de bande large et floue que pour l'ytterbium.

L'importance de cette bande proche de β_2 ne nous a pas permis de savoir ce que devient, pour cet élément, la raie de diagramme β_{15}, sans doute mêlée à cette émission complexe.

Sur les clichés dont nous disposons actuellement, nous n'avons pu

faire d'observations concluantes quant à des émissions analogues pour l'élément Lu 71.

TABLEAU II.

Yb 70 *raies hors diagramme.*

	Raie non identifiée	γ_1.	γ_9	β_2.	Bande floue.		
					1er max.	2e max.	moyenne.
λ......	1263,9	1264,99	1265,8	1412,45	1413,1	1413,8	1413,45
ν/R....	721,00	720,38	719,92	645,17	644,87	644,55	644,71
$\Delta(\nu/R)$.	+0,62	0	−0,46	0	−0,30	−0,62	−0,46
$\sqrt{\nu/R}$...	26,852	26,840	26,831	25,400	25,394	25,388	25,391
$\Delta\sqrt{\nu/R}$.	+0,012	0	−0,009	0	−0,006	−0,012	−0,009

Les références utilisées étaient les suivantes : Nb, Zr, Y, Sr, Rb, As, Zn, Ni, Cu (spectres K). Dans certains cas, l'encadrement des raies à mesurer par les raies de référence étant assez lointain, il n'était plus possible d'admettre une dispersion linéaire; en assimilant la courbe $\Delta\lambda = f(\Delta x)$ à une portion de parabole passant par trois points, nous avons adopté une formule comportant un terme correctif en $(\Delta x)^2$

$$\Delta\lambda = a_1 \Delta x + a_2 (\Delta x)^2,$$

dont les coefficients a_1 et a_2 étaient déterminés par la position de trois références. La correction de Bragg, nécessitée par la superposition d'ordres différents dans le cas présent, où le plan réflecteur n'est pas rigoureusement normal aux faces du cristal, et traduite en distance sur la plaque photographique, n'affecte que le dix-millième de millimètre, c'est-à-dire une valeur inférieure à la précision du comparateur.

Il serait intéressant d'étudier, dans les mêmes conditions expérimentales, les émissions γ_9 et β_{14} des éléments 67, 68 et 69, et de voir si l'émission floue située du côté des courtes longueurs d'onde par rapport à γ_1 (que nous n'avons pu identifier) subsiste pour les autres terres rares.

MINÉRALOGIE. — *Sur la formation en feuillets cohérents de quelques minéraux cryptocristallins.* Note de M. **Maurice DériBéré**.

Il est connu que la bentonite gonflée dans l'eau et étalée en couches sur un support lisse tel qu'une plaquette de verre, puis séchée, peut donner

des pellicules cohérentes. Sur cette base ont même été réalisés des produits industriels cherchant à remplacer le mica.

La structure des éléments cristallins conduisant à un tel arrangement doit répondre à des caractéristiques bien particulières car la formation de feuillets dans de telles conditions ne peut être réalisée avec des produits dont la forme pourrait sembler voisine, tels que le mica finement broyé au mortier ou divisé, de façon plus complète encore, dans un moulin permettant d'obtenir des grains ayant la dimension des particules colloïdales. Les suspensions de kaolins réalisées en milieux aqueux de pH variés ou avec les seules portions colloïdales séparées par décantation, ne donnent pas davantage de feuillets, mais seulement un dépôt pulvérulent.

Dans la nature les conditions correspondant à la formation de feuillets se sont manifestées dans un groupe de minéraux de faciès papyracés, que les anciens minéralogistes nommaient *carton*, *cuir* ou *papier de montagne*, et qui ont été rangés dans le groupe des palygorskites.

Un tel faciès papyracé se rencontre également dans un minéral curieux trouvé dans les calcaires bajociens de La Table (Savoie), près du croisement des routes de La Table à Étable et de Villarléger à Étable.

Ce minéral a été étudié par Mlle Caillère qui, sur la base d'une analyse chimique et des courbes thermiques, le classe comme une variété de kaolinite ([1]). Vers la même époque Lemoine attribuait à ce minéral la formule approximative $2SiO^2, Al^2O^3, H^2O$ et le classait également dans le groupe des kaolins en le rapprochant des nacrites ([2]).

Nous avons examiné ce minéral quant à sa faculté de former des feuillets.

Le minéral de La Table se trouve disposé dans les fissures d'un calcaire bajocien bleuâtre, parcouru par des veines blanches de calcite presque pure, souvent cristallisée. Le minéral lui-même se trouve associé à des cristaux de quartz aplatis suivant e^2, souvent bipyramidés, qu'il enveloppe généralement. Il offre l'aspect de membranes ou de vieux chiffons où l'on distingue nettement un faciès fibreux.

Mouillé, il se roule en boule, mais en séchant il reprend son allure membraneuse. Toutefois, laissé quelque temps dans l'eau, il prend une consistance gélatineuse et, si on l'agite vivement il se désagrège et se met en suspension en gonflant d'environ sept fois son volume initial.

([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1795, *Bull. Soc. Franç. minér.*, 59, 1936, p. 353.

([2]) E. Lemoine, *Bull. Soc. Hist. Nat. Savoie*, 23, 1935, p. 199.

Sous cette forme on peut l'étendre sur une plaque de verre par coulage. Après simple séchage on obtient une feuille tenace reproduisant, sous une forme plane et régulière, la membrane originale. L'examen sous le microscope montre encore une nature fibreuse, bien que moins marquée et formée avec des fibres plus courtes et moins régulièrement orientées.

Si la même suspension est finement et longuement broyée, on obtient une pâte homogène dans laquelle les fibres ont entièrement disparu et où le faciès fibreux ne s'observe plus sous les plus forts grossissements du microscope. Cette suspension, étendue sur verre et séchée, donne cependant encore un feuillet bien homogène et tenace, mais où l'on n'observe plus de fibres.

Ceci précise que ce n'est pas le caractère fibreux apparent qui joue le principal rôle dans la formation des feuillets, mais bien la structure moléculaire de la substance. Ceci est encore démontré par un essai qui nous montre combien la notion de faciès est, en minéralogie, comme l'a signalé M[lle] Caillère, un caractère fragile et qui ne peut servir à définir une espèce. Il existe en effet dans les fissures du calcaire des remplissages parfaitement compacts d'une matière tendre et onctueuse, blanche ou verdâtre; l'analyse permet de la rapporter au même minéral que celui existant en feuillets au voisinage. Il semble d'ailleurs que ces formations proviennent d'une désagrégation des feuillets situés au-dessus.

Par broyage poussé de cette matière dans l'eau distillée, on obtient une suspension qui, étalée en couches et séchée, donne des feuillets très cohérents.

Les feuillets réalisés au cours de ces divers essais, soit à partir de membranes lavées à l'eau, puis à l'acide chlorhydrique dilué pour les débarrasser de leurs impuretés, soit à partir du minerai compact des fissures inférieures, sont souples et peuvent être courbés à 90° sur des échantillons de 4^{cm} de long et $5/10^{e}$ de millimètre d'épaisseur. Leur résistance à la traction est remarquablement élevée et atteint 18 à 20 kg/cm^2. Des feuilles de toutes épaisseurs, jusqu'à $6/10^{e}$ de millimètre peuvent être réalisées en faisant varier la concentration en matière solide des suspensions. Des échantillons plus épais peuvent être obtenus en superposant plusieurs feuillets.

Des résultats du même genre ont été obtenus à partir de la palygorskite de Nijni-Novgorod (U. R. S. S.). Par broyage très poussé et mise en suspension, on obtient des feuillets homogènes et consistants.

PÉDOLOGIE. — *Limites boréales de la latéritisation actuelle en Afrique occidentale.* Note [1] de M. H. SCAËTTA, présentée par M. Auguste Chevalier.

La vue d'ensemble que nous avons acquise, au cours de nos voyages d'étude, sur la distribution géographique de la latéritisation actuelle en Afrique occidentale, nous permet de fixer les limites boréales de ces phénomènes pédologiques entre le Sahara méridional et les rivages du golfe du Bénin.

Dans la zone à climat subéquatorial (deux longues saisons pluvieuses et deux saisons sèches), la couche concrétionnée latéritique *demeure* à des profondeurs variant entre 50^{cm} et 3^{m} en moyenne [2]. Elle est masquée par des eluvia [3] d'âge pédologique différent qui, sous le régime humide des moussons atlantiques, portent la grande forêt ombrophile dont les racines même des arbres les plus hauts, sont traçantes et ne transpercent pas l'eluvium. L'apparition en surface de la couche éluviale est accidentelle; elle résulte de la disparition de la forêt, par érosion et dénudation.

Entre le 10° et le 14° parallèle, zone qui appartient à l'aire moyenne d'oscillation de l'équateur thermique et qui coïncide avec l'aire des précipitations les plus abondantes de la zone soudanaise ou de la brousse-parc d'Auguste Chevalier [4], d'immenses plate-formes de latérite dure (de cuirasses) appartenant aux types les plus divers (épaisses en station convexe de quelques décimètres à plusieurs mètres), sont en surface. Elles sont souvent nues, plus rarement couvertes par des eluvia minces, de constitutions physico-chimiques variées. Ces eluvia alimentent la forêt tropicale [5] presque partout dégradée et édaphiquement spécialisée. Les affleurements de ces cuirasses, parmi lesquelles prédomine le type massif-alvéolé, sont couverts par la prairie à Graminées, également spécialisée, qui profite des accumulations de sol dans les irrégularités de la surface ou

---

(1) Séance du 2 décembre 1940.

(2) Un profil type de cette catégorie est celui de Yapo en Côte d'Ivoire par 5°30′ Nord, décrit dans *Observations sur l'Origine et la constitution des sols de l'Afrique Occidentale Française* (*Annales Agronomiques*, 101, Janv.-Mars 1940, p. 126).

(3) On appelle *eluvium* les couches meubles amenées par ruissellement.

(4) *Flore vivante de l'Afrique Occidentale Française*, 1, 1938, p. 19.

(5) C'est-à-dire la forêt vivant sous le climat tropical (une saison humide et une saison sèche).

dans les crevasses. Dans cette aire la latérite peut manquer ou rester en profondeur, quand des alluvions puissantes ont comblé les dépressions. Mais il ne s'agit là, dans le paysage général, que d'accidents de l'hydrographie.

Au Nord, jusqu'aux environs du 16e parallèle, la latéritisation massive cède le pas, progressivement, à des phénomènes corollaires d'expurgation allitique superficielle et de *ferrettisation* (montée du fer) ([6]). C'est l'aire des roches tendres patinées et des pseudo-gravillons pisolithiques et oolithiques disséminés sur de grandes surfaces. Cette zone abrite les différents faciès de la forêt sahélienne et des steppes à épineux d'Aug. Chevallier. Ces pseudo-gravillons, qui couvrent parfois complètement le sol, comme le ferait une couche de sable, éliminent toute végétation, même les Graminées les plus xérophiles et les anhydrobiotes. La haute température, pratiquement uniforme et constante toute l'année, qui règne à la surface du sol recouvert par ces gravillons, empêche la germination. Par contre, sur les pentes où le ruissellement ou le vent les ont enlevés, la steppe se reconstitue par l'apparition, d'abord des Graminées et, ensuite, des fourrés d'épineux. Dans cette aire on rencontre encore des latérites, parfois épaisses, composées de types variés de cuirasses, mais il s'agit ici de latérites fossiles que l'érosion a entaillés.

Ces trois bandes climatiques que nous venons d'envisager sont dans l'ensemble parallèles et s'infléchissent vers le Sud au voisinage du 2° méridien Est, par effet de la continentalité. Le 8e parallèle fait la transition du climat subéquatorial (deux saisons de pluie) au climat tropical (une saison de pluie et une saison sèche). Le déséquilibre entre les deux saisons s'accentue avec la latitude et marque la progression de la sécheresse.

PHYSIOLOGIE. — *Le comportement des glucides et du glycérol dans le rétablissement de l'équilibre alimentaire.* Note ([1]) de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le déséquilibre alimentaire peut être produit de multiples façons, notamment par l'introduction en proportion assez élevée dans la ration de glucides de déséquilibre, spécialement le lactose et le galactose, ou

---

([6]) H. Scaëtta, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 912-914.

([1]) Séance du 13 janvier 1941.

encore de protides ou de lipides trop rapidement assimilables, tels que la peptone de muscle, l'huile de ricin et, d'une façon plus générale, les acides gras libérés de leur combinaison avec le glycérol. Nous avons déjà montré le rôle que peut jouer dans la rééquilibration de ces rations, l'introduction dans le régime de glucides, tels que le glucose et le saccharose. En particulier, nous avons constaté que le saccharose, dans la proportion de 35 %, atténue grandement le déséquilibre dû à la présence d'acides gras [2]. Les résultats les plus favorables furent obtenus avec un mélange d'acides gras de point de fusion de + 55-57°, dont nous avions, par ailleurs, étudié l'action déséquilibrante [3]. En aucun cas, toutefois, l'équilibre de la ration ne fut réalisé, les animaux succombant plus ou moins rapidement à des crises polynévritiques.

Un essai pratiqué sans glycérol nous ayant permis d'obtenir comparativement chez nos pigeons de plus longues survies, nous avons repris le problème en essayant l'action rééquilibrante du saccharose dans des conditions que nous pensions meilleures, en présence du mélange d'acides gras de point de fusion élevé constitué approximativement par 50 % d'acide stéarique, 40 % d'acide palmitique et 10 % d'acide oléique, avec ou sans addition de glycérol.

A cet effet nous avons utilisé les quatre régimes dont nous donnons la composition centésimale ci-après :

	I.	II.	III.	IV.
Peptone de muscle	59	59	17	17
Mélange d'acides gras	22	20	22	20
Glycérol	–	2	–	2
Saccharose	–	–	42	42
Graisse de beurre	4	4	4	4
Mélange salin d'Osborne et Mendel	5	5	5	5
Agar-agar	8	8	8	8
Papier filtre	2	2	2	2

Les régimes I et II ne diffèrent entre eux que par la substitution de 2 % de glycérol à une égale proportion d'acides gras.

Les régimes III et IV diffèrent des deux précédents par la substitution de 42 % de saccharose à une égale proportion de peptone de muscle.

Ces régimes furent administrés par gavage, à raison de 20g par jour,

[2] R. Lecoq, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1001.
[3] R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **128**, 1938, p. 621.

à des pigeons adultes de 350g environ divisés en quatre lots comprenant chacun seize sujets. Ces lots furent eux-mêmes subdivisés en séries de quatre animaux recevant respectivement le régime pur ou additionné quotidiennement de 1g, 2g ou 4g de levure de bière desséchée et pulvérisée, bonne source de vitamines B.

Les survies observées sont groupées dans le tableau ci-après.

	I.	II.	III.	IV.
Régime pur............	25-40 j.	25- 50 j.	16- 25 j.	16- 25 j.
» + 1g de levure...	30-60	80-110	110-150 j.	60-100
» + 2g » ...	40-80	90-130	+ de 6 mois	80-120
» + 4g » ...	50-90	120-160	+ de 6 mois	90-160

En l'absence de glucides préformés et en présence d'acides gras, le glycérol, se comportant comme source d'hydrates de carbone, agit incontestablement en atténuant le déséquilibre alimentaire. La substitution de 42 % de glucides à la même proportion de protides entraîne une rééquilibration meilleure encore, car, avec les plus fortes additions de levure (2g et 4g), les pigeons présentent de longues survies. Cependant, en l'absence de crises polynévritiques typiques, on voit s'installer fréquemment chez les sujets, pour un temps plus ou moins long, de curieuses manifestations de déséquilibre atténué, se guérissant d'ailleurs sans aucune intervention. Ces manifestations se traduisent par une *faiblesse des pattes* ou crampe, obligeant l'animal à se coucher ou à se tenir sur une seule patte; nous avions antérieurement observé ce syndrome chez des pigeons recevant une ration pauvre en substances de lest, dites *encombrantes* (1).

Une absorption intestinale trop rapide de substances trop nutritives, entraînant une exagération de la tâche dévolue au foie, paraît être à l'origine de ce déséquilibre atténué.

A l'opposé de ce qui était noté précédemment, l'addition de glycérol au régime renfermant du saccharose entraîne une exagération du déséquilibre. N'ayant plus de carence à combler et surajoutant son action à celle du saccharose, il devient producteur de déséquilibre.

Conclusions. — Le déséquilibre alimentaire dû à la présence dans une ration d'acides gras de point de fusion élevé et à l'absence de glucides, peut, chez le Pigeon, se trouver en grande partie atténué par l'adjonction au régime d'une petite quantité de glycérol.

(1) L. Randoin et R. Lecoq, *Bull. Soc. Thérap.*, 32, 1927, p. 293.

Une meilleure rééquilibration de la ration est obtenue par l'introduction de glucides dans le régime; des manifestations transitoires de faiblesse des pattes restent alors les seules manifestations du déséquilibre initial.

L'addition concomitante de glycérol et de glucides se montre moins favorable; le glycérol n'ayant plus à compenser une carence glucidique, intervient comme facteur de déséquilibre. Selon les conditions dans lesquelles il est utilisé, le glycérol peut donc se montrer soit facteur de rééquilibration (s'il y a carence glucidique), soit facteur de déséquilibre (en présence d'une forte proportion de glucides).

EMBRYOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur la migration des gonoblastes et leurs connexions avec l'épithélium germinatif chez le Chat.* Note de M. **Albert Peyron**, présentée par M. Maurice Caullery.

Rubaschkin ([1]), dans ses études initiales sur la lignée germinale des Mammifères, s'était borné, chez le Chat, à signaler les cellules génitales primitives dans un embryon de 4^{mm}, mais sans apporter de précisions sur leur origine, leur migration et leur évolution. Le matériel que j'ai réuni m'a permis de les identifier au stade de $3^{mm},5$; les gonoblastes y sont déjà reconnaissables et *encore incorporés à l'entoblaste*, de chaque côté de la ligne médiane. J'ai pu suivre, à partir de cette période, leur migration vers l'éminence sexuelle : au cours de leur trajet dans le mésentère primitif, les gonoblastes sont parfois difficiles à distinguer des éléments mésenchymateux, mais, dès qu'ils ont atteint le revêtement cœlomique, on les reconnaît facilement, après coloration par l'hématoxyline au fer, la fuchsine basique azur II et les méthodes panoptiques de Pappenheim : ils ont de grandes dimensions, une forme polyédrique ou globuleuse, avec parfois des pseudopodes, un cytoplasme clair (à l'hématoxyline) ou coloré en rose pâle, un noyau également clair pourvu d'une masse centrale de chromatine volumineuse ou irrégulière. L'ensemble de leurs caractères topographiques ainsi que les déformations du corps cellulaire confirment qu'ils abordent l'épithélium germinatif à travers le mésenchyme sousjacent. Leur amiboïsme ne paraît pas douteux; je considère comme peu vraisemblable l'hypothèse d'un déplacement purement passif, lié à des

---

([1]) *Anat. Hefte*, 35, 39, 41, 46, 1907 à 1912.



Fig. 1. — Embryon de 6mm. On voit, de chaque côté, le segment interne de l'éminence génitale, E. G.; au milieu, le mésentère primitif n'a pu être figuré dans la totalité de sa largeur, on a simplement représenté la bordure juxta-cœlomique; la ligne gris foncé, M, correspond à la zone médiane. La prolifération du mésothélium germinatif a déjà commencé.



Fig. 2. — Embryon de 9mm. Même topographie. Dans l'épithélium germinatif, nombreux gonoblastes, dont plusieurs en mitose; dans le mésenchyme, leur migration continue.

inégalités d'accroissement des tissus voisins; leur genèse, aux dépens du revêtement cœlomique lui-même, doit également être écartée, il faut souligner qu'ils entrent parfois en mitose avant d'avoir atteint le mésothélium germinatif.

Au stade de 9^{mm}, on observe une prolifération beaucoup plus avancée du mésothélium, la migration des gonoblastes n'est d'ailleurs pas achevée. Cet épithélium germinatif en voie de développement est constitué d'éléments pluristratifiés, de forme allongée, d'architecture syncytiale, pourvus d'un cytoplasme fibrillaire et de noyaux à réseau délié. Aucune confusion n'est donc possible, à ce stade, entre les éléments somatiques de l'éminence sexuelle et les gonoblastes, du moins en ce qui concerne les éléments en repos. D'autre part les gonoblastes ne montrent pas une fréquence particulière des lésions dégénératives (caryolyse, caryorrhexis), qui devaient, au contraire, s'observer souvent si, comme le pensent divers auteurs, ils disparaissaient pour faire place à des gonoblastes définitifs d'origine somatique. Toutefois, il me paraît préférable de réserver la question complexe de leur évolution ultérieure et de leur continuité morphologique avec ces derniers; elle déborderait le cadre de cette Note, dont le seul objet est d'établir que le blastoderme du Chat s'homologue à celui des autres Mammifères, en ce qui concerne la mise en place des cellules génitales primitives et leur action organisatrice sur le mésothélium cœlomique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *De quel type chimique d'alcaloïdes faut-il rapprocher la cinchonamine* ? Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Alors que les botanistes rangent les Quinquinas et les Yohimbés dans une même tribu, celle des Rubiacées-Cinchonées, les chimistes, depuis qu'ils connaissent la formule développée des alcaloïdes extraits de ces drogues, ont dû insérer dans deux groupes très distincts d'une part ceux qui s'apparentent à la quinine, d'autre part ceux qui gravitent autour de la yohimbine.

Nous nous sommes proposé de rechercher si, parmi les bases que, dans l'ignorance de leur constitution moléculaire, on rapproche de la quinine parce qu'on les trouve, en compagnie d'alcaloïdes incontestablement apparentés à celle-ci, dans des Rubiacées extrêmement voisines des *Cinchona*,

il n'en existe pas qui constituent des intermédiaires entre le type quinolyl-quinuclidique de la quinine et le type indolique de la yohimbine.

Ayant constaté qu'une de ces bases encore peu connues, la cinchonamine découverte par Arnaud, possède deux réactions chromatiques caractéristiques de la yohimbine puisqu'elle colore en un bleu magnifique d'une part à chaud l'acide sulfurique contenant du chloral ([1]), d'autre part à froid le réactif de Kiliani ([2]), nous avons voulu savoir si elle n'était pas, elle aussi, une base indolique. Ne disposant que d'une très petite quantité de chlorhydrate de cinchonamine, préparé par Arnaud lui-même, nous avons recherché tout d'abord comment cet alcaloïde se comporte à l'égard des réactifs le plus communément utilisés en chimie biologique pour mettre en évidence le noyau indolique et surtout à l'égard de ceux (à l'acide glyoxylique, au *p*-diméthylaminobenzaldéhyde, à la vanilline, auxquels Perkin et Robinson ([3]) ont déjà fait appel pour démontrer la nature indolique d'un alcaloïde du *Peganum Harmala* L., l'harmine.

En soumettant à froid la cinchonamine à l'action du réactif à l'acide glyoxylique, suivant les indications de Hampshire et Page ([4]), on obtient dans le tiers inférieur du tube une coloration bleu violet ([5]) qui apparaît après plusieurs minutes et n'est pleinement développée qu'au bout de plusieurs heures.

Avec le réactif de Voisenet ([6]) à froid, mais en utilisant une goutte de solution commerciale non diluée de formol, la cinchonamine donne une teinte rouge violet qui passe assez rapidement au violet cependant que la solution tout entière se trouble et s'opacifie et reste telle pendant quelque temps. Au bout de plusieurs heures cependant on a une solution claire de coloration violette et au fond du tube un abondant précipité également violet.

([1]) Découverte par L. Rossi, A. Del Boca et R. Lobo (*Anales de Farm. y Bioquim.*, 3, 1932, p. 51-52), cette réaction était tenue jusqu'ici comme particulière à la yohimbine.

([2]) *Arch. d. Pharm.*, 234, 1896, p. 273-277.

([3]) *Journ. of the Chem. Soc. of London*, 115, 1919, p. 965-967.

([4]) Toutes ces colorations sont rapportées aux types du *Répertoire chromatique* de Lacouture (Paris, 1890).

([5]) C. H. Hampshire et G. R. Page, *Quart. journ. of Pharm. a. Pharmacol.*, 9, 1936, p. 62.

([6]) *Bull. Soc. Chim. de France*, 3e série, 33, 1905, p. 1198-1214.

([7]) S. W. Cole, *Journ. of Physiology*, 30, 1903, p. 315.

Quand on le chauffe pendant quelques instants après y avoir introduit une petite quantité de cinchonamine, le réactif de Raspail, modifié par substitution de l'acide chlorhydrique à l'acide sulfurique (7) et du fructose au saccharose (8), se colore en rouge orangé qui passe au rouge orangé un peu rabattu de noir, puis à l'orangé de plus en plus rabattu de noir (brun foncé).

Les réactions colorées engendrées par le réactif d'Ehrlich (*p*-diméthylaminobenzaldéhyde et acide chlorhydrique) et par le réactif à l'acide chlorhydrique vanilliné ont été observées avant et après addition d'une goutte de solution aqueuse à 0,5 % de nitrite de sodium qui, comme cela n'avait encore été constaté par Steensma (9) que pour les albumines tryptophanogènes, l'indol et le scatol, renforce et prolonge les colorations que les alcaloïdes indoliques communiquent à ces deux réactifs.

Avec le réactif d'Ehrlich et la cinchonamine, on a une coloration intermédiaire entre le rouge et le rouge orangé, qui, après addition de nitrite de sodium, s'intensifie et passe à une nuance intermédiaire entre le rouge et le rouge violet, quoique plus proche de celui-ci que de celui-là, nuance qui reste telle pendant plusieurs heures.

Avec la cinchonamine dissoute dans une solution de vanilline dans l'alcool méthylique à 99.9, puis additionnée d'acide chlorhydrique (D 1.19) la coloration, qui, même après chauffage prolongé, reste extrêmement faible, est intermédiaire entre le rouge orangé très lavé et le rouge très lavé (rose très pâle). L'addition de nitrite intensifie cette teinte et la fait passer à une nuance intermédiaire entre le rouge et le rouge violet, quoique plus proche de celui-là que de celui-ci, nuance qui demeure inchangée après quelques heures.

Toutes ces réactions colorées, qui militent en faveur de l'existence d'un groupement indolique dans la molécule de la cinchonamine, ont été également obtenues avec la yohimbine (10) alors qu'aucune d'entre elles n'a pu être produite par l'hydrocinchonidine, isomère de la cinchonamine qui appartient indubitablement au type quinuclidine-quinoléine. On est donc en droit de penser que la cinchonamine s'apparente plus étroitement aux alcaloïdes du groupe de la yohimbine qu'à ceux du groupe de la quinine.

---

(8) R. C. JORDAN et J. PRYDE, *The biochemic. Journ.*, 32, 1938, p. 279-281.

(9) F. A. STEENSMA, *Hoppe Seylers Zeitschr. f. physiolog. Chemie*, 47, 1909, p. 25-27.

(10) Il convient toutefois de noter qu'avec la yohimbine le réactif de Voisenet se colore directement en violet, reste tel pendant quelque temps, puis se décolore assez rapidement, la solution ne cessant pas d'être claire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la substance non acidorésistante des cultures de bacilles tuberculeux.* Note de M. **Roger Laporte**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dès les premières recherches sur la morphologie du bacille de la tuberculose, certains observateurs notèrent qu'en dehors des corps bacillaires, on trouve, sur les frottis de cultures de ce germe, des éléments granuleux qui ne possèdent pas la propriété de résister à la décoloration par les acides dilués et par l'alcool lorsqu'ils ont été imprégnés préalablement par un colorant énergique comme la solution de fuchsine de Ziehl. Ce caractère les distingue des bacilles eux-mêmes, ceux-ci conservant la teinte rouge de la fuchsine malgré l'action ultérieure d'un acide et de l'alcool suivie d'une contre-coloration par le bleu de méthylène phéniqué (technique de Ziehl-Neelsen). Sur les frottis ainsi traités, les éléments non acidorésistants sont, au contraire, colorés en bleu, d'où le nom de substance cyanophile qui leur est souvent donné.

La proportion de substance bleue rencontrée sur les frottis varie beaucoup suivant la couche bacillaire et l'âge de la culture. En général les cultures de bacilles humains renferment plus d'éléments non acidorésistants que celles de bacilles bovins. L'âge exerce, en outre, une influence prépondérante, le vieillissement des cultures maintenues à la température de 37° a pour effet de libérer des quantités croissantes de substance cyanophile.

Afin d'étudier les propriétés de cette substance, il importe de la séparer des bacilles; on y parvient presque complètement en utilisant la différence de densité qui existe entre les corps microbiens et les fins corpuscules non acidorésistants. Des voiles de cultures développées sur milieu synthétique de Sauton et n'ayant subi aucun traitement préalable, sont recueillis par filtration sur papier puis lavés à plusieurs reprises sur le filtre lui-même avec de l'eau distillée. La masse bacillaire est alors soigneusement essorée entre plusieurs épaisseurs de papier buvard puis broyée rapidement dans un mortier. On y ajoute progressivement de petites quantités d'eau distillée afin d'obtenir une suspension aussi fine et homogène que possible. Cette suspension est ensuite centrifugée très longuement et à grande vitesse. Après décantation, on recueille un liquide trouble dont l'opacité très variable va d'un simple louche (cultures bovines jeunes) à une lactescence très prononcée, comme c'est le cas de la plupart des cultures humaines un peu âgées et de certaines souches bovines tel que le BCG.

Examiné au microscope avec un éclairage direct, entre lame et lamelle, le liquide trouble qui a été séparé par centrifugation de la masse bacillaire ne laisse voir que quelques bacilles et d'assez rares corpuscules de tailles diverses et peu réfringeants. Mais, par examen à l'ultra-microscope, on découvre une multitude inouïe de fins granules de dimensions variables; certains atteignent le diamètre de micrococci; d'autres, les plus nombreux, sont beaucoup plus petits.

Sur les frottis bien préparés (une dessiccation brutale entraînant souvent l'agglutination des granules) et après coloration par la méthode de Ziehl-Neelsen, la substance en suspension se présente sous la forme de très petits corpuscules colorés en bleu, de dimensions variées, disposés parfois en réseau léger à mailles très fines ou en un semis poussiéreux comportant des grains plus volumineux et plus chromophiles. Loin de présenter une affinité spéciale pour le bleu de méthylène, comme le qualificatif de cyanophile le laisse entendre, la substance granulaire se colore beaucoup plus intensément par la fuchsine de Ziehl et par certains colorants acides comme le bleu de méthyle. Elle ne prend pas le Gram (technique usuelle ou méthode de Much ou de Fontès), ce qui distingue les corpuscules qui la composent des granules Gram-positifs contenus, à l'état normal, dans de nombreux bacilles.

Même par centrifugation très prolongée à grande vitesse on ne peut pas séparer complètement les bacilles des granules non acidorésistants; pour y parvenir nous avons utilisé divers artifices; le plus simple consiste à effectuer des filtrations répétées sur terre d'infusoires. La substance en suspension dans les centrifugats passe, en effet, très facilement à travers les papiers-filtres et n'est que partiellement retenue par la terre d'infusoires. Elle est, par contre, arrêtée par les bougies L2 ou les filtres en verre d'Iéna n° 5.

Lorsqu'on inocule à l'animal la substance cyanophile préalablement stérilisée par chauffage, on constate qu'elle possède les mêmes qualités antigéniques que les bacilles morts. Elle sensibilise les cobayes à la tuberculine et se comporte vis-à-vis des animaux allergiques comme les filtrats de culture dont elle a l'activité réactionnelle. Chez le lapin, cette substance entraîne l'apparition d'anticorps actifs envers un antigène tuberculeux; elle est, elle-même, douée *in vitro*, de remarquables qualités d'antigène fixateur du complément en présence de sérum de sujets tuberculeux. Une des rares différences qui séparent les propriétés de la substance non acidorésistante de celles des bacilles, c'est que les granules cyanophiles ne sont pas agglutinés par les anti-sérums tuberculeux.

En raison de la libération progressive de la substance granulaire dénuée d'acidorésistance au sein des cultures maintenues longtemps à 37° et de la similitude de la plupart de ses propriétés biologiques avec celles des corps bacillaires intacts, on paraît en droit de supposer que les granules non acidorésistants proviennent de bacilles atteints par un processus lytique qui détruit l'architecture normale du corps microbien. Ainsi se libérerait une véritable poussière de fragments bacillaires, de composition chimique complexe et qui, si le même phénomène se produit *in vivo* pour les bacilles présents dans les lésions, serait susceptible de jouer un rôle de premier plan dans le mécanisme de formation des tubercules et dans celui des réactions du sujet aux antigènes issus des bacilles.

La séance est levée à 15^h25^m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 30 décembre 1940.)

Note de MM. *Charles Dufraisse* et *Léon Velluz*, Union labile de l'oxygène au carbone. Protoxydes d'anthracènes bisubstitués en 1.4 :

Page 790, ligne 3 de la Note, *au lieu de* mésodiphénylanthracène diméthylé, *lire* mésodiphénylanthracène diméthoxylé.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JANVIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Quelques considérations sur les Géométries non euclidiennes.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Le quatrième postulat des *Éléments* d'Euclide stipule l'égalité visuelle de tous les angles droits. Il en est effectivement ainsi si, conformément à l'usage, on choisit pour définir les angles le double de l'aire des secteurs du cercle de rayon 1. Mais, si l'on convient de définir les angles par exemple par le double de l'aire des secteurs elliptiques ou hyperboliques d'une quadrique $F(x, \sqrt{\varepsilon}y) = x^2 + \varepsilon y^2 = 1$, où ε est une constante positive, nulle ou négative, il est naturel de nommer *angle droit* chacun des quatre angles formés par deux quelconques des diamètres conjugués d'Apollonius, et le quatrième postulat d'Euclide est alors mis en défaut.

Dans le cas des secteurs hyperboliques ($\varepsilon < 0$), nous conviendrons, pour pouvoir faire correspondre à tout angle circulaire un angle hyperbolique, d'adjoindre à l'hyperbole $F = 1$ l'hyperbole conjuguée $F = -1$ et de tenir compte des périodes imaginaires des fonctions hyperboliques. Nous conviendrons aussi que le sens direct sur la circonférence est toujours le même que sur les branches de l'hyperbole $F = 1$, et qu'il est, par conséquent, inverse du sens positif sur les branches de l'hyperbole conjuguée.

Pour développer une géométrie différentielle où les angles seraient définis non pas par des secteurs du cercle de rayon 1, mais par ceux d'une

quadrique $F(x, \sqrt{\varepsilon}y) = \pm 1$, il faut remplacer, dans les formules de la géométrie différentielle ordinaire, chaque dérivation partielle $\partial/\partial y$ par une dérivation $\partial/\partial y'$, où $y' = \sqrt{\varepsilon}y$. Dans le cas plus général d'une quadrique

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

les dérivations $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$ doivent être remplacées par les dérivations $a(\partial/\partial x)$, $b(\partial/\partial y)$, $c(\partial/\partial z)$. Si l'on applique ce procédé à une quadrique $x^2 + y^2 + \varepsilon z^2 = C$, dont le paramètre ε a la même valeur que celui de la quadrique $x^2 + \varepsilon z^2 = 1$ que l'on a choisie pour définir les angles, on obtient des formules en x, y, $\sqrt{\varepsilon}z$ algébriquement identiques à celles qui déterminent dans la géométrie différentielle ordinaire les propriétés caractéristiques d'une sphère (par exemple la constance de la courbure totale et de la courbure moyenne en tous les points de la surface), mais l'image cartésienne en x, y, z des formules correspondantes et des grandeurs qu'elles définissent est, en général, profondément modifiée par ce procédé.

Considérons les déterminants

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix},$$

où nous admettons que chaque élément des déterminants Δ_1 et Δ_2 est le mineur relatif à l'élément occupant la même place respectivement dans les déterminants Δ et Δ_1. On a par conséquent

$$\Delta_2 = \Delta_1^2 = \Delta^4.$$

En raison de ces définitions les deux groupes (1) et (2), de trois équations chacun (on obtient les équations non écrites en permutant les indices 1, 2, 3), correspondent à une même identité fondamentale, mais leurs images géométriques peuvent être, évidemment, très différentes les unes des autres :

$$(1) \qquad (x_3x_1 + y_3y_1 + z_3z_1)(x_2x_1 + y_2y_1 + z_2y_1) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(x_2x_3 + y_2y_3 + z_2z_3) = a_2a_3 + b_2b_3 + c_2c_3,$$

$$(2) \qquad (a_3a_1 + b_3b_1 + c_3c_1)(a_2a_1 + b_2b_1 + c_2c_1) - (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(a_2a_3 + b_2b_3 + c_2c_3) = A_2A_3 + B_2B_3 + C_2C_3.$$

Introduisons encore les identités (3)

$$(3)\qquad \frac{D_2^2 D_3^2}{k_2^2 k_3^2}\,\frac{A_1^2+B_1^2+C_1^2}{a_1^2+b_1^2+c_1^2}=\frac{D_3^2 D_1^2}{k_3^2 k_1^2}\,\frac{A_2^2+B_2^2+C_2^2}{a_2^2+b_2^2+c_2^2}$$
$$=\frac{D_1^2 D_2^2}{k_1^2 k_2^2}\,\frac{A_3^2+B_3^2+C_3^2}{a_3^2+b_3^2+c_3^2}=\frac{D_1^2 D_2^2 D_3^2}{k_1^2 k_2^2 k_3^2}\Delta^2,$$

$$(4)\qquad D_\nu = 1 : \pm\sqrt{a_\nu^2+b_\nu^2+c_\nu^2},\qquad k_\nu = 1 : \sqrt{x_\nu^2+y_\nu^2+z_\nu^2}\qquad (\nu=1,2,3).$$

On peut donner aux éléments du déterminant Δ des valeurs quelconques réelles ou complexes. Dans les développements qui vont suivre nous aurons à remplacer, dans Δ, les éléments z_1, z_2, z_3 par $z_1\sqrt{\varepsilon}$, $z_2\sqrt{\varepsilon}$, $z_3\sqrt{\varepsilon}$.

Soit ABC un triangle curviligne dont les côtés sont déterminés par l'intersection d'une quadrique $F=0$ avec trois plans $\pi_1=\pi_2=\pi_3=0$ passant par l'origine,

$$(5)\qquad F=x^2+y^2+\varepsilon z^2\mp 1=0,\qquad \pi_\nu = x a_\nu + y b_\nu + \sqrt{\varepsilon}\, z c_\nu = 0\qquad (\nu=1,2,3).$$

Nous désignerons par (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3) les coordonnées des points A, B, C, par α, β, γ les angles du triangle et par a, b, c les côtés respectivement opposés. Les a_ν, b_ν, c_ν figurant dans les équations (5) des plans sécants ont la même signification que dans le déterminant Δ_1, où l'on aurait remplacé chaque z_ν par $\sqrt{\varepsilon}z_\nu$.

En appliquant le procédé de dérivation défini plus haut, on obtient

$$(6)\qquad \begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{dx_2\,dx_3+dy_2\,dy_3+\varepsilon\,dz_2\,dz_3}{\sqrt{dx_2^2+dy_2^2+\varepsilon\,dz_2^2}\sqrt{dx_3^2+dy_3^2+\varepsilon\,dz_3^2}} = -D_2D_3(a_2a_3+b_2b_3+c_2c_3), \\ \sin\alpha = D_2D_3\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2} \end{cases}$$

et, en permutant les indices 1, 2, 3, des expressions analogues pour $\cos\beta$, $\sin\beta$ et $\cos\gamma$, $\sin\gamma$.

On a aussi

$$(7)\qquad \cos a = k_2k_3(x_2x_3+y_2y_3+\varepsilon z_2z_3),\qquad \sin a = \pm k_2k_3\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}$$

avec des expressions analogues pour $\cos b$, $\sin b$ et $\cos c$, $\sin c$.

Pour justifier les équations (7), remarquons que les expressions $x_2x_3+y_2y_3+\varepsilon z_2z_3$, k_2 et k_3 conservent leur valeur respective dans une *rotation d'Apollonius*, transformant la quadrique en elle-même. Si la quadrique est un hyperboloïde de révolution de paramètre $\varepsilon=-1$, on peut utiliser cette transformation de façon que les points B et C, et par conséquent le côté déformé a du triangle ABC, viennent se placer,

soit sur une hyperbole équilatère, si le plan π_1 coupe le cône asymptote, soit, dans le cas contraire, sur la circonférence $x^2+y^2=1$. La première de ces transformations est déterminée par les équations

$$(8)\quad \begin{cases} x'=a'_1x+b'_1y+ic'_1z, & a'_1=D_1a_1, \quad b'_1=D_1b_1, \quad c'_1=D_1c_1, \\ y'=\dfrac{b'_1}{\sqrt{1-c'^2_1}}x-\dfrac{a'_1}{\sqrt{1-c'^2_1}}y, & iz'=\dfrac{a'_1c'_1}{\sqrt{1-c'^2_1}}x+\dfrac{b'_1c'_1}{\sqrt{1-c'^2_1}}y-i\sqrt{1-c'^2_1}z. \end{cases}$$

Pour déterminer la deuxième transformation, il suffit d'échanger, dans les équations (8), les places occupées par x' et iz'.

Ces transformations permettent de constater que l'expression

$$k_2k_3(x_2x_3+y_2y_3-z_2z_3)$$

peut être toujours définie soit comme $\cos a$, soit comme $\cos ia=\operatorname{ch} a$. On obtient ensuite la deuxième des équations (7), définissant $\sin a$ ou $i\operatorname{sh} a$, en appliquant l'identité de Lagrange, qui correspond au cas particulier $x_3=-x_2$, $y_3=-y_2$, $z_3=-z_2$ de l'identité (1).

Si l'on substitue les équations (6) et (7) dans les identités (1), (2), (3), en tenant compte des expressions (4), on obtient, dans le cas particulier $\varepsilon=1$, les équations fondamentales de la trigonométrie sphérique.

La trigonométrie de l'hyperboloïde de révolution que nous avons établie permet de donner une nouvelle interprétation de la géométrie lobatchewskienne. Cette interprétation, n'étant pas soumise aux restrictions imposées par le théorème de D. Hilbert, est plus générale que celle de Beltrami.

CORRESPONDANCE.

M. **Daniel Schnéegans** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. **Pierre Lesage** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1940.

MÉCANIQUE. — *Petites oscillations de deux pendules couplés par élasticité dont les points de suspension exécutent des oscillations harmoniques verticales, identiques, en phase ou en opposition de phase.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les deux pendules étudiés ont même longueur (33^{cm}) et même masse (concentrée dans une sphère de $3^{cm},9$ de diamètre). Les points de fixation

O_1 et O_2 se trouvent, au repos, sur une même horizontale à 25^{cm} de distance; la liaison élastique réunit les deux pendules, à 10^{cm} de leurs points de suspension; au repos, elle n'exerce aucune action sur les pendules.

Les mouvements harmoniques de O_1 et O_2 sont obtenus au moyen d'un dispositif dérivant de celui décrit dans une Note antérieure ([1]). Comme dans le cas d'un seul pendule, pour une valeur donnée de l'amplitude R du mouvement de O_1 et O_2, il apparaît, quand la période T de ce dernier varie, la possibilité d'obtenir deux types de mouvements pendulaires :

1° un mouvement *stable*, constitué par des battements qui s'amortissent dans le temps en raison des résistances passives;

2° un mouvement *instable*, les oscillations pendulaires prenant des amplitudes sans cesse croissantes.

Nous avons déterminé pour diverses valeurs de R, l'intervalle de périodes qui correspond à l'instabilité du mouvement dans les deux cas suivants (les conditions initiales choisies étant toujours les mêmes : O_1 et O_2 sont mis en mouvement après que l'on ait lancé le système et au moment où le pendule n° 2 est au repos au cours des battements qui se produisent) :

I. *Mouvements de* O_1 *et* O_2 *en phase.* — Le graphique ci-après donne, dans un plan de coordonnées T et R, la forme de la zone d'instabilité.

On constate que, pour les valeurs de R inférieures à $2^{cm},2$, elle se décompose en deux régions I et II; dans ces régions les mouvements instables ont des allures différentes.

Dans la région I, après quelques battements, les pendules se mettent à osciller en *opposition de phase* avec des amplitudes croissantes.

Dans la région II, qui correspond à des périodes plus élevées, toujours après quelques battements, les deux pendules se mettent à osciller en *phase* avec des amplitudes croissantes.

Dans le reste de la zone d'instabilité, les mêmes circonstances se rencontrent, la transition s'effectuant le long d'une courbe AB se raccordant en A aux courbes qui limitent les régions I et II.

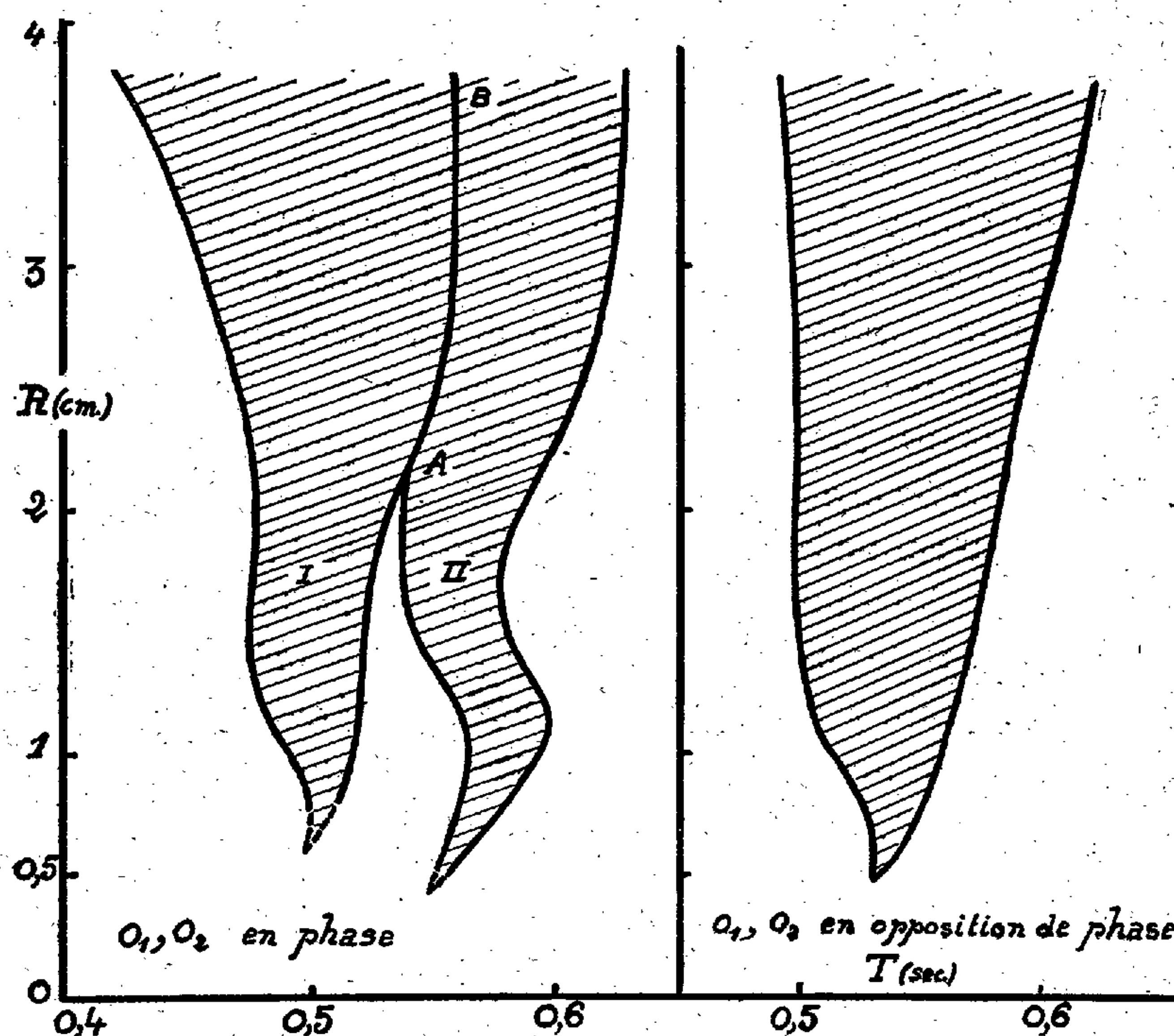
Les deux mouvements précédents sont à rapprocher des mouvements principaux de ce même système dans lequel O_1 et O_2 demeureraient fixes.

II. *Mouvements de* O_1 *et* O_2 *en opposition de phase.* — Le graphique donne dans le plan des T et des R, l'aspect de la zone d'instabilité; elle a même allure que dans le cas d'un seul pendule, mais l'expérience montre qu'elle n'est pas confondue avec celle qui lui correspond.

---

(1) *Comptes rendus,* 212, 1941, p. 69.

Dans cette zone, le mouvement instable est formé de *battements* d'amplitudes croissantes.



Remarques. — 1° Les mêmes phénomènes se retrouvent pour différentes positions de la liaison élastique.

2° Les zones d'instabilité ne viennent pas toucher l'axe des T; ceci est probablement dû aux résistances passives.

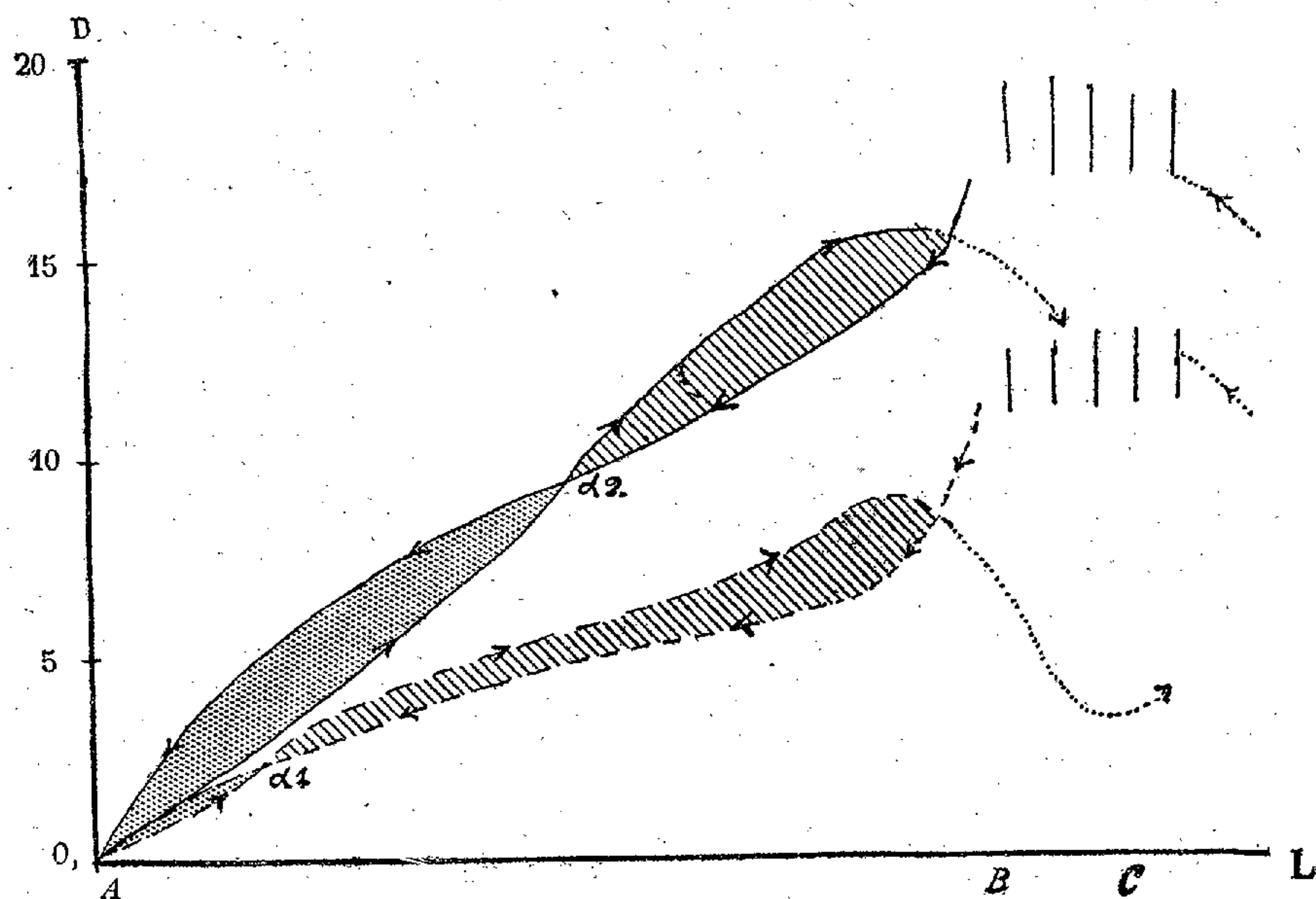
3° Le même comportement est à prévoir pour deux circuits électriques identiques couplés par capacité, les capacités des circuits, autres que celle constituant la liaison, variant harmoniquement.

HYDRODYNAMIQUE. — *Phénomènes hydrodynamiques du ressac, leur rôle dans le transport et le triage des galets (observations et mesures).* Note de M. LOUIS GLANGEAUD.

Méthode. — Des boules sont posées sur le sable, par une équipe d'opérateurs, en plusieurs points et à différents moments, dans la zone d'oscillation du ressac. Nous avons d'abord utilisé des boules en marbre, puis des

boules en fonte, creuses, équilibrées, d'une densité moyenne de 2,6. Les diamètres varient entre 3 et 20^{cm}. Des cordons sont fixés sur les boules de plus de 5^{cm} de diamètre, par un dispositif interne, sans relief. Une corde divisée, attachée à des piquets, permet de repérer à chaque instant leur position.

Représentation graphique. — Quelques-uns des résultats obtenus, entre la Pointe de Grave et Arcachon, sont représentés par les courbes



ci-jointes. Celles en traits pleins (n° 1) correspondent à des observations faites à 4^{km} au nord de Montalivet, à mi-marée montante, par houle moyenne; celles en tirets (n° 2) à des observations sur la plage du Cap Ferret, par B. M. de vives-eaux, avec forte houle au large.

Dans ces courbes, les ordonnées correspondent au diamètre D, en centimètres, de la boule la plus grosse, déplacée en chaque point du ressac, au cours de 25 vagues successives; ces boules sont rugueuses, de densité 2,6 et roulent isolément sur une *surface horizontale de sable fin tassé.* Quand la surface est inclinée, nous calculons le diamètre de la boule qui serait déplacée, par la même vitesse de l'eau, sur une surface horizontale. En abscisses sont portées les distances séparant les points considérés du rivage; la longueur entre la limite extrême de l'eau et le dernier déferlement de la vague (AB) est prise pour unité ($AB = 35^m$ pour les courbes 1 et 30^m pour les courbes 2).

La vague, après avoir déferlé en C (traits verticaux), se transforme en une petite vague de translation qui, au début, manifeste une forte turbulence. Celle-ci rend difficile les observations. Puis la translation devient plus régulière et la lame montante (swash), si elle ne rencontre pas la lame descendante (backwash), se comporte sensiblement comme une onde isolée. L'eau qui descend représente, en l'absence d'interférence, une lame liquide s'écoulant librement. Dans ce cas, la vitesse en chaque point est fonction de la distance parcourue depuis le départ, des variations de la pente et de la nature du fond. Pour la lame montante, la vitesse en un point est, en outre, fonction de l'impulsion initiale qui est en rapport avec la hauteur de la vague au moment du *dernier déferlement*.

Le point de rencontre de deux lames antagonistes dépend de la fréquence des vagues et de la vitesse de propagation des lames. Comme les courbes ci-dessus représentent le résultat global pour 25 vagues, les chiffres maxima retenus correspondent sensiblement à l'écoulement d'une lame isolée, libre sur la plus grande partie de son parcours.

Action dynamique du ressac. — On distingue deux régions au point de vue de l'action sur les galets. Dans la première, près du rivage (en grisé sur la figure), les galets inférieurs aux diamètres correspondant aux points α^1 et α^2 sont entraînés vers le rivage et ne sont pas ramenés vers la mer. Au contraire, en aval des points α (région hachurée), la lame descendante a une action supérieure à la lame montante. Aux points α, les deux actions s'annulent (*point mort*). *L'action du ressac sur les galets est donc entièrement déterminée par la position du point mort sur le graphique.* Les points α se déplacent d'ailleurs à chaque vague. Ils balayent une région située entre leur position la plus approchée du rivage (α^1 et α^2 sur la figure) et le voisinage de la vague déferlante. Par exemple, pour les courbes n° 1, un galet sphérique, d'un diamètre égal ou inférieur à 9^{cm} placé à gauche de α^2 sera amené au voisinage du bord et laissé sur le rivage à marée descendante (cordon littoral). A droite du point α^2, ce galet subira une série d'oscillations, et son sort sera différent suivant que la marée sera montante ou descendante.

Variations au cours d'une marée. — Pour un même point de la plage, l'action du ressac se modifie d'une façon importante au cours d'une seule marée, sans changement des conditions atmosphériques. La forme des courbes dépend des facteurs suivants : pente locale I de la plage dans la zone d'oscillation, largeur l de la zone se découvrant par l'action du ressac, hauteur h de la dernière vague déferlante, sa distance L au bord et sa

fréquence f. Entre le début et la fin d'une marée montante de vives eaux (coeff. 110), avec un vent constant et une assez forte houle au large, nous avons observé, sur la plage du Cap Ferret, les variations suivantes : I, de 0,25 à 3 % ; l, de 15 à 40^m; h, de $1^m,10$ à $1^m,80$; L, de 35 à 55^m; f, de 14 à 12 vagues, en trois minutes, avec un rythme de $3+1$. En effet, en ce point, à B. M. de vives eaux et par une forte houle, un banc immergé produisait un premier déferlement, à une distance d'environ 300^m au delà de la limite des B. M. Les vagues amorties déferlaient une *dernière fois*, à 35^m du rivage. Au contraire, pour la même marée, en H. M., la houle déferlait *une seule fois* à 50^m du rivage.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la compressibilité des solides ou des liquides considérée du point de vue des théories de probabilité.* Note de M. **Georges Reboul**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il a été signalé (¹) comment des considérations de probabilité pouvaient faciliter l'étude de quelques phénomènes biologiques; la méthode qui a été indiquée est susceptible de généralisation et peut rendre service dans beaucoup de questions; nous l'avons appliquée à un phénomène étudié depuis longtemps et paraissant peu susceptible d'aperçus nouveaux, celui de la compressibilité des solides et des liquides.

Quand on fait varier de dp la pression s'exerçant sur le volume v d'un solide ou d'un liquide, il se produit une variation de volume dv; si l'on considère la valeur v du volume comme également répartie entre les N molécules du corps, quelle que soit la manière dont se traduit l'action de dp, tout se passe comme si la variation de volume dv correspondante se répartissait sur un certain nombre dN d'entre elles. Si la variation dp est assez petite pour que son action ne puisse changer le quantum de répartition du volume par molécule, la probabilité $d\mathrm{N}/\mathrm{N}$ pour qu'une molécule du corps soit affectée par la variation dp sera égale à dv/v.

Nous admettrons, comme il a été indiqué précédemment (¹) pour d'autres cas, que cette probabilité est en première approximation proportionnelle à dp ou en d'autres termes qu'il existe un facteur α tel que

$$\alpha\,dp = \frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{N}} = \frac{dv}{v}, \tag{1}$$

(¹) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 792-794.

α pouvant être une constante ou une fonction de p ou d'autres variables.

Le facteur de probabilité ainsi défini est dans ce cas égal à l'inverse du module c de compressibilité ($\alpha = 1/c$) ou, à l'inverse, du coefficient d'élasticité E, si, au lieu d'une variation de volume, on considère la variation de longueur d'un cylindre.

De l'équation (1) on en déduit la relation qui doit exister entre le volume et la pression; si, par exemple, on admet que α est indépendant de p, on aura

$$v = v_0 e^{\alpha p}.$$

Comme α est très petit, on peut, lorsque p n'est pas trop grand, prendre la relation

$$v = v_0(1 + \alpha p).$$

Cette forme simplifiée permet la définition et la mesure du module de compressibilité du corps étudié. Dans le cas des solides cette constante est assez mal déterminée et peut être considérée comme indépendante de la pression, du moins tant que celle-ci n'est pas trop forte.

Dans le cas des liquides les résultats sont plus comparables et mieux déterminés; le module de compressibilité n'est plus indépendant de la pression : ainsi, pour l'eau à 20°, le coefficient moyen de compressibilité varie de $46,8.10^{-6}$ (de 1 à 100 atmosphères) à $36,5.10^{-6}$ (de 900 à 1000 atmosphères); le facteur α est donc fonction de la pression et, de la relation (T), on tire

$$v = v_0 e^{\int_0^p \alpha\, dp}.$$

Il est assez curieux de constater que $\alpha = f(p)$ peut s'obtenir en admettant que c'est encore suivant une loi de hasard que s'exerce l'action de p sur α; cela donne

$$\beta\, dp = \frac{d\alpha}{\alpha} \quad \text{et} \quad \alpha = \alpha_0 e^{\beta p},$$

de sorte que α doit varier avec p suivant une formule exponentielle. C'est bien ce que l'on peut vérifier avec les résultats expérimentaux qu'a trouvés Amagat pour l'eau soumise à des pressions variant de 1 à 3000 atmosphères. Dans ce cas la pression se trouve liée au volume par une expression de la forme

$$v = a_0 e^{\alpha_0 e^{\beta p}}.$$

Avec les autres liquides les résultats obtenus sont tout à fait analogues,

quoique parfois plus complexes; ainsi le sulfure de carbone à 0° entre 1 et 3000 atmosphères a donné à Amagat des résultats assez bien représentés par l'équation

$$v = a_0 e^{\alpha_0 e^{\beta_0 e^{\gamma p}}}.$$

Ce sont donc des lois de probabilité d'action qui paraissent régir les phénomènes de compressibilité des solides et des liquides.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Facteurs de probabilité et coefficients de dilatation des solides et des liquides.* Note de M. **Jean-A. Reboul**, présentée par M. Aimé Cotton.

On peut appliquer à la dilatation des solides ou liquides les mêmes considérations qui ont été indiquées pour la compressibilité de ces corps [1].

Si l est la longueur d'une barre à t degrés, une variation de température dt entraîne une variation dl, et il existe une même probabilité dl/l pour toutes les molécules de la barre de participer à la variation dl, et cette probabilité est telle que

$$\alpha\, dt = \frac{dl}{l}. \qquad (1)$$

Le facteur de probabilité α est donc dans ce cas le coefficient de dilatation linéaire de la substance.

Quand on se contente de prendre comme première approximation la formule $l = l_0(1 + \alpha t)$, cela revient à limiter à son premier terme le développement de l'exponentielle

$$l = l_0 e^{\alpha t} \qquad (2)$$

qui résulte de l'intégration de (1); cette approximation est d'ailleurs justifiée par la faiblesse relative du coefficient α.

Dans un intervalle de température étendu, la formule de dilatation est un polynome comportant la deuxième et troisième puissance de t dans le cas des solides et pouvant aller jusqu'à la quatrième ou cinquième puissance

(1) Voir la Note précédente.

dans le cas des liquides. On aura par exemple pour les solides

$$l = l_0(1 + \alpha' t + \beta' t^2),$$

qui devrait s'identifier avec les premiers termes du développement de l'exponentielle (2)

$$(2) \qquad l = l_0\left(1 + \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{2}\right),$$

c'est-à-dire que l'on devrait avoir

$$\alpha' = \alpha \quad \text{et} \quad \beta' = \frac{\alpha^2}{2} = \frac{\alpha'^2}{2}.$$

Si l'on prend les résultats de l'expérience, on constate que cette dernière relation n'est pas vérifiée; ainsi, pour le platine entre o et 1000°, l'expérience donne $\alpha' = 8{,}68 \cdot 10^{-6}$ et $\beta' = 1{,}32 \cdot 10^{-9}$; cette dernière valeur est loin d'être égale à $\alpha'^2/2 = 3{,}93 \cdot 10^{-11}$.

Ce désaccord s'explique aisément en faisant une hypothèse analogue à celle que l'on fait pour la compressibilité des gaz aux pressions élevées : le volume utile n'est pas v mais $(v - \varphi)$, φ étant une constante; dans le cas de la dilatation la longueur utile ne serait pas l, mais $l(1 - \alpha)$, α étant une constante égale à d/λ (d diamètre des molécules, λ distance séparant les centres de deux molécules voisines). On déduit de là des valeurs de d/λ; ainsi le platine donne pour des températures comprises entre o et 1000° $d/\lambda = 0{,}97$; le diamètre des molécules serait la fraction 0,97 de la distance qui sépare leurs centres, et seule interviendrait dans les phénomènes de dilatation la distance séparant la périphérie de deux molécules voisines.

Dans le cas des liquides le développement peut être poussé jusqu'aux termes en t^4 ou en t^5, et le désaccord entre résultats théoriques et expérimentaux paraît à première vue moins grand. Ainsi, avec le brome entre —7 et + 60°, en poussant jusqu'à la troisième puissance de t, on trouve

	α'.	β'.	γ'.
Expérimentalement............	$1{,}03 \cdot 10^{-3}$	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-9}$
Théoriquement..............	10^{-3}	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$	$0{,}16 \cdot 10^{-9}$

Le désaccord s'accentue avec des liquides pour lesquels on peut pousser la formule jusqu'à la quatrième ou cinquième puissance; ainsi, avec l'acétate

d'amyle pour lequel l'expérience fournit jusqu'aux termes en t^5, on obtient

	α'.	β'.	γ'.	δ'.	ε'.
Expér..........	$1,06.10^{-3}$	$1,57.10^{-6}$	$2,89.10^{-9}$	$4,5\ .10^{-12}$	$7,3\ .10^{-15}$
Théor..........	$1,06.10^{-3}$	$0,5\ .10^{-6}$	$0,16.10^{-9}$	$0,04.10^{-12}$	$0,008.10^{-15}$

Le désaccord disparaît si, comme on l'a indiqué à propos de la compressibilité, on admet une formule de probabilité généralisée qui donnera entre la température et le volume une relation de la forme

$$v = a_0 e^{\alpha_0 e^{\beta_0 e^{\delta t}}}.$$

Dans ce cas l'acétate d'amyle donne les valeurs

	α'.	β'.	γ'.	δ'.	ε'.
Expér..........	$1,06.10^{-3}$	$1,57.10^{-6}$	$2,89.10^{-9}$	$4,5.10^{-12}$	$7,3.10^{-15}$
Théor..........	$1,06.10^{-3}$	$1,57.10^{-6}$	$1,90.10^{-9}$	$3,6.10^{-12}$	$1,9.10^{-15}$

Si l'on tient compte de l'imprécision relative des résultats expérimentaux, l'accord paraît assez bon.

On peut donc, à partir des théories de probabilité, retrouver pour les phénomènes de dilatation une représentation analogue à celle qui a été indiquée pour les phénomènes de compressibilité.

OPTIQUE. — *Sur un déplacement de franges enregistré sur une plate-forme tournante.* Note de MM. **Alexandre Dufour** et **Fernand Prunier.**

M. Costa de Beauregard exprime l'opinion (1) que le dispositif qui nous a servi pour effectuer l'expérience que nous avons schématiquement décrite (2) était équivalent au dispositif de Sagnac.

Nous voulons montrer ici que cette opinion n'est pas fondée.

Rappelons d'abord succinctement l'expérience dont il s'agit. Nous avons enregistré sur une plate-forme tournante un déplacement de franges résultant de la mise en rotation uniforme de cette plate-forme. Les franges étaient produites par l'interférence de deux faisceaux lumineux se propageant dans des sens opposés sur un même parcours dont une partie, solidaire du disque tournant, était entraînée par ce dernier dans son

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 634.
(2) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 988.

mouvement de rotation, tandis que le reste du parcours des deux faisceaux optiques se trouvait déterminé par des appareils non solidaires de la plate-forme.

Dans le montage schématique figuré dans notre Note rappelée ci-dessus, le parcours, que nous appelons fixe, des faisceaux interférents est dirigé parallèlement à des rayons de la plate-forme circulaire, de sorte que ce parcours est supposé rencontrer un miroir fixe H dont le plan contient l'axe matériel du disque tournant. Cette disposition, prise comme base de l'argumentation de M. Costa de Beauregard, l'amène à conclure que notre dispositif est équivalent à celui de Sagnac.

Nous ne pouvons partager cette opinion pour les raisons suivantes :

1° Dans l'expérience de Sagnac, il n'existe pas de matériel d'optique fixe dans le laboratoire : tout le dispositif interférentiel et tous les faisceaux lumineux sont portés par la plate-forme et entraînés par elle dans son mouvement de rotation. Notre montage expérimental est donc nettement différent de celui, classique, de Sagnac.

2° Dans la réalisation même de notre expérience, le miroir fixe H, dont la considération est fondamentale pour la théorie de M. Costa de Beauregard, n'existe pas : le parcours fixe des faisceaux interférents s'appuie sur des miroirs dont aucun ne se trouve sur l'axe de rotation.

Il convient en outre de signaler que les positions de ces miroirs fixes remplaçant le miroir H sont d'ailleurs arbitraires. Nous avions, en effet, réalisé deux séries d'enregistrements avec des positions différentes pour ces miroirs ; l'aire sous-tendue à partir de l'axe de rotation pour les parcours fixes avait varié de 536$^{cm^2}$ à 1346$^{cm^2}$, sans que le déplacement des franges enregistré sur la plate-forme tournante s'en fût trouvé modifié, contrairement à ce qui aurait eu lieu si le dispositif avait été assimilable à celui de Sagnac.

En résumé, notre dispositif, bien différent de celui de Sagnac, ne lui est pas équivalent, ni au point de vue expérimental, ni au point de vue des conséquences théoriques qu'on peut déduire des résultats obtenus. Ce que nous venons de dire montre en effet que, dans notre expérience, les deux parties du circuit optique ont des rôles très différents.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Adsorption des solutions concentrées d'acide acétique par le charbon de sang.* Note [1] de M. **Mathieu Dobine.**

J'ai établi [2] qu'on obtient, dans le cas du système acide acétique-eau-charbon de sang, deux isothermes différentes suivant qu'on opère avec du charbon contenant de l'humidité ou du charbon desséché à 120-130°. J'en ai déduit une méthode permettant de déterminer l'adsorption vraie du solvant et celle du corps dissous.

Une objection se présentait : la dessiccation pouvait changer la surface et, par conséquent, le pouvoir adsorbant du charbon.

Pour y obvier, je l'ai réalisée par deux autres méthodes : 1° *par le vide.* Le dispositif comprenait une pompe à huile à palettes (vide primaire), un manomètre en verre soudé sur la canalisation, une pompe à mercure de Langmuir (vide secondaire), une jauge de Mac Leod, des réservoirs d'anhydride phosphorique rodés sur la canalisation même ou non, un dispositif spécial contenant du charbon. Le vide obtenu allait jusqu'à $0^{mm},001$ de mercure. Voici quelques résultats obtenus, comparativement avec ceux fournis par le charbon desséché à 120° :

Titre initial des solutions acétiques.	Titre final, charbon desséché	
	par vide.	par chaleur.
16,554 N	16,489	16,486
15,883	15,829	15,828
15,666	15,614-600	15,614
7,504	7,411	7,407

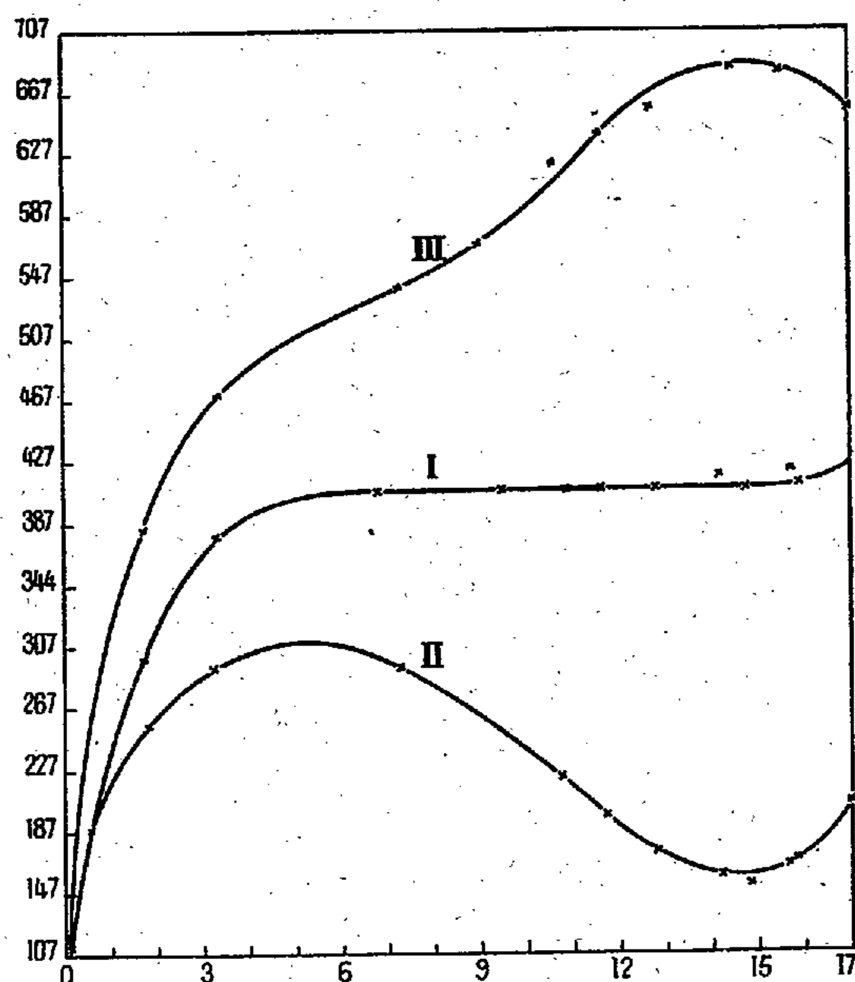
Les résultats sont les mêmes. Il en résulte que la température de 120°-130° ne détermine aucun changement dans le pouvoir adsorbant du charbon, ce qui était à prévoir. La méthode par le vide est délicate et longue. C'est pourquoi j'ai eu recours à une autre méthode que j'appelle :

2° *Méthode des* dilutions minima. — Au lieu d'opérer parallèlement avec du charbon humide et du charbon desséché, on n'opère qu'avec du charbon humide, mais pris tantôt tel que, tantôt additionné d'une très petite quantité d'eau ($0^{g},350$ d'eau pour 2^{g} de charbon humide et 50^{cm^3} de

(1) Séance du 13 janvier 1941.

(2) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1388; **206**, 1938, p. 430.

solution étudiée). Pour confronter les résultats obtenus par ces diverses méthodes, j'ai repris toutes mes anciennes expériences et j'ai institué pour chaque concentration étudiée trois séries d'expériences : une avec du charbon desséché, une autre avec du charbon humide et enfin avec du charbon humide additionné de quelques gouttes d'eau. Les concentrations étudiées s'étendaient de 0,2N jusqu'à acide acétique glacial. J'ai obtenu les trois courbes ci-dessous.



Courbe I, Adsorption par charbon humide. — Courbe II, Adsorption par charbon desséché. — Courbe III, Adsorption par charbon humide additionné d'eau. Absc., concentration d'équilibre en gr.-mol. Ordon. (x/m), adsorption d'acide acétique par gramme de charbon desséché en gr.-millimol.

Les courbes I et II sont identiques à celles décrites précédemment. La courbe III monte rapidement comme les courbes I et II, jusqu'à la concentration 4-5N. De là et plus haut, elle prend la forme d'un S et devient presque symétrique de la courbe II. Elle s'infléchit d'abord légèrement sur une partie de son parcours vers l'axe des abscisses, elle reprend ensuite sa montée plus rapide jusqu'à la concentration de 13-14N, après quoi elle descend en décrivant une petite courbure concave vers le bas.

On voit donc que, suivant l'humidité du charbon, on obtient trois isothermes différentes et, en faisant varier l'humidité, on pourrait obtenir une quantité infinie d'isothermes.

Ceci ne veut pas dire qu'il existe une diversité de degrés d'adsorption pour la même concentration d'équilibre. En effet, l'eau introduite par l'humidité du charbon dilue la solution initiale. Il suffit de faire une correction correspondante dans la détermination du titre de celle-ci et d'en tenir compte dans les calculs, pour que toutes ces isothermes coïncident. Voici, à ce sujet, deux exemples se rapportant aux courbes I et III :

Avant correction.

		Solution finale.		Quantité adsorbée.	
	Solution initiale.	Courbe I.	Courbe III.	Courbe I.	Courbe III.
1er exemple......	14,836 N	14,703	14,593	0,133	0,243
2e exemple......	11,775	11,644	11,568	0,131	0,207

Les points correspondants des courbes I et III ne coïncident pas. Or, après correction, les solutions initiales dont on part pour la construction de la courbe III deviennent respectivement 14,725 et 11,697; les quantités adsorbées sont $14,725 - 14,593 = 0,132$ et $11,697 - 11,568 = 0,129$; donc, les mêmes chiffres que pour la courbe I. Il en sera de même des autres points et les deux isothermes coïncident. Il en sera encore de même des autres isothermes; elles coïncident toutes. *Leur diversité n'était donc qu'apparente.* Les deux méthodes employées permettent de conclure que, pour comparer les isothermes fournies même par le même charbon, il est nécessaire de préciser son degré d'humidité, et c'est parce que des auteurs n'ont pas pris en considération cette donnée que leurs recherches ont parfois abouti à des résultats divergents.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de la plasticité des fibres de nitrocellolose.* Note (1) de Mlle **Madeleine Raison** et M. **Marcel Mathieu**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'absorption de l'acétone et de divers autres gélatinisants par la nitrocellulose a été étudiée dans plusieurs Mémoires (2) (3). Ces travaux

(1) Séance du 13 janvier 1941.

(2) J. Desmaroux et M. Mathieu, *Mémorial des Poudres*, **26**, 1934-35, p. 180; *ibid.*, **28**, 1938, p. 204; M. Mathieu, *Actualités scientifiques et industrielles* (*Nitration de la Cellulose, Gélatinisation des Nitrocelluloses*), Paris, 1935.

(3) Th. Petitpas, *J. Chem. Phys.*, **37**, 1940, p. 6.

ont fait connaître la quantité de solvant qui entre dans la phase solide fibreuse en fonction de l'activité du gélatinisant dans l'atmosphère gazeuse, ou dans la solution de gélatinisant, où se trouvent plongées les fibres. L'examen aux rayons X de la structure de ces fibres (de nitroramie) dans les conditions mêmes des mesures d'absorption du gélatinisant a mis en évidence des concentrations remarquables correspondant à : 1^{mol} de gélatinisant par anneau de glucose en C^6; 1^{mol} par groupe $—O—NO^2$; 3^{mol} par anneau de glucose.

Mode opératoire. — On ne peut déterminer les courbes charge-allongement sur les fibres nitrées elles-mêmes, ayant absorbé plus ou moins de gélatinisant. La nitration fait perdre en effet la résistance mécanique des fibres : elles se rompent d'une manière tout à fait irrégulière sur l'extensomètre. Il en est autrement des fibres de cellulose, avec lesquelles il est au contraire possible de construire ces courbes (M[lle] Bossuyt) ([4]). On peut supposer que la nitration fait disparaître une sorte de ciment qui relierait entre elles les cristallites composant la fibre, ciment qui serait formé soit d'une substance non cellulosique (peptique par exemple) résistant au blanchiment, soit de cellulose présentant un état cristallin ou une texture qui différeraient de ceux des cristallites (Mark) ([5]).

On a évité cette difficulté en opérant sur des films. Dans cet état la nitrocellulose donne des résultats constants à condition d'opérer selon un mode bien défini, dont le but est d'amener à une valeur constante minima le dissolvant résiduel (comme dans la fabrication des poudres B).

L'éprouvette de traction est une bandelette ayant environ 5^{cm} de longueur, 4^{mm} de largeur, quelques centièmes de millimètre d'épaisseur (4 à 7).

La bandelette peut être placée dans un tube laboratoire contenant la solution maintenue à 40°. La nitrocellulose se trouve ainsi dans les conditions mêmes où l'on a mesuré l'absorption. On peut donc connaître la composition du film correspondant à chaque courbe. L'appareil n'a pu être rendu assez étanche pour permettre les études en phase vapeur.

Résultats. — La courbe d'extensibilité d'un film de nitrocellulose affecte toujours la même forme (*fig.* 1).

La branche H correspond à la zone d'élasticité, où les extensions suivent la loi de Hookes. La branche P correspond à la zone de plasticité.

([4]) *Bull. Soc. Chim. de France*, 3, 1936, p. 1975.
([5]) *J. Phys. Chem.*, 44, 1940, p. 764.

Au fur et à mesure de l'augmentation d'activité (concentration) du gélatinisant dans la solution, la branche d'élasticité H *se raccourcit, le coefficient angulaire de la branche* P *ne varie pas.*

Pour la concentration équimoléculaire en gélatinisant, $N^2 = 0,5$, *toute élasticité disparaît.* Il ne reste que la branche P, qui indique que le film est plastique, dès le début, tout en conservant un résidu d'élasticité (ce qui indique l'inclinaison de la branche P).

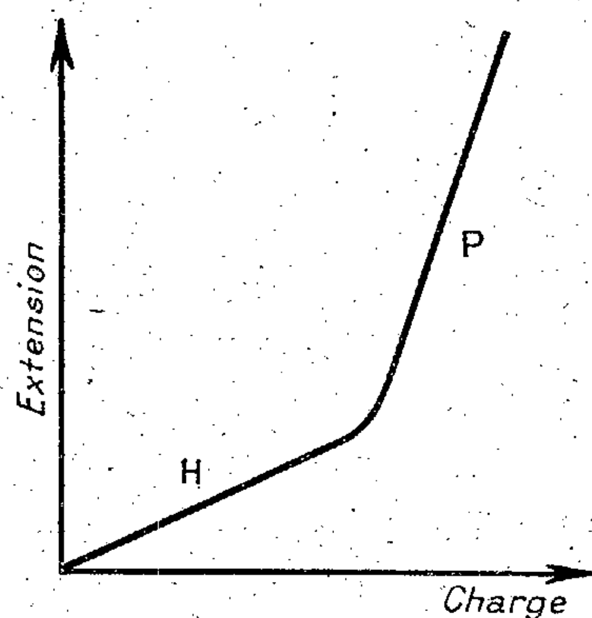


Fig. 1.

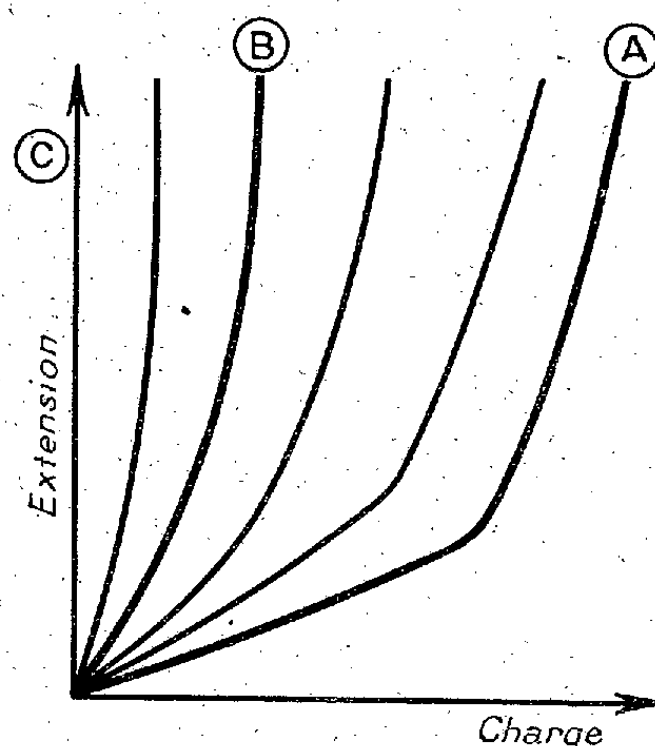


Fig. 2.

Quand la concentration N^2 augmente [courbe entre B et C (*fig.* 2)] *on observe que la courbe* P *se redresse. Enfin, pour une concentration qui correspond à* 1^{mol} *de cétone par groupe* — O — NO^2, *la courbe se confond avec l'axe des ordonnées : la matière a une plasticité parfaite.* Dans la zone de striction du film rompu, un examen aux rayons X, fait après séchage du film, montre que la matière est orientée.

On avait déjà observé que, pour $N^2 = 0,75$ (3^{mol} cétone/$1C^6$), la nitrocellulose donne un collodion dénué de rigidité.

Les solutions du gélatinisant étaient faites dans l'hoxane et le cyclohexane, employés comme solvants inertes. On a vérifié que le solvant pur n'affecte pas les propriétés mécaniques du film.

Avec le benzène nous avons retrouvé au contraire les résultats de Mlle Th. Petitpas [3] : les films de nitrocellulose dans le benzène pur sont d'ailleurs beaucoup plus plastiques que dans les deux autres hydrocarbures. La branche H de la courbe est presque réduite à rien et la portion P est presque verticale. On a vérifié par là que le benzène agit bien comme un plastifiant sur la nitrocellulose.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude, par diffraction électronique, de la structure des colorants sensibilisateurs à l'infrarouge.* Note [1] de MM. **Jean-Jacques Trillat** et **Roger Mérigoux**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons montré [2] qu'un faisceau d'électrons monocinétiques traversant un film très mince de bromure d'argent ou d'émulsion photographique agit comme agent photochimique, et est diffracté par l'halogénure d'argent ainsi que par l'argent auquel son propre passage donne naissance. Il devient donc ainsi possible d'étudier directement, et en chaque point d'une préparation sensible, l'action photographique des électrons. Nous avons trouvé que, dans le cas de l'émulsion photographique préparée sous une épaisseur de quelques millimicrons et examinée par transmission, la formation d'argent photochimique aux dépens du bromure d'argent dépend directement de la grosseur des grains de l'halogénure et surtout de leur état plus ou moins bien cristallisé. On retrouve là un fait analogue à celui que l'on observe pour la catalyse hétérogène.

Ce phénomène de libération d'argent peut se suivre directement sur l'écran fluorescent; il constitue une démonstration intéressante des possibilités de l'analyse électronique.

Dans le présent travail, nous nous sommes proposé de rechercher quels renseignements nouveaux la diffraction des électrons pouvait fournir sur l'adsorption par le bromure d'argent des sensibilisateurs photographiques tels que les cyanines, utilisées dans le domaine de l'infrarouge. Dans ce but, nous avons mis au point une méthode d'examen par réflexion, consistant à faire diffracter des électrons monocinétiques (40 à 50 kV) à la surface de blocs de bromure d'argent fondus à l'obscurité, ou de plaques d'argent bromurées par action de l'eau de brome. L'examen sur écran fluorescent des divers points de ces échantillons a permis de mettre en évidence la transformation rapide de l'halogénure en argent bien cristallisé. Il est à remarquer que cette transformation n'a lieu surtout que lorsque les grains d'AgBr présentent une orientation privilégiée

---

(1) Séance du 20 janvier 1941.

(2) J.-J. Trillat et H. Motz, *Journ. de Physique*, 7, 1936, p. 89; J.-J. Trillat et R. Mérigoux, *ibid.*, 7, 1936, p. 497.

(structure fibreuse), ce qui se trouve précisément être le cas de l'émulsion photographique.

Ayant ainsi examiné, par cette méthode, la structure et les modifications du sel d'argent, nous avons cherché ensuite à étudier la structure des couches de sensibilisateurs déposés sous une épaisseur extrêmement faible à la surface de celui-ci. Nous avons pris comme exemple un colorant du groupe des cyanines, la bromodiéthylthiocarbocyanine.

Nous avons utilisé, dans ce but, des préparations consistant en une plaque métallique servant de support, sur laquelle une couche de bromure fondu a été régulièrement étalée dans l'obscurité, puis pressée entre deux lames de verre afin de rendre la surface bien plane. Ces préparations sont ensuite immergées dans des solutions alcooliques plus ou moins diluées de la cyanine, puis, après évaporation, examinées aux électrons sous incidence rasante.

Suivant l'épaisseur de la couche de colorant, on obtient deux types de diagrammes : *a.* en couche relativement épaisse (quelques microns), on observe un diagramme d'anneaux indiquant une structure microcristalline confuse; les équidistances principales sont de 3,7 Å (deux ordres correspondant aux anneaux les plus intenses) et de 18,5 Å (anneaux de petit diamètre régulièrement espacés); *b.* en couche très mince, on obtient un cliché caractéristique d'une orientation privilégiée et *très intense* des molécules du colorant, groupées de manière à former des plans réticulaires parallèles à la surface du bromure. L'aspect de ces clichés rappelle tout à fait celui des diagrammes de rayons X obtenus autrefois par l'un de nous, par la méthode de la *goutte tangente* (J.-J. Trillat, *Journ. de Physique*, 32, janvier 1929). La périodicité trouvée ici pour l'espacement fondamental est égale à 9,6 Å.

Cet espacement de 9,6 Å ne figure pas, sous cet état de couche mince correspondant au cas de la sensibilisation photographique, dans les clichés correspondant à la cyanine en couche plus épaisse et non orientée. Cependant, il s'agit toujours bien de la même substance, la seule différence consistant dans la plus ou moins grande épaisseur de la couche de cyanine.

On est donc conduit à constater que la cyanine présente, à l'état simplement adsorbé, une structure différente de ce qu'elle a à l'état cristallin. Quelle qu'en soit l'explication, il est certain qu'à l'état de couche très mince (le plus intéressant pratiquement), la cyanine adsorbée s'oriente énergiquement à la surface du bromure d'argent, et que la périodicité

constatée de 9,6 Å est une mesure directe de la dimension de la molécule, comme cela a lieu pour les acides gras orientés sur un support quelconque (J.-J. Trillat). Ce résultat confirme ceux obtenus par S. E. Sheppard par une voie tout à fait différente, mais qui ne permettait pas d'obtenir de mesure des dimensions moléculaires.

Ces recherches, interrompues par la guerre, seront reprises en étudiant diverses cyanines différant entre elles par la longueur de leur chaîne méthylénique. Il est incontestable que la connaissance précise de ce phénomène d'orientation peut apporter des renseignements sur le mécanisme de la sensibilisation résultant de l'adsorption de ces colorants par les grains de l'émulsion photographique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les polymères de l'isobutanal.* Note de M. **Raymond Quelet** et Mlle **Georgette Sicard**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que, d'une façon générale, les aldéhydes aliphatiques fournissent deux sortes de polymères : les para-aldéhydes qui sont des trimères et les méta-aldéhydes qui se distinguent des premiers par un point de fusion plus élevé et dont on ne connaît pas avec certitude le degré de polymérisation.

Dans le cas particulier de l'isobutanal, un seul polymère est signalé dans la littérature chimique : il s'agit d'un corps solide, fondant à 59°, préparé pour la première fois par Barbaglia (1), en 1872, par action du chlore sur l'aldéhyde isobutyrique et considéré par cet auteur comme répondant à la formule $(C^4H^8O)^3$.

Par la suite, différents auteurs (2) ont préparé et décrit ce corps, mais il semble que tous s'en soient tenus, quant à son degré de condensation, à l'affirmation de Barbaglia, et l'on a continué à le désigner sous le nom d'aldéhyde para-isobutyrique.

Si l'on compare le point de fusion de ce composé à ceux des para-aldéhydes dérivant de l'éthanal, du propanal et du butanal normal, on constate un écart inexplicable. Le corps envisagé fond à 59°, alors que les autres sont liquides à la température ordinaire et ont respectivement

(1) *Ber. d. chem. Ges.*, 5, 1872, p. 1052.

(2) Markownikow et Demstchenko, *Ber. d. chem. Ges.*, 6, 1873, p. 1176; Fossek, *Monatsh. f. Chem.*, 2, 1881, p. 616; Francke et Pollitzer, *ibid.*, 34, 1913, p. 804.

comme points de fusion +12°,6, —20° et —20° ([3]). Le prétendu para-isobutanal se rapproche beaucoup plus des polymères du type méta qui, eux, sont solides et dont les points de fusion, pour les homologues déjà envisagés, sont 246°, 180° et 173°.

Ayant obtenu d'autre part un polymère liquide répondant à la formule $(C^4H^8O)^3$ et qui nous semblait être le véritable para-isobutanal, nous avons été amenés à reprendre l'étude du composé obtenu par Barbaglia.

Ce dernier se prépare très facilement en agitant à 0° l'aldéhyde isobutyrique avec de l'acide phosphorique. Après purification par cristallisation dans l'alcool, on l'obtient sous forme d'aiguilles soyeuses fondant, comme l'indique la littérature, à 59° et bouillant à 194° en subissant une dépolymérisation importante.

La détermination de sa masse moléculaire par cryométrie nous a fourni les résultats suivants :

	Masse moléculaire	
Solvant.	trouvée.	calculée.
Benzène	79	C^4H^8O 72
Phénol	81	72
Nitrobenzène	221	$(C^4H^8O)^3$ 216
Thymol	376	$(C^4H^8O)^5$ 360

Ces mesures, si elles ne permettent pas de fixer le degré de condensation de ce corps, nous montrent, par contre, que nous sommes en présence d'un polymère du type méta-aldéhyde. Ces derniers en effet, qu'il s'agisse du méta-éthanal, du méta-propanal ou du méta-butanal normal, présentent, avec les solvants envisagés, un phénomène analogue, tandis que les polymères para se retrouvent toujours, dans ces mêmes solvants, sous forme de trimères.

Préparation d'un para-isobutanal. — Nous avons obtenu un composé présentant tous les caractères d'un para-isobutanal en saturant à 0° l'aldéhyde isobutyrique par le gaz chlorhydrique et en traitant aussitôt le produit, préalablement débarrassé de l'acide chlorhydrique, par du méthylate de sodium.

Un mélange de 72^g d'aldéhyde isobutyrique et de 70^g d'acide chlorhydrique ordinaire est traité par un courant de gaz chlorhydrique en

([3]) On peut remarquer, d'autre part, que les dérivés isobutyliques fondent en général plus bas que leurs isomères à chaîne droite.

maintenant la température au voisinage de 0°. Quand le liquide est saturé, on recueille par décantation la couche supérieure, on chasse la majeure partie de l'acide chlorhydrique dissous en chauffant légèrement sous pression réduite, puis on verse lentement ce produit dans un excès de méthylate de sodium en solution dans l'alcool méthylique.

Après les traitements habituels, on isole, par distillation fractionnée, 30g d'un liquide à odeur agréable présentant les constantes suivantes : Eb_{170} 94°; d_4^{17} 0,932; n_D^{17} 1,4329. *Analyse*, trouvé % C 66,2; H 11,3; calculé pour $(C^4H^8O)^n$, C 66,7; H 11,1.

Des cryométries effectuées dans différents solvants donnent des résultats concordants : *Masse moléculaire* : trouvé (benzène) 221, 218, 220; (nitrobenzène) 219; (thymol) 223; calculé pour $(C^4H^8O)^3$ 216.

Enfin, en admettant la formule hexagonale habituellement adoptée pour les para-aldéhydes, on a pour la réfraction moléculaire 60,15 au lieu de 60,34 calculé.

Chauffé en présence d'une trace d'acide sulfurique, ce corps se dépolymérise et redonne l'isobutanal.

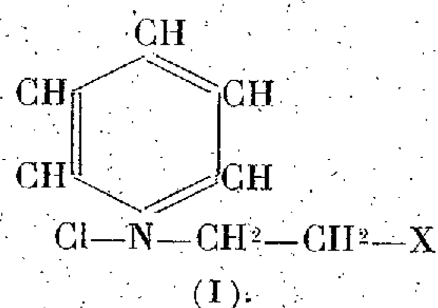
On ne peut, dans la préparation de ce composé, remplacer le méthylate de sodium par l'éthylate ou par la potasse alcoolique; en traitant par ces réactifs le produit provenant de l'action du gaz chlorhydrique sur l'isobutanal, nous avons obtenu, avec de faibles rendements, des produits à point d'ébullition plus élevé et dont la constitution n'a pas encore été déterminée.

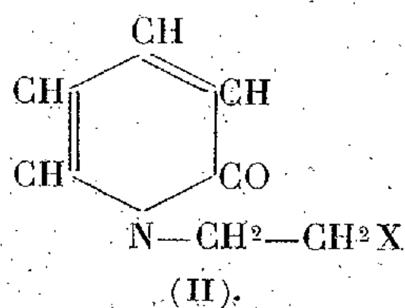
CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'oxychlorure de phosphore sur certains amino-éthanols dérivés de la pyridine*. Note de M. **Jean-Albert Gautier**, présentée par M. Marcel Delépine.

I. Tandis que, par condensation directe des chlorhydrines avec la pyridine, il est aisé d'accéder à des pyridinium-éthanols tels que (I, X=OH), et de là aux α-pyridones correspondantes (II, X=OH) (1), l'obtention de pyridiniums et d'α-pyridones N-halogénoalcoylés (I et II,

(1) J.-A. Gautier, *Thèse Doctorat ès Sciences*, Paris, 1937.

X = halogène) ne peut être simplement réalisée par la même méthode :





La condensation avec la pyridine d'un dérivé dihalogéné symétrique conduit seulement aux halogénures de *bis*-pyridiniums. A la vérité, Schmidt ([2]) signale la formation, à partir de la pyridine et du chlorure d'éthylène, du chlorure de β-chloréthylpyridinium; mais il n'obtient ce sel, auprès du dichlorure d'éthyl *bis*-pyridinium, qu'au prix d'une séparation laborieuse et ne fait mention d'aucun rendement; d'ailleurs, il n'isole pas le sel pur, qu'il reconnaît seulement par précipitation de ses complexes.

En cherchant à phosphoryler le chlorure de pyridiniuméthanol, j'ai étudié, entre autres réactifs, l'action de $POCl^3$ et reconnu que celui-ci se comportait comme halogénant vis-à-vis de l'oxhydrile alcoolique; quelles que soient les conditions, je n'ai jamais obtenu l'ester phosphorique attendu, et j'ai retrouvé le radical phosphoré fixé à l'azote sous forme de phosphate quaternaire, d'ailleurs non isolable à l'état de pureté. Par contre, j'ai pu reconnaître dans les produits de la réaction la base β-chloréthylpyridinium, résultant de l'échange contre un atome de chlore de l'oxhydrile du composé pyridinium initial.

Le chlorure de pyridiniuméthanol est agité sous refroidissement avec un excès de $POCl^3$ en solution chloroformique. Le sel quaternaire se liquéfie; il se sépare du chloroforme une couche que l'on décante et que l'on prive dans le vide de ClH, $CHCl^3$ et $POCl^3$ en excès : on obtient un résidu sirupeux, contenant PO^4H^3 et la base pyridinium transformée.

J'ai dissous ce résidu dans l'eau et précipité par l'acide picrique la majeure partie de la solution; j'ai recueilli un picrate F. 148°, qui diffère du picrate de la base originelle (pyridiniuméthanol) : ce dernier, qui n'avait pas jusqu'alors été isolé, forme des cristaux F. 97°. Le picrate de la base modifiée correspond à l'analyse à la formule $C^6H^2(NO^2)^3.OH$, $(C^5H^5N)CH^2CH^2Cl$. Sur le reste de la solution, j'ai fait agir Cl^3Au et obtenu un chloraurate, F. 135°, correspondant lui-même à la formule Cl^3Au, ClH, $(C^5H^5N).CH^2CH^2Cl$ ([3]).

La base β-hydroxyéthylpyridinium s'est donc, sous l'influence de $POCl^3$,

---

([2]) *Archiv der Pharmazie*, 251, 1913, p. 204.

([3]) Ce chloraurate a été préparé par Schmidt (*loc. cit.*).

transformée en β-chloréthylpyridinium; d'après la quantité de picrate recueillie, le rendement ressortit aux environs de 50 %.

II. La facile halogénation du sel de pyridiniuméthanol mise en évidence dans l'expérience précédente laissait supposer que ce corps échangerait aisément son oxhydrile contre un Cl sous l'influence d'autres réactifs halogénants : effectivement, j'ai pu observer que la fonction alcoolique s'estérifie directement par ClH.

Le chlorure de pyridiniuméthanol est chauffé en tube scellé à 120° avec cinq fois la quantité théorique de ClH, 10 N. On constate que la proportion d'acide libre diminue progressivement. Après 60 heures, on peut recueillir la base chloréthylpyridinium (sous forme de picrate) dans la proportion d'environ 40 % de la théorie.

III. La réaction entre $POCl^3$ et le composé pyridiniuméthanol rapproche cette dernière base de la choline, transformée elle-même, dans des conditions identiques, en base triméthyl-β-chloréthylammonium; ceci justifie la dénomination de *pyridine-choline*, parfois appliquée au pyridinium éthanol.

J'ai reconnu que cette aptitude à échanger un OH contre un Cl était encore partagée par d'autres aminoéthanols cycliques qui s'écartent du type choline par la trivalence de leur atome d'azote : j'ai en effet transformé par oxydation ferricyanhydrique (¹) le chlorure de pyridiniuméthanol en α-pyridone (II, X = OH) et opposé cette dernière à $POCl^3$. J'ai observé le même phénomène d'halogénation et isolé la N-chloréthyl-α-pyridone (II, X = Cl).

Cette pyridone cristallise en aiguilles, F = 69°, solubles dans l'eau et les solvants organiques, se colorant en rouge par Cl^3Fe et en bleu par Cl^3Fe et O^2H^2. Elle perd la totalité de son chlore par simple chauffage avec NO^3Ag en milieu nitrique.

L'halogénation par $POCl^3$ du groupement $N.CH^2.CH^2OH$ semble donc constituer une propriété de la fonction aminoéthanol. Reconnue pour la choline proprement dite, elle s'applique encore à des cholines à azote nucléaire, ainsi qu'à des aminoéthanols cycliques d'azote trivalent.

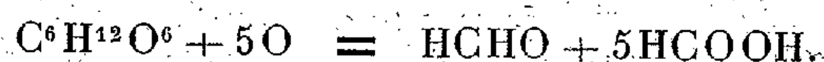
Il y a là une méthode de préparation intéressante des sels de chloralcoylpyridiniums, et aussi des chloralcoyl-α-pyridones à atome de Cl terminal, jusqu'ici inconnues.

Enfin l'extrême labilité de l'halogène notée plus haut chez la chloréthylpyridone permet d'envisager un facile accès aux composés à chaîne éthylénique par perte d'une molécule de ClH.

(¹) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1124.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation des cétoses par l'acide periodique.* Note de Mme **Yvonne Khouvine** et M. **Georges Arragon**, présentée par M. Maurice Javillier.

Selon P. Fleury et J. Lange (1), l'oxydation du glucose par l'acide periodique se fait ainsi :



$$C^6H^{12}O^6 + 5O = HCHO + 5HCOOH.$$

Celle du fructose, moins simple, se ferait, d'après leurs hypothèses, avec formation d'acide glyoxylique, mais surtout d'acide glycolique. Il nous a paru nécessaire d'étudier de plus près l'action de l'acide periodique sur les cétoses et, pour cela, nous avons oxydé l'α-*d*-fructose, l'α-*l*-sorbose, l'α-*d*-tagatose, l'α-*d*-glucoheptulose, le mannocétoheptose et le perséulose, en prenant comme témoin l'α-*d*-galactose. Comme exemples de ces oxydations, nous donnons seulement ci-dessous celles du galactose, du sorbose et du glucoheptulose.

Nous avons dosé O^2 consommé, par As^2O^3; le formol, par le dimédon; les réducteurs totaux, par iodomercurimétrie; les acides totaux, par alcalimétrie en présence de thymolphtaléine ou par la méthode de G. Arragon (2); les acides volatils, par entraînement à la vapeur d'eau et enfin, CO^2, après extraction, avec l'appareil Plantefol.

Les expériences résumées dans le tableau ci-après ont été faites à 20°, dans le vide, sur 1/2000e de molécule-gramme d'ose dissous dans 50cm³ d'acide periodique M/10 en O^2, préparé à partir du periodate de baryum (3) et ne contenant que des traces de SO^4H^2.

Le tableau montre que nos résultats, pour le galactose, concordent parfaitement avec ceux de P. Fleury et J. Lange pour le glucose.

En ce qui concerne l'oxydation des cétohexoses, on voit que :

1° La consommation d'oxygène augmente avec la durée de l'expérience. Elle atteint rapidement 4 atomes, s'approche de 5, mais ne les atteint pas.

2° Il y a toujours moins de 2 molécules de formol, alors qu'au début il y a toujours plus de 2 molécules de corps réducteurs totaux, et qu'il y en a environ 2 à la fin de l'oxydation.

---

(1) *J. de Pharmacie et de Chimie*, 8e série, 17, 1933, p. 196, 313 et 409.

(2) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 558.

(3) *J. Am. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 994.

	Galactose.				Sorbose.				Glucoheptulose.			
Durée de l'oxydation.	1 h.	3 h.	24 h.	3-4 j.	1 h.	3 h.	24 h.	3-4 j.	1 h.	3 h.	24 h.	3-4 j.
Atomes O^2 consommé........	4,5	4,7	4,9	5,0	4,2	4,2	4,9	4,9	5,2	5,4	5,8	5,9
Réducteur total (mol.).......	0,9	1,0	1,0	1,1	2,2	2,3	1,7	1,8	2,5	2,3	2,1	2,0
Formol (mol.).................	0,9	0,9	0,9	1,0	1,6	1,6	1,6	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Différence..............	0	0,1	0,1	0,1	0,6	0,7	0,1	0	0,7	0,5	0,3	0,2
Acides totaux (mol.)..........	4,6	4,8	5,0	5,0	3,0	3,2	3,1	3,1	4,0	4,0	3,8	4,0
Acide volatil (mol.)..........	4,5	4,6	5,0	4,9	2,3	2,3	2,8	3,0	3,1	3,2	3,9	4,0
Différence..............	0,1	0,2	0,0	0,1	0,7	0,9	0,3	0,1	0,9	0,8	0,1	0
CO^2 (mol.)......................	0	0	0	0	0,07	0,12	0,74	0,77	0,09	0,15	0,56	0,72
Bilans de carbone expérimentaux.......................	–	–	–	6,1	–	–	–	5,67	–	–	–	6,72
Bilans théoriques............	–	–	–	6,0	–	–	–	6,0	–	–	–	7,0

3° Il y a 3 molécules d'acides totaux, mais il n'y a que 2 molécules d'acide volatil (HCOOH) au début et près de 3 à la fin de l'oxydation.

4° Il se dégage lentement 0,8 mol/g de CO^2.

L'augmentation de O^2 et de HCOOH, la production de CO^2 et la diminution de la différence entre les corps réducteurs totaux et le formol sont dues à l'acide glyoxylique formé au début, lequel s'oxyde lentement en CO^2 et HCOOH. On peut, d'ailleurs, déceler cet acide par la couleur violette qu'il donne avec le tryptophane et l'on peut aussi l'extraire et le caractériser par l'acétophénone. A côté de l'acide glyoxylique ($0^{mol},8$) il se forme de l'acide glycolique ($0,2$-$0^{mol},3$) comme l'indique la réaction d'Elgrüve [1]. Mais cet acide n'est dosé que par différence entre les chiffres expérimentaux et les chiffres théoriques de O^2, de CO^2 et des bilans de carbone. Il s'en forme d'ailleurs trop peu pour qu'on puisse l'isoler à l'état de glycolate de baryum.

5° L'oxydation des cétoheptoses se fait, comme celle des cétohexoses, en donnant de l'acide glyoxylique ($0,8$-$0^{mol},9$) et un peu d'acide glycolique. La formation d'acide glyoxylique rend compte, comme dans le cas des cétohexoses, des augmentations de O^2, de HCOOH, de la diminution des corps réducteurs totaux et du dégagement de CO^2. Quant au formol ($1^{mol},9$), il est presque égal au chiffre théorique [2].

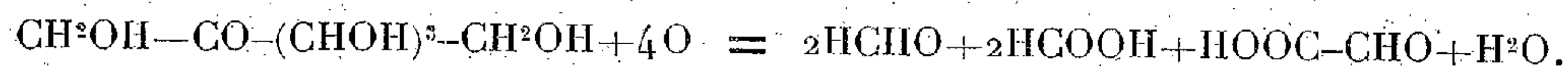
De ces diverses oxydations on peut conclure que les oses, en solution périodique, réagissent presque entièrement sous leur forme linéaire.

L'oxydation des aldohexoses ne donne que des corps à 1 atome de carbone, tandis que celle des cétoses donne des corps à 1 ou 2 atomes de

carbone. Par analogie avec l'oxydation des acides tartrique et lactique, nous pensons que l'acide glyoxylique provient du groupe carboxyle et de la fonction alcoolique secondaire voisine. Quant à l'acide glycolique, il semble être le témoin de la faible partie du cétose qui reste sous forme semi-acétalique et doit provenir des carbones 1 et 2.

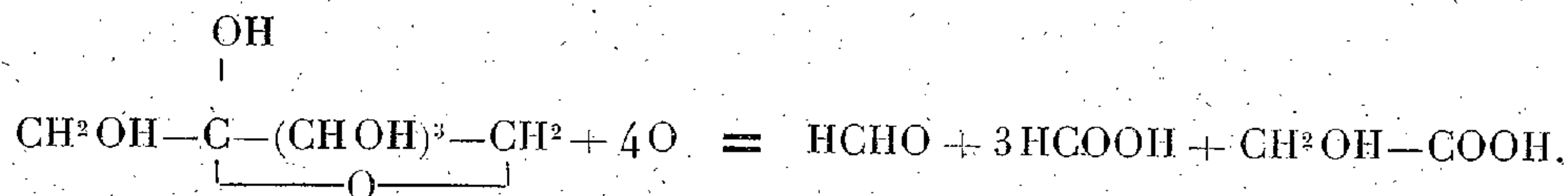
L'oxydation periodique des cétohexoses peut donc être formulée ainsi :

1° *Réaction principale*



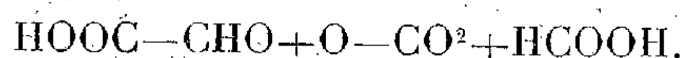
$$CH^2OH-CO-(CHOH)^3-CH^2OH+4O = 2HCHO+2HCOOH+HOOC-CHO+H^2O.$$

Réaction secondaire



$$CH^2OH-\underset{\llcorner\!-\!-\!O\!-\!-\!\lrcorner}{\overset{OH}{\overset{|}{C}}-(CHOH)^3-CH^2} + 4O = HCHO + 3HCOOH + CH^2OH-COOH.$$

2°



$$HOOC-CHO+O-CO^2+HCOOH.$$

Ces formules, si l'on change les coefficients de l'oxygène et de l'acide formique, sont encore valables pour les cétoheptoses.

PÉDOLOGIE ET AGRONOMIE. — *L'évolution des sols et de la végétation dans la zone des latérites en Afrique Occidentale.* Note (¹) de M. **H. Scaëtta**, présentée par M. Auguste Chevalier.

La répartition horizontale et verticale de la latéritisation est la conséquence naturelle de la répartition des climats géographiques dans cette partie du continent. Nous sommes en présence de deux *types* divers d'évolution auxquels correspondent des phénomènes de désagrégation, d'altération, de décomposition et de minéralisation diversement actifs. Tous les sols perméables à l'air et à l'eau de l'Afrique Occidentale, à l'exclusion des alluvia et des colluvia (²) que nous omettons de considérer ici, décèlent un *stade* de vieillesse accusée.

Dans la bande subéquatoriale, l'usure de la couche éluviale est ralentie par trois faits principaux auxquels tous les processus de l'évolution sont subordonnés.

a. La forêt abandonne au sol des déchets organiques abondants dont la

(¹) Séance du 2 décembre 1940.

(²) C'est-à-dire des sols glissant sur une pente.

décomposition entretient une microflore active et fournit des bases au *solum* ([3]).

b. La forêt capte les poussières amenées au niveau de la couronne des arbres par les brouillards qui s'y accrochent plus fréquemment pendant les moussons atlantiques. Toute une organisation végétale incorpore ces poussières au sol qui est ainsi reminéralisé.

c. La forêt enfin, par la densité de son couvert, limite le ruissellement superficiel.

La digestion et le décapage de l'éluvium sont ainsi ralentis.

Dans la bande tropicale, les cuirasses ne sont autre chose que l'illuvium le plus récent ([4]) et amené à la surface du profil primitif modifié par une disparition rapide de la couche éluviale, par digestion opérée par la montée du niveau ferro-aluminique et décapage par le ruissellement. En dessous on trouve les illuvia les plus anciens du profil, constitués par des bancs de kaolin (et de terres kaoliniques) diversement altérés; ils sont protégés par les cuirasses de surface perméables à l'eau, mais moins à l'oxygène libre. L'évolution (la maturation) du sol apparaît, dans cette région, beaucoup plus rapide que sous le climat subéquatorial. La radiation, au niveau du sol, y est plus forte, l'appel d'eau capillaire y est maximum, l'aération y est très grande. L'ensemble de l'action de ces facteurs (nous passons sous silence les facteurs secondaires) entretient une forêt à enracinement profond, qui, par la qualité de certaines espèces, aide à la démolition des cuirasses.

Les répercussions probables de ces phénomènes sont les suivantes : Dans la bande subéquatoriale l'existence de l'horizon concrétionné à proximité de la surface rend précaire l'équilibre biologique de la sylve ombrophile. Il est prudent de tenir compte de la position de cet horizon avant de décider une modification de la sylve ou son remplacement par des plantations arbustives (Caféiers, Cacaoyers, arbres à caoutchouc).

Dans la bande tropicale, la disparition des éluvia favorise la colonisation du sol par des espèces capables d'attaquer la cuirasse au détriment des espèces préexistantes. Les cuirasses, plus chaudes que l'air libre, entretiennent une aire de microturbulence. L'*absorption de la radiation solaire par ces roches paraît atteindre des profondeurs supérieures aux normales.*

([3]) Sol agricole, sensu lato (le solbiogène).

([4]) Le niveau ferrique tend constamment à monter vers la surface à la recherche d'oxygène.

Les divers niveaux hydrostatiques sont progressivement abaissés. Le milieu ambiant est modifié à un degré qui exige un choix préalable des espèces ou variétés à cultiver et de la technique agricole.

L'atténuation, vers le Nord, de la latéritisation exprime la transition avec les sols désertiques où la vie végétale est réduite aux éléments essentiels de la végétation vivant sous les climats plus favorables voisins (plages contractées de R. Maire).

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur les Végétaux infraliasiques des environs de Niort.* Note de M. **Alfred Carpentier**, présentée par M. Henri Colin.

« Les gisements de végétaux fossiles de l'époque secondaire sont assez rares en France et surtout dans la région Ouest de la France pour qu'il y ait intérêt, lorsqu'on vient à en trouver un nouveau, à mentionner cette découverte... » C'est en ces termes que s'exprimait, en 1911, René Zeiller, dans une Note où il décrivait quelques végétaux infraliasiques qui lui avaient été confiés par MM. Sauvaget et Gélin, de Niort (¹). D'après les renseignements de M. Sauvaget, le lit d'argile feuilletée fossilifère se trouvait intercalé dans des sables grossiers quartzeux qui reposent sur les schistes cristallins massifs, au lieudit Pont-de-Brangeard, commune de Cherveux, à 15 km environ de Niort.

C'est dans la même localité que j'ai découvert, en octobre 1940, un autre lit fossilifère qui fait également partie des formations argilo-sableuses et gréseuses généralement attribuées à l'Infralias, mais qui est situé au-dessus de l'argile feuilletée à plantes, découvert en 1911.

R. Zeiller a signalé une Équisétinée, *Equisetites* sp.; une Fougère, *Cladophlebis* (*Todites*) *Roesserti* Presl. sp.; deux plantes filicoïdes, *Thienfeldia incisa* Saporta, *Tæniopteris tenuinervis* Brauns; une Conifère, *Widdringtonia* sp.

Voici la liste des Végétaux reconnus en 1940 :

A. Cryptogames vasculaires.

Equisetales. — *Equisetites* sp., *E.* cf. *scanicus* Sternb. sp., *Equisetostachys.* Cf. *Neocalamites?*

Filicales. — Diptéridacées : *Dictyophyllum Münsteri* f. *abbreviata* Goëppert sp.; cf. *D. Nilsonni* Brongn., cf. *Thaumatopris Schenki* Nathorst; cf. *Clathropteris platyphylla* Goëppert.

Matoniacées : *Laccopteris* sp.

(¹) *Bull. Soc. Géol. de France*, 4ᵉ série, **11**, p. 321-328.

B. Gymnospermes.

Caytoniales. — *Sagenopteris Nilssoniana* Brongn. sp., *S. goeppertiana* Zigno.

Cycadophytes. — *Thienfeldia incisa* Saporta.

Ctenopteris cycadea (Berger) Saporta.

Coniferales. — *Cheirolepis* : *Ch.* cf. *Escheri* Herr; *Ch. Münsteri* (Schenk) Schimper.

— *Podozamites distans* (Presl.) Braun.

— Cf. *Palissaya*.

— *Widdringtonites* sp.

— *Pagiophyllum peregrinum* Sch.; *P. papareli* Saporta sp.

A ces Conifères, il faut ajouter quelques strobiles isolés, les uns formés d'écailles lancéolées, carénées, ressemblant aux cônes de certains *Pagiophyllum*, les autres ovoïdes ou sphéroïdaux, formés de petites écailles imbriquées et qui peuvent être comparés aux cônes très petits du *Cheirolepis Münsteri*, d'après Schenk (²).

Quelques caractéristiques. — On souligne la présence du genre *Sagenopteris* et du genre *Podozamites*, non encore signalés, à ma connaissance du moins, dans les flores rhéto-liasiques de France; la présence du *Ctenopteris cycadea* et du *Thienfeldia incisa*, espèces caractéristiques du grès infraliasique d'Hettange (Moselle).

Age de la flore. — Parmi les plantes signalées, les unes, rares d'ailleurs, sont jusqu'ici spéciales au Rhétien (*Dictyophyllum Münsteri*), les autres sont communes au Rhétien supérieur et à l'Infralias (*Sagenopteris nilssoniana*, *Podozamites distans*...); plusieurs sont infraliasiques (les *Cheirolepis*, le *Ctenopteris cycadina* et le *Sagenopteris goeppertiana*). On peut donc conclure à l'âge infraliasique de la flore, tout en tenant compte de ce fait que la flore infraliasique ne diffère pas essentiellement de la flore rhétienne qu'elle continue; il se peut donc que dans quelques-uns des gisements, dits infraliasiques, de l'Ouest de la France, on observe des traces d'une végétation rhétienne. Comme le notait R. Zeiller en 1911, «les déterminations des plantes fossiles concordent bien avec l'attribution à l'étage hettangien des calcaires qui surmontent la couche de sables à empreintes végétales». On peut ajouter que, parmi les petites coquilles de bivalves recueillies dans le lit fossilifère, on a reconnu un spécimen d'*Astarte* voisin de l'*A. Chartroni* Cossmann, de l'Infralias de l'Ouest de la France.

Les faciès à plantes. — La présence de ces fossiles marins indique une

(²) A. Schenk, *Die Fossile Flora der Grenzschichten des Keupers und Lias Frankens*, pl. 43, fig. 15, Wiesbaden, 1867.

zone littorale dans laquelle parvenaient, par moments, dans un état plus ou moins fragmentaire, des débris végétaux emportés par les vents ou charriés par des eaux torrentielles provenant des régions émergées, couvertes de bois de Conifères, du massif ancien. Les deux lits fossilifères signalés en 1911 et 1940 sont très différents : dans le premier, de larges portions de frondes filicoïdes (*Thienfeldia*, *Cladophlebis*) sont conservées, attestant d'une station relativement proche; dans le second, les frondes de Fougères (*Dictyophyllum*) sont réduites à de menus fragments, leur station était sans doute plus éloignée du bassin de dépôt; les feuilles de *Sagenopteris*, généralement entières, se développaient dans une zone sublittorale, observation qui cadre avec l'opinion de M. H. Hamshaw Thomas (³) que les *Caytoniales* étaient des plantes qui peuplaient les lagunes marécageuses d'un estuaire.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'action des fixateurs sur les noyaux euchromocentriques*. Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

On sait que les noyaux du type euchromocentrique se distinguent par leur caractère homogène dans l'observation vitale : en dehors des nucléoles et des chromocentres, ils ne montrent aucune structure. Cependant, lorsque les chromosomes apparaissent, au cours de la prophase, on constate qu'ils sont formés en grande partie aux dépens du fond nucléaire ou nucléoplasme, tandis que le chromocentre ne constitue souvent qu'une faible partie de leur ensemble, comme la région voisine de la constriction d'insertion, et ce fait montre bien que le nucléoplasme des noyaux euchromocentriques (ou à prochromosomes) ne saurait être essentiellement différent de celui des noyaux dits réticulés.

Déjà la fixation des noyaux euchromocentriques nous avait montré que, suivant les liquides fixateurs employés, une structure pouvait être observée dans ces noyaux ([1]); dernièrement nous indiquions que les noyaux de Haricot pouvaient présenter un réseau après l'emploi de certains fixa-

(³) *Les Caytoniales* (*Phil. Trans. Royal Soc. London*, Ser. B, 213, 1925, p. 303).

([1]) P. Dangeard, *Le Botaniste*, 28, 1937, p. 291.

teurs [2]. Dans les recherches poursuivies depuis, nous avons obtenu deux ordres de faits concordants. Nous avons étudié l'action de divers fixateurs sur les noyaux euchromocentriques de la manière suivante : des radicules pourvues de poils absorbants sont placées dans les mélanges fixateurs pendant quelques minutes; après lavage à l'eau, nous observons directement, sans coloration, l'effet produit par la fixation, soit dans les noyaux des poils radicaux, soit dans les noyaux de l'écorce. Or, avec les fixateurs nucléaires usuels tels que Bouin, Bouin-Hollande, Nawaschine, nous avons toujours observé une structure soit granuleuse, soit plus souvent réticulée ou réticulée-granuleuse dans toutes les plantes examinées dont le Haricot, le Radis, la Courge, le Lupin blanc, le Ricin, le *Brassica campestris*, le *Luffa cylindrica*.

D'autres mélanges, considérés comme meilleurs fixateurs du noyau par beaucoup de cytologistes, par exemple le Helly, déterminent également l'apparition d'une structure dans tous les noyaux euchromocentriques étudiés ; cette structure n'est pas d'un type différent de celle qu'on observe avec les fixateurs précédents, mais elle est plus estompée, de sorte que parfois on pourrait la méconnaître. Par contre, des fixateurs renfermant de l'acide osmique tels que le Champy, le Flemming et surtout l'acide osmique seul, enfin les fixateurs formolés sans acide acétique comme le Regaud et le formol seul, laissent le noyau, assez souvent, pratiquement homogène.

Que faut-il penser de la structure réticulée ou réticulée-granuleuse montrée par les noyaux euchromocentriques après l'action des fixateurs usuels ? On peut noter que cette structure ne diffère pas sensiblement de celle qu'on peut observer *in vivo* sur un noyau du type réticulé, comme celui du Blé. Il serait curieux qu'un fixateur crée précisément dans les noyaux à prochromosomes une structure comparable à celle dont l'existence est reconnue sans conteste dans les autres noyaux. Le fait que cette structure est peu visible, ou même invisible après fixation osmique ou formolée, ne saurait servir d'argument en sens contraire, car ces fixations rendent également moins apparente la structure des noyaux réticulés. Ils ont donc une action *homogénéisante* d'ailleurs bien connue.

Enfin nous avons réussi à provoquer, d'une manière réversible, dans un

(2) P. Dangeard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1572.

noyau homogène sur le vivant, l'apparition d'une structure. Pour cela nous avons soumis des noyaux de Courge à l'action de l'eau acétique à 1 % pendant une durée variable, mais n'excédant pas trois ou quatre minutes : après ce traitement les noyaux montrent une structure très apparente, comparable à celle des noyaux fixés; pourtant, si la durée d'action de l'eau acétique n'a pas été trop prolongée et si les cellules sont placées ensuite dans l'eau ordinaire, le noyau redevient rapidement homogène, comme avant l'expérience, dans une cellule bien vivante dont la cyclose est active de nouveau. Il est difficile d'admettre que dans cette expérience la structure observée provient d'une précipitation de la caryolymphe, car ce phénomène devrait être irréversible. Il nous semble nécessaire d'admettre plutôt que l'action du milieu acide a révélé et accentué une structure préexistante, mais invisible auparavant pour des raisons physiques. Nous pouvons donc conclure que les noyaux euchromocentriques ne sont pas très probablement dépourvus de structure, et que celle-ci est sans doute d'un type comparable à celle de beaucoup de noyaux réticulés. L'apparence homogène de ces noyaux *in vivo* pourrait être due à des causes optiques, comme l'exemple en est connu par ailleurs.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Sur le grégarisme du Criquet pèlerin* (Schistocerca gregaria *Forsk.*). Note de M. **Rémy Chauvin**, présentée par M. Émile Roubaud.

Pour expliquer le grégarisme des Acridiens migrateurs, on peut invoquer soit une action physicochimique, soit une réaction sensorielle.

La première hypothèse (Husain, 1936) veut, notamment, que le gaz carbonique respiratoire provoque la pigmentation grégaire par suite d'une intoxication partielle, et Husain a pu, effectivement, obtenir des grégaires à partir de solitaires élevés dans une atmosphère riche en CO^2. Mais on peut aussi obtenir des grégaires en groupant deux solitaires seulement dans une petite cage grillagée : dans ces conditions, il n'y a certainement pas élévation notable de la teneur de l'atmosphère en CO^2.

D'autre part, ayant séparé des *solitaria* par des cloisons de métal, de verre, de gélatine, de carton et de toile métallique, j'ai constaté leur passage à la phase *gregaria*, uniquement dans le cas des cloisons transpa-

rentes ce qui nous amène à l'hypothèse d'une réaction sensorielle, et plus spécialement visuelle. En effet un solitaire isolé dans un manchon de verre au milieu d'une cage pleine de grégaires devient lui-même grégaire. Faure (1934) l'a constaté chez *Locustana* et *Locusta*, et je l'ai moi-même vérifié sur le Criquet pèlerin. Par contre, si la cage et le manchon sont enfermés dans une enceinte opaque, le Criquet du manchon reste solitaire, alors que ceux de la cage ne diffèrent en rien des individus élevés en pleine lumière. Mais, si l'on groupe des solitaires dans l'obscurité complète, ils deviennent rapidement grégaires. Dans ce cas, il est bien évident que la vue ne joue plus aucun rôle : d'autres sens doivent donc la suppléer.

Mes observations éliminent l'odorat et l'audition. En ce qui concerne le premier, je signale que, dans mes élevages, depuis plusieurs années, les cages de *solitaria* sont placées en étuve, côte à côte, en nombre de plus de 60, en même temps que plusieurs centaines de *gregaria* : chaque Criquet peut donc percevoir l'odeur de ses congénères et, pourtant, les solitaires conservent les caractères de leur phase. Par ailleurs, des solitaires, groupés après ablation complète des antennes et des palpes, deviennent rapidement grégaires. Pour les mêmes raisons j'ai pu éliminer l'audition, et des solitaires au tympan crevé passent très vite à la phase grégaire quand ils sont en groupe.

Le tact paraît donc seul capable, avec la vue, de déterminer le grégarisme, mais il faut pour cela que les Criquets groupés qui entourent le solitaire soient tous vivants et actifs, car, élevé au milieu de leurs cadavres, ce dernier demeure *solitaria*.

La théorie de la locustine (Faure) attribue la pigmentation grégaire aux métabolites produits par l'agitation des *gregaria* et qui, ne pouvant s'excréter tous par les tubes de Malpighi, s'accumulent sous la cuticule. Le solitaire, mis en présence de grégaires, s'agiterait également par instinct d'imitation (Uvarov, Bodenheimer, Fraenkel) et produirait ainsi du pigment grégaire. Il faudrait alors expliquer pourquoi le Criquet est plus actif en groupe qu'à l'état isolé, et pourquoi il possède l'instinct d'imitation. En effet, s'il est des animaux qui sont plus actifs en groupe, tels que le Poisson *Ameiurus melas*, il en est d'autres, tels que le Poisson rouge, qui ne le sont pas davantage qu'à l'état isolé (Bowen et Schwett). D'ailleurs, dans mes élevages, le grégaire et le solitaire sont aussi peu actifs l'un que l'autre et gardent pourtant les caractères typiques de leur phase. L'instinct d'imitation m'a paru également très faible ou inexistant;

il ne constitue sans doute qu'un épiphénomène, de même que l'activité grégaire.

La véritable explication serait, à mon avis, d'ordre psychophysiologique, et l'on pourrait, dans un certain sens, comparer le grégarisme à un réflexe conditionnel; il s'agit, dans les deux cas, de phénomènes acquis et non innés, qui disparaissent si l'excitation qui les a fait naître n'est pas renouvelée assez souvent. La vue ou le tact de ses congénères déclencherait, chez le *solitaria*, une série de réflexes qui aboutiraient à la rétention de l'acridioxanthine (¹), à la formation de mélanine, à la rétention accentuée de caroténoïdes, et surtout, des xanthophylles (²), à une modification de l'amplitude respiratoire (³) et, sans doute, à d'autres phénomènes encore.

Cette action mystérieuse d'individus d'une même espèce les uns sur les autres n'est d'ailleurs point sans analogie dans la nature : on sait que la sécrétion lactée du jabot du Pigeon mâle ne peut s'effectuer sans la présence d'un autre pigeon du même sexe ou de sexe différent; il en est de même pour le développement des ovaires chez la femelle : il suffit d'ailleurs d'un miroir pour produire le même effet (Harrison). Toutefois, le Criquet pèlerin *solitaria*, élevé au milieu de quatre miroirs qui multiplient ses mouvements à l'infini, garde les caractères de la phase solitaire; ce qui prouve, simplement, sans doute, que les ommatidies du Criquet ne sont pas impressionnées par la lumière réfléchie de la même façon que l'œil du Pigeon.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le taux de la prothrombine dans le sang maternel et dans le sang fœtal au moment de l'accouchement.* Note de MM. **Louis Portes** et **Jacques Varangot**, présentée par M. Maurice Javillier.

Whipple (¹) a émis le premier l'hypothèse que les hémorragies apparaissant chez le nouveau-né, pendant l'accouchement ou dans les premiers

(¹) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 339.
(²) *C. R. Soc. Biol.*, 132, 1939, p. 397.
(³) *C. R. Soc. Biol.*, 128, 1938, p. 1065.

(¹) *Arch. int. Méd.*, 9, 1912, p. 365.

jours de la vie, étaient dues à une déficience en prothrombine. Cette question a connu un regain d'actualité lorsque Quick ([2]) apporta une méthode de dosage de la prothrombine et surtout lorsqu'on eût montré les rapports étroits qui existent entre la concentration plasmatique de ce ferment et la vitamine K. Plusieurs travaux récents ont étudié le taux de la prothrombine sanguine chez la mère et chez l'enfant à la naissance. Les chiffres donnés par Dam, Tage-Hansen et Plum ([3]), par Quick et Grossmann ([4]), par Nygaard ([5]), par Brinkhous, Smith et Warner ([6]) se rapportent à des séries trop peu nombreuses pour qu'on puisse en tenir compte. Par contre les résultats de Norris et Rush ([7]), de Koller et Fiechter ([8]), de Mac Pherson et Mac Callum ([9]), de Kato et Poncher ([10]) et de Hellmann et Shettles ([11]) sont appuyés sur de nombreux examens du sang du cordon et concordent tous pour affirmer l'existence d'une déficience physiologique en prothrombine constante chez le nouveau-né. D'autre part ces auteurs ont trouvé le sang maternel parfaitement normal quant à son contenu en prothrombine. Tous ces travaux ont été poursuivis en utilisant la technique de Quick ou une de ses variantes.

Nous avons essayé de vérifier ces faits en employant pour le dosage de la prothrombine la méthode électro-photométrique de P. Meunier ([12]), qui présente sur la technique de Quick de nombreux avantages. Elle permet de ne point avoir recours à une préparation de thromboplastine, toujours instable, difficile à conserver et nécessitant de nombreux étalonnages. Plus sensible que la méthode de Quick, elle permet d'apprécier des déficiences discrètes. Enfin elle possède la grosse supériorité de permettre

---

([2]) A. J. Quick, M. Stanley-Brown et F. Bancroft, *Am. Journ. Med. Sci.*, **190**, 1935, p. 501.

([3]) *Lancet*, **2**, 1939, p. 1157.

([4]) *Proc. Soc. Exper. Biol. and Med.*, **41**, 1939, p. 227.

([5]) *Acta Obst. et Gyn. Scand.*, **19**, 1939, p. 361.

([6]) *Am. Journ. Med. Sci.*, **193**, 1937, p. 475.

([7]) *Surg., Gyn. et Obst.*, **70**, 1940, p. 1006.

([8]) *Schweiz. Med. Wochenschr.*, **70**, 1940, p. 137.

([9]) *Brit. Med. Journ.*, **1**, 1940, p. 839.

([10]) *Journ. Am. Med. Ass.*, **114**, 1940, p. 749.

([11]) *Bull. Johns Hopkins Hosp.*, **65**, 1939, p. 138.

([12]) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 668.

la mesure de la teneur du sang en fibrine (voir déjà Lian, Frumusan et Sassier) ([13]).

Nous avons étudié 41 nouveau-nés et 35 femmes. Dans 32 cas, nous avons pu comparer le taux de la prothrombine plasmatique chez la mère et chez l'enfant. Nos résultats sont exprimés dans le tableau ci-dessous.

Pourcentage de prothrombine ([14]).	Valeur du coefficient R.	Mères. Nombre de cas.	Mères. % du total.	Enfants. Nombre de cas.	Enfants. % du total.
Normaux..........	$R < 0,30$	8	23	11	27
Plus de 50.........	$0,30 < R < 0,40$	5	15	9	22
De 50 à 20.........	$0,40 < R < 0,50$	10	28	7	17
De 20 à 10.........	$0,50 < R < 0,70$	2	6	7	17
Moins de 10........	$R > 0,70$	10	28	7	17

La valeur moyenne du coefficient R, défini par Meunier, est égale à 0,51 chez les mères et à 0,46 chez les enfants, chiffres très voisins l'un de l'autre. Ces résultats montrent d'autre part que 25 % environ des mères et des enfants sont normaux, 45 % présentent des carences discrètes, inappréciables par la méthode de Quick, 35 % enfin ont des déficiences très marquées en prothrombine, prédisposant indiscutablement aux hémorragies, tant chez la mère que chez l'enfant.

Nous n'avons pas trouvé un parallélisme rigoureux entre le taux de prothrombine du sang maternel et celui du sang fœtal. Un fait ressort néanmoins de cette confrontation : les carences fœtales importantes se voient chez les mères fortement carencées en prothrombine.

Nous avons observé un autre phénomène qui nous paraît avoir été complètement négligé jusqu'ici : le sang fœtal est très pauvre en fibrine. Alors que le sang maternel présente un taux moyen d'environ 6^g de fibrine par litre de plasma, le sang fœtal (moyenne de 41 déterminations) n'en contient que 2^g, et il n'est pas rare d'observer des cas où ce taux tombe au-dessous de 1^g. Cette hypofibrinémie a pu être à l'origine de quelques erreurs dans l'appréciation du temps de formation du caillot solide au cours du dosage de la prothrombine par la méthode de Quick.

([13]) *Le Sang*, 13, 1939, p. 817.

([14]) Ces chiffres ont été calculés en fonction du coefficient R à partir d'un sang dont le contenu en prothrombine, mesuré par la méthode de Quick, était normal, et dont le coefficient R était égal à 0,30.

Si nous confrontons nos résultats avec ceux des auteurs précités, nous constatons qu'ils sont tout à fait comparables à ceux obtenus pour le sang fœtal. Par contre, nous avons observé des déficiences très marquées en prothrombine dans le sang maternel, alors que, dans les travaux parus jusqu'à présent, ce phénomène n'était pas signalé. Les différences de techniques de dosage ne peuvent pas expliquer des variations aussi considérables. Il est vraisemblable que, dans notre série d'expériences, le pourcentage élevé des carences maternelles en prothrombine est dû à l'insuffisance actuelle de l'apport alimentaire en vitamine K.

La séance est levée à 15h25m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 FÉVRIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Auguste Béhal**, survenu le 2 février 1941, à Mennecy, et lève la séance en signe de deuil.

ACOUSTIQUE. — *Sur l'étude et la détection des infrasons par des flammes sensibles spéciales*. Note de M. **Ernest Esclangon**.

Dans des études antérieures nous avons qualifié d'*infrasons* les perturbations acoustiques à évolution lente, par conséquent *inaudibles*, mais se propageant élastiquement avec la vitesse du son. Ces perturbations peuvent être régulières ou irrégulières, périodiques ou non, l'intervalle des maxima et minima consécutifs restant relativement grand, dépassant 1/10 de seconde par exemple.

Les infrasons prennent naissance dans les circonstances les plus banales, ouvertures ou fermetures de portes ou fenêtres, poussées sur des planchers ou cloisons, brusque déplacement d'un corps dans l'air etc. Leur échelle d'intensité est extrêmement étendue. Lors de l'éruption du Krakatoa, le 25 août 1883, une perturbation *barométrique* (baisse de 2^{mm} à Paris) fit le tour du globe, dans les deux sens, avec la vitesse du son. C'était en fait un gigantesque infrason, d'évolution *très lente*, mais d'exceptionnelle intensité. Par contre, on peut observer des infrasons dans lesquels les variations de pression sont d'un ordre inférieur au 1/100000 de millimètre de mercure. Il est même singulier que des perturbations aussi faibles et à évolution lente puissent se propager élastiquement. Les infrasons, comme les sons, se transmettent à travers les parois élastiques. De même, que dans une pièce fermée, on peut entendre les bruits de la rue, de même on peut y détecter des infrasons de provenance extérieure.

Pour la réalisation d'appareils détecteurs infrasonores, l'idée la plus

naturelle consiste à faire appel à des membranes vibrantes, mais il faut que les infrasons aient accès sur une seule face, sans quoi, en raison de leurs caractères évolutifs très lents, ils agiraient sur les deux faces avec une différence de phase inappréciable. La face arrière de la membrane doit donc constituer la paroi d'une véritable chambre, dont les autres parois, très rigides, ne sont pas impressionnées par les infrasons. Pour obtenir la sensibilité maxima, il serait enfin avantageux que la fréquence propre du système fût très basse, de l'ordre de 2 à 10 par seconde, avec un champ de résonance étendu. Malheureusement ces conditions sont très difficilement réalisables sans faire appel à des chambres de volume inacceptable, ainsi qu'on peut le montrer théoriquement.

Au contraire, le détecteur à flamme que nous présentons ici, et que nous

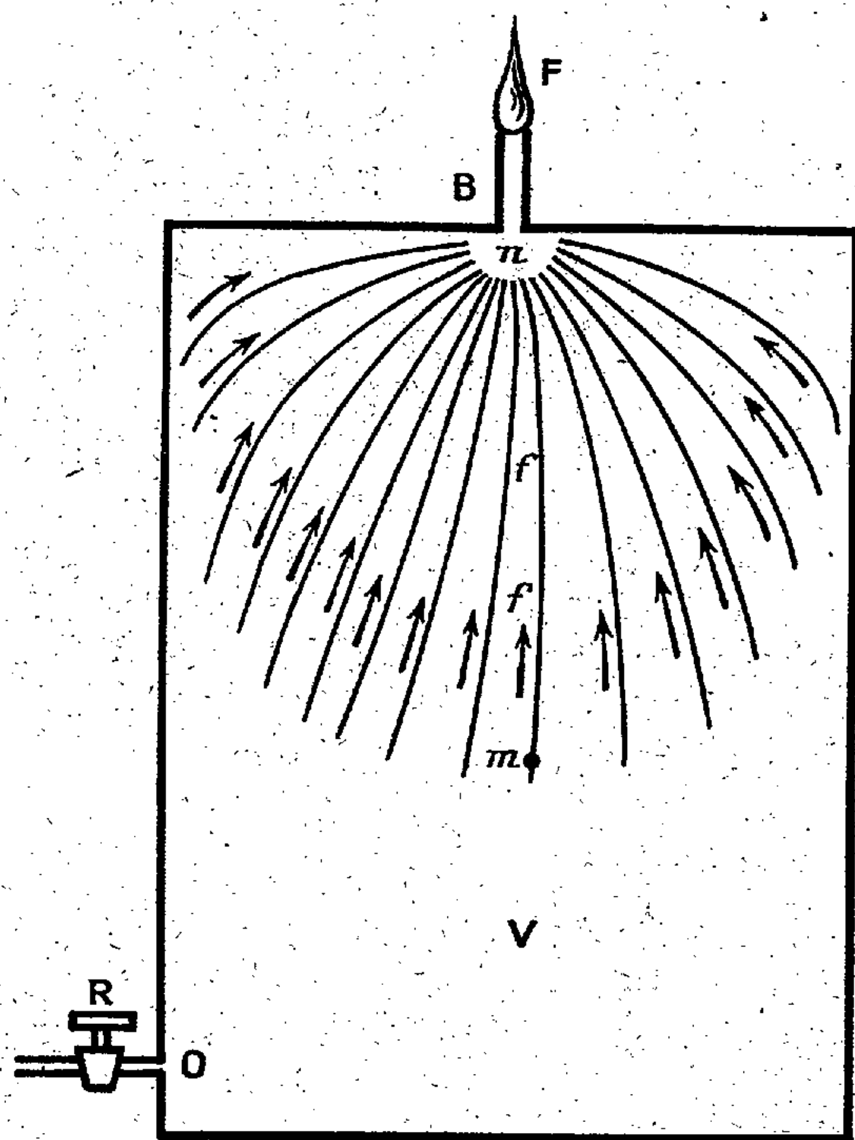


Fig. 1.

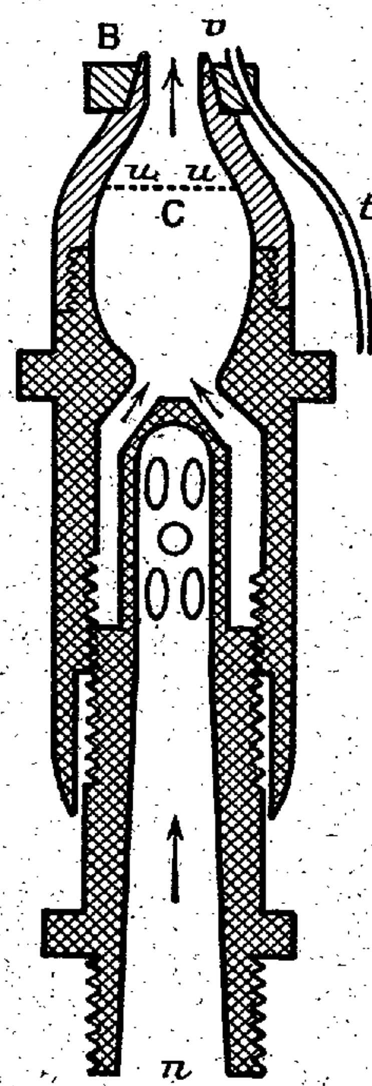


Fig. 2.

avions déjà fait connaître il y a plusieurs dizaines d'années, réalise au plus haut degré ces conditions; ne comportant aucune membrane et par suite aucune inertie, il est d'une sensibilité incomparable. A cette époque, nous ne disposions ni de cellules photoélectriques ni d'amplificateurs. Par l'emploi de ces nouveaux moyens physiques, il se prête sans difficulté à l'enregistrement ou à la commande de relais de signalisation.

Sa conception repose sur les considérations suivantes :

Soit une chambre V (*fig.* 1) dont le volume V peut varier entre une fraction de litre et une cinquantaine de litres, alimentée en gaz combustible par l'intermédiaire du robinet de réglage R. La chambre porte à sa partie supérieure un tube B, ou *brûleur*, de 3 à 7^{mm} de diamètre, de 3 à 10^{cm} de long; on enflamme le gaz à son extrémité; on règle la flamme par le robinet d'arrivée R, de manière à lui donner une hauteur comprise entre 15 et 25^{mm} correspondant ainsi à un écoulement très faible. Si la pression extérieure p_0 à l'extrémité du brûleur est constante, il s'établit ainsi, à l'intérieur de la chambre, un régime permanent dans lequel les filets fluides f convergent vers l'orifice de sortie. Si l'on désigne par v_0 la vitesse d'échappement du gaz à l'extrémité du brûleur, par v et P la vitesse fluide et la pression en un point quelconque m et tenant compte du fait que $P - p_0$ *reste très petit*, les théories aérodynamiques montrent que l'on a

$$(1) \qquad \frac{P - p_0}{p_0} = \frac{g\gamma(z_0 - z)}{a^2} + \frac{\gamma}{2}\frac{(v_0^2 - v^2)}{a^2},$$

a désignant la vitesse du son dans le fluide, γ le rapport, pour ce même fluide, des deux chaleurs spécifiques, g l'accélération de la pesanteur, z et z_0 les altitudes des points M et B. Dans le cas où le fluide serait au repos, donc avec $v_0 = v = 0$, p désignant la pression au même point m, on aurait

$$(2) \qquad \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{g\gamma(z_0 - z)}{a^2},$$

et, par différence avec la formule (1),

$$(3) \qquad \frac{P - p}{p_0} = \frac{\gamma}{2}\frac{(v_0^2 - v^2)}{a^2}.$$

Or, sauf au voisinage immédiat de l'orifice d'alimentation O, où, en raison d'une vitesse fluide relativement grande (plus grande que v_0), se produit même un léger effet de détente, et au voisinage n de l'orifice d'écoulement par le brûleur, les vitesses fluides sont, partout ailleurs, *très petites* comparées à v_0, de sorte que l'on y a très sensiblement

$$(4) \qquad \frac{P - p}{p_0} = \frac{\gamma}{2}\frac{v_0^2}{a^2} = \frac{1}{2}\frac{\rho v_0^2}{p_0},$$

ρ_0 désignant la masse de l'unité de volume du gaz, sous la pression p_0.

Il règne donc dans l'enceinte un état de *surpression* $P - p$, *mais extraordinairement faible*. Si, en effet, v_0 est de l'ordre de 2 à 3 centimètres/seconde, a de l'ordre de plusieurs centaines de mètres/seconde, γ de l'ordre de l'unité (pour le butane $a = 208$ m/s, $\gamma = 1,1$), on voit que $(P - p)/p_0$ est de l'ordre de 10^{-8}, c'est-à-dire $P - p$ d'un ordre moindre que 1/100000 de millimètre de mercure. C'est cependant cette infime surpression, entretenue par le dispositif d'alimentation,

et qui du reste s'abaisse encore dans le brûleur, qui provoque l'écoulement et régit l'intensité de la flamme. On conçoit ainsi que, si la pression extérieure vient à changer, par exemple augmente brusquement d'une quantité du même ordre, la vitesse d'écoulement, et par suite la flamme, seront affectés *momentanément* d'une manière hautement sensible. L'enceinte ne fonctionne donc pas simplement à la manière d'un manomètre ni d'ailleurs d'un pur résonateur. Une variation de pression de l'ordre indiqué ci-dessus ne produirait sur le volume fluide de la chambre, supposé immobile, qu'une variation absolument inappréciable. Néanmoins le volume gazeux joue un rôle important dans la sensibilité, laquelle augmente avec lui; sensibilité du reste sélective, en rapport avec la fréquence de résonance attachée à l'ensemble constitué par la chambre, le brûleur et la nature du gaz.

Supposons qu'on fasse agir, sur cet ensemble, des infrasons de nature sinusoïdale, d'amplitude constante et de fréquence N, croissante à partir de zéro. La sensibilité, d'abord nulle, augmente pour devenir maximum pour une certaine valeur de N, puis décroît, et redevient faible ensuite. Si l'on suppose le brûleur cylindrique, de longueur l millimètres, de diamètre d millimètres (d étant petit comparé à l), si l'on désigne par V le volume en litres de la chambre, par a la vitesse du son en mètres/seconde dans le gaz employé, la fréquence de résonance N est donnée par la formule

$$(5) \qquad N = \frac{a}{4\sqrt{\pi}} \times \frac{d}{\sqrt{Vl}} = \frac{a}{7,09} \times \frac{d}{\sqrt{Vl}}.$$

Cette fréquence coïncide avec celle qui correspond au cas d'un gaz au repos (formule de lord Rayleigh). Cela tient à ce que, s'agissant ici d'un régime permanent, sans discontinuités, ne comportant dans la presque totalité de la chambre que des vitesses extrêmement petites, la fonction des vitesses correspondant au mouvement troublé peut être très sensiblement regardée comme la somme de la fonction des vitesses correspondant au régime permanent et de celle correspondant à la perturbation dans le gaz supposé au repos. Au surplus, le calcul montre que, au sens mathématique, il s'agit ici non pas de véritables résonances, mais de purs maxima d'amplitude relativement peu aigus.

Pour le gaz butane par exemple, $a = 208^{m}$; la formule devient

$$(6) \qquad N = 29,3 \frac{d}{\sqrt{Vl}}.$$

L'intérêt de ces détecteurs vis-à-vis des infrasons consiste en ce fait qu'on peut obtenir aisément des fréquences adaptées de résonance, fréquences très basses et s'étendant sur un large champ. Ainsi, pour le

butane, en prenant $V = 15^l$, $d = 4^{mm}$, $l = 95^{mm}$, on obtient $N = 3$. L'expérience montre, qu'en réalité, l'amplitude reste grande entre $N = 2$ et $N = 8$.

La plupart des gaz combustibles conviennent pour l'application de cette méthode. Toutefois le gaz butane, en dehors même des commodités résultant de sa forme condensée liquide, facilement transportable, présente par ailleurs des avantages très importants. Pour une flamme de même hauteur donnée, 25^{mm} par exemple, le débit [1], qui est, dans ces conditions, de $0^{cm^3},5$ par seconde, est plus de 12 fois moindre que pour le gaz d'éclairage; au surplus la flamme est beaucoup plus éclairante. La vitesse v_0 d'échappement du fluide est donc 12 fois plus petite et, d'après la formule (4), la surpression $P - p$, dans la chambre, incomparablement plus faible (avec un brûleur de 5^{mm} de diamètre, la vitesse d'échappement v_0 serait, avec le butane, seulement de $2^{cm},6$ par seconde); ce qui conduit à une sensibilité beaucoup plus grande [2].

La figure 2 représente un brûleur à *sensibilité réglable*. En diminuant la surface d'échappement, on diminue à volonté la sensibilité. Cette réduction peut être obtenue avec un diaphragme variable; la figure 2 représente un dispositif à pointeau. En diminuant l'orifice d'échappement, le débit reste le même mais la vitesse d'échappement augmente, ce qui pourrait modifier la forme, l'aspect et les constantes de la flamme. On évite cet inconvénient en disposant au-dessus de l'échappement réglable une petite chambre C de quelques centimètres cubes, ou chambre de détente, qui ramène la vitesse à la sortie, en B, à une valeur toujours la même; ce qui permet, tout en réglant à volonté la sensibilité par simple vissement de la tête du brûleur, de conserver une flamme toujours identique à elle-même [3].

Une cellule au cæsium, placée à une distance de 5 à 15^{cm} de la flamme (flamme de 15 à 25^{mm} de hauteur) en connexion avec un amplificateur à deux lampes, permet l'enregistrement des variations de la flamme, soit par plume encrée, soit sur noir de fumée. Un amplificateur à une seule lampe permet la commande d'un relais et le déclenchement d'un signal quel-

---

[1] Pour des tubes d'échappement de 2 à 8^{mm} de diamètre intérieur, le débit D (en cm^3/s) ne dépend que de la hauteur de la flamme et non du diamètre. Si h est cette hauteur (comprise entre 1 et 10^{cm}, on a, pour le butane, $D = 0,2h$ (h en cm), pour le gaz d'éclairage $D \doteq 2,5h$, c'est-à-dire 12,5 fois plus grand.

[2] D'après la formule (4) la surpression $P - p$ dépend du produit ρv_0^2, mais, pour une flamme de hauteur donnée, v_0 peut avoir des valeurs très différentes suivant le gaz employé. Ainsi, pour le butane comparé au gaz d'éclairage, ρ est 4 fois plus grand, mais v_0 12,5 fois plus petit, de sorte que ρv_0^2 et $P - p$ sont 40 fois plus faibles.

[3] Les infrasons trop puissants éteignent la flamme; aussi est-il nécessaire de munir le bec d'une veilleuse, le gaz y étant amené par un tube très fin t ayant sa prise en amont du robinet R d'alimentation.

conque (sonnerie, voyant, lampe). Ce dernier dispositif peut s'appliquer notamment à la signalisation des ouvertures clandestines, de portes, de fenêtres, de poussées sur les planchers, plafonds ou cloisons et servir de défense contre les cambriolages. L'énergie électrique très faible nécessaire pour ces dispositifs, enregistrement ou signalisation, peut être entièrement et directement empruntée au réseau électrique.

En dehors de l'étude directe des infrasons, ces détecteurs peuvent être employés pour différents usages scientifiques, par exemple pour l'étude de la turbulence micromanométrique du vent, pour celle de la vitesse de propagation des infrasons eux-mêmes qui, lorsqu'ils sont à évolution très lente, peut être légèrement plus faible que celle du son.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la recherche des avions perdus en mer.* Note (¹) de M. GEORGES CLAUDE.

En 1937 (²), j'ai entretenu l'Académie d'un procédé de recherche ou de signalisation des avions perdus en mer; ce procédé consistait à provoquer à la surface de la mer (de préférence à l'aide de fluorescéine libérée peu à peu) la formation d'une tache colorée immense et persistante servant, suivant le cas, à signaler des aviateurs en détresse sur la mer ou à confirmer la perte d'un avion disparu.

Après les expériences si encourageantes que j'ai relatées ici, j'avais espéré qu'on se préoccuperait chez nous de ce procédé et de sa mise au point; ne voyant rien venir, j'ai profité de tristes occasions fournies par de trop nombreux accidents pour montrer de quel secours on se privait ainsi (³); tout cela est resté vain, et, de guerre lasse, je suis passé à d'autres préoccupations.

Or je viens d'avoir la surprise d'apprendre que non seulement mon idée a été reprise, mais qu'elle est dès maintenant d'application courante dans l'aviation allemande.

On trouvera en effet, dans le dernier numéro du *Signal*, deux grandes planches en couleurs qui donnent une excellente idée de cette adaptation du procédé et des services qu'il rend.

Dans la première de ces images, un avion, qui survole la mer à grande altitude, voit une tache verte apparaître sur les flots : ses occupants savent aussitôt que flotte sur ces eaux vertes, sans que peut-être ils le distinguent,

---

(¹) Séance du 27 janvier 1941.
(²) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1291.
(³) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 397 et 761.

le fragile canot de caoutchouc que montre à grande échelle la seconde image, où des hommes amerris en parachute d'un avion sinistré attendent un secours ou la mort.

Sans cette tache verte qui les a révélés, ce serait sans doute la mort : grâce à elle ce sera le salut : car, sans même dévier de sa route, l'avion lance un appel par T. S. F. et bientôt un hydravion spécialement équipé les aura recueillis.

CORRESPONDANCE.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la fusion de deux particules de spin* 1. Note de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Les équations du photon écrites pour deux particules de fonctions d'ondes ψ_{il} et φ_{mk} donnent, par fusion et pour une particule de fonction d'ondes

$$\psi_{iklm} = \psi_{il}\varphi_{mk},$$

les deux groupes d'équations

$$(\mathfrak{M}^{\mu} - \mathfrak{N}^{\mu} + M^{\mu} - N^{\mu}\,\partial_{\mu} - 4k)\,\psi_{iklm} = 0,$$
$$(\mathfrak{M}^{\mu} - \mathfrak{N}^{\mu} - M^{\mu} + N^{\mu})\,\partial_{\mu}\,\psi_{iklm} = 0,$$

où l'on a posé

$$(\mathfrak{M}^{\mu})_{iklmpqrs} = (m^{\mu})_{ilpr}\,\delta_{mksq}, \qquad (M^{\mu})_{iklmpqrs} = (m^{\mu})_{mksq}\,\delta_{ilpr},$$
$$(\mathfrak{N}^{\mu})_{iklmpqrs} = (n^{\mu})_{ilpr}\,\delta_{mksq}, \qquad (N^{\mu})_{iklmpqrs} = (n^{\mu})_{mksq}\,\delta_{ilpr},$$
$$(m^{\mu})_{iklm} = (\gamma^{\mu})_{il}\,\delta_{km}, \qquad (n^{\mu})_{iklm} = (\gamma^{\mu})^{+}_{mk}\,\delta_{il}, \qquad \delta_{ilpr} = \delta_{ip}\,\delta_{lr},$$

et fait la convention de sommation habituelle.

Les matrices telles que

$$P_{\mu} = \mathfrak{M}_{\mu} - \mathfrak{N}_{\mu} + M_{\mu} - N_{\mu}$$

satisfont à la relation caractéristique pour le spin 2

$$4P_{\mu}^{5} - 5P_{\mu}^{3} + P = 0.$$

2. Pour obtenir les équations électromagnétiques équivalentes aux systèmes I et II, il est commode de considérer le développement de la fonction d'ondes à 256 composantes ψ_{iklm} suivant le système complet à 256 éléments formé par les matrices de la théorie du photon : les m_A, n_A et les différents produits $m_A n_B$ (A, B = 0, ..., 16). On peut utiliser un

développement du type

$$\psi_{iklm} = (m^A n^B + n^A m^B)_{iklm} \Phi_{(AB)} + (m^A n^B - n^A m^B)_{iklm} \Phi_{[AB]},$$

qui correspond bien au produit $\psi_{il}\varphi_{mk}$ des fonctions d'ondes de la théorie du photon.

En remplaçant ψ_{iklm} par sa valeur dans I, on aboutit alors aux équations :

a. deux groupes d'équations de la théorie du photon, qui portent sur des grandeurs toutes nulles (produits des grandeurs relatives à l'un des corpuscules par l'invariant nul relatif à l'autre).

b.
$$\left\{\begin{aligned} &\partial^\rho \Phi^1_{[\rho\mu]\nu} - \partial^\rho \Phi^1_{[\rho\nu]\mu} = 2k\Phi_{[\mu\nu]}, && \partial^\rho \Phi^2_{[\rho\mu]\nu} + \partial^\rho \Phi^2_{[\rho\nu]\mu} = -2k\Phi_{(\mu\nu)};\\ &\partial_\mu \Phi_{[\nu\rho]} - \partial_\nu \Phi_{[\mu\rho]} + \partial^\tau \Phi_{[[\tau\rho][\mu\nu]]} = 2k\Phi^1_{[\mu\nu]\rho}, && \partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} \partial^\tau - \Phi_{([\tau\rho][\mu\nu])} = -2k\Phi^2_{[\mu\nu]\rho},\\ &\partial_\rho \Phi^1_{[\mu\nu]\sigma} - \partial_\sigma \Phi^1_{[\mu\nu]\rho} = k\Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu]]}, && \partial_\rho \Phi^2_{[\mu\nu]\sigma} - \partial_\sigma \Phi^2_{[\mu\nu]\rho} = k\Phi_{([\rho\sigma][\mu\nu])}.\end{aligned}\right.$$

c.
$$\left\{\begin{aligned} &\partial^\mu \varphi^1_{[\mu\nu]} + \partial^\mu \psi^1_{\mu\nu} = 2k\chi^1_\nu, && \partial^\mu \varphi^2_{[\mu\nu]} + \partial^\mu \psi^2_{\mu\sigma} = 2k\chi^2_\nu,\\ &\partial_\mu \chi^1_\nu - \partial_\nu \chi^1_\mu + \partial^\rho \psi^1_{[\mu\nu]\rho} = 2k\varphi^1_{[\mu\nu]}, && \partial_\mu \chi^2_\nu - \partial_\nu \chi^2_\mu + \partial^\rho \psi^2_{[\mu\nu]\rho} = 2k\varphi^2_{[\mu\nu]},\\ &\partial_\mu \chi^1_\nu + \partial^\rho \psi^1_{[\rho\nu]\mu} = 2k\psi^1_{\mu\nu}, && \partial_\mu \chi^2_\nu + \partial^\rho \psi^2_{[\rho\nu]\mu} = 2k\psi^2_{\mu\nu},\\ &\partial_\mu \psi^1_{\rho\nu} - \partial_\nu \psi^1_{\rho\mu} + \partial_\rho \varphi^1_{[\mu\nu]} = 2k\psi^1_{[\mu\nu]\rho}, && \partial_\mu \psi^2_{\rho\nu} - \partial_\nu \psi^2_{\rho\mu} + \partial_\rho \varphi^2_{[\mu\nu]} = 2k\psi^2_{[\mu\nu]\rho};\end{aligned}\right.$$

d.
$$\left\{\begin{aligned} &\partial_\mu \varphi^1_\nu - \partial_\nu \varphi^1_\nu = 2k\varphi_{[\mu\nu]}, \qquad \partial_\mu \varphi^2_\nu + \partial_\nu \varphi^2_\mu = 2k\varphi_{(\mu\nu)},\\ &\partial^\mu \varphi_{[\mu\nu]} = 2k\varphi^1_\nu, \qquad \partial^\mu \varphi_{(\mu\nu)} - \partial_\nu \varphi = 2k\varphi^2_\nu,\\ &\partial^\mu \varphi^2_\mu = -k\varphi.\end{aligned}\right.$$

D'autre part, le groupe II donne des équations sans termes de masse qui entraînent :

$$\begin{aligned} &k\Phi^1_{[\mu\nu]\sigma} = \partial^\rho \Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu]]}, && k\Phi^2_{[\mu\nu]\sigma} = \partial^\rho \Phi_{([\rho\sigma][\mu\nu])}.\\ &k\psi^1_{\mu\nu} = \partial_\mu \chi^1_\nu, && k\psi^2_{\mu\nu} = \partial_\mu \chi^2_\nu,\\ &k\psi^1_{[\mu\nu]\rho} = \partial_\rho \varphi^1_{[\mu\nu]}; && k\psi^2_{[\mu\nu]\rho} = \partial_\rho \varphi^2_{[\mu\nu]},\end{aligned}$$
$$\psi^{1\mu}_\mu = \psi^{2\mu}_\mu = 0, \qquad \varphi^1_\nu = \varphi_{[\mu\nu]} = 0, \qquad k\varphi_{(\mu\nu)} = \partial_\mu \varphi^2_\nu.$$

Toutes les grandeurs qui figurent dans les équations ci-dessus ne sont pas indépendantes; certaines sont liées par différentes relations, conséquences de la théorie.

3. Les équations se répartissent alors suivant les différentes valeurs de j (nombre quantique correspondant au spin total), et il est possible d'isoler chacun de ces cas :

1° *Cas* $j = 2$,

$$\begin{aligned} &\partial^\rho \Phi^2_{[\rho\mu]\nu} + \partial^\rho \Phi^2_{[\rho\mu]\nu} = -k\Phi_{(\mu\nu)}, && \partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} = -k\Phi^2_{[\mu\nu]\rho};\\ &\partial_\rho \Phi^2_{[\mu\nu]\sigma} - \partial_\sigma \Phi^2_{[\mu\nu]\rho} = k\Phi_{([\rho\sigma][\mu\nu])}, && \partial^\rho \Phi_{([\rho\sigma][\mu\nu])} = k\Phi^2_{[\mu\nu]\sigma}.\end{aligned}$$

De ces équations on peut isoler l'invariant trace $\Phi_{(\mu\nu)}$ et poser

$$\Phi_\mu{}^\mu = 0, \qquad \Phi^2_{[\rho\mu]}{}^\mu = \Phi({}_{[\rho\mu]}{}^{[\rho\mu]}) = 0,$$

de sorte que le système dépend de cinq constantes arbitraires (en termes

d'espace) correspondant à $m = 2, 1, 0, -1, -2$.

2° *Cas* $j = 1$,

$$\partial^{\rho}\Phi^{1}_{[\rho\mu]\nu} - \partial^{\rho}\Phi^{1}_{[\rho\mu]\nu} = k\Phi_{[\mu\nu]}, \qquad \partial_{\mu}\Phi_{[\nu\rho]} - \partial_{\nu}\Phi_{[\mu\rho]} = k\Phi^{1}_{[\mu\nu]\rho},$$
$$\partial_{\rho}\Phi^{1}_{[\mu\nu]\sigma} - \partial_{\sigma}\Phi^{1}_{[\mu\nu]\rho} = k\Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu[]}, \qquad \partial^{\rho}\Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu]]} = k\Phi^{1}_{[\mu\nu]\sigma},$$

Et deux groupes d'équations du type photon entre grandeurs maxwelliennes

$$\partial_{\mu}\chi^{1}_{\nu} - \partial_{\nu}\chi^{1}_{\mu} = k\varphi^{1}_{[\mu\nu]}, \qquad \partial_{\mu}\chi^{2}_{\nu} - \partial_{\nu}\chi^{2}_{\mu} = k\varphi^{2}_{[\mu\nu]};$$
$$\partial^{\mu}\varphi^{1}_{[\mu\nu]} = k\chi^{1}_{\nu}, \qquad \partial^{\mu}\varphi^{2}_{[\mu\nu]} = k\chi^{2}_{\nu}$$

et les définitions suivantes à partir des potentiels et des champs

$$\partial_{\nu}\chi_{\mu} = k\psi_{\nu\mu}, \qquad \partial_{\nu}\chi^{2}_{\mu} = k\psi^{2}_{\nu\mu}, \qquad \psi^{1\mu}_{\mu} = \psi^{2\mu}_{\mu} = 0.$$
$$\partial_{\rho}\varphi_{[\mu\nu]} = k\psi_{[\mu\nu]\rho}, \qquad \partial_{\rho}\varphi^{2}_{[\mu\nu]} = k\psi^{2}_{[\nu\nu]\rho},$$

le système dépend donc de 9 constantes arbitraires : $\Phi_{[\mu\nu]}$, χ^{1}_{μ}, χ^{2}_{μ} correspondant à un cas triplet pour $m = 1, 0 = 1$.

3° *Cas* $j = 0$,

$$\partial_{\nu}\varphi = -k\varphi_{\nu}, \qquad \partial^{\mu}\varphi^{2}_{\mu} = -k\varphi, \qquad \partial_{\mu}\varphi^{2}_{\nu} = k\varphi_{(\mu\nu)}$$

et le groupe isolé de $j = 2$ et se rapportant à la trace de $\varphi_{(\mu\nu)}$

$$\sum_{\mu}\partial^{\rho}\varphi_{[\rho\mu]\mu} = -k\varphi_{\mu\mu}, \qquad \sum_{\mu}\partial_{\rho}\varphi_{\mu\mu} = -k\varphi_{[\rho\mu]\mu}, \qquad \sum_{\mu}\varphi_{[\mu\nu][\mu\nu]} = -2\varphi_{\mu\mu}.$$

On a ainsi deux constantes arbitraires pour caractériser l'état $j = 0$ ou état d'annihilation. On peut être guidé dans la répartition des constantes arbitraires en se plaçant dans le système propre de la particule où ces constantes sont alors les seules grandeurs non nulles. Une telle répartition correspondant aux différentes valeurs de j avait été trouvée par M. Louis de Broglie (¹). Toutes les grandeurs qui figurent dans les équations précédentes obéissent aux équations du second ordre

$$\Box\varphi_{AB} = k^{2}\varphi_{AB}.$$

CAPILLARITÉ. — *Mesures relatives simples des tensions superficielles par un tube capillaire*. Note de MM. **Marius Picon** et **André Mangeot**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que la méthode de mesure de la tension superficielle des liquides par le tube capillaire présente la précieuse propriété de ne pas exiger de

(¹) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 265.

corrections lorsqu'on fait des déterminations absolues. L'arrachement d'un anneau ou le poids des gouttes, par contre, donnent des valeurs qui doivent être corrigées dans une proportion respective de 5 à 10 ou 30 à 50 %. Il est bien évident que ces corrections nécessaires donneront aux mesures, même relatives, une incertitude.

La méthode du tube capillaire est cependant très rarement employée pour des mesures ordinaires, car elle exige un appareillage coûteux et une importante quantité de liquide.

Duch, en 1936, a proposé d'utiliser un tube capillaire avec une très faible quantité de liquide sous forme d'une goutte pendante. La mesure, par la détermination de la hauteur d'ascension, reste encore compliquée et soumise aux erreurs notables provenant des défauts de calibrage du capillaire. Enfin la goutte pendante présente un phénomène secondaire qui rend nécessaire l'emploi d'une correction pour les mesures absolues.

Nous avons modifié ce procédé, afin de faire disparaître les inconvénients que nous venons de rappeler.

Nous utilisons un tube capillaire dont le diamètre à l'extérieur est très large, d'environ 9^{mm}, et à l'intérieur voisin du dixième de millimètre. On réalise ainsi une hauteur d'ascension assez importante, de l'ordre de 12^{cm} dans le cas de l'eau, et que l'on pourra mesurer avec assez de précision. D'autre part le large diamètre extérieur permet d'obtenir une goutte pendante aussi réduite que possible, ayant la forme d'une lame liquide. Comme nous n'effectuons pas de mesures absolues, mais seulement relatives, le phénomène secondaire, dû à la lame liquide, devient négligeable ainsi que les résultats expérimentaux l'ont démontré.

Nous avons, en outre, rendu la manipulation beaucoup plus facile et apporté une plus grande précision, en substituant à la mesure de la hauteur d'ascension celle de la pression nécessaire pour obliger le ménisque à occuper une position toujours identique, tangente à l'extrémité inférieure du capillaire. Les erreurs dues aux imperfections de calibrage sont ainsi supprimées.

L'appareil se compose d'un tube capillaire placé verticalement, d'une seringue productrice de pression, d'un flacon servant de réservoir d'air et d'un manomètre à eau; un robinet à trois voies permet d'établir les différents circuits d'air nécessaires. On note la température au dixième de degré. La pression est mesurée avec une précision satisfaisante en repérant les niveaux du liquide dans le manomètre avec une pointe de verre. Celle-ci est solidaire d'une crémaillère permettant de faire glisser un

vernier au vingtième de millimètre le long d'une réglette verticale graduée en millimètres. Pour l'eau, l'erreur est voisine du millième. La partie délicate de la mesure est de ne pas produire de surpression gazeuse qui serait retenue par la lame liquide.

Les résultats obtenus sans aucune correction sont très satisfaisants. En prenant l'eau ou la benzine comme référence, on retrouve, pour les autres liquides, les valeurs classiques avec une approximation du dixième de dyne. Avec la benzine prise comme étalon, 28,88 dynes/cm à 20°, on obtient pour l'eau 72,85 et 72,86 au lieu de 72,8; pour l'alcool méthylique 22,38 et 22,39 à la place de 22,55, et avec le monobromobenzène 36,27 et 36,31 au lieu de 36,34.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Étude expérimentale de la polarisation des raies Raman de faible fréquence du naphtalène cristallisé.* Note de MM. **Alfred Kastler** et **Auguste Rousset**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans le spectre Raman d'un cristal on distingue les raies *internes*, dues aux oscillations des atomes dans les molécules (ou ions polyatomiques), et les raies *externes*, de fréquences relativement basses, dues à l'existence du réseau cristallin. Raman et Nagundaki (¹) ont rendu compte des variations d'intensité des raies externes du nitrate de soude (98 et 185 cm^{-1}) en attribuant ces fréquences à des oscillations de faible amplitude de l'ion NO^3 autour d'un axe de son plan. Le calcul montre alors que, si la vibration incidente est normale à l'axe d'oscillation (ou pivot) le moment induit, de fréquence modifiée, est toujours normal au plan déterminé par le pivot et par la vibration incidente.

Nous avons comparé les résultats de ce calcul aux mesures d'intensités relatives et du facteur de dépolarisation de J. Cabannes (²) et de D. Osborne (³) sur la calcite. Pour chacun des 6 cas étudiés, les résultats de leurs mesures sur la raie 208 cm^{-1} s'accordent bien avec les valeurs calculées dans l'hypothèse d'un pivotement de l'ion CO^3 autour d'un axe de son plan.

Nous avons ensuite cherché à interpréter par des pivotements les raies

(¹) *Nature*, **143**, 1939, p. 679.
(²) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1041; *Transactions of the Faraday Society*, sept. 1939, p. 823.
(³) *Thèse d'Université*, Montpellier, 1931.

de faible fréquence, 45, 71, 109 et 124 cm^{-1}, du naphtalène cristallisé, repérées par Gross et Vuks ([4]). Leurs intensités relatives et leur état de polarisation s'étant montrés très variables lorsqu'on modifie l'orientation du cristal, nous en avons entrepris l'étude systématique.

On sait, par l'étude aux rayons X ([5]), que la maille clinorhombique du naphtalène renferme deux molécules planes, également inclinées sur l'axe binaire (arête b de la maille). Dans le plan de symétrie [010] l'arête de leur dièdre est peu inclinée sur l'arête c; le demi-angle dièdre vaut 26°. Nous disposions d'un monocristal ([6]) parallélépipédique, d'arêtes respectivement parallèles aux arêtes a et b de la maille et à la perpendiculaire c' au plan de clivage [001].

Dans le trièdre OXYZ, soit OX la direction du faisceau incident polarisé successivement suivant OY et OZ, soit OY la direction d'observation. En utilisant un wollaston on sépare dans la lumière diffusée la vibration d'intensité i parallèle à OX et la vibration d'intensité I parallèle à OZ; le facteur de dépolarisation ρ est égal au rapport i/I.

Si l'axe binaire b et la vibration incidente sont parallèles à OZ, l'arête a étant confondue avec OX, la raie 109 cm^{-1} apparaît seulement dans la vibration $I(\rho = 0)$, tandis que les trois autres fréquences se retrouvent en entier dans la vibration $i(\rho = \infty)$. D'après le théorème énoncé par J. Cabannes ([7]), on sépare ainsi la vibration symétrique 109 cm^{-1}, de vibrations ayant une forte composante antisymétrique. Il faut donc attribuer ces trois dernières vibrations à des mouvements d'oscillation de l'ellipsoïde des réfractivités sans déformation, donc à des pivotements de la molécule autour de ses trois axes d'inertie (qui coïncident ici avec les axes de l'ellipsoïde des réfractivités).

Les mesures du facteur de dépolarisation et des intensités relatives pour chacune des raies dans les 12 cas correspondant à toutes les orientations possibles du cristal et de la vibration excitatrice ont confirmé, sans exception, nos prévisions théoriques. Les calculs sont faciles dans l'hypothèse (très voisine de la réalité) où les molécules planes de naphtalène sont normales à la face de clivage [001] et ont leur grand axe parallèle à c'. Nous en

---

([4]) *Nature*, **135**, 1935, p. 998.

([5]) J. M. Robertson, *Proc. Roy. Soc. London*, *A*, **142**, 1933, p. 674.

([6]) C'est un des monocristaux qu'avait utilisé dans notre laboratoire, M. Benel (*Thèse*, Bordeaux 1940; *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 595), pour l'étude de la polarisation des raies *internes* du naphtalène cristallisé.

([7]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 2134.

tirons l'attribution suivante des fréquences de pivotement de la molécule : 124 cm^{-1}, autour du grand axe; 71 cm^{-1}, autour du petit axe; 45 cm^{-1}, autour de la normale au plan de la molécule. On vérifie de plus que ces fréquences sont dans l'ordre inverse des moments d'inertie. D'autre part leurs intensités moyennes sont en bon accord avec les intensités calculées à partir des réfractivités principales suivant ces mêmes axes ([8]).

La fréquence 109 cm^{-1} au contraire doit être attribuée à un mouvement symétrique d'ensemble des deux molécules dans la maille (déformation de leur angle dièdre). Dans ce mouvement la réfractivité de la maille suivant l'arête du dièdre ne varie que très peu; celle suivant la bissectrice de l'angle obtus (sensiblement l'arête *a* de la maille cristalline) varie très fortement, beaucoup plus que celle suivant l'axe binaire *b*. Cette raie n'apparaîtra donc qu'en excitation parallèle à OZ et elle sera toujours polarisée. Encore faudra-t-il que l'une des arêtes *a* ou *b* soit dirigée suivant OZ, auxquels cas on obtiendra une raie d'intensité forte ou moyenne. Effectivement la raie 109 cm^{-1} n'apparaît avec netteté que sur quatre de nos clichés, deux fois moyenne, et deux fois forte, mais toujours polarisée avec $\rho = 0$.

Ainsi, pour les quatre fréquences, aux différents points de vue des règles de polarisation, des règles de sélection, de l'ordre de grandeur des fréquences et des intensités, le pivotement des molécules rend parfaitement compte des résultats expérimentaux relevés sur les douze clichés. Il reste à fournir un exposé plus détaillé de ces mesures et une théorie tenant compte de la position exacte des molécules dans la maille.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des combinaisons formées par le nitrate de thorium et les nitrates de sodium, potassium, ammonium, rubidium et cæsium.* Note ([1]) de Mme **Cécile Braseliten**, présentée par M. Marcel Delépine.

Après avoir isolé un certain nombre de combinaisons formées par le nitrate de thorium et les nitrates alcalins, j'ai étudié leurs constantes magnétiques.

Les mesures du coefficient d'aimantation spécifique ont été effectuées à la balance magnétique de Curie et Chéneveau. Les substances étudiées

---

([8]) K. S. Krishnan, *Indian Journal of Physics*, 8, 1934, p. 431.

([1]) Séance du 27 janvier 1941.

étant diamagnétiques, l'eau a été choisie comme étalon. D'après Curie, nous avons adopté $-0,79.10^{-6}$ vers 15°C. et employé une eau spécialement redistillée deux fois avec soin dans un appareil en verre pyrex.

Caractéristiques magnétiques des sels utilisés.

	Poids moléculaire.	$\chi.10^{-6}$.	$\chi^M.10^{-6}$.	$\chi^M.10^{-6}$ mesures antérieure.
$(NO^3)^4Th$	480,5	−0,244	−119	
NO^3Na	85	−0,31	− 26,3	− 25,6 (1)
NO^3K	101	−0,35	− 35,3	− 34 (1)
NO^3NH^4	80	−0,425	− 34	− 33,6 (1)
NO^3Rb	147	−0,285	− 41,9	− 41,4 (2)
NO^3Cs	195	−0,300	− 58,5	− 54,8 (2)

Pour l'interprétation des résultats, nous admettrons la règle d'additivité du coefficient moléculaire. Pascal a montré qu'à chaque ion peut être attribué un coefficient d'aimantation restant constant dans les combinaisons de structure simple. Le coefficient d'aimantation moléculaire d'un sel peut être calculé en faisant la somme des coefficients d'aimantation de chacun de ses ions. Et la variation du magnétisme moléculaire est l'indication d'une modification dans la structure moléculaire.

Résultats.

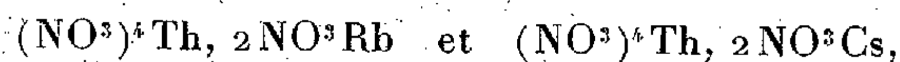
	Poids moléculaire.	$\chi.10^{-6}$.	$\chi^M.10^{-6}$ trouvé.	$\chi^M.10^{-6}$ calculé.
$2(NO^3)^4Th, NO^3Na, 20H^2O$	1406	−0,382	−547	−548,3
$2(NO^3)^4Th, NO^3Na, 8H^2O$	1190	−0,282	−335,6	−378
$(NO^3)^4Th, NO^3Na, 7H^2O$	691,5	−0,358	−247,5	−244,7
$(NO^3)^4Th, NO^3Na, 2H^2O$	501,5	−0,237	−118,8	−173,7
$(NO^3)^4Th, NO^3K, 6,5H^2O$	688,5	−0,341	−235	−246,6
$(NO^3)^4Th, NO^3K, 1,5H^2O$	598,5	−0,139	− 83,2	−175,6
$(NO^3)^4Th, 2NO^3Rb$	774,5	−0,200	−154,9	−202,8
$(NO^3)^4Th, 2NO^3Cs$	870,5	−0,144	−125,3	−236
$5(NO^3)^4Th, 4NO^3NH^4, 25H^2O$	3172,5	−0,287	−910,5	−1081
$5(NO^3)^4Th, 4NO^3NH^4, 9H^2O$	2884,5	−0,193	−556,8	− 862
$(NO^3)^4Th, NO^3NH^4, 8H^2O$	704,5	−0,381	−268,4	− 263
$(NO^3)^4Th, NO^3NH^4, H^2O$	578,5	−0,187	−108,2	− 167,2

Il y a généralement concordance entre le χ^M trouvé et le χ^M calculé dans les combinaisons les plus hydratées. Ces hydrates seraient des combinaisons

(2) HAUROWITZ et KITTEL, *Ber. d. chem. Ges.*, 66, 1933, p. 1046.
(3) PASCAL, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 37.

moléculaires dans lesquelles les constituants ajoutent leurs propriétés magnétiques.

Des différences très notables sont observées entre χ^M trouvé et χ^M calculé pour les combinaisons anhydres

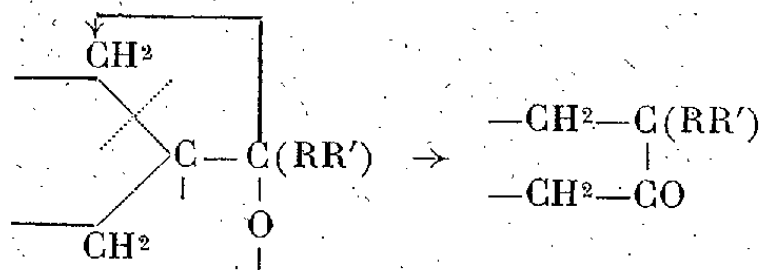


les seules que j'aie pu préparer. De grandes différences sont également observées pour les sels peu hydratés, mais celles-ci s'atténuent jusqu'à presque disparaître par fixation de nouvelles molécules d'eau.

Conclusions. — Ainsi les molécules d'eau retenues par les différents sels au-dessus de 50°C., et qu'on ne peut enlever sans décomposer les sels eux-mêmes, sont de nature différente des autres. Le diamagnétisme de l'eau s'atténue et se dissimule. La molécule $(NO^3)^4Th$ apparaît fortement unie à NO^3Rb et à NO^3Cs dans les sels anhydres qui présentent une atténuation du diamagnétisme des deux constituants.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Augmentation du cycle par transposition semipinacolique dans les séries du cyclohexane et du cyclopentane.* Note de Mlle **Bianca Tchoubar**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Parmi les méthodes permettant de réaliser une augmentation de cycle, l'une des plus simples consiste à recourir aux diverses réactions susceptibles de conduire à une structure intermédiaire telle que la suivante qui se transpose en cyclanone, avec allongement de la chaîne cyclanique

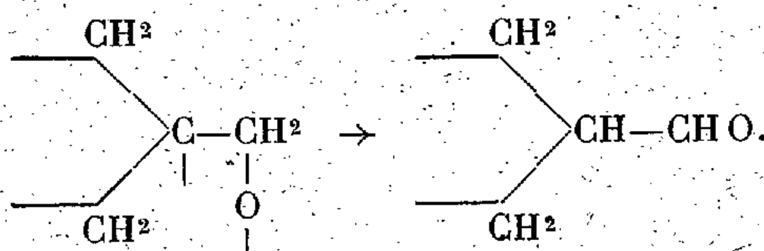


Il y a en effet transposition pinacolique (ou semipinacolique dans le cas où R = R' = H) avec rupture du cycle et passage au cycle supérieur.

Toutefois nous avons constaté, notamment dans la série du méthylène cyclohexane ([1]), que, si cette transposition est possible, elle est souvent

([1]) Tiffeneau, Weill et B. Tchoubar, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 54.

difficile à réaliser. En effet la plupart des réactions usuelles (déshydratation des glycols et isomérisation des époxydes) aboutissent au schéma ci-dessous, qui comporte une transformation en aldéhyde cyclanique sans transposition,



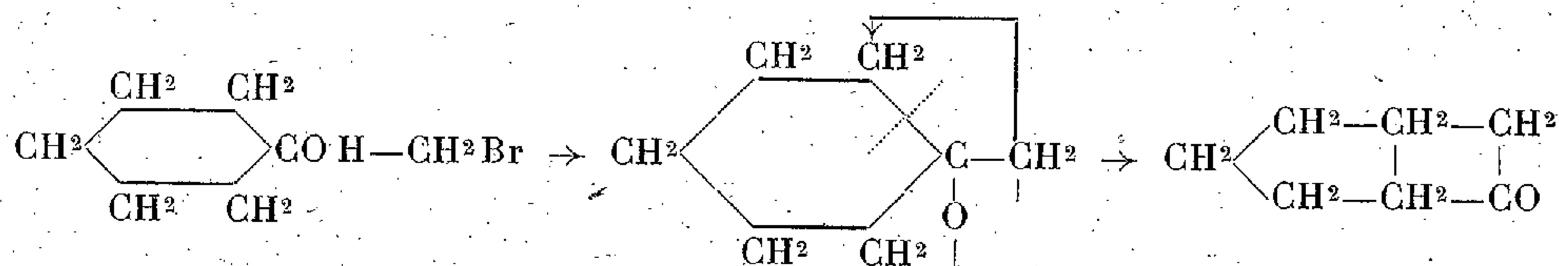
Même avec les halohydrines correspondantes, il ne nous avait pas été jusqu'ici possible, contrairement à notre attente, de réaliser l'augmentation du cycle, car toutes celles préparées par nous répondaient à la formule générale $C^6H^{10}X - CH^2OH$, si bien que leur déshalogénation devait conduire à l'aldéhyde cyclohexylformique. Seul l'aminoalcool obtenu par fixation de NH^3 sur l'époxyde correspondant nous a donné, par désamination nitreuse, la cycloheptanone résultant d'une transposition semipinacolique avec extension de cycle ([1]).

Dans le présent travail nous nous sommes proposé un double but : d'une part chercher à obtenir des halohydrines à halogène primaire $>COH - CH^2X$ de façon que leur déshalogénation magnésienne conduise à la forme semipinacolique ci-dessus; d'autre part généraliser la méthode d'augmentation de cycle par désamination des aminoalcools, non seulement en recourant à des composés de constitution sûre comme ceux préparés par hydrogénation catalytique des cyanhydrines de cyclanones $>COH - CN$, mais aussi en appliquant cette méthode à la série cyclopentanique.

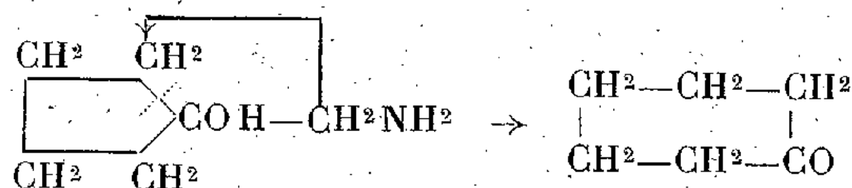
I. *Déshalogénation du bromométhylcyclohexanol-1.* — Nous avons réussi, par hydrolyse ménagée du dibromure de méthylène cyclohexane $C^6H^{10}Br—CH^2Br$ en présence de CO^3Ca, à préparer la bromhydrine $C^6H^{10}(OH)—CH^2Br$ (I) mélangée de son isomère (II) déjà décrit par nous ([2]) et, par déshalogénation magnésienne, nous avons obtenu un mélange d'aldéhyde et de cétone dans lequel nous avons pu, d'une part, caractériser l'aldéhyde cyclohexylformique (amide du produit d'oxydation F. 185°) provenant de la bromhydrine (II) et, d'autre part, isoler la

([2]) M. Tiffeneau et B. Tchoubar, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 918. Le mélange des deux bromhydrines bout à 95-105° sous 18^{mm}.

cycloheptanone provenant de la bromhydrine (I) :



II. *Désamination nitreuse des aminométhyl-1 cyclanols-1.* — En vue de généraliser la réaction de désamination des aminoalcools $>COH-CH^2NH^2$, nous avons entrepris d'appliquer la méthode d'hydrogénation de Goldberg et Monnier (3) aux deux cas les plus simples, ceux des aminoalcools obtenus à partir des cyanhydrines de la cyclopentanone et de la cyclohexanone. La première ($Éb_{40}$ 140°) nous a fourni un aminoalcool ($Éb_{15}$ 95°; chlorhydrate F 190°) qui, par désamination nitreuse, s'est transformé en cyclohexanone (semicarbazone F 168°) :



Quant à la cyanhydrine de la cyclohexanone, elle a fourni, par hydrogénation catalytique, l'aminométhyl-1 cyclohexanol-1 que nous avons identifié à celui décrit antérieurement (4) et qui, par désamination nitreuse, se transpose en cycloheptanone.

Conclusions. — 1° La déshalogénation magnésienne du bromométhyl-1 cyclohexanol-1 fournit le cycloheptanone; 2° la désamination nitreuse de l'aminométhyl-1 cyclopentanol-1 et de l'aminométhyl-1 cyclohexanol-1 fournit respectivement la cylohexanone et la cycloheptanone.

---

(3) M. GOLDBERG et M. MONNIER, *Helv. Chem. Acta*, 23, 1940, p. 376. Ces auteurs ont réussi à transformer le cyanhydrine de la *trans*-déshydro-androstérone (ou de son acétate) en aminoalcool correspondant, puis par désamination de ce dernier à passer d'une phénanthrénocyclopentanone à une phénanthrénocyclohexanone.

(4) TIFFENEAU, WEILL et B. TCHOUBAR, *loc. cit.*

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence des traumatismes sur le métabolisme azoté des tiges feuillées de Pois.* Note de M. **Roger Ulrich**, présentée par M. Marin Molliard.

Sur des tiges feuillées de Pois (*Pisum sativum* L.) de 7 à 8^{cm} de haut et portant 3 à 4 feuilles bien développées, deux séries d'expériences ont été réalisées : *a.* râclage superficiel des entre-nœuds inférieurs; *b.* ablation de l'extrémité de la tige par section transversale au rasoir. Des témoins normaux ont été prélevés au début et à la fin de l'expérience, avant l'apparition des fleurs (témoin final tiges : de 19^{cm} portant 6 à 7 feuilles développées). Après dessiccation, il a été procédé sur tous les lots à la séparation des constituants azotés solubles et insolubles dans l'acide trichloracétique en solution aqueuse à 10 %, puis aux dosages de l'azote suivant les méthodes de Kjeldahl et de Parnas et Wagner.

A. *Râclage superficiel des tiges.* — A la récolte, les plants blessés différaient peu des témoins (hauteur, 16^{cm} environ). Les dosages ont porté soit sur les tiges feuillées entières, soit sur des fragments de tiges limités à la région lésée et privés de feuilles; ils ont fourni les résultats groupés dans le tableau ci-dessous.

	Tiges feuillées			Fragments de tiges	
	normales		blessées	lésés	témoin final
Date des récoltes	23 avril.	18 mai.	18 mai.	18 mai.	18 mai.
I. — Résultats rapportés à 100 exemplaires.					
Poids frais (g)	100	470	306	19,2	23
» sec	12	60,8	42,8	3,4	4
Eau	88	409,2	263,2	15,8	19
Azote soluble (mg)	145	1456	964	16	20
» protéique	403	1727	1209	49	73
» total	548	3183	2173	65	93
II. — Résultats rapportés à 100^g de substance sèche.					
Azote soluble (S) (g)	1,2	2,4	2,2	0,48	0,50
» protéique (P)	3,3	2,8	2,8	1,40	1,80
» total	4,5	5,2	5,0	1,88	2,30
Rapport P/S	2,7	1,1	1,2	2,9	3,6
Eau (g)	733	673	614	464	475

Ces valeurs numériques montrent que, malgré les apparences extérieures, les plantes blessées sont nettement moins développées que les

témoins de même âge : leur poids frais est plus réduit, elles sont moins riches en substance sèche et en eau. Pendant la durée de l'expérience, il s'est accumulé dans les témoins 26^{mg} d'azote par pied et 16 seulement dans les plants blessés, le rapport des protéines aux composés azotés solubles étant à peu près le même dans les deux lots. La matière sèche des tiges feuillées normales s'enrichit en azote soluble pendant le développement tandis que l'azote protéique décroît; la résultante correspond à une immigration azotée importante en provenance des racines. Les mêmes phénomènes s'observent dans les tiges blessées : *le grattage ne gêne donc pas les transformations des substances azotées dans l'ensemble de la tige.*

Les dosages réalisés sur les fragments de tiges montrent la pauvreté de la substance sèche en azote, surtout après blessure. Les fragments de tiges blessés sont moins riches en azote soluble et protéique que les témoins avec déficit marqué en protéines : *il y a donc localement un freinage de l'apport azoté et de la protéogenèse au voisinage de la blessure.*

B. *Ablation de l'extrémité de la tige feuillée.* — Les plants qui ont subi ce pincement se sont peu développés (hauteur totale, 5 à 9^{cm}); les folioles et stipules voisines de la section étaient brunes à la récolte, et il s'était généralement développé un rameau vertical de remplacement. Les plantes blessées possédaient un *appareil radiculaire nettement réduit* et des *nodosités peu nombreuses*. Les dosages ont donné les résultats groupés dans le tableau ci-dessous.

	Résultats relatifs à 100 tiges feuillées. Tiges			Résultats rapportés à 100^{g} de matière sèche. Tiges		
	feuillées normales		pincées	feuillées normales		pincées
Date des récoltes	23 avril.	18 mai.	18 mai.	23 avril.	18 mai.	18 mai.
Poids frais (g).........	100	470	137	—	—	—
» sec...............	12	61	18	—	—	—
Eau....................	88	409	119	733	673	661
Poids des racines........	—	73	43	—	—	—
Azote soluble (S) (g)....	0,14	1,45	0,38	1,2	2,4	2,0
» protéique (P).....	0,40	1,72	0,59	3,3	2,8	3,2
» total.............	0,54	3,17	0,97	4,5	5,2	5,2
Rapport P/S	2,7	1,2	1,5	—	—	—

Chaque plant pincé pèse beaucoup moins qu'un témoin; sa teneur en eau est réduite; les deux formes d'azote y sont beaucoup moins abondantes que chez les témoins de même âge, avec un léger excès d'albumine par rapport aux substances azotées solubles.

Les tiges feuillées de Pois en cours de croissance présentent donc, après blessure, un ralentissement de l'immigration azotée, particulièrement important après pincement; la masse de matière vivante élaborée est beaucoup plus réduite que chez la plante normale. Après râclage, on constate un freinage local de la protéogenèse. Après pincement, le rapport P/S prend des valeurs élevées qu'on peut attribuer soit à l'apparition d'une protéogenèse traumatique peu marquée, soit plutôt à un retard dans l'évolution chimique des plantes blessées. La première hypothèse est en accord avec les observations faites antérieurement sur de nombreux organes (tubercules, bulbes, fruits). En ce qui concerne la seconde, on peut observer que les valeurs trouvées pour les lots blessés sont intermédiaires entre celles qui correspondent aux deux témoins initial et final : l'action apparente la plus nette de la blessure est donc de retarder, sans les supprimer, les phénomènes qui accompagnent normalement la croissance et qui concernent le poids sec, le poids frais et l'azote. Ce freinage est dû vraisemblablement à la perte du méristème terminal dans les tiges pincées, et à la destruction partielle du tissu conducteur pour les plants râclés. En outre nous avons vu plus haut que la taille des parties aériennes réduit la croissance des racines et par suite la nutrition de la plante. Enfin la blessure entraîne une notable perte d'eau dont on connaît depuis longtemps l'importance dans les phénomènes de croissance.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 FÉVRIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Auguste Béhal, dont l'Académie des Sciences déplore la perte, est l'un des représentants les plus éminents de la Chimie organique contemporaine. Son œuvre expérimentale et doctrinale est considérable, mais ce qui, chez notre regretté Confrère, domine de beaucoup celle-ci, c'est le rôle de premier plan qu'il a joué dans le développement de la Chimie organique en France, non seulement en lui recrutant, par son enseignement magistral et didactique, d'innombrables disciples, mais surtout en offrant à tous le magnifique exemple de ce que l'un de ses plus brillants élèves qualifie de volonté indomptable, associée à une activité sans limite. Il sut mettre entièrement l'une et l'autre au service de la Science et de notre Pays.

Né à Lens le 29 mars 1859, d'une modeste famille de cultivateurs, Béhal fit la plus grande partie de ses études au Collège de Béthune et s'engagea de bonne heure dans la carrière pharmaceutique.

Arrivé à Paris en novembre 1879 pour y suivre les cours de l'École de Pharmacie, il y prépare le concours de l'internat en Pharmacie, où l'année scolaire suivante il est reçu le premier sur une promotion qui comprenait une quarantaine d'internes. En 1884, ses études pharmaceutiques terminées, il entre dans le laboratoire de Friedel où, sur les conseils du Maître, il entreprend sa remarquable étude des carbures acétyléniques qui fera l'objet de sa Thèse de Doctorat ès sciences soutenue en 1888. Auparavant, il prend ses grades universitaires et prépare les concours hospitaliers, qui lui font obtenir en 1885 la médaille d'or et en 1886 le titre de Pharmacien

des hôpitaux de Paris. Il en remplit les fonctions d'abord à l'Hôpital Bichat puis, à partir de 1888, à l'Hôpital du Midi, dont il fait un centre de recherches qui attirera de nombreux travailleurs et qui fera de lui un de nos chefs d'école les plus recherchés.

En novembre 1889, Béhal est nommé, au concours, professeur agrégé à l'École de Pharmacie de Paris. L'année suivante, il considère comme un devoir impérieux de donner, en marge du programme officiel jusque-là entièrement en notation équivalentaire, un enseignement de la Chimie organique en notation atomique. Il sollicite et obtient l'autorisation de fonder un cours libre qu'il professa pendant 7 ans de 1890 à 1897, et qui exerça une influence considérable à la fois sur la jeunesse pharmaceutique et sur les étudiants des autres Facultés ou Écoles. Cet enseignement fut publié par Béhal en 1896 dans son beau *Traité de Chimie organique* fondé sur les théories modernes. Le succès en fut éclatant non seulement parce que ce livre comblait une lacune regrettable dans les ouvrages didactiques de l'époque, les étudiants ne disposant alors que de cours polycopiés, mais surtout parce qu'il étendait à toute la France les bénéfices réservés jusque-là aux seuls auditeurs des leçons de Béhal.

En 1892, notre Confrère prend part, comme délégué de la France, aux côtés de Friedel et de ses collègues, Bouveault, Combes, Hanriot et Maquenne, à la Conférence de Genève pour la réforme de la nomenclature en Chimie organique. Mais, dès 1894, Béhal, dont la période d'agrégation avait été anormalement écourtée, voit ses fonctions d'agrégé prendre fin et ce sera seulement en 1898 que lui viendra une compensation inespérée par la nomination de Maître de Conférences de Chimie organique à la Sorbonne, aux côtés de son maître Friedel.

A la mort de celui-ci, survenue en 1899, il est chargé du cours de Chimie organique à la Sorbonne, mais la succession de son Maître échut au professeur Haller, de Nancy. Heureusement l'année suivante il est nommé professeur de Toxicologie à la Faculté de Pharmacie. C'est seulement six ans plus tard, c'est-à-dire dix années après la cessation de son cours libre, que Béhal obtint de cette Faculté la chaire de Chimie organique à laquelle son œuvre et son action le destinaient. Il réorganise son laboratoire, s'entoure de jeunes collaborateurs et donne à son enseignement un éclat inaccoutumé. En 1911 la Société chimique de France où, depuis 1893, il remplissait les fonctions de Secrétaire général, le désigne pour son Président.

Mais la guerre de 1914 va donner une nouvelle impulsion à son activité.

Il est chargé par le Gouvernement de diriger l'Office des Produits chimiques et d'organiser à la fois la production et la répartition des substances nécessaires à la poursuite de la guerre ainsi qu'à l'économie nationale. Il réussit, non sans d'incessantes difficultés, à assurer dans tous ces domaines les besoins les plus urgents. Pendant quatre années il assume la difficile et parfois très ingrate tâche consistant à rassembler et à distribuer les matières premières; il parvient ainsi non seulement à pourvoir régulièrement au ravitaillement de notre industrie chimique, mais encore à permettre à celle-ci de continuer ses exportations. Cette période si active et si fructueuse de la vie de Béhal laissa sur lui une profonde empreinte. Il reconnut, comme il l'avait déjà entrevu en 1907, combien il est indispensable que les laboratoires scientifiques apportent leur concours à nos établissements industriels, et la question des rapports entre la Science et l'Industrie demeura sa préoccupation constante après la guerre.

Il abandonne presque complètement les problèmes théoriques et doctrinaux dont la solution avait été jusque-là son idéal, et dès lors ce sont surtout les questions industrielles concernant la préparation des matières colorantes et des produits pharmaceutiques qui retiennent presque exclusivement son attention et auxquelles il consacre la plus grande part de son activité. C'est dans cet esprit qu'il se passionne pour la création de la *Maison de la Chimie* dont il fut l'un des principaux animateurs.

Bientôt après lui vinrent les honneurs qui, jusqu'alors, lui avaient été si souvent ménagés : il voyait en eux la consécration officielle de la tâche qu'il avait accomplie. En 1922 il préside l'Académie de Médecine, qui l'avait élu en 1906. En 1921, notre Compagnie qui, tout récemment le désigna comme Président, l'avait accueilli dans la Section de Chimie. Enfin le Gouvernement le nommait Grand Officier de la Légion d'Honneur.

L'œuvre expérimentale de Béhal est extrêmement étendue. Elle porte la marque d'un esprit original et sagace. Son premier et principal travail concerne l'étude des carbures acétyléniques, à laquelle il consacra, de 1883 à 1892, les dix premières années de sa vie scientifique et qu'il développa sous ses divers aspects en apportant à cette importante classe des corps tout à la fois des réactifs sûrs, des espèces nouvelles, et enfin une classification logique et définitive. Il aborda ensuite, seul ou avec M. Choay, l'étude des produits de la distillation de bois; il y découvre le gaïacol cristallisé, l'homocrésol et divers éthylphénols, puis, quelques années plus tard, plusieurs cyclénones ou cétones hydrocycliques non saturées. Avec Choay également, il prépare de nouveaux dérivés du chloral et il envisage

les divers problèmes stéréochimiques et théoriques que soulève cette étude. Béhal se passionne ensuite pour le problème de la constitution de cette curieuse cétone bicyclique qu'est le camphre, et il fait une étude magistrale de l'un de ses produits de dégradation, l'acide campholénique. Dix ans plus tard il reprendra cette question du camphre, non plus pour en étudier la constitution, désormais établie définitivement par la synthèse de Komppa, mais pour en réaliser industriellement la préparation à partir du pinène de l'essence de térébenthine.

En 1900 il reprend le problème des anhydrides mixtes d'acides organiques qui en était resté au point où Gerhardt l'avait laissé au moment de sa mort, survenue en 1856. Il s'attache à déterminer quel est celui des deux radicaux qui entre en combinaison avec les réactifs mis en œuvre, et il découvre et décrit les divers anhydrides mixtes de l'acide formique, dont le caractère le plus remarquable est la formation d'oxyde de carbone lorsqu'on les fait agir sur les amines tertiaires.

A la même époque les dérivés organomagnésiens furent découverts par Grignard. Béhal applique aussitôt ces merveilleux réactifs d'une part, avec Sommelet, à la préparation de nombreux éthers oxydes de glycols dont l'hydrolyse lui fournit une méthode très générale de préparation des aldéhydes disubstitués, d'autre part avec notre savant Confrère Tiffeneau, à l'obtention de divers éthers de phénols naturels. Au cours de ce dernier travail il est amené à confirmer la structure linéaire de la chaîne propénylique de l'anéthol et à montrer que la transposition de cette chaîne linéaire en chaîne ramifiée, découverte par M. Bougault, est corroborée par la transposition inverse du pseudo-anéthol à chaîne ramifiée en anisylacétone à chaîne linéaire, sous l'influence des mêmes réactifs.

En 1911 Béhal découvre, parmi les dérivés de l'urée dont l'étude pouvait paraître presque épuisée, deux substances qui deviendront d'importants réactifs en Chimie organique : l'une, la chlorurée, qui constitue un très précieux agent de fixation de l'acide hypochloreux sur les liaisons éthyléniques, ce qui conduit à la synthèse de très nombreuses chlorhydrines de glycols dont son élève Detœuf fit l'étude; l'autre, l'acide cyanurique dont Béhal montre en 1912 l'application qu'on peut en faire à la préparation des allophanates et par ceux-ci à la caractérisation jusque-là si difficile des alcools tertiaires.

Si l'œuvre d'Auguste Béhal fut, comme nous venons de l'exposer, vaste et fructueuse, si son action éducatrice sur les jeunes chimistes de notre pays fut particulièrement forte et féconde, sa vie cependant fut

souvent rude et difficile. Malgré ses succès, notre Confrère éprouva en maintes circonstances des déceptions d'autant plus pénibles que son optimisme était plus confiant et ses illusions plus tenaces. Mais c'est là le sort de beaucoup de novateurs. Sans doute Auguste Béhal eut de magnifiques revanches. C'est surtout en méditant sur les difficultés et les déboires de l'existence de Béhal que la jeunesse de nos Écoles trouvera dans la vie de ce Maître ce que lui-même a voulu donner en exemple : une foi absolue dans la vertu du travail et une confiance inébranlable dans la flamme que tout homme d'élite porte en lui et qu'il a le devoir d'entretenir et de transmettre aux autres.

BIOLOGIE. — *Un paradoxe évolutif : la néoténie chez les Oursins.* Note (¹) de M. **Lucien Cuénot.**

Au cours de l'évolution d'un grand groupe, il n'est pas rare de voir apparaître, à une époque géologique quelconque, des formes présentant des caractères beaucoup plus primitifs que ceux des espèces qui les ont précédées dans le Temps. Un exemple bien connu de ce phénomène paradoxal est celui des Ammonites de la Craie, comme les *Tissotia* du Sénonien, qui ont des cloisons analogues à celles des Cératites permo-triasiques, et les *Neolobites* du Cénomanien qui sont au stade des Goniatites du Dévonien-permien; cependant il est bien probable que *Tissotia* et *Neolobites* descendent, non pas de Cératites et de Goniatites, mais d'Ammonites à cloisons compliquées.

Parmi les Oursins, une petite espèce actuelle de la Méditerranée et de l'Atlantique, l'*Echinocyamus pusillus* O. F. Müller, présente un ensemble curieux de caractères primitifs, mélangés à des caractères modernes qui le déterminent comme Clypeastroïde (symétrie bilatérale suivant le plan de Lovén, anus sur la face orale, appareil masticateur hétérognathe, arrangement pétaloïde des ambulacres de la face aborale, début de cloisons interradiales). La famille à laquelle il appartient, celle des *Fibularidæ*, est relativement récente (Crétacé supérieur, Sénonien).

Les caractères primitifs de l'*Echinocyamus* sont nombreux : la taille est très petite et dépasse rarement 1^{cm} de grand diamètre; des formes voisines, *Lenita patellaris*

(¹) Séance du 3 février 1941.

Leske et *Scutellina lenticularis* Lmk. de l'éocène, sont encore bien plus petites (de 3 à 5mm). Les piquants courts et simples ressemblent à ceux de très jeunes Oursins, après la métamorphose; il n'y a pas de branchies orales et par conséquent pas de scissures péristomiennes. Il n'existe en tout que 5 sphéridies, une par radius, ce qui est un caractère de très jeune Échinide; ce stade est aussi fixé chez les Arbaciadés (sauf *Cœlopleurus*); chez les autres Oursins. les sphéridies augmentent de nombre après la métamorphose. Le prolongement du canal ambulacraire, qui passe à travers la plaque radiale ou terminale du calice (improprement appelée ocellaire), se termine chez les très jeunes Oursins par un tentacule ambulacraire, le premier de tous; après avoir joué un rôle dans la locomotion, celui-ci se résorbe à mesure que se développent les tentacules des zones ambulacraires; finalement il ne laisse comme trace que la perforation de la plaque radiale, occupée par la terminaison en cæcum du canal ambulacraire et par le ruban nerveux radial; or chez l'*Echinocyamus*, il y a encore un court prolongement qui dépasse le test et fait figure de tentacule, homologue du tentacule terminal des bras d'Astéries et d'Ophiures. Les tentacules ambulacraires de la face orale communiquent par un unique canal avec la vésicule placée à l'intérieur du test (caractère embryonnaire), au lieu des deux canaux habituels, que l'on trouve, du reste, sur les ambulacres de la face aborale. L'intestin décrit, de la bouche à l'anus, un peu plus d'un tour de spire complet, tandis que chez les Réguliers et les Spatangues, cette disposition primitive, propre au très jeune Oursin, est masquée par l'allongement secondaire de l'intestin, qui décrit un second tour de spire en sens inverse du premier. Le tube aquifère débouche au dehors par un pore unique, signalé en 1874 par Lovén; c'est la persistance d'un caractère larvaire et embryonnaire; le canal du pore, après avoir traversé la plaque calcaire, débouche dans une ampoule aplatie assez large, qui est un reste de l'entérocœle moyen gauche primitivement interposé entre le tube aquifère et le pore (*ampulla* de Bury).

L'interprétation théorique de la structure composite de l'*Echinocyamus* est très claire; on constate une fois de plus que les diverses parties d'un organisme sont dans une certaine mesure indépendantes les unes des autres au point de vue de leur rapidité d'évolution (*hétérochronie*), ce qui s'accorde fort bien avec la conception particulaire de l'hérédité; tandis que certains traits d'organisation atteignent ou dépassent le niveau qu'ils avaient atteint chez les ancêtres (la migration de l'anus, par exemple), d'autres caractères embryonnaires et même larvaires persistent tels quels, par arrêt de développement; l'*Echinocyamus* n'est pas du tout un Oursin primitif, mais le résultat d'une *néoténie*; celle-ci, par rajeunissement relatif du type de structure, a créé une nouvelle morphologie viable, de même que la néoténie des *Siren*, *Proteus*, *Necturus*, *Typhlomolge* a créé le type Perennibranche à partir d'ancêtres différents, par arrêt du mécanisme thyroïdien de la métamorphose.

De quel ancêtre a pu dériver par néoténie le nouveau type *Echinocyamus*?

Nécessairement d'un Régulier exocycle muni de mâchoires, à périprocte en dehors du cycle calicinal et plus ancien comme âge; il n'est pas invraisemblable de songer à une petite espèce de *Discoidea;* dans ce genre le périprocte a émigré sur la face orale; il y a des indications de cloisons intérieures et les branchies orales semblent faire défaut; les *Discoidea* débutent au Crétacé inférieur (Aptien) et s'éteignent au Sénonien, alors qu'apparaît le groupe des Échinocyames. Les échinologistes s'accordent pour considérer les *Fibularidæ* (*Fibularia*, *Echinocyamus* et genres voisins) comme le point de départ de la riche évolution des Clypeastroïdes; le nouveau type de structure a trouvé dans les mers chaudes du Tertiaire le milieu qui lui convenait; il a donné surtout des espèces littorales, vivant à demi enfoncées dans le sable des plages ou dans des graviers coquilliers, parmi lesquelles des formes géantes, Clypeastres, Scutelles, Rotulides.

Un autre cas probable de néoténie est celui présenté par le *Tiarechinus princeps* Laube : ce petit Oursin, de 5^{mm} de diamètre, a été trouvé dans les marnes de Saint-Cassian (Tyrol), d'âge triasique (Ladinien); la faune, très riche, est remarquable par son nanisme (Mollusques, Brachiopodes, Oursins), ce qui indique un milieu singulier.

Le *Tiarechinus* est tout à fait aberrant en ce qui concerne la constitution des aires interambulacraires : au lieu d'être formée par deux rangées de plaques alternes, chaque aire comprend une plaque péristomienne impaire, puis une série unique de trois longues plaques verticales remplissant tout le reste de l'aire jusqu'au calice. Chaque zone interambulacraire porte sur la face orale quatre tubercules imperforés; le reste de l'aire et le calice sont revêtus uniformément de granules. Embarrassés par cette extraordinaire structure, les échinologistes ont longtemps hésité sur la place à donner ou *Tiarechinus :* Munier-Chalmas le plaçait en dehors des Oursins dans une classe des Blastoéchinides; Duncan en faisait le type d'un ordre nouveau, celui des *Plesiocidaroida,* que Jackson, suivi par Delage et Hérouard, classait parmi les Paléchinides; Bather le considérait comme un Holostome Cidaroidé (de même que Gignoux et Moret), en raison de l'absence de scissures péristomiennes. A. Agassiz (1883) fut le premier à soupçonner des affinités avec les Arbaciadés, qui présentent souvent à l'état adulte une plaque péristomienne impaire dans la zone interambulacraire; mais ce sont surtout Döderlein (1906), puis Lambert et Thiéry (1914) qui précisèrent ces rapports : des Arbaciadés actuels, *Pygmæocidaris prionigera* A. Ag. (mer des Indes), *Habrocidaris* (Antilles, îles Hawaï) et les très jeunes *Arbacia* ont des zones interambulacraires dont on peut faire dériver structuralement celles de *Tiarechinus* par arrêt de développement : la péristomienne impaire, dont l'allongement vertical est amorcé chez *Habrocidaris, Pygmæocidaris* et *Podocidaris sculpta* A. Ag., a pris chez *Tiarechinus* un grand développement, ce qui a forcé les deux plaques de la paire suivante à se redresser parallèlement à la péristomienne. L'aspect général de *Tiarechinus,* dénudé en dessus, armé seulement en dessous de

vingt radioles, rappelle celui d'*Habrocidaris* (30 ou 35 radioles suivant les espèces), des très jeunes Arbaciadés et du *Codiopsis* séquanien; le grand développement du calice dicyclique (dans lequel on n'a pas vu avec certitude de pores génitaux, terminaux et aquifères), la simplicité des zones ambulacraires formées seulement de primaires, sont des caractères de genres primitifs ou de très jeunes Oursins.

Tiarechinus paraît donc être, non pas un archaïque, mais un néoténique développé à partir d'une espèce inconnue, dont les actuels *Habrocidaris* et *Pygmæocidaris* peuvent donner une idée approchée. La seule difficulté, c'est qu'on ne connaît point d'Arbaciadé dans le Trias et le Lias, le représentant le plus ancien de la famille (*Magnosia*) datant du Bajocien, où il est rare; mais de telles lacunes paléontologiques ne sont pas exceptionnelles. Il est possible que *Tiarechinus* soit localisé à Saint-Cassian, comme l'*Amblystoma mexicanum* Shaw, néoténique de l'*A. tigrinum* Green, est localisé au Mexique dans le lac Xochimilco; jusqu'ici le gisement tyrolien de l'Oursin est le seul certain; encore y est-il fort rare.

Il apparaît de plus en plus clairement que le processus dont nous venons d'examiner quelques exemples a joué dans l'évolution des êtres un rôle considérable; par le jeu de l'hétérochronie, il rend compte de la naissance imprévisible de nouveaux types de structure, à capacité évolutive rajeunie, qui ont toutes les valeurs systématiques, depuis l'espèce jusqu'au clade. On a désigné ce processus général sous des noms variés, plus ou moins synonymes : néoténie (Kollmann), progénèse (Giard), pædomorphose (Garstang), fœtalisation (Bolk), archallaxis, déviation et aromorphose (Sewertzow); ce que E. Devaux appelle la modification des allures du développement, et Mac Bride la dislocation du développement, doivent encore lui être rattachées. On conçoit que l'événement néoténique, quelle qu'en soit la cause, peut aboutir à la naissance, en un même temps et dans le même lieu, d'un certain nombre d'individus modifiés, de sorte que l'établissement d'un type nouveau est possible; le fait même de la néoténie, supprimant le croisement avec l'espèce-mère, réalise l'isolement.

GÉOMÉTRIE. — *Les trigonométries des espaces à n dimensions.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Nous considérerons d'abord, en conservant nos notations [1], un exemple illustrant la corrélation entre la planimétrie lobatchewskienne et la trigo-

---

[1] *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 141

nométrie de l'hyperboloïde de révolution. Soit ABC un triangle curviligne dont les côtés a, b, c sont des arcs des courbes d'intersection de l'hyperboloïde $x^2+y^2-z^2=1$ respectivement avec les plans $z_3(x-y\cot c)-x_3 z=0$, où $x_3=\sqrt{1+z_3^2}$, $y=0$ et $z=0$. En raison de ces données et des conventions faites ([1]), et en notant que dans le cas considéré, $\sqrt{\varepsilon}=\sqrt{-1}=i$, les déterminants Δ, Δ_1, Δ_2 deviennent respectivement

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos c & \sin c & 0 \\ x_3 & 0 & iz_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} iz_3\sin c & -iz_3\cos c & -x_3\sin c \\ 0 & iz_3 & 0 \\ 0 & 0 & \sin c \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} iz_3\sin c & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}iz_3\sin 2c & iz_3\sin^2 c & 0 \\ ix_3 z_3\sin c & 0 & -z_3^2\sin c \end{vmatrix}.$$

En substituant les éléments de ces déterminants dans les équations (6) et (7) ([1]), il ne faut pas perdre de vue que les $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, etc. sont des cosinus et des sinus généralisés, déterminés par la valeur du paramètre ε figurant dans les deuxièmes parties de ces équations. Pour éluder des malentendus, il peut être préférable d'écrire $\cos_\varepsilon\alpha$ pour désigner $\cos\sqrt{\varepsilon}\,\alpha$ et $\sin_\varepsilon\alpha$ pour désigner $\sin\sqrt{\varepsilon}\alpha : \sqrt{\varepsilon}$, etc.; mais dans ce travail nous pourrons ne pas avoir recours à cette discrimination, n'ayant à utiliser que des fonctions circulaires ou hyperboliques. En faisant la substitution men-

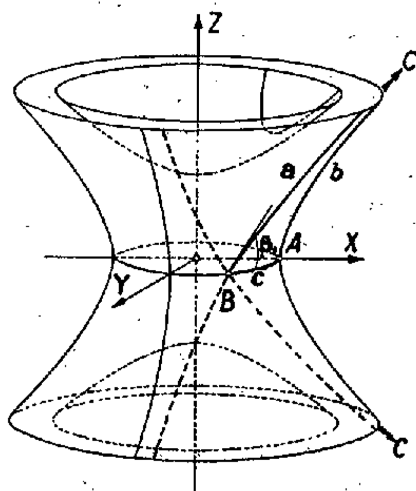


Fig. 1.

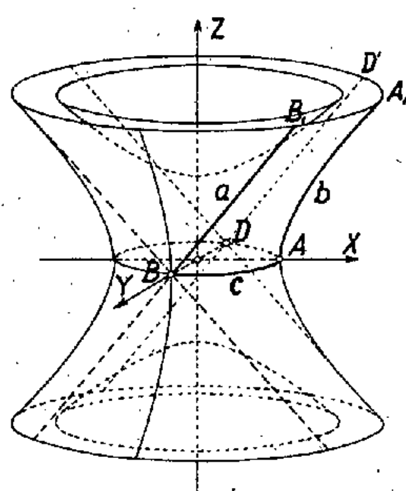


Fig. 2.

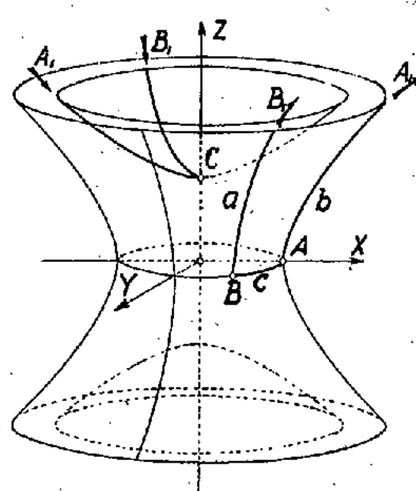


Fig. 3.

tionnée ci-dessus et en effectuant un passage à la limite pour z_3 et x_3 tendant vers l'infini, ce qui revient à éloigner indéfiniment le point C du point A (*fig.* 1), on trouve que $\operatorname{ch}\beta=i\operatorname{tang}c$, $\operatorname{sh}\beta=-i\operatorname{séc}c$, $\operatorname{sh}\gamma=0$.

Pour éliminer i de ces équations, il faut se rappeler des conventions, relatives au sens direct sur les branches des hyperboles conjuguées, que nous avons faites ([1]) et qui sont interprétées schématiquement sur les figures 4 et 5.

Il est intéressant de constater qu'on peut interpréter, en appliquant le principe de continuité géométrique, les périodes imaginaires $2\pi i$ des fonctions hyperboliques comme le double de l'aire *transillimitée* $2\varkappa$ balayée par le rayon vecteur d'un point P parcourant les branches des hyperboles conjuguées dans le sens direct (*fig.* 5). En posant

$$\beta = \frac{3}{2}\pi i + \beta' = \frac{3}{2}\varkappa + \beta',$$

on a

$$(1) \qquad \operatorname{sh}\beta' = -\operatorname{tang} c, \qquad \operatorname{ch}\beta' = \operatorname{séc} c, \qquad \operatorname{tgh}\beta' = -\sin c.$$

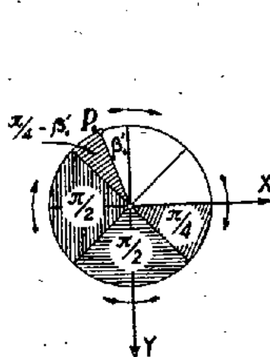


Fig. 4.

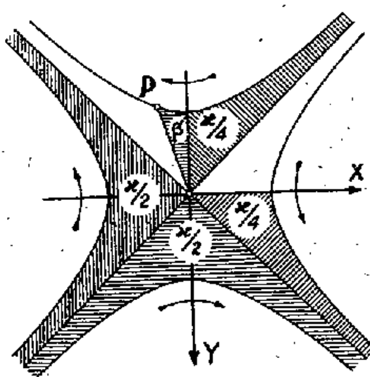


Fig. 5.

Si l'on effectue le même calcul, mais en utilisant des angles circulaires et si l'on pose, dans l'intervalle $|c| \overline{\gtrless} \pi/2$, $\sin c = \operatorname{sh}\omega$, on trouve

$$(2) \qquad \sin\beta_1 \operatorname{ch}\omega = 1, \qquad \cos\beta_1 = \operatorname{tgh}\omega, \qquad \operatorname{tang}\beta_1 = \operatorname{coséc} c.$$

Il résulte des équations (1) et (2) que $\operatorname{tgh}\beta' = -\operatorname{cotg}\beta_1$ et l'on constate, en comparant les figures 1 et 5, qu'il doit en être effectivement ainsi. L'équation $\sin\beta_1 \operatorname{ch}\omega = 1$ correspond à l'équation fondamentale des parallèles de Lobatchewsky. Sur chacune des figures 1 et 2 on voit les deux *parallèles* à la *droite* AC qui passent par le point B, ces figures correspondant respectivement aux valeurs $\pi/4$ et $\pi/2$ de c. Dans ce deuxième cas ($c = \pi/2$), les parallèles BC (BB_1) à la *droite* AC (AA_1) sont les droites situées sur l'hyperboloïde et passant par le point B. Le plan sécant déterminant la courbe BC coupe aussi, en général, l'hyperboloïde conjuguée et l'on aperçoit sur la nappe supérieure de ce dernier (*fig.* 1), l'une des branches de la courbe déterminée par cette intersection. On peut interpréter ce

résultat en disant que les *parallèles* AC et BC se rapprochent indéfiniment mais divergent ensuite à nouveau. La somme des angles dans le triangle ABC est inférieure à π, mais on peut aussi tracer sur les hyperboloïdes conjugués des triangles dans lesquels la somme des angles surpasse π, comme le *triangle* ABC représenté dans la figure 3 le fait voir. Cette remarque semble éclairer d'un jour nouveau la géométrie riemannienne.

Nous avons admis que les points A et B sont situés dans le plan $z=0$, mais il est évident que ce n'est pas une limitation indispensable.

Précisons maintenant les modifications que doivent subir les identités (1), (2), (3) [1] lorsqu'on veut les appliquer aux espaces à n dimensions ($n>3$). Soient M, M_1, M_2 trois matrices dont les éléments sont disposés sur trois lignes et respectivement sur n, N_1 et N_2 colonnes. Les $3N_1$ et $3N_2$ éléments des matrices M_1 et M_2 sont les déterminants du deuxième ordre qu'on peut extraire respectivement des matrices M et M_1. On a

$$2N_1 = n(n-1) \quad \text{et} \quad 2N_2 = N_1(N_1-1).$$

Le nombre N_3 des déterminants du troisième ordre qu'on peut extraire de la matrice M est déterminé par l'équation $2.3.N_3 = n(n-1)(n-2)$. Pour $n=4$, on a $N_1=6$, $N_2=15$, $N_3=4$; pour $n=5$, $N_1=10$, $N_2=45$, $N_3=10$ etc. Nous écrirons les identités fondamentales correspondant au cas $n=4$, mais les remarques que nous venons de faire et la symétrie des formules permettent de les compléter facilement pour les faire correspondre à un n quelconque.

Dans le cas $n=4$, nous conviendrons de désigner les éléments des matrices M, M_1, M_2 respectivement $(x_\nu, y_\nu, z_\nu, t_\nu)$, $(a_\nu, b_\nu, c_\nu, d_\nu, e_\nu, f_\nu)$, $(A_\nu, B_\nu, C_\nu, \ldots, O_\nu, P_\nu)$, l'indice ν indiquant la ligne sur laquelle est disposé l'élément $\nu=1, 2, 3$. Nous conviendrons aussi de désigner par Δ_x, Δ_y, Δ_z, Δ_t les quatre déterminants du troisième ordre extraits de la matrice M, les indices x, y, z, t correspondant à la colonne omise, et de désigner par $\Sigma x_1 x_2$, $\Sigma a_2 a_3$, ΣA_1^2 etc. les expressions $x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 + t_1 t_2$, $a_2 a_3 + b_2 b_3 + \ldots + f_2 f_3$, $A_1^2 + B_1^2 + \ldots + P_1^2$ etc. Avec ces notations il vient

$$(3) \quad \Sigma x_3 x_1 \Sigma x_2 x_1 - \Sigma x_1^2 \Sigma x_2 x_3 = \Sigma a_2 a_3, \qquad \Sigma a_3 a_1 \Sigma a_2 a_1 - \Sigma a_1^2 \Sigma a_2 a_3 = \Sigma A_2 A_3,$$

$$(4) \quad \Sigma A_1^2 : \Sigma x_1^2 = \Sigma A_2^2 : \Sigma x_2^2 = \Sigma A_3^2 : \Sigma x_3^2 = \Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2 + \Delta_t^2.$$

On obtient les quatre identités non écrites en permutant les indices 1, 2, 3 dans chacune des identités (3). En raison de ce qui a été dit dans notre travail précité [1], les identités (3) et (4) doivent être considérées,

comme les formules fondamentales des trigonométries de l'espace à quatre dimensions. Ces identités étant très générales, elles peuvent aussi trouver des applications importantes dans les autres domaines des mathématiques.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la méthode de prospection des couches géologiques par les radiations pénétrantes.* Note (¹) de M. **Edmond Rothé**.

Toutes les prospections que j'ai exécutées par les rayons pénétrants ont montré que chaque terrain produit, à l'intérieur d'une chambre d'ionisation à parois épaisses, un nombre d'ions déterminé. Il me paraît cependant utile de donner encore quelques détails sur les conditions expérimentales, la grandeur des effets constatés, la fidélité de l'appareillage et la précision des résultats.

Dans une Note de MM. J. Bricard et J. Jung (²), il est dit en effet : « Il apparaît tout d'abord que l'intensité de la radiation pénétrante tellurique est du même ordre de grandeur, quel que soit le substratum géologique des stations : granits, laves ou tufs volcaniques ou marnes oligocènes (13 à 22 ions, moyenne 16). Peut-être les sédiments oligocènes émettent-ils un rayonnement plus faible que les terrains volcaniques ou éruptifs, mais les différences sont trop petites et nos mesures trop peu nombreuses pour que nous puissions confirmer les discriminations de cet ordre établies par E. Rothé et ses collaborateurs pour les roches d'Alsace ».

Si l'on estime que les chiffres 13 et 22, dont la différence 9 est à peu près égale à 50 % de la valeur observée, sont du même ordre, il est de toute évidence qu'un grand nombre de couches et de roches apparaîtront comme identiques au point de vue de la radioactivité. On sait bien cependant que, si les teneurs des roches en substances actives sont très faibles, elles sont encore suffisamment élevées et différentes (c'est un résultat du calcul), pour permettre une distinction nette par leur effet dans une chambre d'ionisation. Je m'élève contre une conclusion qui ne tendrait à rien moins qu'à jeter le doute sur les tracés de profils ou d'isorades exécutés par différents chercheurs au cours de ces dernières années (³).

(¹) Séance du 3 février 1941.

(²) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 485.

(³) L. N. Bogoiavlensky et A. Lomakine, *Bull. Inst. Prakt. Geophys.*, 3, 1927, p. 87-112; L. Bogoiavlensky, *Beitr. z. angew. Geophys.*, 4, 1934, p. 437-451; E. Rothé et Mme A. Hée, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 892; 203, 1936, p. 268; 204, 1937, p. 1835; W. Lutz, *Beitr. z. Angew. Geophys.*, 8, 1940, p. 211-226.

Manière d'observer et précision. — L'électromètre Kolhörster utilisé est sensible et fidèle; l'erreur probable est faible si l'on s'astreint à observer non pas pendant 10 minutes, sur des bancs moyennement actifs, mais pendant 40 minutes au moins (diminution de l'erreur relative due aux pointés). Avant d'aborder aucune application, je m'étais rendu compte par des mesures préliminaires exécutées pendant plusieurs jours consécutifs en un même point à Strasbourg, à différentes heures de la journée à des pressions et températures différentes, de la grandeur des erreurs commises. Je me suis toujours astreint à commencer les mesures à partir d'un potentiel suffisamment élevé des boucles de quartz correspondant à une région où la courbe d'étalonnage est suffisamment rectiligne.

Le tableau contient les résultats de dix opérations satisfaisant à ces conditions. La première colonne indique la date, la deuxième la déviation initiale des boucles au temps 0 minute. Viennent ensuite les déviations aux temps 10, 20, 30, 40 minutes et les pertes de voltage par minute Δ, d'après la courbe d'étalonnage, entre 0-10, 10-20, 20-30, 30-40 minutes. La dernière colonne indique la déviation par minute entre 0 et 40 minutes.

Date.	0min.	10min.	Δ_0^{10}.	20min.	Δ_{10}^{20}.	30min.	Δ_{20}^{30}.	40min.	Δ_{30}^{40}.	Δ_0^{40}.
2.....	177,5	165,2	1,23	152,5	1,27	140,2	1,23	128,7	1,15	1,2200
3.....	171,8	159,7	1,21	148,5	1,12	135,5	1,30	124,7	1,08	1,7775
4.....	171,7	159,7	1,20	147,2	1,25	135,5	1,17	124,6	1,09	1,7775
4.....	175,2	163,2	1,20	150,3	1,29	138,5	1,18	125,5	1,30	1,2425
5.....	174,7	160,8	1,39	149,2	1,16	137,1	1,21	125,5	1,16	1,2300
6.....	170,8	158,9	1,19	146	1,29	134	1,20	122	1,20	1,2200
6.....	172,5	161,2	1,13	148	1,32	135,1	1,29	124,0	1,11	1,2125
8.....	173,5	161	1,25	147	1,40	136,1	1,09	124,9	1,12	1,2150
9.....	169	157	1,20	166	1,10	134,9	1,11	121,5	1,34	1,1875
10.....	175,2	162,8	1,24	150	1,28	137,6	1,24	126,5	1,11	1,2175
Moy.			1,224		1,248		1,202		1,166	1,210

Ce tableau est déjà éloquent par lui-même : j'ai pris aussi les moyennes pour un plus grand nombre d'observations. Les résultats sont très voisins.

Pour passer des pertes par minute aux ions produits par cm³ et minute, il suffit de multiplier les pertes par la constante de l'instrument, 8,414.

Dans le tableau ci-après figurent, pour chaque intervalle de 10 minutes et pour 40 minutes, en ions, les moyennes $M = \Sigma\Delta/10$, $EM = \pm\, \Sigma\delta/(n/2)$ appelées erreur moyenne ou écart moyen d'une observation, où δ est la différence entre la valeur observée et la moyenne; $EMC = \sqrt{\Sigma\delta^2/(n-1)} =$ erreur du moyen carré, appelée aussi erreur moyenne d'une observation; $EMCM = \sqrt{\Sigma\delta^2/[n(n-1)]} =$ erreur du moyen carré de la moyenne; EP,

erreur probable d'une observation = EM × 0,845369 = EMC × 0,674506 (moyenne entre les deux valeurs trouvées); EPM, erreur probable de la moyenne = EMCM × 0,674506, approximativement EMCM × 2/3.

Erreurs.

	0-10.	10-20.	20-30.	30-40.	0-40.
	l	l	l	l	l
M	10,30	10,50	10,11	10,65	10,18
EM	0,36	0,61	0,44	0,58	0,14
EMC	0,56	0,79	0,57	0,75	0,18
EP moyenne	0,34	0,52	$0,37_5$	0,50	0,12
EMCM	0,18	0,25	0,18	0,23	0,057
EPM	0,12	0,17	0,12	0,15	0,038

La valeur moyenne est ainsi $10^l,18 \pm 0,038$.

Ce tableau des erreurs des observations isolées ou de la moyenne pour 40 minutes et pour 10 minutes dans les différentes parties de l'échelle montre la précision qu'il est possible d'atteindre en opérant dans les conditions requises. Il est possible de discuter sur de petites différences d'ionisation et de les interpréter. Cette interprétation n'est certes pas sans difficultés : comme dans toutes les méthodes de prospection, la topographie de la région introduit des complications, ainsi que le mort-terrain et la présence des émanations dont l'effet est d'ailleurs faible, comme Lutz l'a indiqué.

Malgré ces difficultés, je confirme que les multiples déterminations sur le terrain dans les Vosges et en Auvergne, dont le nombre dépasse aujourd'hui deux centaines (sans faire entrer en ligne de compte les opérations faites pour mettre au courant de la méthode les géologues qui ont bien voulu me consulter), suivies d'un nombre plus grand encore de mesures de laboratoire par les rayons α sur les échantillons recueillis dans les stations, toujours d'accord avec les précédentes, ne peuvent laisser aucun doute sur la réalité des phénomènes relatés. La fidélité est prouvée non seulement par le tableau précédent d'observations échelonnées au même point (sans que l'appareil ait été bougé), mais par le fait qu'à trois années d'intervalle nous avons obtenu au col de Welschbruch, en face du chalet Poincaré de la Faculté des Sciences de Strasbourg, en une station dont l'emplacement a pu varier de quelques centimètres seulement, 10^l avec une erreur EM $0^l,4$.

On trouvera les données sur les roches des Vosges et d'Auvergne dans

deux Mémoires détaillés ([4]). Ils apportent la preuve qu'il faut étudier individuellement chaque échantillon de lave de basalte, de granite, de roche sédimentaire dont la teneur est beaucoup plus variée qu'on ne se le figure en général pour chaque espèce de roche. Il existe des laves comme des basaltes ou des granites très actifs, tandis que d'autres n'offrent aucune activité.

CORRESPONDANCE.

L'**École supérieure des Industries chimiques de Nancy** adresse à l'Académie l'expression de ses sentiments de condoléance à l'occasion du décès de M. *A. Béhal.*

M. **Georges Perrier**, au nom du **Comité national de Géodésie et Géophysique** et de la **Société française de Photogrammétrie**, adresse des remercîments pour les subventions qui ont été attribuées à ces deux organismes.

M. **André Mauzin** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

TOPOLOGIE. — *Espaces minimaux et espaces complètement séparés.* Note de M. **Nicolas Bourbaki**, présentée par M. Élie Cartan.

1. On sait que tout espace *compact* E possède la propriété suivante ([1]) : toute application continue biunivoque de E sur un espace topologique séparé ([2]) est bicontinue. Je me propose principalement, dans cette Note,

---

([4]) *Ann. Inst. Phys. Globe Strasbourg pour* 1936. Nouvelle série. 1, 3e Partie, *Géophysique,* 1939, p. 7; *pour* 1937, 2, 1941, p. 9 ss.

([1]) On en trouvera, par exemple, une démonstration dans mes *Éléments de mathématique,* Livre III, Chap. I, p. 63 (*Actualités scient. et industr.,* n° 858, Paris, 1940).

([2]) Rappelons qu'un espace est *séparé* ou *de Hausdorff* si, pour tout couple de points distincts a, b, il existe un voisinage de a et un voisinage de b sans point commun.

d'étudier tous les espaces *séparés* jouissant de cette propriété. Une propriété équivalente est celle-ci : *toute topologie séparée, moins fine que la topologie de* E, *lui est nécessairement identique*. Aussi donnerai-je à ces espaces le nom d'*espaces séparés minimaux*.

2. *Pour qu'un espace séparé* E *soit minimal, il faut et il suffit que tout filtre ayant pour base des ensembles ouverts de* E *et possédant au plus un point adhérent soit convergent.*

La condition est *nécessaire*. Soit $\mathcal{F}$ un tel filtre; soit a un point tel que tout point $b \neq a$ soit non adhérent à $\mathcal{F}$. Les ensembles ouverts qui, ou bien ne contiennent pas a, ou bien appartiennent à $\mathcal{F}$, sont les ensembles ouverts d'une topologie séparée, moins fine que la topologie $\mathcal{T}$ de E, et par suite identique à $\mathcal{T}$. Donc $\mathcal{F}$ converge vers a.

La condition est *suffisante*. Soit f une application continue biunivoque de E dans un espace séparé E'. Montrons que f est bicontinue, et pour cela que l'image réciproque $\mathcal{F}$ du filtre $\mathcal{F}'$ des voisinages d'un point quelconque a' de E', est convergente dans E. $\mathcal{F}$ a pour base les ensembles ouverts, images réciproques des ensembles ouverts contenant a'; $\mathcal{F}$ possède au plus un point adhérent, puisque si a est adhérent à $\mathcal{F}$, $f(a)$ est adhérent à $\mathcal{F}'$, donc $f(a) = a'$. $\mathcal{F}$ est donc convergent.

3. La condition ci-dessus se décompose en deux :

1° Tout filtre ayant une base formée d'ensembles ouverts a au moins un point adhérent.

2° Tout filtre ayant une base formée d'ensembles ouverts et possédant un seul point adhérent converge vers ce point.

La condition 1° est nécessaire et suffisante pour que E soit *absolument fermé* (« H-abgeschlossen »); on vérifie son équivalence avec la condition d'Alexandroff-Urysohn ([3]). La condition 1° n'est pas suffisante pour que E soit minimal : il existe des espaces absolument fermés et non minimaux ([4]). Rappelons que, pour un espace *régulier* ([5]), la condition 1° entraîne la compacité.

4. Cherchons à caractériser les espaces séparés minimaux *non compacts*.

Si E est un tel espace, il existe, sur E, un ultrafiltre $\mathcal{F}$ non convergent. Les ensembles ouverts qui appartiennent à $\mathcal{F}$ engendrent un filtre $\mathcal{F}'$ qui a

---

([3]) Voir Alexandroff-Hopf, *Topologie*, I, p. 90.

([4]) *Ibid.*, p. 31 (exemple 1°).

([5]) *Éléments*, Livre III, Chap. I, p. 38.

au moins deux points adhérents a et b. Le complémentaire d'un voisinage fermé de a (ou de b) n'appartient pas à $\mathcal{F}$, sinon il appartiendrait à $\mathcal{F}'$, et a (ou b) ne serait pas adhérent à $\mathcal{F}'$; donc tout voisinage fermé de a (ou de b) appartient à $\mathcal{F}$, puisque $\mathcal{F}$ est un ultrafiltre (6). Par suite, *tout voisinage fermé de a rencontre tout voisinage fermé de b.*

Si l'on appelle *complètement séparé* tout espace dont aucun couple de points distincts ne possède cette propriété, on voit que *tout espace minimal complètement séparé est compact.*

On voit aisément qu'un des espaces non complètement séparés formés par Urysohn (7) est minimal; un tel espace n'est pas compact.

5. Il n'existe pas nécessairement de topologie *compacte* moins fine que la topologie d'un espace séparé E, même si E est *métrisable.*

Un exemple est fourni par la droite rationnelle Q; en effet, dans toute topologie séparée, moins fine que celle de Q, l'espace est réunion dénombrable d'ensembles fermés sans point intérieur (savoir les ensembles réduits aux points de Q), donc l'espace ne peut être compact. Je n'ai pu décider s'il y a une topologie minimale moins fine que celle de Q; en tout cas, on peut former une suite de topologies séparées $\mathcal{C}_n$, telle que $\mathcal{C}_0$ soit la topologie de la droite rationnelle, que $\mathcal{C}_{n+1}$ soit strictement moins fine que $\mathcal{C}_n$, et qu'il n'existe aucune topologie séparée moins fine que toutes les $\mathcal{C}_n$.

Si θ_n est une suite de nombres *irrationnels* partout dense dans la droite réelle R, il suffit de prendre pour $\mathcal{C}_n$ la topologie la plus fine parmi celles qui sont moins fines que $\mathcal{C}_0$ et font converger vers o les traces, sur Q, des filtres des voisinages de $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ dans R.

6. Pour qu'un espace soit complètement séparé, il *suffit* que, pour tout couple de points distincts a et b, il existe une fonction continue numérique prenant des valeurs distinctes en a et b. Pour qu'un espace E jouisse de cette propriété, il faut et il suffit que la topologie de E soit plus fine qu'une topologie d'espace *complètement régulier.* C'est suffisant (8); c'est néces-

(6) *Éléments*, Livre III, Chap. I, p. 26 (proposition 5).

(7) P. URYSOHN, *Math. Ann.*, 94, 1925, p. 268.

(8) Voir par exemple A. WEIL, *Sur les espaces à structure uniforme* (*Actualités scientif. et industr.*, n° 551, Paris, 1937); voir p. 13.

saire, car si Φ désigne l'ensemble de toutes les fonctions numériques continues sur E, la topologie la moins fine rendant continues les fonctions de Φ est séparée et uniformisable [9].

Il y aurait lieu de déterminer si tout espace *régulier* jouit de la propriété précédente; il existe en tout cas des espaces *non réguliers* qui la possèdent [10].

GÉODÉSIE. — *Mesures de l'intensité de la pesanteur en France pendant l'année* 1940. Note [1] de M. **Raoul Goudey**, présentée par M. Georges Perrier.

Le tableau ci-contre donne les valeurs de l'intensité de la pesanteur en 53 stations françaises; elles sont situées pour la plupart dans le Sud de la France.

Les mesures ont été effectuées au moyen de deux gravimètres Holweck-Lejay, n°s 518 *bis* et 651.

Ce tableau est conforme aux prescriptions de l'Association internationale de Géodésie. Les altitudes proviennent, en général, d'un rattachement direct à un repère du Nivellement général de la France : elles sont exactes à un mètre près. Celles qui sont inscrites en italiques, provenant d'un nivellement barométrique ou d'une estimation d'après une carte, sont moins précises.

Les valeurs de g publiées ici sont rapportées aux stations de référence

	Besançon.	Toulouse.
g..........	980,750	980,437

Les stations inscrites en caractères compacts sont des stations répétées.

La correction de Bouguer a été calculée avec la densité uniforme de 2,7; la correction topographique n'a pas été faite.

---

(9) *Éléments*, Livre III, Chap. II, p. 117.
(10) *Éléments*, Livre III, Chap. I, p. 40, exercice 18.

(1) Séance du 3 février 1941.

Stations	Long.	Lat.	Alt.	Date.	g observés.	g_0.	g''_0.	γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Emplacements.
	° ′	° ′	m		g	g	g	g	mg	mg	g	mg	mg	
Laissac..................	2.49,2	44.23,2	*640*	5, 7 X	980,411	980,608	980,536	980,560	+ 48	− 24	980,574	+ 34	− 38	Maison Bouty.
Rodez..................	2.34,4	44.21,1	632	14 »	980,402	980,597	980,526	980,557	+ 40	− 31	980,571	+ 26	− 45	Cathédrale.
Carmaux..................	2. 9,7	44. 3,1	245	15 »	980,477	980,553	980,525	980,530	+ 23	− 5	980,544	+ 9	− 19	Eglise.
Albi..................	2. 8,4	43.55,6	175	15 »	980,496	980,550	980,530	980,519	+ 31	+ 11	980,533	+ 17	− 3	Eglise.
Lagardelle..................	1.23,5	43.24,8	195	18 »	980,418	980,478	980,456	980,472	+ 6	− 16	980,486	− 8	− 30	Eglise.
Saverdun..................	1.34,4	43.14,0	234	18 »	980,365	980,437	980,411	980,456	− 19	− 45	980,470	− 33	− 59	Eglise.
Pamiers..................	1.36,4	43. 7,0	*278*	19 »	980,332	980,418	980,386	980,446	− 28	− 60	980,460	− 42	− 74	Cathédrale.
Foix..................	1.36,4	42.58,1	386	19 »	980,285	980,404	980,360	980,432	− 28	− 72	980,446	− 42	− 86	Eglise.
Ax-les-Thermes..........	1.50,2	42.43,3	722	20, 21 »	980,159	980,382	980,300	980,410	− 28	−110	980,424	− 42	−124	Eglise.
L'Hospitalet..............	1.47,8	42.35,2	1.432	21 »	979,992	980,434	980,272	980,398	+ 36	−126	980,412	+ 22	−140	B. des Mines.
Bourg-Madame...........	1.56,6	42.26,1	1.141	21 »	980,063	980,415	980,286	980,384	+ 31	− 98	980,398	+ 17	−112	Eglise.
Montlouis..............	2. 6,8	42.30,0	1.584	22 »	979,991	980,480	980,301	980,390	+ 90	− 89	980,404	+ 76	−103	Eglise.
Quillan..................	2.11,0	42.52,4	289	23 »	980,310	980,399	980,366	980,424	− 25	− 58	980,438	− 39	− 72	Eglise.
Puivert..................	2. 2,6	42.55,2	483	23 »	980,264	980,413	980,358	980,428	− 15	− 70	980,442	− 29	− 84	Eglise.
Lavelanet..............	1.51,0	42.56,1	517	24 »	980,246	980,406	980,347	980,429	− 23	− 82	980,443	− 37	− 96	Eglise.
Mirepoix..............	1.52,2	43. 5,3	308	24 »	980,319	980,414	980,379	980,443	− 29	− 64	980,457	− 43	− 78	Eglise.
Limoux	2.13,2	43. 3,3	*172*	25 »	980,356	980,409	980,390	980,440	− 31	− 50	980,454	− 45	− 64	Eglise.
Arques..................	2.18,0	42.57,2	360	25 »	980,321	980,432	980,391	980,431	+ 1	− 40	980,445	− 13	− 54	Eglise.
Saint-Paul-de-Fenouillet..	2.30,2	42.48,7	*262*	26 »	980,338	980,419	980,389	980,418	+ 1	− 29	980,432	− 13	− 43	Eglise.
Estagel..................	2.41,9	42.46,3	77	26 »	980,402	980,426	980,417	980,414	+ 12	+ 3	980,428	− 2	− 11	Eglise.
Perpignan..............	2.53,0	42.41,4	34	27, 29 »	980,401	980,411	980,407	980,407	+ 4	0	980,421	− 10	− 14	Eglise St-Martin.
Le Boulou..............	2.50,0	42.31,5	*89*	28 »	980,382	980,409	980,399	980,392	+ 17	+ 7	980,406	+ 3	− 7	Eglise.
Port-Vendres..............	3. 6,5	42.31,2	10	28 »	980,436	980,439	980,438	980,392	+ 47	+ 46	980,406	+ 33	+ 32	Eglise.
Sigean..................	2.58,7	43. 1,9	*17*	30 »	980,456	980,461	980,459	980,438	+ 23	+ 21	980,452	+ 9	+ 7	Eglise.
Narbonne..............	3. 0,2	43.11,2	13	30 »	980,458	980,462	980,461	980,452	+ 10	+ 9	980,466	− 4	− 5	Cathédrale.
Lézignan	2.45,5	43.12,1	53	31 »	980,428	980,444	980,438	980,453	− 9	− 15	980,467	− 23	− 29	Eglise.
Carcassonne	2.21,8	43.12,2	148	31 X, 8 XI	980,390	980,436	980,419	980,453	− 17	− 34	980,467	− 31	− 48	Eglise St-Nazaire.
Montréal..............	2. 8,4	43.12,0	275	1 XI	980,349	980,434	980,403	980,453	− 19	− 50	980,467	− 33	− 64	Eglise.
Villefranche-de-Lauraguais.	1.43,0	43.23,9	181	2 »	980,399	980,455	980,434	980,471	− 16	− 37	980,485	− 30	− 51	Eglise.
Montgiscard	1.34,4	43.27,3	193	2 »	980,408	980,468	980,446	980,476	− 8	− 30	980,490	− 22	− 44	Eglise.
Caraman..............	1.45,3	43.31,8	293	5 »	980,397	980,487	980,454	980,483	+ 4	− 29	980,497	− 10	− 43	Eglise.
Revel..................	2. 0,2	43.27,3	210	6 »	980,398	980,463	980,439	980,476	− 13	− 37	980,490	− 27	− 51	Eglise.
Saissac..................	2.10,0	43.21,4	*447*	6 »	980,343	980,481	980,430	980,467	+ 14	− 37	980,481	0	− 51	Eglise.
Caunes..................	2.31,6	43.19,6	*190*	7 »	980,403	980,462	980,440	980,465	− 3	− 25	980,479	− 17	− 39	Eglise.
Conques..................	2.24,0	43.16,1	*160*	7 »	980,400	980,449	980,431	980,459	− 10	− 28	980,473	− 24	− 42	Eglise.
Rouffiac..................	2.17,7	43. 7,8	*157*	9 »	980,372	980,420	980,402	980,447	− 27	− 45	980,461	− 41	− 59	Eglise.
Alzonne..................	2.10,5	43.15,2	127	12 »	980,389	980,428	980,414	980,458	− 30	− 44	980,472	− 44	− 58	Eglise.
Castelnaudary..........	1.57,2	43 19,0	190	12 »	980,385	980,444	980,422	980,464	− 20	− 42	980,478	− 34	− 56	Eglise.
Le Fousseret..........	1. 3,8	43.16,9	*300*	14 »	980,363	980,456	980,422	980,460	− 4	− 38	980,474	− 18	− 52	Eglise.
Aurignac..............	0.52,8	43.13,2	417	14 »	980,332	980,461	980,414	980,455	+ 6	− 41	980,469	− 8	− 55	Eglise.
Cassagnabère..........	0.47,4	43.13,7	394	15 »	980,336	980,458	980,413	980,456	+ 2	− 43	980,470	− 12	− 57	Eglise.
Boulogne..............	0.38,9	43.17,4	341	15 »	980,359	980,464	980,425	980,461	+ 3	− 36	980,475	− 11	− 50	Eglise.
Larroque-Peyret.........	0.28,5	43.18,5	354	16 »	980,357	980,466	980,426	980,463	+ 3	− 37	980,477	− 11	− 51	Eglise.
Monlong..............	0.27,8	43.12,5	413	16 »	980,324	980,451	980,404	980,454	− 3	− 50	980,468	− 17	− 64	Eglise.
Lannemezan..............	0.23,1	43. 7,7	588	17 »	980,300	980,481	980,415	980,447	+ 34	− 32	980,461	+ 20	− 46	Eglise.
Bagnères-de-Bigorre	0. 8,6	43. 3,8	560	18, 23, 29 XI	980,286	980,459	980,396	980,441	+ 18	− 45	980,455	+ 4	− 59	Observatoire.
Vielle-Adour..............	0. 6,6	43. 8,9	414	25 XI	980,319	980,447	980,400	980,448	− 1	− 48	980,462	− 15	− 62	Eglise.
Lourdes..................	−0. 2,8	43. 5,9	402	25 »	980,336	980,460	980,414	980,444	+ 16	− 30	980,458	+ 2	− 44	Eglise.
Ossun..................	−0. 1,9	43.10,9	368	26 »	980,337	980,451	980,409	980,451	0	− 42	980,465	− 14	− 56	Eglise.
Tarbes..................	0. 4,0	43.14,0	311	26 »	980,353	980,449	980,414	980,456	− 7	− 42	980,470	− 21	− 56	Cathédrale.
Chelle-Debat..............	0.13,7	43.18,2	198	27 »	980,385	980,446	980,424	980,462	− 16	− 38	980,476	− 30	− 52	Eglise.
Tournay..................	0.14,5	43.11,0	265	27 »	980,351	980,433	980,403	980,452	− 19	− 49	980,466	− 33	− 63	Eglise.
Capvern..................	0.18,7	43. 6,4	606	28 »	980,286	980,473	980,404	980,445	+ 28	− 41	980,459	+ 14	− 55	Eglise.

RELATIVITÉ. — *Sur la théorie d'une expérience de cinématique.* Note ([1]) de M. **Fernand Prunier.**

M. Dufour avait proposé, en 1935, un projet ([2]) d'expérience mettant en œuvre un critérium du premier ordre entre la cinématique classique et la cinématique relativiste, que j'avais signalé peu auparavant ([3]). L'appareil envisagé par M. Dufour devait se composer d'un disque horizontal D, portant un moteur M, qui actionnait par l'intermédiaire d'un pignon denté E deux couronnes circulaires identiques R et R′ solidaires de deux disques A et A′, et centrées sur le centre O du disque D. Deux repères, marqués sur A et A′, au lieu de se rencontrer à chaque tour de A et A′ au-dessus du même point de D, devaient, d'après la relativité et selon le critérium en question, se rencontrer en des points variables de D se déplaçant sur D en sens inverse de la rotation ω_0 de ce disque.

M. Langevin a objecté ([4]) que l'appareil de M. Dufour assurait, non pas la relation d'égalité en valeur absolue des vitesses linéaires, par rapport au disque D, de deux points des disques A et A′ situés initialement sur une même verticale, comme il était nécessaire pour l'application du critérium, mais une relation d'égalité en valeur absolue entre les vitesses angulaires par rapport au disque D, à laquelle correspond en relativité une inégalité des vitesses linéaires. Mais ce résultat n'est établi qu'en admettant comme point de départ qu'un observateur O sans rotation, immobile sur l'axe XOY des disques, attribue à une dent de chacune des couronnes R et R′, en rotation ω et ω' pour cet observateur, une épaisseur $\varepsilon = 2\pi r/n$, r étant le rayon des couronnes, et n le nombre des dents. En d'autres termes, l'observateur galiléen O attribue la même épaisseur à la dent, la même longueur à la circonférence des couronnes, que ces couronnes et le disque tournent ou ne tournent pas. Sans doute cela est d'accord avec le fait que l'épaisseur propre de la dent ou la longueur de la circonférence, pour un observateur lié à la couronne R par exemple, sont

$$\frac{\frac{2\pi r}{n}}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 r^2}{c^2}}} \quad \text{ou} \quad \frac{2\pi r}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 r^2}{c^2}}}$$

([1]) Séance du 3 février 1941.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 894.

([3]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 46 et Langevin, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 48.

([4]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1161.

(paradoxe d'Ehrenfest). Mais, outre que cette valeur propre de l'épaisseur de la dent conduirait sans doute, pour ω très petit et r très grand, c'est-à-dire, à la limite, pour le mouvement d'une crémaillère, qui serait une translation, à une conclusion difficile à admettre, on trouve d'autres textes d'auteurs de la relativité d'après lesquels la longueur de la circonférence vue par l'observateur O sans rotation est plus grande qu'au repos (EINSTEIN, *Quatre conférences sur la théorie de la relativité*, par exemple p. 53), comme aussi d'autres textes (BECQUEREL, *Le principe de relativité*, errata, p. VIII), d'après lesquels ce serait le contraire. Nous nous trouvons donc en présence de trois affirmations d'après lesquelles le nombre π', rapport entre la circonférence et son diamètre, serait, dans un plan en rotation, pour un observateur sans rotation, égal à π, supérieur à π, inférieur à π.

Dans ces conditions, reprenons l'examen du problème. Plaçons-nous au point de vue de l'observateur galiléen O_1, situé au centre du pignon E, animé de la vitesse linéaire de ce centre, mais non lié au disque. Les dents des couronnes R et R' ont par rapport à lui des vitesses linéaires v_1 et v'_1 de sens opposés. La rotation du pignon a pour effet de déplacer les couronnes de nombres égaux de dents, et si ces dents ont pour épaisseur par rapport à l'observateur O_1 respectivement ε_1 et ε'_1, on a : $v_1/v'_1 = -\varepsilon_1/\varepsilon'_1$. Si nous nous plaçons d'abord dans le cas particulier où le pignon E serait situé au centre O du disque D, ce qui exigerait que les couronnes eussent pour centre un autre point de ce disque, il semble bien que, ε étant l'épaisseur des dents pour O_1 quand les couronnes sont au repos par rapport au disque tournant, on ait : $\varepsilon_1 = \varepsilon\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}$ et $\varepsilon'_1 = \varepsilon\sqrt{1-(v_1'^2/c^2)}$. Dans le cas où le pignon est en un endroit quelconque du disque, il nous semble encore que, l'épaisseur des dents en prise étant ε, couronnes au repos, pour l'observateur O_1, elle devient, quand le moteur M est mis en marche, justiciable seulement de la contraction de Lorentz pour ce même observateur, puisque l'accélération du mouvement des dents est normale à leur vitesse; elle doit donc prendre la valeur ε_1 ou ε'_1 comme ci-dessus. On doit donc pouvoir écrire

$$\frac{v_1}{v'_1} = -\sqrt{\frac{1-\frac{v_1^2}{c^2}}{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}},$$

d'où $v_1 = -v'_1$.

Et, plus simplement, on arrive à la même conclusion en remarquant que les dents des couronnes doivent avoir les mêmes vitesses que les dents du pignon avec lesquelles elles sont en prise à un instant donné de O_1, et

que ces dents du pignon, situées sur la verticale de O_1, ont certainement mêmes vitesses pour lui.

Si u est la vitesse de O_1, et v et v' les vitesses des dents par rapport à O, on a

$$v_1 = \frac{v-u}{1-\frac{vu}{c^2}}, \qquad v'_1 = \frac{v'-u}{1-\frac{v'u}{c^2}}.$$

On en tire facilement la valeur $4\pi ru = 4\omega_0 A/c^2$ du décalage, évalué en temps, à l'aide de l'aire A incluse dans les couronnes, pour un tour des couronnes, des points de rencontre des repères. Et l'on voit que ce décalage tiendrait uniquement à la formule de composition des vitesses de la relativité.

C'est donc à la valeur à attribuer à l'épaisseur des dents des couronnes en prise en O_1 que tient la possibilité d'attribuer un sens théorique à l'expérience indiquée par M. Dufour. Si, comme ce qui vient d'être dit nous conduit à le penser, elle a bien un tel sens, puisque, par ailleurs, si délicate soit-elle, elle n'en serait pas moins réalisable (surtout si l'on pouvait encore perfectionner les moyens d'observation), et qu'elle a l'avantage de ne pas faire intervenir des parcours lumineux, il y aurait lieu de ne pas la perdre de vue.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Facteurs de probabilité et constantes physiques.* Note de M. **Jean-A. Reboul**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il a été indiqué [1] comment les formules que l'expérience a données pour la compressibilité et la dilatation des solides ou des liquides peuvent s'interpréter à partir de considérations de probabilité; il a été également signalé comment les mêmes considérations peuvent être appliquées à certains phénomènes biologiques. Il n'y avait là que des cas particuliers d'application d'un principe très général qui peut s'énoncer comme il suit :

Toutes les lois physiques (ou biologiques) peuvent être considérées comme des lois de probabilité d'action de causes diverses et les constantes physiques comme des coefficients de probabilité.

Si dq est la variation d'actif d'un facteur d'énergie considéré comme

---

(1) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 149 et 151.

agent et dU la variation d'actif correspondante d'un deuxième facteur pris comme *test* de la modification produite, le principe sera exprimé analytiquement par la formule

$$\alpha\, dq = \frac{dU}{U},$$

le facteur de probabilité α pouvant suivant les cas être une constante ou une fonction plus ou moins simple des actifs q et U des facteurs d'énergie envisagés. Ce facteur α se confond souvent avec une des constantes physiques que l'expérience a permis de définir et de déterminer, en outre il est toujours caractéristique du phénomène étudié.

Dans le cas de la compressibilité des solides ou des liquides, α est égal au coefficient de compressibilité; dans les phénomènes de dilatation il se confond, du moins dans un domaine de température assez faible, avec le coefficient de dilatation.

Quand il s'agit d'augmentation de volume ou de pression sous l'action de la température, α se trouve être égal à l'inverse de la température absolue T lorsque le gaz peut être considéré comme parfait.

Si l'on a affaire aux phénomènes radioactifs, α devient alors la constante radioactive; dans ce cas α est une constante indépendante de tous les facteurs d'énergie connus.

Le facteur α devient le coefficient d'absorption dans les phénomènes d'absorption lumineuse; dans ce cas il ne dépend pas de l'intensité incidente, mais dépend d'autres facteurs : longueur d'onde, indice de réfraction et par conséquent température et pression qui sont susceptibles d'agir sur ce dernier.

Examinons en particulier le cas correspondant à la polarisation diélectrique ou à l'aimantation. Soient H le champ magnétique ou électrique agissant sur une substance et $\mathfrak{J}$ l'intensité d'aimantation ou de polarisation correspondante; quand l'intensité du champ augmente de dH, celle de l'aimantation ou de la polarisation varie de $d\mathfrak{J}$; comme c'est le hasard qui désigne soit les magnétons qui s'orientent, soit les molécules qui se polarisent sous l'action du champ, on aura

$$\alpha\, dH = \frac{d\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}} \quad \text{et} \quad \mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0 e^{\int_0^H \alpha\, dH};$$

Si α est constant et suffisamment faible, cette dernière formule se ramène à

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0(1 + \alpha H).$$

Le facteur de probabilité α ainsi défini n'est pas autre chose que la susceptibilité magnétique ou électrique.

Pour les corps diamagnétiques comme le cuivre ($\alpha = -0,66.10^{-6}$) ou pour des paramagnétiques comme le chlorure ferrique ($+2,87.10^{-6}$), l'extrême faiblesse de la susceptibilité justifie amplement l'arrêt au premier terme du développement en série de l'exponentielle; il le sera moins dans le cas de la polarisation diélectrique $\alpha = 0,23$ pour le soufre et 0,14 pour l'ambre; enfin il ne l'est plus pour les substances ferromagnétiques.

Dans le cas de ces dernières, le facteur de probabilité α est fonction du champ H et la courbe

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 \, e^{\int_0^{H} \alpha \, dH}$$

aura une forme sigmoïde (voir les courbes de première aimantation des substances ferromagnétiques).

De cette dernière courbe on tire facilement les valeurs de $\alpha = \mathcal{J}'/\mathcal{J}$, et l'on trouve que ce facteur augmente d'abord avec H, passe par un maximum, puis décroît; ce maximum, très nettement accusé, coïncide, à peu de chose près, avec celui de la perméabilité ou de la susceptibilité magnétique, de telle sorte que l'on peut dire, dans le cas des corps ferromagnétiques, que le champ pour lequel la perméabilité est maxima est aussi celui pour lequel la perméabilité d'orientation d'un magnéton est également maxima.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'expression analytique d'un principe universel.* Note de M. **Georges Reboul**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il a été énoncé précédemment un principe susceptible d'embrasser toute les disciplines scientifiques [1]. Pour lui donner une forme mathématique, on considère tout système phénoménal comme formé par une collectivité d'individus fictifs ou réels (points géométriques ou matériels, atomes, molécules, électrons, magnétons, cellules, êtres organisés etc.) soumis à un certain nombre de facteurs d'énergie dont l'actif est susceptible de s'exprimer en nombres; la répartition de ces actifs sur les divers individus de la collectivité se fait suivant les règles du calcul des probabilités et caractérise l'état du système; l'évolution de ce dernier se traduit par

---

[1] Voir la Note précédente.

des modifications de cette répartition ou des changements d'équilibre statistique.

Dans un système où entrent un très grand nombre d'individus souvent hypothétiques, on ne peut, la plupart du temps, dénombrer ceux qui ont été atteints ou non par la rupture d'équilibre; on enregistre simplement le résultat, c'est-à-dire un nouvel équilibre se rattachant au premier par un gain ou une perte dans l'actif de certains facteurs d'énergie. On est donc amené à introduire dans les raisonnements la notion de variation de l'actif d'un facteur d'énergie pris comme témoin de la modification subie par le système physique; cette introduction se fait au moyen du rapport dU/U qui est *la probabilité physique ou naturelle* pour que la variation élémentaire dU de l'actif du facteur considéré fasse partie de la valeur primitive U de cet actif.

La probabilité physique ainsi définie diffère de la probabilité mathématique par ce fait que nous lui attachons un signe et qu'elle implique une idée de gain ou de perte. En outre, toutes les fois qu'il y a, entre les divers individus de la collectivité, possibilité d'équipartition de l'énergie et par conséquent de l'actif des divers facteurs qui la constituent, la probabilité naturelle dU/U est la probabilité qui existe pour un individu de la collectivité d'être atteint par la variation dU du facteur envisagé.

Ceci posé, on montre aisément que, dans un système fermé en équilibre où il y a possibilité d'équipartition, la somme des probabilités naturelles des divers facteurs est nulle, de sorte que les conditions de l'équilibre statistique sont données par la relation

$$\sum \frac{dU}{U} = 0.$$

Si le système est en voie d'évolution, la relation devient

$$\sum \frac{dU}{U} = \frac{dN}{N},$$

N étant le nombre des individus de la collectivité et dN ceux qui sont atteints par les variations d'actif dU des facteurs.

Dans les expressions précédentes chaque terme dU/U est affecté d'un signe + ou — : deux facteurs en corrélation directe ayant des signes contraires, et les mêmes signes s'ils sont en corrélation inverse.

Si l'on ne peut admettre la possibilité d'équipartition, il faut associer à la probabilité dU/U un coefficient de restriction β qui pourra être une constante ou une fonction plus ou moins compliquée des actifs des divers

facteurs. L'expression du principe devient alors

$$\sum \beta \frac{dU}{U} = 0,$$

dans le cas de l'équilibre et

$$\sum \beta \frac{dU}{U} = \frac{dN}{N},$$

dans le cas de l'évolution.

Soit, par exemple, une masse gazeuse comprenant N molécules et soumise aux facteurs d'énergie pression, volume et température.

Si le gaz est parfait, on aura, puisqu'il y a possibilité d'équipartition,

$$(1) \qquad -\frac{dT}{T} + \frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dN}{N};$$

T est pris avec le signe — parce que la température est en corrélation directe avec la pression et le volume.

Si, au contraire, les conditions de l'expérience ne permettent pas d'admettre la possibilité d'équipartition (gaz réel), il faudra écrire

$$(2) \qquad -\beta \frac{dT}{T} + \beta' \frac{dp}{p} + \beta'' \frac{dv}{v} = \frac{dN}{N}.$$

En posant

$$p + \frac{a}{v^2} = p' \quad \text{et} \quad v - b = v',$$

les facteurs de probabilité ont les valeurs

$$\beta = 1, \quad \beta' = \frac{p}{p'}, \quad \beta'' = 2\frac{p}{p'} + \frac{v}{v'} - 2.$$

L'intégration de l'équation (1) donne la loi de Mariotte et celle de (2) la formule de van der Waals.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'obtention de corpuscules de spin élevé par la fusion de corpuscules de spin* $(1/2)(h/2\pi)$. Note [1] de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

Il convient de distinguer le cas des corpuscules de spin $[(2k+1)/2](h/2\pi)$ de celui des corpuscules de spin $n(h/2\pi)$. Nous allons montrer que

[1] Séance du 3 février 1941.

les premiers sont obtenus par la fusion de $(2k+1)$ corpuscules de spin $(1/2)\,(h/2\pi)$ obéissant à la même équation de Dirac [mêmes matrices α_i, mêmes constituants (w/c), $\vec{P}$, $m_0 c$]; les seconds sont obtenus par la fusion de n corpuscules obéissant à l'équation de Dirac ordinaire, et de n corpuscules obéissant à l'équation conjuguée (matrices α_1, $-\alpha_2$, α_3, $-\alpha_4$), ce qui exprime, en nous rapportant à notre distinction entre directions et dimensions, que l'on intervertit le sens des deux trièdres directionnel et dimensionnel.

Au lieu de Ox, Oy, Oz, on a Oy, Ox, Oz, et au lieu de : longueur, temps, masse; on a : temps, longueur, masse; ce qui se traduit par passage de la masse propre m_0 à la valeur $-m_0$.

Posons $\lambda = i\alpha_k\alpha_4$ et calculons le spin S_k en unités $h/2\pi$.

Cas de deux corpuscules (1 de Dirac et 1 conjugué). On a

$$S_k = \left(\left|\frac{1}{\lambda}\right. - \left|\frac{\lambda}{1}\right. \right)\frac{1}{2},$$

avec notre notation du produit extérieur des matrices

$$S_k^2 = \frac{1}{2}\left[\left|\frac{1}{1}\right. - \left|\frac{\lambda}{\lambda}\right. \right] \quad \text{et} \quad S_k^4 = S^2,$$

d'où valeurs du spin $S_k = 0$, $S = \pm 1$.

Cas de trois corpuscules de Dirac

$$S_k = \frac{1}{2}\left(\left|\begin{array}{c}1\\ \hline \lambda\\ \hline 1\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}1\\ \hline 1\\ \hline \lambda\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}\lambda\\ \hline 1\\ \hline 1\end{array}\right. \right), \qquad S_k^2 = \frac{1}{4}(3 + 2\tau),$$

en posant

$$\tau = \left|\begin{array}{c}1\\ \hline \lambda\\ \hline \lambda\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}\lambda\\ \hline \lambda\\ \hline 1\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}\lambda\\ \hline 1\\ \hline \lambda\end{array}\right.,$$

on a $\tau^2 = 3 + 2\tau$, d'où $4S_k^2 \pm 4S_k - 3 = 0$, d'où $S_k = \pm 1/2$ et $S_k = \pm 3/2$.

Cas de quatre corpuscules (deux de Dirac et deux conjugués).

La matrice donnant le spin est

$$S_k = \frac{1}{2}\left[\left|\begin{array}{c}1\\ \hline 1\\ \hline 1\\ \hline \lambda\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}1\\ \hline \lambda\\ \hline 1\\ \hline 1\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}1\\ \hline 1\\ \hline \lambda\\ \hline 1\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}\lambda\\ \hline 1\\ \hline 1\\ \hline 1\end{array}\right. \right].$$

On a $S_k^2 = 1/2\,(2+\tau)$ avec

$$\tau = \left[\left|\begin{array}{c}1\\\hline\lambda\\\hline 1\\\hline\lambda\end{array}\right. + \left|\begin{array}{c}\lambda\\\hline 1\\\hline\lambda\\\hline 1\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}\lambda\\\hline 1\\\hline 1\\\hline\lambda\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}1\\\hline 1\\\hline\lambda\\\hline\lambda\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}1\\\hline\lambda\\\hline\lambda\\\hline 1\end{array}\right. - \left|\begin{array}{c}\lambda\\\hline\lambda\\\hline 1\\\hline 1\end{array}\right.\right],$$

qui vérifie l'équation

$$\tau^3 - 4\tau^2 - 12\tau = 0 \quad \text{ou} \quad \tau(\tau+2)(\tau-6) = 0,$$

à $\tau = 0$ correspond $S_k = \pm 1$ en unité $h/2\pi$, à $\tau = -2$ correspond $S_k = 0$, à $\tau = 6$ correspond $S_k = \pm 2$.

La raison profonde de cette différence de traitement suivant la parité du spin se manifeste par un choix convenable de matrices dans chaque cas.

Pour le corpuscule de spin $(1/2)(h/2ct)$, on utilise des matrices à 8 lignes et 8 colonnes qui proviennent de la distinction du i de ict de celui de $x+iy$ [2]. Nous avons, pour représenter le spin, les matrices

$$i\left|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\begin{Vmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{Vmatrix}\end{array}\right., \qquad i\left|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\begin{Vmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{Vmatrix}\end{array}\right., \qquad i\left|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\begin{Vmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{Vmatrix}\end{array}\right.,$$

que nous pouvons écrire $(l_{12}-l_{21})-(l_{34}-l_{43})$; $(l_{23}-l_{32})-(l_{14}-l_{41})$; $(l_{31}-l_{13})-(l_{24}-l_{42})$. Ce sont les matrices représentant les rotations infinitésimales dans un sous-espace, c'est-à-dire le groupe g'_3, sous-groupe du groupe d_3 des rotations de l'espace.

Pour un corpuscule de spin $h/2\pi$, nous pouvons construire des matrices λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 et 1 telles que $\lambda_J^3 = \lambda_J$.

Une représentation en est donnée par les matrices suivantes, à six lignes et colonnes (représentation non irréductible) :

$$\lambda_1 \equiv i\left\|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\mathcal{R}_1\end{array}\right., \qquad \lambda_2 \equiv i\left\|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\mathcal{R}_2\end{array}\right., \qquad \lambda_3 \equiv i\left\|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\\\hline\mathcal{R}_3\end{array}\right., \qquad \lambda_4 \equiv \left|\begin{array}{c}\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix}\\\hline\begin{Vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{Vmatrix}\end{array}\right.,$$

[2] JEAN ROUBAUD-VALETTE, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 1177.

où

$$\mathcal{R}_1 \equiv \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \mathcal{R}_2 \equiv \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \mathcal{R}_2 \equiv \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

qui vérifient

$$\begin{matrix} \mathcal{R}_i \mathcal{R}_J - \mathcal{R}_J \mathcal{R}_i = \mathcal{R}_K \\ \mathcal{R}_i^2 \mathcal{R}_J + \mathcal{R}_J \mathcal{R}_i^2 = -\mathcal{R}_J \end{matrix} \qquad (iJK = 1, 2, 3).$$

Le spin est

$$S_K = S_{iJ} = i \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}}{\mathcal{R}_i \mathcal{R}_J \mathcal{R}_J \mathcal{R}_i} = i \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}}{\mathcal{R}_K}$$

en unités $h/2\pi$. Or on a

$$\vec{dv} = \mathcal{R}_1 \vec{v}\, d\theta x, \ \ldots,$$

les matrices $\mathcal{R}$ représentent donc les transformations infinitésimales du groupe d_3 des rotations de l'espace.

ONDES THERMIQUES. — *Sur la validité du principe d'Huyghens-Fresnel.* Note de M. **Robert Potier**, présentée par M. Louis de Broglie.

On sait que le principe d'Huyghens-Fresnel a reçu, dans le cas de la lumière, et la confirmation par l'expérience et la justification théorique, reposant sur les équations de l'optique électromagnétique.

On peut chercher à étendre le mode de raisonnement employé pour la démonstration de ce principe au cas des ondes thermiques.

Si T_ν représente une oscillation harmonique, de pulsation ν, de la température en un point $M(x, y, z)$ d'une substance homogène, on sait qu'on peut écrire

$$\Delta T_\nu = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial T_\nu}{\partial t}, \qquad (1)$$

Δ représentant le laplacien, α étant une constante de la substance.

On peut poser, ainsi qu'il est courant de le faire en physique,

$$T_\nu = R(\psi_\nu) \quad \text{avec} \quad \psi_\nu = a_\nu e^{i\nu t},$$

$R(\psi_\nu)$ signifiant partie réelle de ψ_ν; a_ν est une fonction complexe de x, y, z, et ψ_ν satisfait à (1).

Mais, en vertu de sa forme particulière, ψ_ν satisfait aussi à l'équation

$$(2)\qquad \Delta\psi_\nu = \frac{1}{i\nu\alpha^2}\frac{\partial^2\psi_\nu}{\partial t^2},$$

ce qui permet de définir la *vitesse de propagation* complexe de ψ_ν,

$$(3)\qquad V_\nu = \alpha(1+i)\sqrt{\frac{\nu}{2}}.$$

Soient Σ une surface entourant l'origine O des coordonnées, S une sphère de centre O, et de rayon ε arbitrairement petit. Soit r la distance du point M (x, y, z) à O

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Posons

$$(4)\qquad \Phi_\nu(x, y, z, r, t) \equiv \psi_\nu\left(x, y, z, t - \frac{r}{V_\nu}\right).$$

Ces notations étant définies, formons, comme dans la théorie classique, le vecteur $\vec{A}$ dont les composantes (ici *complexes*) sont

$$A_x = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_\nu}{\partial x}\left(x, y, z, t - \frac{r}{V_\nu}\right), \quad \ldots.$$

Et prenons l'intégrale triple de $\operatorname{div}\vec{A}\,d\omega$ étendue au domaine ϖ compris entre S et Σ. L'application du théorème d'Ostrogradsky permet d'écrire la relation

$$(5)\qquad 4\pi\psi(0, 0, 0, t) = \iiint_\varpi \left(\Delta\Phi_\nu - \frac{\partial^2\Phi_\nu}{\partial r^2}\right)d\omega + \iint_\Sigma \left[\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_\nu}{\partial n}\left(x, y, z, t - \frac{r}{V_\nu}\right) - \cos(\vec{n}, \vec{r})\frac{\partial\left(\frac{\Phi_\nu}{r}\right)}{\partial r}\right]d\sigma$$

(où $\partial/\partial n$ est la dérivée normale au sens habituel, $\vec{n}$ est le vecteur normal à Σ et $\vec{r}$ le vecteur $\overline{OM}$).

L'intégrale triple de la relation (5) s'annule en vertu de (2) et (4).

En égalant les parties réelles des deux membres de (5), nous résoudrons le problème posé.

Remarquons d'abord que

$$R(\Phi_\nu) = e^{-\frac{r}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{2}}}\,T_\nu\left(x, y, z, t - \frac{r}{\alpha\sqrt{2\nu}}\right).$$

La formule (5) devient alors

$$(6)\qquad 4\pi(T_\nu)_0 = \iint_\Sigma e^{-kr}\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial T_\nu}{\partial n}\left(t-\frac{r}{v}\right) - \frac{\partial \frac{T_\nu}{r}\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial r}\cos(\vec{n},\vec{r}) + k\frac{T_\nu}{r}\left(t-\frac{r}{v}\right)\cos(\vec{n},\vec{r})\right\}d\sigma$$

avec

$$k = \frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{2}} \quad \text{et} \quad v = \alpha\sqrt{2\nu}.$$

La formule (6) montre que l'on peut expliquer la variation de température en O par l'action de vibrateurs thermiques disposés sur Σ, retardés de $\tau = r/v$; mais les amplitudes et les phases de ces vibrateurs ne sont pas celles que le postulat d'Huyghens-Fresnel indique.

On savait déjà que, dans le cas de la lumière, il y a une variation de $\pi/2$ dans la phase lors de la *réémission* de la lumière par les sources fictives réparties sur Σ. Ici, les choses sont moins simples. Le déphasage à la réémission existe, et il dépend de l'importance relative des termes figurant sous le signe d'intégrale double.

Par exemple, dans le cas d'une onde thermique plane, diffractée par une ouverture percée dans un écran (dont le plan est parallèle aux plans d'onde), si $a\sin\omega t$ est la forme analytique de l'amplitude des vibrations thermiques sur l'écran, la répartition de vibrateurs fictifs dans l'ouverture sera obtenue par superposition des deux répartitions uniformes suivantes : $(a\omega/v)\cos\omega t$ et $ak\sin\omega t$.

Comme $k=\omega/v$, nous voyons que ces deux répartitions ont même amplitude maximum, et sont déphasées entre elles de $\pi/4$. Ceci donne pour la répartition résultante un déphasage de $\pi/2$ seulement et une amplitude de $\sqrt{2}$ fois supérieure à celle indiquée par le principe d'Huyghens-Fresnel. Les corrections apportées ainsi à ce postulat sont, par conséquent, importantes.

On pourrait traiter, par le procédé indiqué dans la présente Note, d'autres types d'ondes amorties, notamment les ondes électromagnétiques, les ondes lumineuses en milieu absorbant et certaines ondes amorties qui interviennent en théorie des quanta.

THERMOÉLECTRICITÉ. — *Sur le microradiomètre. Construction de modèles nouveaux.* Note [1] de M. P. **Le Roux**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le microradiomètre, qui a été imaginé à peu près en même temps par d'Arsonval [2] et Boys [3], a été employé depuis par quelques physiciens; Féry [4], entre autres, en a construit un et l'a utilisé pour des mesures photométriques. Mais depuis plus de 25 ans le microradiomètre a peu retenu l'attention des chercheurs et, à ma connaissance, il n'existe pas de constructeur pouvant fournir cet appareil.

En utilisant des aimants que m'a confiés M. A. Cotton, j'ai réussi à construire plusieurs microradiomètres malgré les grandes difficultés que j'ai rencontrées pour me procurer les matériaux dont j'ai eu besoin. Je vais donner ici la description de deux de ces appareils répondant à des caractéristiques différentes.

Premier appareil. — J'ai utilisé un aimant Holtzer de forme circulaire, donnant un champ de 1500 gauss environ dans un entrefer de 17^{mm} (hauteur de l'aimant 42^{mm}, épaisseur 20^{mm}). Dans l'entrefer j'ai disposé deux pièces polaires et un noyau de fer doux portés par une monture de laiton; celle-ci sert également de support, d'une part à la partie supérieure, au système de suspension et d'immobilisation du cadre ainsi qu'au tube de protection, et d'autre part, au-dessous de l'aimant, au cylindre de laiton épais qui enferme les soudures du couple. L'ensemble se démonte très facilement et peut se dégager de l'aimant en dévissant un unique écrou.

Le cadre du microradiomètre est constitué par une seule spire (rectangulaire de 6×45^{mm}) en fil de cuivre de $0^{mm},3$ de diamètre; à la partie inférieure les deux fils se rapprochent l'un de l'autre puis, à 25^{mm} du cadre, ils s'écartent pour être soudés à un petit barreau horizontal de bismuth de 7^{mm} de longueur sur $0^{mm},8 \times 0^{mm},2$ de section.

La construction de ce cadre nécessite quelques précautions. Il faut choisir un fil de cuivre aussi amagnétique que possible (fil étiré dans une filière de diamant) et, le cadre étant construit, il faut l'essayer en le plaçant près des pôles d'un électro-aimant. J'ai été généralement obligé de corriger le léger paramagnétisme du cadre en le

---

(1) Séance du 3 février 1941.
(2) *Soc. franç. de Phys.*, 1886, p. 30-36.
(3) *Proc. Roy. Soc.*, **42**, 1887, p. 189-193.
(4) *Soc. franç. de Phys.*, 1908, p. 148-156.

recouvrant d'une couche plus ou moins épaisse de gomme laque diamagnétique; cette compensation doit être faite avec d'autant plus de soin que l'on désire réaliser un appareil plus sensible. Les soudures se trouvent à 25^{mm} environ de l'aimant, donc presque complètement en dehors des lignes de force du champ; il est bon cependant d'utiliser de la soudure très pure, bien exempte de fer.

Le cadre est suspendu par un ruban de bronze phosphoreux n° 00 de 6^{cm} de longueur et de $0,07 \times 0^{mm},005$ de section. Un petit miroir plan est fixé à la partie supérieure du cadre et une lentille portée par le tube qui protège la suspension est disposée devant lui de façon à permettre la mise au point du spot à 1^m. La soudure chaude est recouverte d'un petit disque de cuivre noirci de 5^{mm} de diamètre et de $0^{mm},1$ d'épaisseur sur lequel un cône dirige les radiations à étudier.

Une bougie placée à 2^m devant le cône de ce microradiomètre produit une déviation dépassant 1^m sur une échelle placée à 1^m; la durée de la déviation est de 4 minutes environ.

Deuxième appareil. — J'ai utilisé pour cet appareil un aimant d'Ugine de forme circulaire, donnant un champ de 1000 gauss environ dans un entrefer de $18^{mm},5$ (hauteur de l'aimant 20^{mm}).

Un dispositif analogue à celui déjà indiqué m'a permis de disposer dans l'entrefer deux pièces polaires et un noyau de fer doux permettant d'utiliser un cadre de 14×25^{mm}. Ce cadre est formé de 3 spires d'un fil de cuivre de $0^{mm},3$ de diamètre; il est recouvert de gomme laque pour le rendre amagnétique. Les deux extrémités du fil se prolongent de 30^{mm} en dessous et sont soudées à un petit barreau horizontal de bismuth de 15^{mm} de longueur. Chaque soudure est recouverte d'un petit disque de cuivre noirci de 4^{mm} de diamètre et de $0^{mm},1$ d'épaisseur.

La suspension est analogue à celle de l'appareil précédent. Les soudures sont enfermées dans un cylindre de laiton épais percé devant chaque soudure d'une ouverture munie d'un petit cône. A l'extérieur, devant les cônes, on peut placer un obturateur à deux volets commandés à distance, de sorte que l'on peut utiliser l'une ou l'autre des deux soudures comme soudure chaude, ou bien encore faire des mesures différentielles. Une bougie, placée à 2^m devant ce microradiomètre (l'un des cônes étant fermé), produit une déviation de 40^{cm} environ sur une échelle placée à 1^m. La durée de la déviation est de 7 minutes.

Sur l'un et l'autre de ces deux appareils, on peut monter un petit niveau qui, après un réglage préalable, permet une mise en place rapide à l'aide des vis calantes.

D'une façon générale, les microradiomètres que j'ai construits sont des appareils très sensibles dont on pourrait encore augmenter la sensibilité en substituant un fil de quartz au ruban de suspension en bronze phosphoreux. Mais il faut tenir compte d'une dérive plus ou moins marquée du spot et prendre les plus grandes précautions pour éviter des variations de température dans la pièce où l'on utilise ces appareils.

Dans les microradiomètres décrits ci-dessus, il aurait été avantageux de fermer les ouvertures portant les cônes par de petites lamelles de fluorine; je n'ai pu encore me procurer de lamelles convenables.

Ces deux microradiomètres donnent évidemment leurs indications trop lentement pour qu'on puisse les utiliser à des recherches de spectroscopie. Il faudrait réduire les moments d'inertie de l'équipage pour de telles applications. On y arrive déjà, je m'en suis assuré, en plaçant les soudures sur une même verticale.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la polarisation anodique de* Ta, Mg, Al, Si. Note ([1]) de M. René Audubert et Mlle Suzanne Cornevin, présentée par M. Charles Maurain.

Lorsque l'on soumet une anode de certains métaux (Al, Mg, Si, Ta) à une tension constante V_P, on constate que le courant baisse rapidement et tend vers une limite par formation d'une couche à haute résistance. Nous nous sommes proposé de préciser le mécanisme du passage du courant à travers ces couches en déterminant les courbes $I = f(V)$ (I, intensité du courant; V, différence de potentiel appliquée, d. d. p.) pour des électrodes préalablement formées et soumises à des tensions inférieures à V_P. Les expériences ont porté sur Al, Mg, Ta au contact d'électrolytes divers.

Pour le silicium on a montré ([2]) que $\log I = aV + b$. Les courbes $\log I = f(V)$ pour Mg, Ta, Al, bien qu'ayant une partie linéaire, ne satisfont pas dans toute leur étendue à cette relation. Dans le cas général on distingue (voir la figure) trois portions *a*, *b*, *c*. Si l'on considère des polarisations de longue durée, la partie rectiligne s'allonge, la troisième portion disparaît. Cette dernière est liée à une modification de la rigidité électrostatique de la couche pour les champs élevés dus aux épaisseurs très faibles des films (1 à 5.10^{-7} cm); seules *a* et *b* doivent être prises en considération.

On peut théoriquement trouver une relation qui rende compte d'une manière quantitative des résultats expérimentaux en faisant intervenir, comme Erdey-Grüz et Volmer l'ont fait pour la surtension cathodique ([3]), l'énergie d'activation des ions.

([1]) Séance du 20 janvier 1941.

([2]) René Audubert, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 768.

([3]) Erdey-Grüz et Volmer, *Z. f. phys. Chem.*, 150, 1930, p. 203.

A l'anode on a les deux processus



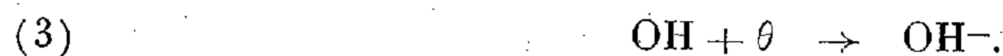
(1) $$OH^- \rightarrow OH + \theta,$$

où θ représente l'électron, et



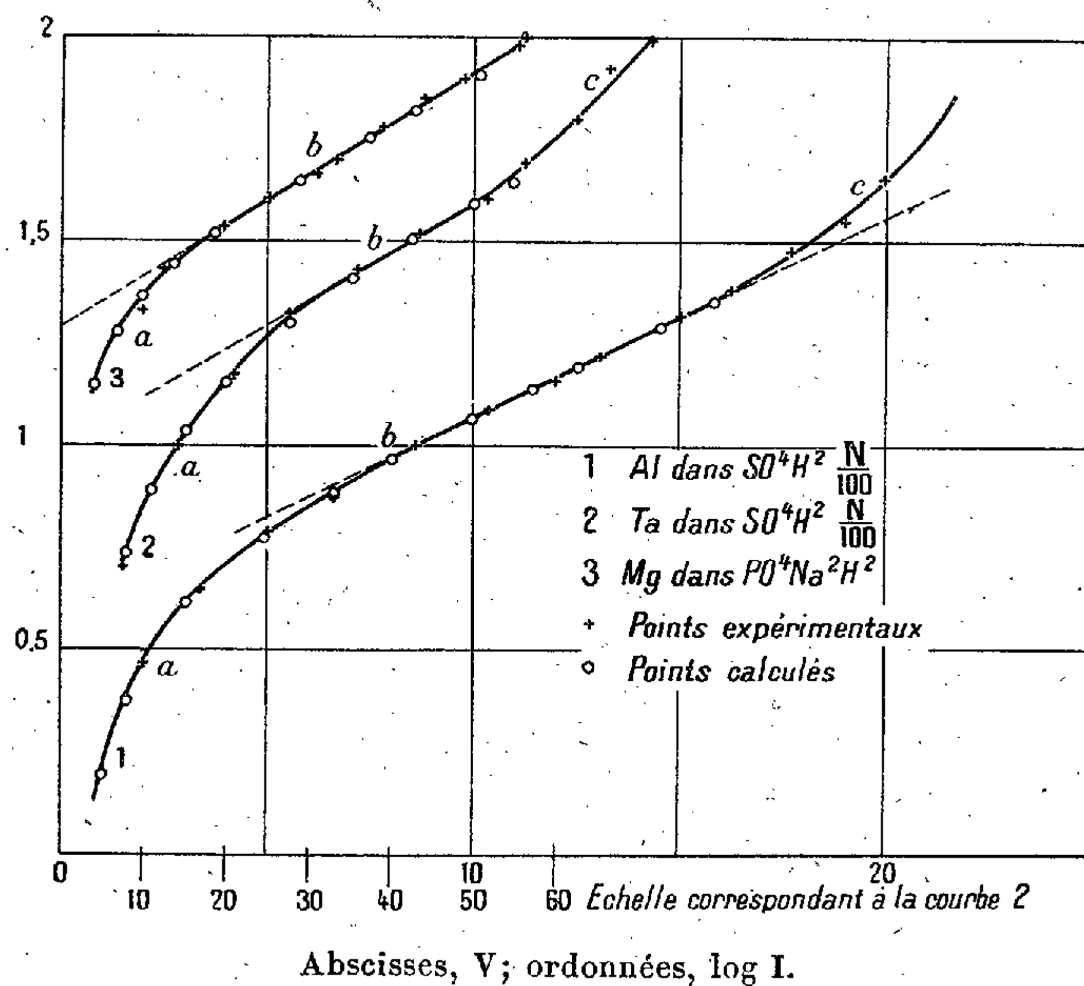
(2) $$2OH \rightarrow H^2O + \tfrac{1}{2}O^2,$$

le second étant le plus rapide. De plus, en raison des très faibles densités de courant, il faut tenir compte de la réaction inverse d'ionisation



(3) $$OH + \theta \rightarrow OH^-.$$

Soient W_0 et W'_0 les énergies d'activation respectives des processus (1)



Abscisses, V; ordonnées, log I.

et (3), α et β les facteurs de transmission de l'énergie cinétique lors des mêmes processus, v la d. d. p. entre l'électrode et le liquide; le nombre d'ions susceptibles de traverser par unité de temps la couche de barrage est alors

(4) $$n = k[OH^-]e^{-\frac{W_0 - \alpha F v}{RT}} - k_1[OH]e^{-\frac{W'_0 + \beta F v}{RT}},$$

où R, T, F ont les significations habituelles, $[OH^-]$ et $[OH]$ représentant les activités des ions et celles des radicaux OH dans la couche immédiatement contiguë à l'électrode.

A l'équilibre $(I = 0)$, la vitesse du processus (1) étant très faible, $[OH] = [OH]_{\text{équil.}}$.

Par suite, pour $I = 0$ $v = v_0$, il vient

$$\mathrm{OH}_{\text{équil.}} = \frac{k'}{k'_1}[\mathrm{OH}]\, e^{\frac{v_0 F}{RT}(\alpha+\beta)}$$

et, en remplaçant dans (4),

$$I = K[\mathrm{OH}^-]\, e^{\frac{\alpha F v}{RT}}\left[1 - e^{\frac{-(\alpha+\beta)F}{RT}(v - v_0)}\right].$$

Enfin, en désignant par V la tension appliquée aux deux électrodes, par V_0 la d. d. p. correspondant à l'équilibre, on a, V étant très peu différent de v,

$$I = K[\mathrm{OH}^-]\, e^{\frac{\alpha F v}{RT}}\left[1 - e^{\frac{-(\alpha+\beta)(V - V_0)F}{RT}}\right] = K_0\, e^{\frac{\alpha F V}{RT}}\left[1 - e^{\frac{-(\alpha+\beta)F}{RT}(V - V_0)}\right].$$

Cette formule peut être soumise au contrôle de l'expérience, les grandeurs α, β, V_0, K_0 pouvant être déterminées à partir des courbes (1).

	Aluminium oxydé.				Tantale $V_P = 60$ volts.		
V (en volts).	2	3,4	4,9	6,6	7,4	13,8	20,8
d.........	0,22	0,22	0,24	0,18	0,0400	0,0396	0,0398

Le tableau montre que les valeurs de $d = (0,4343\,F/RT)(\alpha + \beta)$ sont bien constantes.

Par ailleurs on constate sur la figure que les valeurs calculées pour une série d'expériences avec Al, Mg, Ta coïncident avec les valeurs expérimentales.

Pour une électrode en équilibre thermodynamique, on doit avoir $\alpha + \beta \to 1$ quand $V_P \to E_0$ (potentiel de la lame vierge).

Les variations en fonction de V_P, de α et $\alpha + \beta$ sont représentées par les relations empiriques $\alpha = 0,145\, V_P^{-1,28}$, $\alpha + \beta = 0,77\, V_P^{-1,36}$.

Pour $V_P \to E_0$ ces formules donnent $\alpha + \beta = 1,07$, résultat conforme à la prévision.

En résumé les faits expérimentaux peuvent être expliqués en tenant compte de l'énergie d'activation des ions $\overline{\mathrm{OH}}$ et de la barrière de potentiel de la couche formée par oxydation.

(1) Les valeurs calculées pour V_0 peuvent être comparées aux valeurs obtenues directement en mesurant par une méthode potentiométrique la valeur du potentiel de la lame après polarisation au temps O.

CHIMIE NUCLÉAIRE. — *Préparation d'iode, d'iodate et de diiodotyrosine à partir du radioiode $^{128}_{53}I^*$. Échange des atomes d'iode entre l'iodate, la diiodotyrosine, la thyroxine et l'iodure de sodium.* Note [1] de M. **Pierre Süe**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'expériences sur le métabolisme de l'iode dans la thyroïde [2] [3] j'ai utilisé, comme indicateur, l'iode radioactif $^{128}_{53}I^*$ dont la période est de 25 minutes. Ce radioiode était obtenu en irradiant l'iodure d'éthyle par des neutrons du radon-béryllium ou d'un tube à rayons X, d'énergie supérieure à $1,7.10^6$ eV [4]; les atomes radioactifs libérés dans la réaction nucléaire



$$^{127}_{53}I + ^{1}_{0}n = ^{128}_{53}I^* \qquad ^{128}_{53}I^* \rightarrow \beta + ^{128}_{54}Xe$$

étaient extraits par une solution de H^2S sous forme de HI^* [5]. Le dosage à la soude donnait NaI^* pur, l'excès de H^2S était ensuite éliminé par ébullition. Cette méthode de concentration chimique, ainsi que les techniques de l'emploi du radioiode à la chimie et à la biologie feront l'objet d'un Mémoire détaillé.

A partir de l'iodure radioactif de sodium, j'ai préparé l'iodate de sodium par oxydation avec MnO^4Na. Les opérations sur quelques milligrammes de matière demandent une trentaine de minutes pour obtenir un faible volume de solution. L'activité ramenée à une période après la fin de l'irradiation, est pour un milligramme de I^*O^3Na de l'ordre de 6.10^4 coups/min^{-1}.

En faisant agir une solution de NaI^* sur de l'iodate de sodium, puis en ajoutant la quantité voulue d'acide acétique, le mélange d'iode inactif et d'iode radioactif précipité est rassemblé par centrifugation.

La synthèse de la diiodotyrosine (3,5) radioactive est réalisée en faisant agir le radioiode sur une solution alcaline de tyrosine maintenue dans la glace. La solution contenant une vingtaine de milligrammes de tyrosine est introduite lentement dans l'iode, en agitant énergiquement.

---

(1) Séance du 3 février 1941.

(2) C.-P. Leblond, P. Süe et A. Chamorro, *C. R. Soc. Biol.*, 133, 1940, p. 540.

(3) C.-P. Leblond et P. Süe, *C. R. Soc. Biol.*, 133, 1940, p. 543.

(4) F. Joliot, A. Lazard et P. Savel, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 826.

(5) L'astérisque figurant à côté du symbole représente un mélange en proportion connue de deux isotopes, inactif et actif, de l'iode. Les appellations *iode marqué, iode étiqueté*, sont habituellement employées pour désigner ce mélange.

Le mélange se prend en masse, et les cristaux essorés sont lavés à l'eau glacée puis au chloroforme. La synthèse s'effectue avec un rendement de 65 % en 40 minutes environ. L'activité, calculée une période après la fin de l'irradiation, est de l'ordre de 4000 coups/min^{-1} par milligramme de diiodotyrosine. En injectant 5^{mg} de diiodotyrosine, l'activité est suffisante pour suivre le parcours de l'iode marqué dans les animaux.

Dans un autre travail, j'ai recherché si l'iode de la diiodotyrosine et de la thyroxine ne s'échangeait pas en solution avec les atomes d'iode de NaI*.

Des masses comparables, de l'ordre de 30^{mg} de diiodotyrosine et de NaI*, sont mises en solution et laissées en contact pendant une demi-heure à 38°. L'iodure de sodium est séparé en iodure d'argent en milieu nitrique, et le sel d'argent de la diiodotyrosine précipite dans le filtrat en neutralisant jusqu'à un pH de 7,3. Les activités mesurées montrent que pour une mol-g de sel, un atome d'iode sur 1000 est passé dans la diiodotyrosine.

Des quantités de thyroxine et de NaI*, égales chacune à une vingtaine de milligrammes, sont mises en solution et laissées 1 h. 30 min. à 30°. La séparation, effectuée par les sels d'argent, indique un passage par molécule-gramme de 1 atome d'iode pour 1000.

Avec le système iodate de sodium et NaI* maintenu à 36° ou bien porté à ébullition, on retrouve les résultats déjà connus. La séparation par les sels de baryum montre que 1 atome sur 2000 est passé dans une mol-g d'iodate.

Conclusion. — Il n'y a pas d'échange des atomes d'iode entre la diiodotyrosine, la thyroxine, l'iodate de sodium et l'iodure radioactif de sodium; les très faibles rapports trouvés n'étant dus qu'à la solubilité des précipités.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Le dosage des chlorures par microsédimentation. Application au lait.* Note de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le dosage des chlorures devient un problème délicat lorsqu'il s'agit de quantités très réduites de ces corps.

En effet, en utilisant l'azotate d'argent, réactif habituel des chlorures, on arrive, avec 1^{mg} de chlore, par voie gravimétrique, à peser 4^{mg} de chlorure d'argent, et par voie volumétrique, à mesurer un volume de $1^{cm^3},4$ de solution au cinquantième normale d'azotate d'argent.

Les solutions plus étendues d'azotate d'argent ne sont pas à conseiller parce que l'appréciation de la fin de la réaction est très difficile.

A ce point de vue, il n'y a pas de différence entre le procédé de Mohr et celui de Charpentier-Volhard.

La méthode volumétrique, à l'azotate de mercure et au nitroprussiate de sodium, préconisée ces derniers temps par Geyer et Rotsch, est susceptible des mêmes objections.

La microsédimentation, dont nous avons exposé le principe (¹), permet, par contre, de pousser plus loin la sensibilité du dosage des chlorures à l'état de chlorure d'argent.

Avec un tube dont le capillaire mesurait environ $0^{mm},5$ de diamètre, et à l'aide d'une solution titrée de chlorure de magnésium, nous avons obtenu les valeurs suivantes :

Cl......	13,3	26,6	39,9	53,2	66,5	79,8	93,1	106,4
H......	0,75	1,75	2,25	2,75	3,50	4,25	4,50	5,50
Cl......	119,7	133	146,3	159,6	172,9	186,2	199,5	–
H......	5,75	6,75	7,00	7,50	8,00	8,25	9,25	–

où Cl représente le chlore en millièmes de milligramme (gamma) et H la hauteur de la colonne de chlorure d'argent en millimètres.

Les précautions à prendre dans l'utilisation des tubes à sédimentation sont les mêmes que celles indiquées dans les Notes précédentes.

Nous avons appliqué cette méthode au dosage des chlorures du lait de Vache. La minéralisation des substances organiques, opération indispensable pour le dosage des chlorures, est faite, ainsi que nous l'avons exposé autrefois (²), par le chauffage du lait, préalablement additionné d'un excès d'azotate d'argent, dans un ballon Kjeldahl, avec de l'acide azotique concentré.

Lorsque le liquide surnageant le précipité de chlorure d'argent est tout à fait clair, après refroidissement, on ajoute un excès d'ammoniaque afin de dissoudre complètement le chlorure d'argent. Le contenu du ballon Kjeldahl est ensuite débarrassé des corps précipitables en milieu ammoniacal par centrifugation, et le liquide séparé (ainsi que l'eau de lavage) est décanté dans le tube à sédimentation (étalonné d'avance).

On y introduit un excès d'acide concentré, goutte à goutte (jusqu'à la

(¹) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 260 et 642.
(²) *C. R. Soc. Biol.*, **92**, 1925, p. 546.

réaction nettement acide, pour reprécipiter le chlorure d'argent) et l'on centrifuge à la vitesse et pendant la durée adoptées lors de l'étalonnage du tube à sédimentation. Une prise d'essai de $0^{cm^3},1$ de lait est amplement suffisante. Les quelques échantillons de lait, ainsi analysés, ont montré des teneurs en chlore variant entre $0^g,931$ et $1^g,064$ par litre.

La fidélité de la méthode a été vérifiée par des analyses faites : 1° sur différentes prises d'essai provenant d'un même lait; 2° sur des échantillons de lait auxquels on avait ajouté des quantités connues de chlorure.

Les erreurs faites, quoique assez importantes (environ 8 %), peuvent être considérées comme tolérables, vu le fait que la teneur en chlore du lait varie, non seulement entre les différents individus de la même espèce, mais même chez le même individu.

Nous pensons que la méthode exposée pourra rendre des services, toutes les fois que la prise d'essai du produit biologique à analyser ne permettra pas l'application des méthodes couramment employées.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Action de l'acide phosphoreux sur le cyanure de mercure en milieu chlorhydrique.* Note de M. **Roger-Gilbert Douris**, présentée par M. Marcel Delépine.

D'après un Mémoire de Rose (1), l'acide phosphoreux en milieu chlorhydrique précipite quantitativement les sels mercuriques à l'état de chlorure mercureux. L'auteur précise que cette réaction n'est pas applicable au cyanure de mercure qui, par suite d'une réaction secondaire due à l'acide cyanhydrique formé (2), donne un précipité de chlorure mercureux souillé de mercure métallique. Un dosage cité par Rose, par pesée du précipité de chlorure mercureux souillé de mercure, accuse une erreur de 3,5 % sur le poids réel de cyanure employé.

Nous avons repris cet essai et, comme Rose n'indique pas toutes les conditions expérimentales de la réaction, nous avons opéré à froid en utilisant des quantités d'acide phosphoreux et d'acide chlorhydrique légèrement supérieures à la quantité théorique correspondant au poids de

(1) *Poggendorf's Annalen der Physik und Chemie*, **115**, 1862, p. 506.

(2) Il s'agit là de l'action bien connue de l'acide cyanhydrique sur le calomel pour laquelle on admet l'explication



$$Cl^2Hg^2 + 2CNH = (CN)^2Hg + Hg + 2ClH.$$

cyanure mercurique mis en jeu. Au bout de plusieurs heures à froid, le précipité qui se forme est très nettement gris, ainsi que Rose l'indique dans son Mémoire.

Si l'on emploie des quantités d'acides très supérieures, dix fois la quantité théorique par exemple, on voit la réaction changer d'allure : elle est d'abord plus rapidement terminée et le précipité obtenu est cristallin, *parfaitement blanc*. En filtrant le mélange au bout de plusieurs heures de contact, on peut constater que la réaction est totale puisque le filtrat ne précipite plus par un courant d'acide sulfhydrique. Si l'on tente alors de laver le précipité sur le filtre à l'aide d'eau distillée, on remarque dans la majorité des cas un noircissement partiel du précipité.

Nous avons pu observer, par ailleurs, que l'attaque du chlorure mercureux par les solutions d'acide cyanhydrique en présence d'un acide (acide sulfurique, phosphorique, acétique, trichloracétique et surtout l'acide chlorhydrique) se faisait d'autant plus mal que l'acide ajouté était plus ionisé. L'ensemble de ces divers essais nous a révélé l'importance capitale de l'acidité au point de vue de la marche de ces réactions.

Il devient alors très facile d'empêcher le noircissement du précipité de chlorure mercureux, d'abord en utilisant une forte concentration d'acide chlorhydrique pendant la réduction, ensuite en employant pour le lavage une solution faible d'acide chlorhydrique au lieu d'eau distillée. Quand cette solution a entraîné les dernières traces d'acide cyanhydrique imprégnant le précipité, on termine le lavage à l'eau distillée. Dans ces conditions le précipité recueilli est toujours parfaitement blanc.

Ce précipité peut être pesé et servir au dosage pondéral du mercure dans le cyanure de mercure.

Pour le dosage d'une solution de cyanure de mercure ne contenant pas plus de 5 % de cyanure de mercure, nous avons employé la technique suivante : A 10^{cm^3} de la solution on ajoute 2^{cm^3} d'acide chlorhydrique pur, et 10^{cm^3} d'acide phosphoreux en solution à 10 %. On laisse en repos pendant 12 heures à la température ordinaire. Le précipité est recueilli sur un double filtre taré ou sur un creuset filtrant en verre fritté 1. G. 3. On le lave d'abord avec une solution d'acide chlorhydrique à 5 % de ClH, puis à l'eau distillée jusqu'à ce que le filtrat ne précipite plus la solution de nitrate d'argent. On sèche et pèse. Le poids du précipité multiplié par le facteur 0.8498 donne le poids de mercure contenu dans la prise d'essai.

Ce dosage peut être transformé en dosage volumétrique en recueillant le précipité sur le filtre, en le lavant comme nous venons de l'indiquer, et en mettant filtre et précipité au contact d'une quantité connue de solution

d'iode décinormale. L'iode fait passer le mercure à l'état mercurique, et l'excès d'iode est titré à l'hyposulfite après dissolution complète du précipité. La filtration et le lavage du précipité sont indispensables, car l'acide phosphoreux présent dans le mélange absorberait une certaine quantité d'iode et fausserait les résultats.

Conclusion. — L'acide phosphoreux en milieu chlorhydrique précipite quantitativement le mercure du cyanure de mercure à l'état de chlorure mercureux pur, pourvu que le milieu soit suffisamment riche en acide chlorhydrique. Le précipité obtenu peut servir à un dosage exact si l'on a soin de se placer toujours dans des conditions d'acidité chlorhydrique suffisantes pour empêcher les réactions secondaires dues à l'acide cyanhydrique, aboutissant à la formation de mercure métallique aux dépens du chlorure mercureux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie de l'acide opianique.* Note [1] de M. **Buu-Hoï**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les anomalies de propriétés physiques et chimiques des acides ortho-aldéhydes ou ortho-cétones montrent que ces substances présentent le phénomène de tautomérie anneau-chaîne *céto-lactolique*. Mais si les méthodes employées jusqu'ici permettent de constater l'existence de cette tautomérie, elles n'ont fourni aucune indication sur la structure vraie de ces molécules, ni sur l'existence possible d'équilibres en solution, lorsque aucun réactif ne vient modifier les potentiels intramoléculaires.

Il a été montré plusieurs fois ici-même [2] qu'une méthode générale et précise d'étude des acides γ-carbonylés et de détection des équilibres consiste à mesurer l'absorption de ces molécules dans l'ultraviolet moyen, et à s'aider d'une part du postulat de Hantzsch [3], selon lequel toute variation notable de couleur dénote un changement de structure, et d'autre part sur la règle de Mme Ramart [4], d'après laquelle l'introduction d'un OH sur un carbone méthanique ne modifie pas sensiblement l'absorption des molécules dans l'ultraviolet moyen. Grâce à ces deux lois, j'ai montré

---

(1) Séance du 20 janvier 1941.

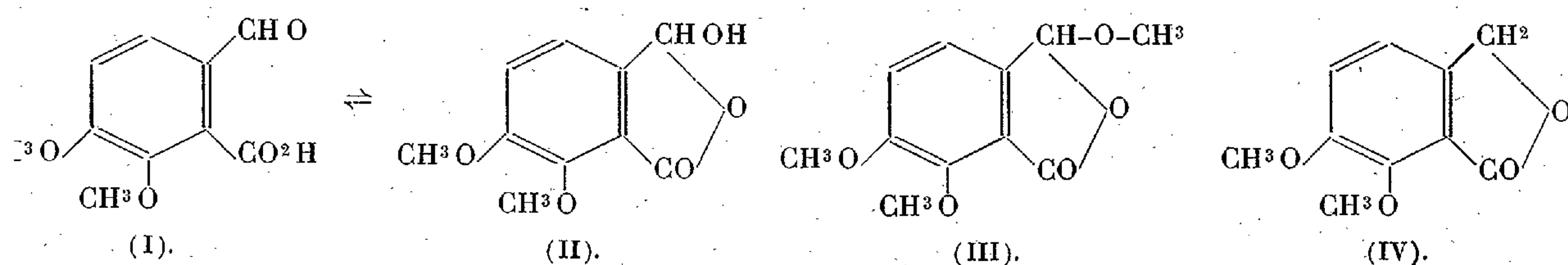
(2) Buu-Hoï et Lin-che-Kin, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 221 et 346.

(3) *Ber. d. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 3087.

(4) Observations inédites.

déjà que l'acide *o*-phtalaldéhydique existe, en solution, sous forme d'équilibres entre les deux structures prévues par les chimistes, puis que le remplacement de l'hydrogène aldéhydique par un carboxyle (acide phtalonique) déplace complètement l'équilibre en faveur de la forme oxylactone, à tel point que, en aucun cas l'acide phtalonique ne correspond à la formule cétonique habituellement admise jusqu'ici.

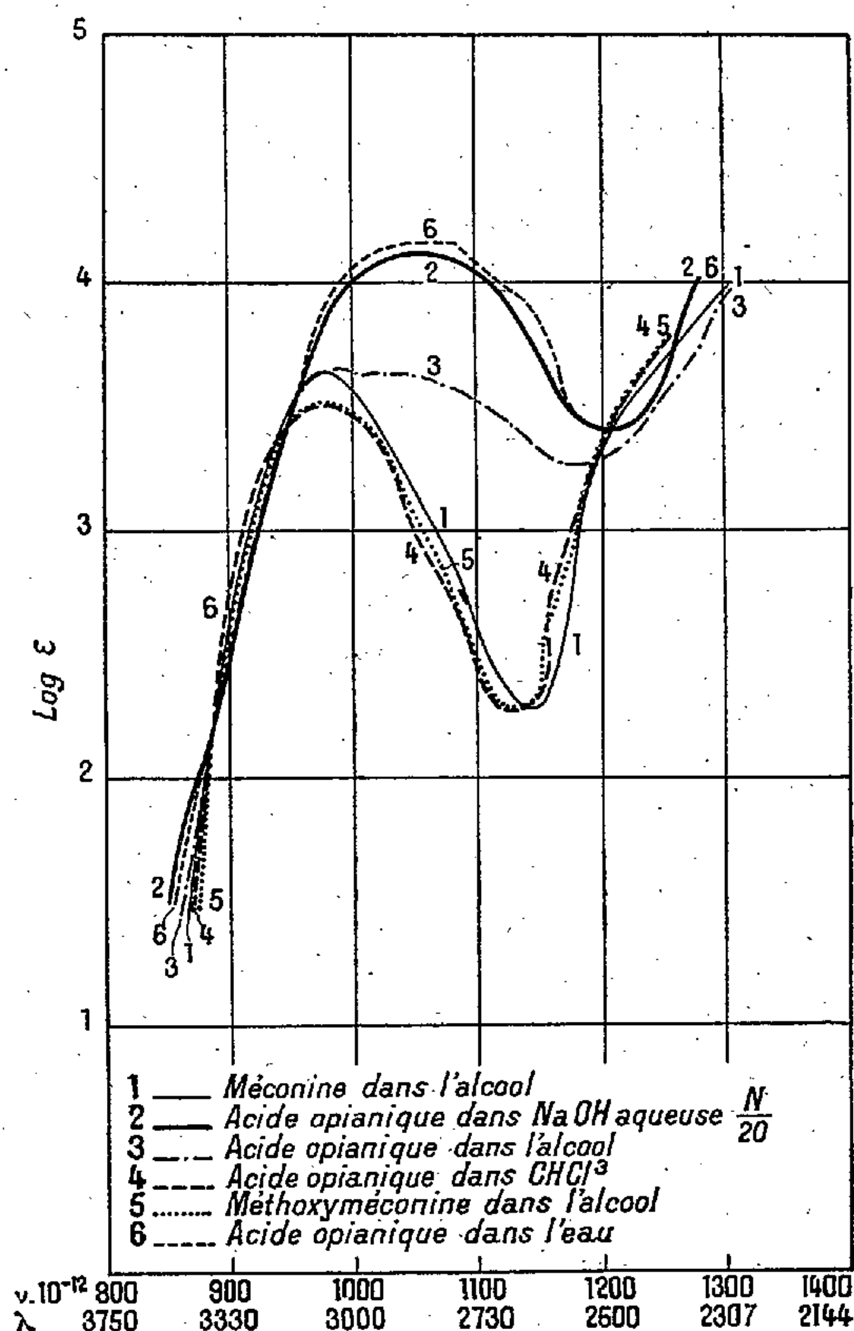
Dans le même ordre d'idées, j'ai étudié la tautomérie de l'acide opianique, substance importante qu'on trouve dans la dégradation de nombreux alcaloïdes et qui dérive de l'acide *o*-phtalaldéhydique par la substitution de deux hydrogènes nucléaires par deux groupes méthoxyles. On sait que l'acide opianique réagit sur l'hydroxylamine, l'hydrazine, le diazométhane sous sa forme aldéhyde (I ci-dessous) et sur les alcools, $SOCl^2$, ou les phénols sous sa forme oxylactonique (II).



Comme il était prévu, l'absorption de la 3-méthoxyméconine (III) ou ψ-éther de l'acide opianique (courbe 5) est très voisine de celle de la méconine (IV) (courbe 1). L'acide opianique en solution chloroformique s'y trouve exclusivement sous sa forme oxylactone, car la courbe d'absorption correspondante (courbe 4) coïncide avec celle de son ψ-éther (III). Dans ses solutions aqueuses, au contraire, l'acide opianique possède la forme aldéhyde, car l'absorption (courbe 6) est alors sensiblement la même que celle d'une solution fortement alcaline d'acide opianique (courbe 2), où ne peut subsister aucune trace de forme cyclique. En solution dans l'alcool à 96°, l'acide opianique est à l'état d'équilibre entre les deux formes : l'absorption (courbe 3) résulte en effet de la superposition des spectres des deux formes pures.

En résumé, nous nous trouvons ici encore en présence de phénomènes d'équilibre entre deux structures différentes; selon les conditions expérimentales, cet équilibre peut se déplacer intégralement vers l'une ou l'autre de ces deux formes. Bien que celles-ci ne puissent être isolées, on peut se faire une idée de certaines de leurs propriétés physiques, par

exemple leurs solubilités relatives dans différents solvants. Les courbes d'absorption précédentes nous montrent, en effet, qu'on a les inégalités $S_a/S_b > S'_a/S'_b > S''_a/S''_b$, où S_a, S'_a et S''_a sont les solubilités de la forme



aldéhyde dans l'eau, l'alcool et le chloroforme, S_b, S'_b et S''_b celles de la forme oxylactone. Ceci résulte de l'équation thermodynamique de Dimroth-van t'Hoff (5) $K = C_a/C_b = G(S_a/S_b)$, où K est la constante d'équilibre de tautomérie, G un facteur caractéristique de chaque transformation tautomère, C_a et C_b les concentrations des deux formes.

(4) *Liebig's Annalen*, 377, 1910, p. 134.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Boragacées. Développement de l'embryon chez le* Symphytum officinale *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Mes précédentes recherches sur le *Myosotis hispida* (1), le *Lycopsis arvensis* (2), l'*Echium vulgare* (3) ont montré que les lois de l'embryogenèse offrent, chez les Boragacées, une assez grande diversité. Il importe, par conséquent, d'examiner le plus grand nombre possible de représentants de la famille pour mesurer toute l'étendue des variations et acquérir toutes indications utiles à la détermination de l'origine phylétique des espèces.

Chez le *Symphytum officinale*, comme le démontrent les figures 1, 2, 4, 8, se rencontrent une tétrade régulière en T et une forme octocellulaire normale comportant, au sommet, quatre quadrants groupés dans un plan horizontal et, inférieurement, quatre éléments disposés comme les quatre blastomères de la tétrade. Les figures 10, 11, 12 permettent de se rendre compte qu'il ne se constitue généralement pas d'octants, les parois de division dans les quadrants, à direction anticline, séparant deux éléments α et β comparables à ceux qui se constituent dans le type embryonomique des Composées (4). Il est difficile de déterminer les règles selon lesquelles se succèdent ensuite les segmentations dans les deux éléments α et β. Il est, en tout cas, évident que ces éléments, originaires de la cellule apicale et des quadrants, produisent un massif cellulaire qui, au stade de la naissance des cotylédons, paraît nettement représenter la partie cotylée (*fig.* 13 à 20).

Dans la cellule basale, la première paroi de segmentation est le plus souvent oblique (*fig.* 3, 5). Dans les deux cellules *m* et *ci*, qui prennent ainsi naissance, les parois sont également plus ou moins inclinées. Il en résulte des groupements cellulaires comparables à ceux que représentent inférieurement les figures 6, 7, 9. La cellule *n*, fille supérieure de *ci*, semble ainsi, au même titre que le blastomère *m*, prendre part à la construction de la partie hypocotylée (*fig.* 13, 14). La cellule *n'*, cellule-fille inférieure de *ci*, se segmente transversalement (*fig* 12, 13) ou obliquement (*fig.* 14) pour donner deux éléments *o* et *p* qui se divisent eux-mêmes irrégulièrement et prennent des dispositions diverses.

Étant données les directions obliques des parois qui se succèdent dans les blastomères, il n'est pas possible de suivre au delà des stades les plus jeunes la marche de la segmentation, de déterminer l'origine exacte des régions fondamentales du corps de la plante, de voir, tout particulièrement, comment procède la différenciation dans

(1) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 726 et 848; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **70**, 1923, p. 385.

(2) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 640.

(3) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 871.

(4) *Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 254 et 356.

la partie inférieure du proembryon. Les histogènes et les initiales au sommet radiculaire ne paraissent définitivement individualisés que lorsque les cotylédons ont déjà commencé leur croissance.

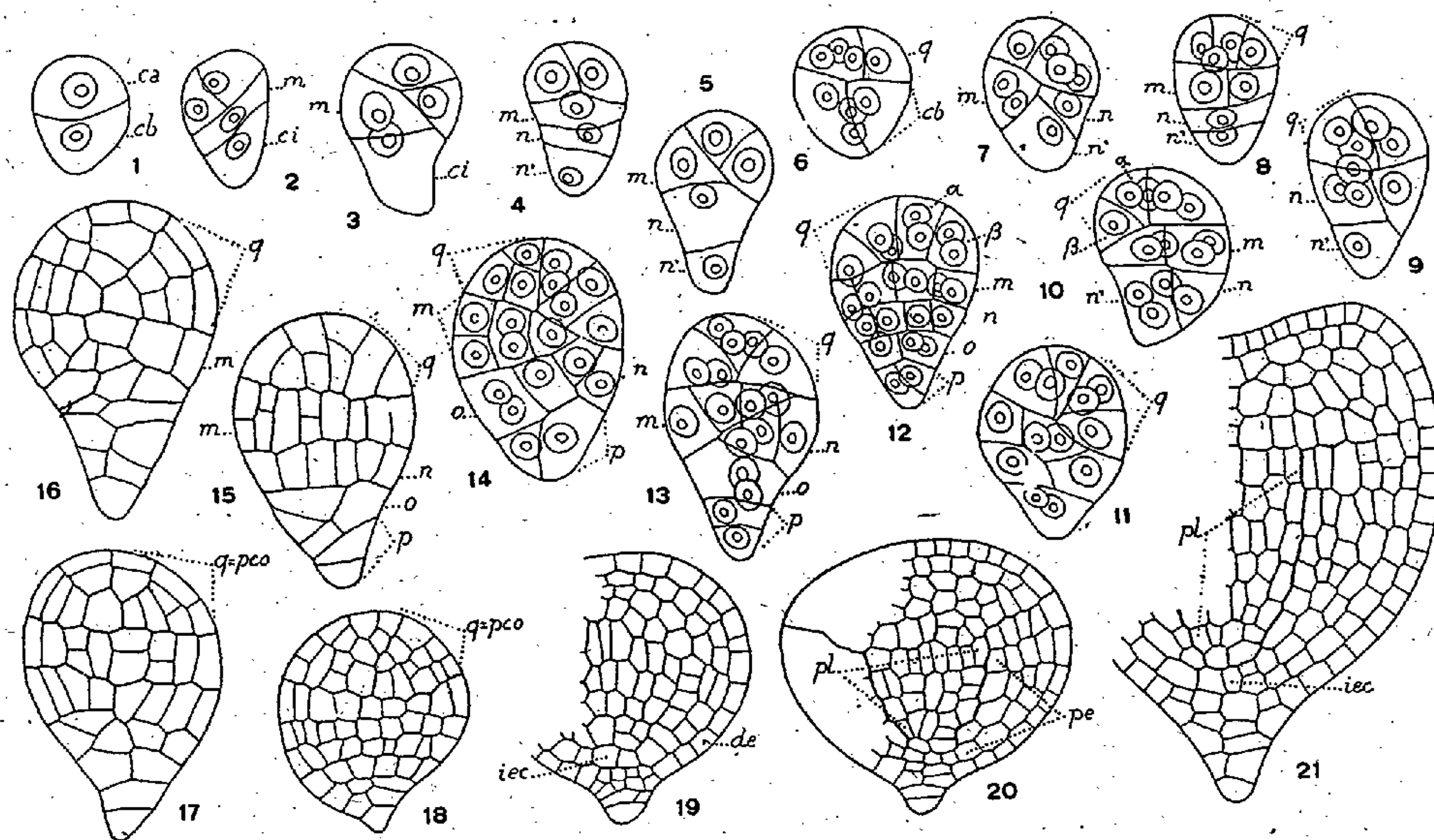


Fig. 1 à 21. — *Symphytum officinale* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb* ou groupes cellulaires qui en dérivent; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci* ou groupes cellulaires qui en sont issus; *o* et *p*, cellules-filles de *n'* ou groupes cellulaires qu'elles produisent; *q*, quadrants ou partie cotylée; α et β, cellules-filles des quadrants; *de*, dermatogène; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce au sommet radiculaire. G. = 250.

En se référant aux formes les plus régulières rencontrées, il paraît évident que l'embryon du *Symphytum officinale* se rattache à l'archétype embryonomique du *Senecio vulgaris*. Par ses formes irrégulières, il offre des analogies avec l'embryon du *Lycopsis arvensis* qui a été également apparenté, par le mode de division et le rôle des quadrants, au même type fondamental. On remarquera toutefois que, chez le *Symphytum*, le proembryon n'est pas globuleux, comme chez le *Lycopsis*, mais plutôt pyriforme; il est rétréci inférieurement et se termine par un rudiment de suspenseur.

BIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la biologie du Hanneton commun* (Melolontha melolontha *L.*). Note de M. **Robert Régnier**, présentée par M. Paul Marchal.

La présente Note fait partie d'un ensemble de travaux portant sur la biologie du Hanneton commun (*Melolontha melolontha* L.) et autres

Coléoptères Lamellicornes du même groupe. Ces recherches ont été poursuivies sous les auspices du Ministère de l'Agriculture pendant les années 1938, 1939 et 1940 : elles consistent d'abord en observations originales faites sur place principalement en Haute-Normandie, ensuite en une enquête conduite dans les diverses parties de la France où le cycle s'effectue le plus généralement suivant le rythme triennal et le régime uranien [1].

Ce sont mes observations personnelles portant surtout sur la région normande que je tenterai ici de résumer. Tant au point de vue biologique qu'à celui de la pratique culturale, le contrôle anatomique et physiologique nous a donné les résultats les plus intéressants. En suivant l'évolution des ovaires, il nous a permis de confirmer qu'au début des grands vols le nombre des mâles était beaucoup plus élevé que celui des femelles (du double au triple). Il nous a également montré la fréquence des accouplements anormaux, et surtout permis de mettre en évidence des faits importants concernant la ponte : beaucoup de femelles (près de 50 %) sont stériles ; en outre la ponte ne commence que vers le vingtième jour et ne comporte qu'un nombre limité d'œufs : sur 4, plus rarement 5, que contiennent les tubes ovariens d'un ovaire, 30 à 35 au maximum arrivent généralement à terme, et le plus souvent beaucoup moins (12 à 25 seulement).

Comme d'autre part beaucoup des premiers ailés, et surtout des mâles, meurent dans les quinze premiers jours, il en résulte que le ramassage, tel qu'il est pratiqué, ne donne que des résultats très incomplets, parce qu'il n'atteint qu'une faible proportion de femelles fécondes. Il n'est en effet pratiqué qu'au moment des premiers grands vols, et cesse totalement quand ceux-ci se ralentissent, alors que c'est à cette période qu'il devrait être intensifié.

Pour prendre un exemple plus précis, en 1940 les premiers grands vols ont commencé en Haute-Normandie le 27 avril à 21 heures, les sorties nouvelles se sont échelonnées jusqu'au 11 mai, atteignant leur maximum

---

(1) Il n'y a guère que trois contrées qui paraissent échapper au rythme triennal : ce sont le Haut-Rhin (région de Wissembourg) et, dans les Hautes-Alpes, les vallées de la Durance et du Drac, où le cycle s'y présente avec le rythme quadriennal et non triennal. Quant aux régimes, celui du type uranien (années à Hannetons désignées par un nombre multiple de 3 plus 2, exemple : 1934, 1937, 1940, 1943) correspond à la plupart des régions de grande culture, celui du type bâlois (multiple de 3) se rencontre surtout à l'Ouest, et celui du type bernois (multiple de 3 plus 1), qui est le moins fréquent, intéresse quelques contrées du Nord et de l'Ouest.

le 3 mai ; mais la ponte n'a commencé que le 18 mai. Pour obtenir les rendements les plus efficaces, il importait donc d'intensifier les ramassages à partir du 10 mai au lieu de les arrêter.

Nos recherches, d'autre part, ont permis de préciser les conditions les plus favorables au développement du Hanneton, dont la larve s'accommode seulement de sols profonds, de terres non friables et riches en humus ; en raison de l'amplitude des déplacements verticaux des vers blancs suivant la température, la nature du sous-sol joue un rôle fondamental ; les déplacements horizontaux et verticaux peuvent atteindre 40 à 50 centimètres en 24 heures et leur permettent de franchir assez rapidement un obstacle souterrain pour aller attaquer des cultures avoisinantes.

A leur seconde année, les vers blancs atteignent l'âge auquel, dans les conditions courantes de la nature, ils deviennent très nuisibles; mais ils sont alors en même temps devenus très sensibles aux chocs qui provoquent une oxydation rapide des graisses, entraînant leur mort; cette vulnérabilité souligne l'importance des façons culturales, quand les vers blancs sont en surface.

En Haute-Normandie, dans les terres de grande culture, où le sol est plus tassé, la nymphose ne se fait pas à une aussi grande profondeur qu'on l'indique généralement; le ver blanc au terme de la deuxième année de son existence, ne s'enfonce le plus souvent qu'à 15 à 30^{cm}; il en résulte que si l'on pratique des labours précoces, on détruit de nombreuses nymphes. Dans les terres très remuées, des cultures maraîchères par exemple, la nymphose se fait plus profondément.

L'hibernation des insectes parfaits ne se fait pas obligatoirement dans la loge nymphale; au moment des labours d'automne, en effet, un grand nombre de loges sont brisées par la charrue, les Hannetons subitement dérangés sortent au bout de quelques minutes de leur engourdissement et s'enfoncent rapidement dans le sol à une profondeur déterminée par le tassement de la terre, pour hiverner dans une nouvelle loge qu'ils se façonnent, et dont ils ne sortiront que lorsque la température moyenne journalière du sol dépassera 15°.

Les œufs sont déposés à une profondeur variable suivant l'état physique du sol, mais généralement à une profondeur de 10 à 15^{cm}. La ponte est échelonnée, mais comme beaucoup d'œufs arrivent à maturité en même temps, on les trouve groupés, au nombre de 12, 15, parfois davantage, dans un espace restreint; la femelle remonte généralement entre deux pontes.

Les œufs sont d'une grande sensibilité aux rayons solaires qui les font éclater; ils ne durcissent qu'au bout de plusieurs jours. Les façons culturales, qui les ramènent à la surface, sont donc particulièrement recommandables pendant cette période.

En résumé, les recherches dont nous venons d'exposer l'essentiel ont permis de préciser, dans la biologie du Hanneton commun, trois périodes de vulnérabilité particulière; 1re période, stade larvaire (*Ver blanc*) au cours de sa seconde année; 2e période, à l'état parfait, une quinzaine de jours après les premières grandes sorties; 3e période, à l'état d'œuf, quand celui-ci vient d'être pondu. Les données réunies permettent enfin de définir les conditions biologiques ou écologiques qui réalisent ou favorisent dans les sols cultivés la sensibilité des divers stades observés.

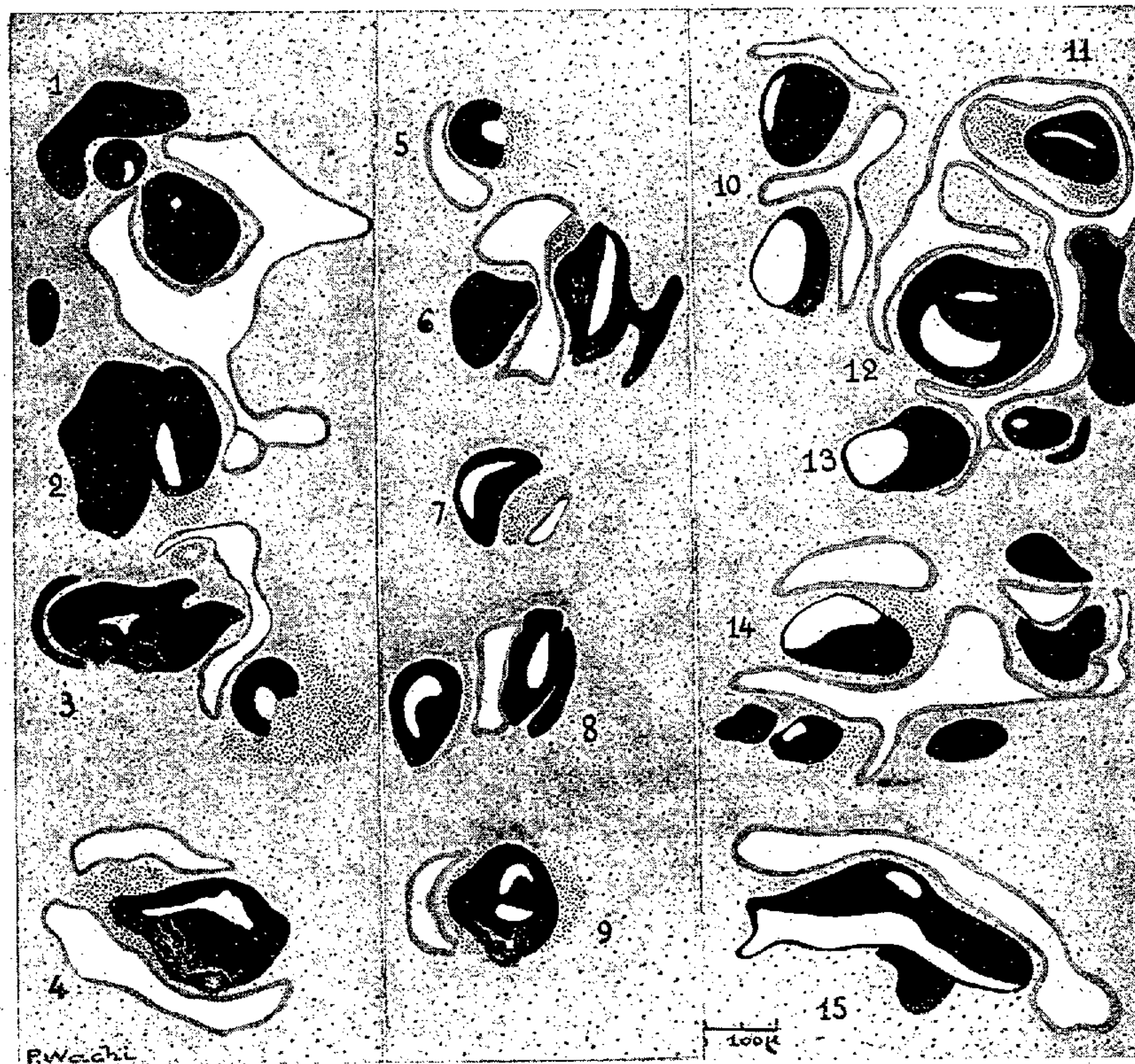
EMBRYOLOGIE TÉRATOLOGIQUE. — *Sur la topographie des boutons embryonnaires et l'existence de zones germinatives dans la parthénogenèse polyembryonique chez l'Homme.* Note [1] de M. **Albert Peyron**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les œufs ou boutons embryonnaires caractéristiques que j'ai mis en évidence dans les embryomes à tissus multiples du testicule s'y observent avec une fréquence très variable. Dans les trois quarts des cas, ils ont disparu au cours des premières semaines du développement de la tumeur; celle-ci est alors exclusivement constituée d'ébauches de type fœtal plus ou moins avancé, dissociées, dans les cas de transformation maligne, par une prolifération secondaire d'origine ordinairement trophoblastique, plus rarement neuro-embryonnaire ou musculaire. Lorsque les boutons persistent (1/4 des cas), ils sont ordinairement rares, irréguliers et, pour un observateur non prévenu, souvent difficiles à reconnaître. Mais, dans les cas plus favorables (2 à 3 %), les boutons se retrouvent innombrables, tantôt disséminés au milieu des ébauches diverses provenant de la dislocation des boutons des générations antérieures, tantôt constituant seuls, avec leur trophoblaste, de grandes étendues du tissu néoplasique; dans ce dernier cas, chaque bouton peut être entouré d'une gangue de mésoblaste extra-embryonnaire, avec ou sans trophoblaste. Une disposition encore

---

[1] Séance du 3 février 1941.

plus rare et d'un intérêt exceptionnel, est celle représentée dans la figure. Les boutons, accumulés en grand nombre et parfois côte à côte dans certaines zones, sont noyés dans un mésoblaste primitif commun, sans



Embryon testiculaire à tissus multiples. Vue d'ensemble d'une zone germinative (d'après la même coupe); les boutons figurés sont tous compris dans le champ du microscope. Deux ont été légèrement déplacés, trois autres n'ont pu être figurés en raison de leur position excentrique. Le massif amnio-ectoblastique est en noir, le trophoblaste en gris foncé, la paroi endoblastique en gris clair, le mésoblaste juxta- ou intra-embryonnaire en pointillé gris, le mésoblaste primaire commun formant le fond du dessin est en gris clair, avec un pointillé plus espacé. On n'a pas représenté les amas cellulaires isolés (trophoblaste, angioblaste etc.). La gémellité polyembryonique est mise en évidence, en dehors même de la comparaison des coupes successives, par la présence de plusieurs massifs amnio-ectoblastiques à la périphérie d'une même cavité endoblastique. Le fait s'observe pour les boutons 1-2, 3, 6, 10, 11-12 et 14.

interposition d'ébauches différenciées, épithéliales ou conjonctives. Il s'agit donc de complexus *isogéniques*, issus de la gémellité polyembryonique décrite dans mes Notes antérieures et qui est analogue à celle du Tatou, mais beaucoup plus variée. Cette multiplication, ou culture, paraît se poursuivre assez longtemps dans une zone déterminée, avant de s'y éteindre,

pour réapparaître ensuite dans une zone germinative voisine. Il y aurait donc, suivant les divers points de la tumeur, une alternance dans les phases successives du cycle évolutif : *a.* individualisation des œufs aux dépens de la lignée souche; *b.* bourgeonnement polyembryonique; *c.* accroissement et morphogénie se poursuivant de façon régulière jusqu'à l'apparition du premier somite; *d.* dislocation ultérieure des feuillets, avec différenciation des ébauches déjà déterminées.

Quoi qu'il en soit, le fait capital est que, dans ces zones germinatives, la différenciation reste limitée et maintenue, pour l'ensemble des boutons, à un stade identique ou très voisin. Dans le cas figuré ci-contre l'ensemble des caractères morphologiques, en particulier le volume réduit des deux vésicules ecto- et entoblastique, le fait que cette dernière a une lumière à peine visible et une paroi ventrale mal délimitée du cœlome extra-embryonnaire, et enfin l'absence ou le faible développement du chordo-mésoblaste, paraissent correspondre aux stades utérins de 12-13 jours, qui, comme on le sait, sont très rares et discutés, la fixation de l'œuf dans la muqueuse n'étant généralement pas achevée avant la fin de la deuxième semaine.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La fonction vitaminique* P. *Action chimique, pharmacodynamique et physiologique de substances naturelles inhibant l'autoxydation de l'adrénaline.* Note de MM. **Jean Lavollay** et **Joseph Neumann**, présentée par M. Maurice Javillier.

Après les travaux contradictoires suscités par les premières publications de Szent-Gyorgyi et de ses collaborateurs sur la vitamine P, la question restait posée de l'existence même de cette vitamine, présente, d'après ces auteurs, dans l'Orange et le Citron, et dont l'action serait complémentaire de celle de l'acide ascorbique. La vitamine P, fraction active de l'extrait dénommé citrine par Szent-Gyorgyi, aurait pour fonction de contrôler la perméabilité capillaire. Les manifestations hémorragiques du scorbut seraient imputables à la carence en vitamine P.

Sur la demande de M. Javillier, nous avons, dès février 1940, étudié la préparation d'extraits végétaux analogues à la citrine, recherché l'action discutée de ces extraits sur les processus hémorragiques de l'animal scorbutique et examiné dans quelle mesure de tels extraits pourraient être utiles pour complémenter l'apport en vitamine C de la ration. Les résultats de cette étude feront l'objet d'un autre travail.

Au cours de ces recherches, nous avons fait l'hypothèse de travail suivante : s'il existe une ou des substances douées de la propriété de contrôler la perméabilité capillaire, il est permis de supposer que cette propriété est imputable à un effet sur le tonus des vaisseaux précapillaires, cet effet pouvant se manifester par l'intermédiaire de la sympathine. Le phénomène le plus simple à envisager apparaît dès lors comme consistant en la préservation de la sympathine par la substance active.

Nous avons donc préparé des extraits d'oranges très purifiés, libérés notamment de leur hespéridine, et nous avons étudié l'action de ces extraits sur l'autoxydation de l'adrénaline, en milieu tamponné. La marche de l'autoxydation a été suivie, en lumière filtrée, à l'aide d'un appareil à cellules photo-électriques permettant d'apprécier, en fonction du temps, les quantités d'adrénochrome formées. Nous avons trouvé que ces extraits inhibent fortement l'autoxydation de l'adrénaline. Nous avons également vérifié par l'essai pharmacodynamique, le maintien de celle-ci sous forme active.

Il a été trouvé en outre que la propriété d'inhiber l'autoxydation de l'adrénaline appartient à un certain nombre de substances polyphénoliques d'origine végétale. Parmi ces substances nous avons surtout étudié des hétérosides appartenant à la famille des substances présentes dans les extraits actifs : le quercitroside (quercitrine) (3.5.7.3'.4'.pentahydroxyflavone-3-rhamnoside), le rutoside (3.5.7.3'.4'.pentahydroxyflavone-3-rhamnoglucoside) et le naringoside (5.7.4'.trihydroxyflavanone rhamnoglucoside). Ces substances sont inhibitrices dans l'ordre décroissant d'activité : quercitrine, rutoside, naringoside.

L'étude pharmacodynamique de l'extrait purifié d'oranges et des trois substances mentionnées sur les organes isolés a montré que cet extrait et ces substances prolongent considérablement l'action inhibitrice de l'adrénaline sur la musculature de l'intestin de Cobaye. Ils prolongent d'une façon analogue l'action contractrice de l'adrénaline sur la vésicule séminale de Cobaye. Ces effets sont la traduction du maintien prolongé de l'adrénaline sous une forme physiologiquement active. Ils se présentent, pour les hétérosides expérimentés, dans l'ordre d'intensité décroissante : quercitrine, rutoside, naringoside. Il y a donc confirmation par l'étude pharmacodynamique de l'action inhibitrice de ces substances sur l'autoxydation de l'adrénaline.

Chez le Chien chloralosé, l'injection intraveineuse préalable de querci-

trine prolonge pendant un temps extrêmement considérable l'effet d'une injection d'adrénaline.

De plus, chez le Chien ainsi préparé, soumis à l'injection de peptone, les manifestations tensorielles du choc se bornent seulement à une légère baisse transitoire de la tension ([1]).

L'inhibition de l'autoxydation de l'adrénaline *in vitro*, provoquée par les substances mentionnées, contrôlée par des mesures photométriques et par la méthode pharmacodynamique, se manifeste donc sur l'organisme entier avec toutes ses conséquences.

Nous avons trouvé que cette propriété appartient à toute une famille de corps (flavonols et flavanones) dont les membres possèdent, à des degrés divers, ce que nous envisageons comme l'activité vitaminique P.

Ces substances permettent le maintien, sous une forme active, de l'adrénaline introduite dans la circulation. Elles permettent, le cas échéant, de lutter avec efficacité contre le collapsus vasculaire et par conséquent contre les manifestations du choc.

A l'état normal, des substances de la même famille, apportées comme nous l'avons contrôlé par les aliments d'origine végétale, doivent circuler dans l'organisme. Nous les avons mises en évidence, en très petite proportion, dans les urines de l'Homme, dont les extraits convenablement préparés présentent la propriété de prolonger l'effet de l'adrénaline sur les organes isolés. Ces substances ont pour fonction de maintenir dans l'organisme une certaine concentration de la sympathine circulante.

MICROBIOLOGIE. — *Essai pour la mise en évidence de l'état de vitalité de divers microbes.* Note de MM. **Paul Giroud** et **René Panthier**, présentée par M. Émile Roubaud.

Il serait intéressant d'essayer de mettre en évidence l'état de vitalité de divers microbes. Nous nous sommes servis dans ce but, à la suite de nombreuses constatations, d'une technique décrite par Macchiavello pour la coloration des rickettsies ([1]). Sur des frottis non fixés, on fait agir un

---

([1]) Les recherches physiologiques ont été poursuivies en collaboration avec H. Maschas et J.-L. Parrot.

([1]) A. Macchiavello, *Revista chilena de Higiene y Medecina preventiva*, 1, 1937, p. 101.

colorant basique, fuchsine basique par exemple, et un différenciateur léger comme l'acide citrique. Le fond de la préparation est coloré enfin au bleu de méthylène. Les rickettsies apparaissent alors en rouge rubis sur fond bleu.

Rickettsies. — Sur les frottis fixés, les rickettsies ne gardent plus la fuchsine basique : le même phénomène est constaté pour les frottis secs restés un temps assez long (24 heures) à la température du laboratoire. Les rickettsies formolées dont les suspensions sont préparées depuis quelques heures sont rouges; elles deviennent bleues dans les suspensions préparées depuis plus de 24 heures. Ceci, malgré que divers facteurs coagulants puissent véritablement mordancer les éléments étudiés.

Les organes des animaux de passage infectés de typhus exanthématique historique ou murin, de fièvre pourprée, de fièvre boutonneuse contenant des rickettsies classiques qui se colorent en rouge rubis, sont très infectants. Ces organes, dosés dans la peau suivant notre procédé ([2]), donnent une importante réaction locale. Par contre, toutes les formes non classiques en bague, en virgule, en point ([3]), se colorent en bleu. Les tissus riches en ces éléments ne provoquent que des réactions locales minimes.

Bactéries. — Aussi, par la suite, avons-nous essayé de voir comment se comportaient des bactéries d'âge différent et se développant dans divers milieux.

Frottis d'organe. — Dans un frottis de péritonite à pneumocoques, par exemple, on voit à côté d'éléments courts, d'aspect classique mais de petite taille, colorés en rouge rubis, d'autres éléments plus gros, d'aspect moins condensés que les premiers, se colorant en bleu. L'exsudat péritonéal étant ensemencé sur des milieux nutritifs ordinaires, on constate que le nombre de colonies est en rapport avec le nombre d'éléments rubis. Des frottis d'organes contenant d'autres germes donnent des résultats analogues.

Milieux nutritifs ordinaires. — On doit noter tout d'abord la propriété de chaque microbe de fixer plus ou moins intensément la fuchsine basique, les examens étant pratiqués toujours d'une façon comparable. Nous avons observé que les germes, ne se décolorant pas par la technique de Gram, perdent, d'une façon beaucoup plus rapide au cours de leur évolution, la propriété de conserver la coloration par la fuchsine basique.

([2]) P. Giroud, *C. R. Soc. biol.*, 127, 1938, p. 397 et 864; *Bull. Soc. Path. Exot.*, 31, 1938, p. 247.

([3]) P. Giroud et R. Panthier, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 32, 1939, p. 404.

Nous avons constaté que les cultures jeunes contenaient toujours un certain nombre d'éléments colorés très intensément en rouge et une proportion plus ou moins grande d'éléments bien colorés en bleu. La proportion d'éléments bleus par rapport aux éléments rouges grandissait au fur et à mesure du vieillissement de la culture.

Pour les germes Gram négatifs, la quantité d'éléments qui conservent la fuchsine basique est beaucoup plus importante; cette propriété persiste longtemps malgré le vieillissement de la culture.

A l'examen de cultures datant de plusieurs mois mais repiquables, on pouvait trouver de rares éléments filamenteux ou punctiformes colorés très intensément en rouge, à côté d'innombrables germes, soit relativement bien conservés, colorés en bleu, soit très mal conservés et très mal colorés.

Tous ces germes perdaient constamment la propriété de garder la fuschine basique dès qu'ils étaient tués par la chaleur ou par l'alcool.

Milieux de conservation. — Dans les milieux contenant des fragments d'organes (viscère ou muscle), les microbes sont encore rouges, dans les frottis, très longtemps après le début de la culture.

Virus. — Nous avons pris comme type la péripneumonie, dont on connaît bien la morphologie dans les cultures (Dujardin-Beaumetz). Une culture de quelques heures colorée au Macchiavello renferme des éléments punctiformes rubis de grandeur variée; une culture de trois ou quatre jours contient presque uniquement des éléments bleus qui présentent les morphologies classiques décrites. Dujardin-Beaumetz a toujours considéré que ce sont les petits éléments qui sont virulents et ce sont ceux-là même qui se colorent en rubis.

Conclusion. — Une coloration comme celle de Macchiavello, par exemple, permet, dans une certaine mesure, d'apprécier l'état de vitalité de divers microbes, compte tenu naturellement de la propriété de chaque germe de conserver, plus ou moins électivement, certains colorants, entre autres la fuchsine basique.

La séance est levée à 15h45m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1941.

Introduction à l'étude expérimentale du Problème de l'hallucination, par K. AGADJANIAN, in *Archives internationales de neurologie*. Paris, J. Peyronnet et Cie, 1939-1940; 1 vol. 24cm.

Annuaire pour l'an 1941, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1941; 1 vol. 19cm.

Un médecin rochelais, par JEAN TORLAIS. Extrait du *Journal de médecine de Bordeaux*. Bordeaux, Imprimerie Delmas, 1940; 1 fasc. 24cm.

Mémoires du Muséum national d'histoire naturelle. Nouvelle série. Tome XIV. Fascicule unique. *Croisière du Bougainville aux Iles australes françaises*, par A. LACROIX. Extrait. Paris, Éditions du Muséum, 1940; 1 fasc. 28cm.

Variations expérimentales de Chrysiridia Madagascariensis, par RENÉ CATALA. Extrait des *Archives du Muséum*. Tome XVII, 1940; 1 vol. 32cm,5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Phénomènes d'amixie dans les intercroisements de Culicides du groupe* pipiens. Note de M. **Émile Roubaud**.

Il est possible, ainsi que l'a constaté récemment Fr. Weyer (1), d'obtenir des hybrides féconds entre notre moustique commun *Culex pipiens* et son représentant tropical *C. fatigans*. On peut, de même, hybrider aisément au laboratoire les deux races ou biotypes que j'ai précédemment définis chez *C. pipiens*, le Culex autogène (*C. pipiens autogenicus*) et le Culex anautogène (*C. pipiens pipiens*) (2).

Les résultats positifs de ces expériences d'hybridation, qui ont seuls jusqu'ici retenu l'attention, tendraient à faire supposer que la distinction de ces différentes espèces ou sous-espèces étroitement apparentées est fragile et que, dans la nature, des mélanges illimités doivent se produire entre elles.

Or, si l'on examine de plus près les phénomènes, on constate qu'en fait une barrière certaine d'amixie physiologique restreint notablement les possibilités théoriques de ces mélanges. L'amixie se traduit par la production d'un plus ou moins grand nombre d'œufs stériles ou de larves abortives, par les femelles fécondées par des mâles hétérologues.

Certaines nacelles de ponte sont parfois entièrement inaptes à l'éclosion et peuvent prêter à confusion avec les pontes issues de femelles non

---

(1) *Arb. phys. angew. Ent. Berlin-Dahlem*, 3, 1936, p. 202.
(2) *Ann. Sc. Nat. Zoologie*, 10e série, 16, 1933, p. 132.

fécondées, si le contrôle microscopique des femelles n'est pas soigneusement pratiqué. L'examen de ces pontes stériles fait, d'autre part, ressortir la présence fréquente, à côté d'œufs demeurés non embryonnés, d'œufs renfermant une larve plus ou moins développée mais morte, dans l'œuf, avant l'éclosion. On ne rencontre parfois qu'une ou deux de ces larves pour une nacelle entière d'œufs stériles ou n'offrant qu'un début de développement.

Le nombre des hybrides viables obtenus, au départ, de ces croisements artificiels de laboratoire où les conditions de contact entre les conjoints hétérologues sont facilitées au maximum, se montre relativement très peu élevé ainsi qu'en témoignent les relevés d'expériences ci-après.

I. *Intercroisement de* C. pipiens *et de* C. fatigans. — Dans la combinaison mâle *pipiens* × femelle *fatigans*, sur cinq pontes obtenues, *deux* furent entièrement stériles ou ne produisirent que quelques larves, mortes avant l'éclosion. Les trois autres pontes, partiellement fertiles, libérèrent une centaine de larves dont 55 seulement achevèrent leur développement.

Au total, sur plus de 300 œufs produits par des femelles *fatigans*, toutes reconnues fécondées par des mâles *pipiens*, 55 moustiques hybrides de première génération parvinrent seuls à l'éclosion, avec une disproportion anormale des mâles (6 pour 49 femelles).

Dans la combinaison mâle *fatigans* × femelles *pipiens*, sur 17 pontes obtenues de femelles reconnues fécondées, 16 furent entièrement stériles en apparence. Dans 5 de ces pontes, plusieurs larves abortives furent cependant décelées. La 17e ponte fut faiblement fertile : elle ne produisit que deux larves viables. Dans l'ensemble, sur environ 850 œufs issus, après fécondation par mâles *fatigans*, de femelles *pipiens*, seulement deux moustiques de première génération hybride furent obtenus.

Dans ces divers essais de croisement du *fatigans* avec le *pipiens*, c'est jusqu'ici uniquement en utilisant la variété autogène du *C. pipiens* que des hybrides viables furent constatés.

II. *Intercroisement de biotypes de* Culex pipiens. — Des phénomènes analogues d'amixie ont pu être également observés en intercroisant des variétés, ou même des souches biologiques différentes, de *C. pipiens*.

Ainsi, dans divers de nos essais, sur cinq pontes résultant d'un croisement de mâles *C. pipiens pipiens* de Normandie avec des femelles de *C. pipiens* autogènes de Tunisie, trois furent totalement infertiles, malgré la fécondation contrôlée des femelles. Dans la combinaison inverse, les trois pontes obtenues étaient toutes infertiles, dans les mêmes conditions.

Sur treize pontes provenant du croisement de mâles *autogenicus* toulonnais avec des femelles *C. pipiens herbericus* d'Algérie, douze furent frappées d'infertilité totale, mais avec une proportion plus ou moins forte de larves mortes avant l'éclosion.

Sur six pontes produites par des femelles autogènes de Tunisie fécondées par des mâles autogènes parisiens, trois furent fertiles, trois totalement infertiles, avec présence de quelques larves abortives.

Sur cinq pontes issues de femelles autogènes d'Algérie fécondées par des mâles autogènes parisiens, deux furent partiellement ou totalement infertiles.

Dans la descendance ultérieure des hybrides viables issus de ces croisements, certaines pontes sont également parfois frappées de stérilité, dans les mêmes conditions. L'apparition de pontes stériles ou de larves abortives, que l'on constate de temps à autre dans les élevages d'une souche naturelle donnée de *Culex*, pourrait donc traduire l'hétérogénéité génotypique de cette souche. Il en est de même lorsque certaines résistances sont observées dans les intercroisements de souches appartenant en apparence à un même biotype (autogène nord-africain et autogène parisien par exemple).

Les phénomènes d'amixie physiologique constatés dans le groupe du *pipiens* sont à rapprocher des faits analogues de résistance à l'hybridation relevés dans les intercroisements de diverses variétés anophéliennes (biotypes de *maculipennis*, de *Stephensi* etc.).

Ces données font ressortir la stabilité relative, dans la nature, des variations biotypiques, même peu caractérisées morphologiquement, dont l'étude moderne des Culicides manifeste de plus en plus l'importance, en tant que véritables sous-espèces physiologiques. Elles n'excluent d'ailleurs pas les possibilités accidentelles de croisement naturel entre les divers biotypes, fait dont nous possédons déjà plusieurs exemples, chez les Culex comme chez les Anophèles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines équations aux dérivées partielles.* Note (¹) de M. **Jules Haag.**

M. Dragoslav S. Mitrinovitch (²) a donné l'intégrale générale d'une certaine classe d'équations aux dérivées partielles. Ces équations

---

(¹) Séance du 10 février 1941.

(²) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 783-785.

constituent un cas particulier d'une classe beaucoup plus générale, dont l'intégration se ramène à une équation différentielle.

Posons, pour abréger l'écriture,

$$z_k = (px + qy)^{(k)},$$

le second membre ayant la signification indiquée dans la Note précitée. Considérons l'équation

$$(1) \qquad H(x, y, z, z_1, z_2, \ldots, z_n) = 0,$$

où H représente une fonction quelconque. Faisons le changement de variable $y = xt$. La fonction $z = f(x, y)$ devient

$$z = f(x, tx) = F(x, t).$$

D'après une identité élémentaire bien connue, on a

$$\frac{\partial^k F}{\partial x^k} = (f'_x + tf'_y)^{(k)} = \frac{z_k}{x^k}.$$

Dès lors l'équation (1) s'écrit

$$(2) \qquad H\left(x, tx, F, x\frac{\partial F}{\partial x}, x^2\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \ldots, x^n\frac{\partial^n F}{\partial x^n}\right) = 0.$$

C'est une équation différentielle d'ordre n entre F et x. Si

$$(3) \qquad F = \varphi(x, t, C_1, C_2, \ldots, C_n)$$

représente son intégrale générale, l'intégrale générale de l'équation (1) s'obtient en y remplaçant les n constantes d'intégration C_i par n fonctions arbitraires de y/x et t par y/x.

Considérons par exemple l'équation linéaire

$$(4) \qquad \sum_{k=0}^{n} a_k z_k = b,$$

les a_k et b désignant des fonctions quelconques de x et y. L'équation (2) devient une équation différentielle linéaire quelconque, dont l'intégrale générale est de la forme

$$F = g_0(x, t) + \sum_{k=1}^{n} C_k g_k(x, t).$$

L'intégrale générale de (4) est donc

$$z = g_0\left(x, \frac{y}{x}\right) + \sum_{k=1}^{n} g_k\left(x, \frac{y}{x}\right)\varphi_k\left(\frac{y}{x}\right),$$

les φ_k étant des fonctions arbitraires.

Si les a_k sont des constantes et si $b = 0$, l'équation (2) est une équation d'Euler, et l'on obtient immédiatement les formules de M. Mitrinovitch. Mais on peut évidemment imaginer d'autres cas particuliers pour lesquels on saura écrire l'intégrale générale.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Pierre Fauvel. *Annélides polychètes de l'Indochine recueillies par* M. C. Dawydoff.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les systèmes d'événements; application à deux théorèmes classiques.* Note de M. **Michel Loève**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Une égalité et applications.* — Soient m couples d'événements A_1, B_1; A_2, B_2; ... A_m, B_m, définis sur une même catégorie d'épreuves et tels que $A_i \supset B_i$ (B_i entraîne A_i), $i = 1, 2, \ldots m$. On établit aisément l'égalité

$$(1)\quad \begin{aligned} &\Pr[(A_1 - B_1)(A_2 - B_2)\ldots(A_m - B_m)] \\ &= \Pr(A_1 A_2 \ldots A_m) + \ldots + (-1)^k \Sigma \Pr(B_{i_1}\ldots B_{i_k} A_{i_{k+1}}\ldots A_{i_m}) \\ &\quad + \ldots + (-1)^m \Pr(B_{i_1} B_{i_2} B_{i_m}); \end{aligned}$$

et l'on en déduit les probabilités des combinaisons quelconques d'un nombre fini d'événements dépendants ou non, compatibles ou non [1].

King a écrit certaines de ces formules sous forme symbolique en remplaçant, dans les calculs intermédiaires, $S_k = \Sigma \Pr(A_{i_1} A_{i_2} \ldots A_{i_k})$ par S^k. Remplaçons, de même, les moments factoriels $M_{(k)}$ de la répétition R des

---

[1] On peut obtenir ainsi les relations d'égalité établies dans Fréchet, *Probabilités associées à un système d'événements dépendants et compatibles*, Paris, 1940; Fréchet, *Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilités*, Livre I, page 12, Paris, 1937.

événements A_i par M^k et $\sum_{j_1,\ldots,j_k} \Pr(A_{i_1} A_{i_2} \ldots A_{i_r} A_{j_1} \ldots A_{j_k})$ par $p_{i_1 i_2 \ldots i_r}(M^k/k!)$. On a, en indiquant par $\doteq$ les égalités symboliques,

$$\text{Prob}(A_{i_1}, \ldots, A_{i_r} \text{ seuls ont lieu}) \doteq p_{i_1 \ldots i_r} e^{-M},$$

$$P_{[r]} = \text{Prob}(r \text{ des évén. } A_i \text{ ont lieu}) \doteq \frac{M^r}{r!} e^{-M},$$

et la fonction génératrice de R

$$G(u) \doteq e^{M(u-1)}, \quad \ldots.$$

Dans le cas où la variable aléatoire R suit la loi de Poisson, les deux dernières relations deviennent, comme on le sait, des égalités ordinaires.

La méthode symbolique s'étend aux formules, que l'on peut encore obtenir à partir de (1), relatives aux groupes d'événements

$$\{C_i\} \quad (i = 1, 2, \ldots, m); \qquad \{D_j\} \quad (j = 1, 2, \ldots, n), \quad \ldots.$$

En adoptant une convention analogue, $M_{(p,q)}$ remplacé par $M^p M'^q, \ldots$, on a, par exemple,

$$P_{[r,s]} = \text{Prob}(r \text{ évén. } C_i \text{ et } s \text{ évén. } D_j \text{ ont lieu}) \doteq \frac{M^r}{r!} \frac{M'^s}{s!} e^{-(M+M')},$$

$$G(u, u') \doteq e^{M(u-1)+M'(u'-1)}.$$

Appliquons à une généralisation, qui semble nouvelle, du problème des rencontres : une urne renferme $m+n$ boules numérotées de 1 à $m+n$; on fait $m+n$ tirages sans remettre les boules tirées et l'on étudie la probabilité $P_{[r,s]}^{(m,n)}$ de l'événement où se trouvent fixés, à la fois, le nombre r des rencontres dans m tirages désignés et celui s dans les n autres. Si l'on fait croître ensuite m et n, de manière que $m/(m+n) \to \alpha$ fixe, $P_{[r,s]}^{(m,n)}$ tend vers une limite $P_{[r,s]}$ définissant une loi de Poisson à deux dimensions (si $\alpha \neq 0$ et 1) :

$$P_{[r,s]} = \frac{\alpha^r}{r!} e^{-\alpha} \frac{\beta^s}{s!} e^{-\beta}, \qquad \alpha + \beta = 1.$$

2. *Une double inégalité et applications.* — On peut établir la relation suivante, où $P_r = \text{Prob}(R \geqq r)$,

$$\frac{S_k - C_{r-1}^k}{C_m^k - C_{r-1}^k} \leqq P_r \leqq \frac{S_k}{C_r^k}. \tag{2}$$

Pour $r = m$, on retrouve à droite une inégalité de M. Fréchet, à gauche l'inégalité de M. Gumbel. En les transformant et appliquant aux événements extraits d'une suite dénombrable $\{A_i\}$, on trouve

$$\varpi_{\mu, m}(k) \leqq P_{\mu, m} \leqq \frac{m}{k} \varpi_{\mu, m}(k),$$

où

$$P_{\mu,m} = Pr(A_{\mu+1} + \ldots + A_{\mu+m})$$

et

$$\varpi_{\mu,m}(k) = \frac{1}{C_m^k} \sum_{i_1 < \ldots < i_k \leq m} Pr(A_{\mu+i_1} + \ldots + A_{\mu+i_k}).$$

D'où les généralisations suivantes de deux théorèmes classiques :

1° Si $\lim_{\mu\to\infty} \lim_{m\to\infty} (m/k)\varpi_{\mu,m}(k) = 0$, on a $\mathfrak{T} = 0$,

où k reste constant ou varie avec $m(k \leq m)$ et $\mathfrak{T} =$ Prob (infinité des A_i ont lieu).

Pour $k = 1$, on a le théorème de Borel-Cantelli. Nous disposons maintenant d'une échelle de conditions suffisantes de plus en plus larges lorsque k est pris de plus en plus grand. Soient, par exemple, les événements $A_1 \supset A_2 \supset \ldots \supset A_n \supset \ldots$, avec $Pr(A_n) = 1/n$; le critère de Borel-Cantelli ne réussit plus, par contre, celui pour $k = m$, et plus généralement, n'importe lequel de ceux où $\overline{\lim}_{m\to\infty} (m/k) < \infty$ montre que $\mathfrak{T} = 0$.

De plus, si $\underline{\lim}_{\mu\to\infty} \underline{\lim}_{m\to\infty} (m/k)\varpi_{\mu,m}(k) < p$, on a $\mathfrak{T} < p$.

2° Si $\lim_{\mu\to\infty} \lim_{m\to\infty} \varpi_{\mu,m}(k) = 1$, on a $\mathfrak{T} = 1$

et l'on a encore une échelle de conditions suffisantes. Pour $k = m$ et en supposant les événements indépendants on retrouve un autre théorème de M. Borel.

De plus, si $\overline{\lim}_{\mu\to\infty} \overline{\lim}_{m\to\infty} \varpi_{\mu,m}(k) > p$, on a $\mathfrak{T} > p$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les ondes planes de la particule de spin 2 (graviton)*. Note de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les notations sont celles de notre précédente Note [1]. Nous avons obtenu quatre systèmes d'équations : le premier ($j = 2$), analogue au système de Fierz [2], dérive d'un tenseur symétrique $\Phi_{(\mu\nu)}$; le second ($j = 1$)

---

[1] *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187. Dans cette Note nous n'avons pas explicité, faute de place, le nombre des grandeurs indépendantes (c'est-à-dire non liées par des relations algébriques) résultant des équations de la théorie et de leurs conséquences; ce nombre est 168 (35 pour $j = 2$, 3×35 pour $j = 1$, et 2×14 pour $j = 0$).

[2] Fierz, *Helvetica Physica Acta*, 5, XII, 1939, p. 1.

est du même type mais dérive d'un tenseur antisymétrique $\Phi_{[\mu\nu]}$; le troisième ($j=1$) introduit deux fois les équations du type photon ou mésoton; enfin le quatrième ($j=0$), dit état d'annihilation, découle de deux invariants.

En séparant le temps dans les équations d'ondes initiales, nous obtenons

$$(1)\qquad 2\,\partial_t\Phi_{iklm}=[(\mathcal{A}^p+\mathcal{B}^p)\,\partial_p+\varkappa\mu_0 c\,(\mathcal{A}_4+\mathcal{B}_4)]\,\Phi_{iklm}\qquad (p=1,2,3)$$
$$(2)\qquad 2\,\partial_t\Phi_{iklm}=[(\mathrm{A}^p+\mathrm{B}^p)\,\partial_p+\varkappa\mu_0 c\,(\mathrm{A}_4+\mathrm{B}_4)]\,\Phi_{iklm}$$

avec

$$(\mathcal{A}_\mu)_{iklmpqrs}=(\alpha_\mu)_{ip}\,\partial_{kq}\,\partial_{lr}\,\partial_{ms},\qquad \mathcal{B}_\mu=\pm(\alpha_\mu)^*_{lr}\,\partial_{ip}\,\partial_{kq}\,\partial_{ms}$$
$$(\mathrm{A}_\mu)_{iklmpqrs}=(\alpha_\mu)_{ms}\,\partial_{ip}\,\partial_{kq}\,\partial_{lr},\qquad (\mathrm{B}_\mu)=\pm(\alpha_\mu)^*_{kq}\,\partial_{ip}\,\partial_{lr}\,\partial_{ms}\qquad (-\text{ pour }\mu=4).$$

Nous allons chercher des solutions de la forme

$$\Phi_{iklm}=a_{iklm}\,e^{\varkappa(wt-pz)}=a_{iklm}\mathrm{P}$$

en prenant la direction de propagation comme axe Oz.

1. *Expression des Φ_{iklm} en fonction de* 16 *constantes arbitraires.* — Les solutions de l'équation (1) seront les mêmes que pour un Φ à 16 composantes i, l, les indices k, m restant fixes. Elles introduisent les quatre constantes de la théorie du photon, C_1, C_2, C_3, C_4 (³). De même les solutions de (2) s'obtiennent à partir d'une solution à 16 composantes m, k (i, l fixes) et s'expriment en fonction de quatre constantes : C'_1, C'_2, C'_3, C'_4. En utilisant les notations

$$C_{ij}=C_iC'_j\qquad (i,j=1,2,3,4),$$

nous pourrons exprimer les 256 composantes Φ_{iklm} en fonction des 16 constantes arbitraires C_{ij}. Ces composantes se répartiront en 16 tableaux analogues. Voici l'un d'entre eux

$$\Phi_{3223}=c_{11}\mathrm{P},\qquad \Phi_{1441}=p^4/\Delta^4c_{11}\mathrm{P}\qquad (\Delta=\mathrm{W}/c+\mu_0c),$$
$$\Phi_{3243}=-\Phi_{1223}=\Phi_{3423}=-\Phi_{3221}=p/\Delta c_{11}\mathrm{P},$$
$$\Phi_{3443}=-\Phi_{1423}=-\Phi_{3241}=\Phi_{1221}=-\Phi_{1243}=-\Phi_{3421}=p_2/\Delta^2c_{11}\mathrm{P},$$
$$\Phi_{1443}=-\Phi_{1241}=\Phi_{3441}=-\Phi_{1421}=-p^3/\Delta^3c_1,\mathrm{P}.$$

2. *Spin.* — Étant donné l'hamiltonien H du système formé par (1) et (2) et le moment cinétique orbital M_p, il est possible de définir un opérateur N_p tel que $(\mathrm{M}_p+\mathrm{N}_p)\mathrm{H}-\mathrm{H}(\mathrm{M}_p+\mathrm{N}_p)=0$. Sa composante N_z est alors

$$\mathrm{N}_z=h/4\pi\,[i\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2+i\mathcal{B}_1\mathcal{B}_2+i\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2+i\mathrm{B}_1\mathrm{B}_2],$$

(³) L. de Broglie, *Nouvelles recherches sur la lumière* (*Actualités Scientifiques*, **411**, 1936, p. 17).

N_x et N_y se déduisant par permutation circulaire. D'après la forme de la matrice $i\alpha_1\alpha_2$, on obtient

$$N_z\Phi_{iklm} = h/4\pi\,[-(-1)^i + (-1)^l - (-1)^m + (-1)^k]\,\Phi_{iklm},$$

ce qui nous donne immédiatement la répartition des différents Φ_{iklm}, c'est-à-dire des constantes c_{ij} suivant les différentes valeurs de m (nombre quantique correspondant à la composante du spin le long de Oz)

$$m = \begin{cases} +2 & c_{11}, \\ -2 & c_{22}, \end{cases} \qquad m = \begin{cases} +1 & c_{13},\ c_{31},\ c_{14},\ c_{41}, \\ -1 & c_{23},\ c_{32},\ c_{24},\ c_{42}, \end{cases} \qquad m = 0\,\{\, c_{33},\ c_{44},\ c_{43},\ c_{34},\ c_{12},\ c_{21}.$$

Le cas $m = \pm 2$ est donc fourni par les ondes dextrogyres (c_2) et lévogyres (c_1) de la théorie du photon, sans mélange entre elles. Le cas $m = -1$ résulte de la combinaison des ondes dextrogyres et longitudinales (c_3, c_4), $m = +1$ des ondes lévogyres et longitudinales, $m = 0$ correspond aux combinaisons des ondes longitudinales entre elles, et des ondes dextrogyres-lévogyres.

3. *Expression des grandeurs de la théorie en fonction des* c_{ij}. — Nous avons adopté le développement

$$\psi_{iklm} = (m^A n^B \pm n^A m^B)_{iklm}\Phi_{AB}, \qquad A, B = 0, \ldots, 16.$$

En multipliant ψ_{iklm} par $(m^A n^B \pm n^A m^B)$ et en prenant la trace on exprime chaque Φ_{AB} en fonction des ψ_{iklm} (solution des équations en ∂_4), puis des Φ_{iklm} (solutions des équations en ∂_t), c'est-à-dire des c_{ij}. Nous allons citer, à titre d'exemple, les valeurs des 16 grandeurs fondamentales de la théorie (4).

1° $j = 2$,

$$\Phi_{(22)} - \Phi_{(11)} = 8\mu_0^2 c^2/\Delta^2(c_{11} + c_{22})P, \qquad \Phi_{(33)} = -4W^2/c^2\Delta^2(c_{33} + c_{44} + c_{34} + c_{43})P;$$

$$\Phi_{(13)} = -2\mu_0 W/\Delta^2(c_{13} + c_{34} - c_{23} - c_{32} + c_{14} + c_{41} - c_{24} - c_{42})P,$$

$$\Phi_{(23)} = 2i\mu_0 W/\Delta^2(c_{13} + c_{31} + c_{23} + c_{32} + c_{14} + c_{41} + c_{24} + c_{42})P, \qquad \Phi_{(12)} = -4i\mu_0^2 c^2/\Delta^2(c_{11} - c_{22})P.$$

2° $j = 1$,

$$\chi_1^{(1)} = -2i\mu_0^2\, c^2/\Delta^2(c_{13} + c_{31} - c_{23} - c_{32} - c_{14} - c_{41} + c_{24} + c_{42})P,$$

$$\chi_2^{(1)} = -2\mu_0^2\, c^2/\Delta^2(c_{13} + c_{31} + c_{23} + c_{32} - c_{14} - c_{41} - c_{24} - c_{42})P, \qquad \chi_3^{(1)} = 4i\mu_0 W/\Delta^2(c_{33} - c_{44})P,$$

$$\chi_1^{(2)} = -2i\mu_0^2\, c^2/\Delta^2(c_{13} - c_{31} - c_{23} + c_{32} - c_{14} + c_{41} + c_{24} - c_{42})P,$$

$$\chi_2^{(2)} = -2\mu_0^2\, c^2/\Delta^2(c_{13} - c_{31} + c_{23} - c_{32} - c_{14} + c_{41} - c_{24} + c_{42})P, \qquad \chi_3^{(2)} = 4i\mu_0 W/\Delta^2(c_{43} - c_{34})P,$$

$$\Phi_{[23]} = 2i\mu_0 W/\Delta^2(c_{13} - c_{31} + c_{23} - c_{32} + c_{14} - c_{41} + c_{24} - c_{42})P,$$

$$\Phi_{[31]} = 2\mu_0 W/\Delta^2(c_{13} - c_{31} - c_{23} + c_{32} + c_{14} - c_{41} - c_{24} + c_{42})P, \qquad \Phi_{[12]} = 4i\mu_0^2\, c^2/\Delta^2(c_{21} - c_{12})P,$$

3° $j = 0$,

$$\Sigma_\mu \Phi_{(\mu\mu)} = 4\mu_0^2 c^2/\Delta^2(2c_{12} + 2c_{21} - c_{33} - c_{44} - c_{34} - c_{43})P,$$

$$\varphi = 4\mu_0^2 c^2/\Delta^2(c_{33} + c_{44} - c_{43} - c_{34})P.$$

---

(4) M. A. Tonnelat, *loc. cit.*, p. 188 et 189, *lire* $\partial^\rho\Phi^{(2)}_{[\rho\mu]\nu} = -k\Phi_{(\mu\nu)}$ et $\partial^\rho\Phi^{(1)}_{[\rho\mu]\nu} = k\Phi_{[\mu\nu]}$ pour les deux premières équations des groupes $j = 2$ et $j = 1$.

On aura donc finalement la répartition suivante des c_{ij} en fonction des nombres quantiques correspondant au spin total (j) et au spin suivant Oz(m):

$$
j = 2 \left\{ \begin{array}{lll}
m = +2, & c_{11}, & \Phi_{(22)} - \Phi_{(11)},\ \Phi_{(12)}, \\
m = -2, & c_{22}, & \\
m = +1, & c_{13} + c_{31} + c_{14} + c_{41}, & \Phi_{(23)},\ \Phi_{(31)}, \\
m = -1, & c_{23} + c_{32} + c_{24} + c_{42}, & \\
m = 0, & c_{33} + c_{44} + c_{34} + c_{43}, & \Phi_{(33)}.
\end{array} \right.
$$

$$
j = 1 \left\{ \begin{array}{ll}
m = 1 & \left\{ \begin{array}{l} c_{14} - c_{41},\quad c_{13} - c_{31} \\ c_{13} + c_{31} - c_{14} - c_{41} \end{array} \right. \\
m = -1 & \left\{ \begin{array}{l} c_{24} - c_{42},\quad c_{23} - c_{32} \\ c_{23} + c_{32} - c_{24} - c_{42} \end{array} \right. \\
m = 0 & \left| \ c_{33} - c_{44}\,(\chi_3^{(1)}),\ c_{43} - c_{34}\,(\chi_3^{(2)}),\ c_{21} - c_{12}\,(\Phi_{[12]}), \right.
\end{array} \right. \quad \chi_1^{(1)},\ \chi_2^{(1)},\ \chi_1^{(2)},\ \chi_2^{(2)},\ \Phi_{[31]},\ \Phi_{[23]},
$$

$$
j = 0, \quad m = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} c_{12} + c_{21}, \\ c_{33} + c_{44} - c_{43} - c_{34}, \end{array} \right. \quad \Sigma_\mu \Phi_{\mu\mu},\ \varphi.
$$

On vérifie que toutes les grandeurs calculées en fonction des c_{ij} vérifient les équations de la théorie. On peut, bien entendu, obtenir ces résultats au moyen de combinaisons entre les grandeurs de la théorie à 16 composantes. Mais il semble plus intéressant de les faire dériver d'une équation d'ondes initiale qui met mieux en évidence le caractère corpusculaire et qui, postulée comme base de la théorie, lui permet une autonomie complète dans son développement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Résistance du ferrite tétracalcique hydraté aux agents chimiques soude et gaz carbonique.* Note de Mlle **Jeanne Foret**.

Les ferrites de calcium hydratés présentent des séries de composés comparables aux aluminates de calcium : ferrites simples tricalcique ([1]) et tétracalcique ([2]); ferrites doubles ([3]) : nitroferrite de calcium, chloroferrite de calcium etc. et ils possèdent des propriétés hydrauliques analogues à celles des composés alumineux.

([1]) Intire et Shaw, *Soil Science*, 19, 1925, p. 125; Eiger, *Rev. Mat. Const.*, 1937, p. 141.

([2]) Pelouze, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, 33, 1851, p. 5; Le Chatelier, *Mortiers hydrauliques*, Paris, 1904; Hoffmann, *Über Calciumferrithydrate Zementverlag*, Berlin, 1935.

([3]) Malquori et Caruso, *Atti del Xe Cong. Int. Chim.*, Roma, 2, 1938, p. 713.

J'ai déjà indiqué ([4]) que l'aluminate tétracalcique hydraté, tout d'abord stabilisé par des solutions de soude de titre inférieur à 0,04 N, était décomposé par des solutions alcalines plus concentrées. Cette propriété expliquant la désagrégation de certains ciments alumineux, s'applique-t-elle aux ferrites de calcium? L'action de la soude en solution sur le ferrite tétracalcique hydraté a fait l'objet principal de cette étude.

J'ai préparé du ferrite tétracalcique par précipitation simultanée par la soude, en milieu privé de gaz carbonique, d'hydrate de fer et de chaux, dans un mélange en proportion théorique de leurs chlorures. Les précipités perdent rapidement la coloration rouille due à l'oxyde de fer et deviennent blancs. Ils ont été placés après lavage dans des solutions de soude de titres connus. Et, après équilibre, les liqueurs ont été analysées pour leur teneur en oxyde de fer, en chaux et en soude.

Tout d'abord, aucune trace d'oxyde de fer n'est révélée dans la liqueur alcaline, et la coloration blanche du ferrite confirme la combinaison totale de l'oxyde de fer. Enfin la teneur en chaux dans les solutions décroît depuis l'eau pure, où la décomposition est maximum, jusqu'aux solutions les plus concentrées.

Voici les teneurs en chaux et en soude d'un certain nombre des liqueurs d'expérience, exprimées en normalité :

Soude	0	0,0028	0,0040	0,0157	0,032	0,171	0,295
Chaux	0,0420	0,0126	0,0095	0,00125	0,0011	0,0005	0,0002

Ces chiffres permettent de tracer une courbe très voisine de celle donnée par Anselme ([5]) pour la précipitation de la chaux en solutions de soude. L'effet sur le ferrite de calcium est analogue. La soude stabilise le ferrite de calcium; la décomposition en solution alcaline devient pratiquement insignifiante dès 0,015 N.

A la suite de cette résistance à la soude, il faut signaler la décomposition du ferrite de calcium sous l'influence du gaz carbonique. Celle-ci se manifeste, soit dans une eau carbonatée, soit à l'air, par l'apparition de la coloration due à l'oxyde de fer.

L'étude des propriétés magnétiques, après dessiccation à la température ordinaire et carbonatation de la chaux, indique que l'oxyde de fer libéré est encore hydraté; sa composition se rapproche probablement de celle de la goethite.

([4]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1335.
([5]) *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, 29, 1903, p. 936.

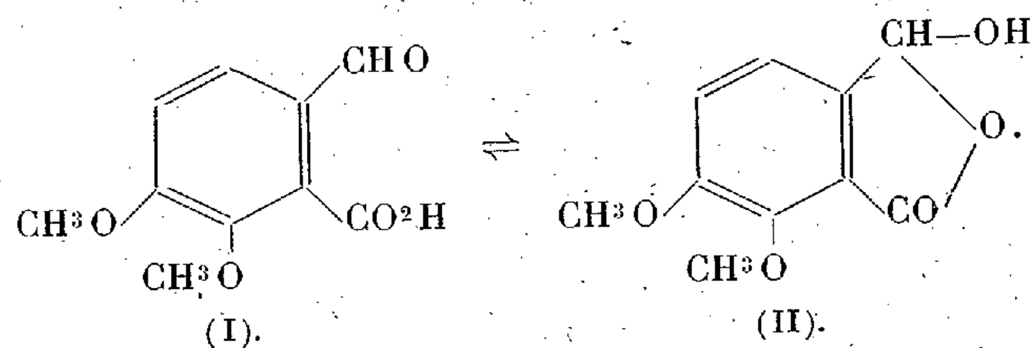
Susceptibilité χ, rapportée à l'oxyde de fer, de ferrites carbonatés.

42.10^{-6}, 48.10^{-6}, $36\text{-}40.10^{-6}$ goethite.

Ces deux caractères des ferrites de calcium hydratés, stabilisation par la soude et attaquabilité par le gaz carbonique, permettent de prévoir des qualités d'usage. La possibilité se révèle de leur emploi comme mortier en présence de roches feldspathiques, et partout où une action alcaline est à prévoir. L'action du gaz carbonique pose un autre problème, celui de la compacité du matériau obtenu, mais ne semble pas un inconvénient dans l'emploi.

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'influence des substitutions électronégatives sur la tautomérie de l'acide opianique.* Note ([1]) de MM. **Buu-Hoï** et **Paul Cagniant**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous a montré ([2]) par la spectroscopie ultraviolette que l'acide opianique est, en solution, un mélange en équilibre des deux formes tautomères (I) et (II) prévues par les chimistes. Par un choix convenable du solvant, il est possible de déplacer entièrement cet équilibre soit vers l'une, soit vers l'autre des deux formes en présence,



En vue de rassembler le matériel expérimental nécessaire à l'élaboration d'une théorie générale de la tautomérie céto-lactolique, il nous a semblé utile d'établir la constitution réelle de divers acides opianiques substitués. Nous avons étudié tout d'abord l'influence des groupes électronégatifs $-NO^2$ et $-Br$.

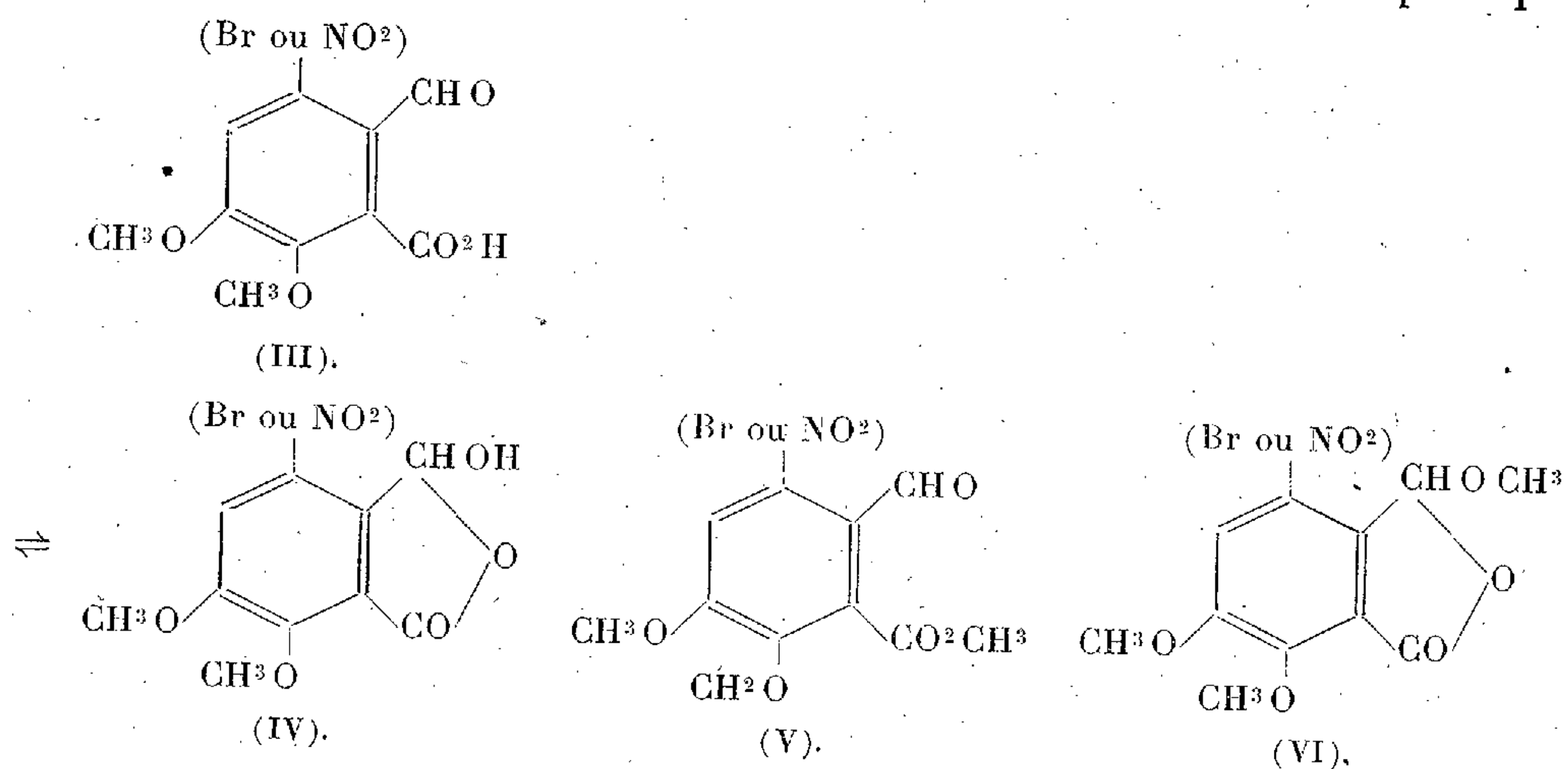
Wegscheider ([3]) a montré que la constante d'affinité de l'acide bromo-opianique (III) est beaucoup plus faible ($K_{25°} = 4,34 \times 10^{-5}$)

([1]) Séance du 3 février 1941.

([2]) Buu-Hoï, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 242.

([3]) *Monatsh. f. Chem.*, 37, 1916, p. 220; 26, 1905, p. 1231.

que celle de l'acide opianique en solution aqueuse ([4]) ($K_{25°} = 8,82 \times 10^{-4}$), ce qui doit provenir de la présence d'une forte proportion de la forme oxylactone (IV). De même la constante de l'acide nitro-opianique



($K_{25°} = 2,91 . 10^{-6}$) est encore plus faible, et même inférieure à celles de l'acide déhydracétique et de la dihydrorésorcine. Par contre Hans Meyer ([5]), faisant réagir le diazométhane sur les deux acides (III), obtient des éthers normaux (V), ce qui tend à prouver que ces acides possèdent exclusivement la structure aldéhyde, le diazométhane étant réputé comme ne provoquant jamais de transpositions. Les spectres d'absorption nous permettent de montrer cependant que, dans aucun cas, si ce n'est en milieu fortement alcalin, les acides bromo et nitro-opianiques ne possèdent la structure aldéhyde (III). En effet l'acide bromo-opianique, qu'il soit en solution dans l'alcool aqueux à 50 % (courbe 1, *fig.* 1) ou dans $CHCl^3$ (courbe 2, *fig.* 1), absorbe tout à fait comme son pseudoéther (VI) (courbe 4, *fig.* 1). Par contre le spectre des solutions dans la soude aqueuse N/20, qui correspond à la forme aldéhyde, a une allure tout à fait différente (courbe 3, *fig.* 1), et semblable au spectre de l'éther normal (courbe 5, *fig.* 1) obtenu par la méthode au diazométhane.

De même l'absorption de l'acide nitro-opianique en solution dans l'alcool aqueux à 50 % (courbe 1, *fig.* 2) ou dans $CHCl^3$ (courbe 2, *fig.* 2), ressemble à celle de son ψ-éther (courbe 4, *fig.* 2), alors que la courbe qui

([4]) Ostwald, *Zeit. f. physik. Chem.*, 3, 1889, p. 268.
([5]) *Monatsh. f. Chem.*, 26, 1905, p. 1299.

correspond aux solutions dans la soude (courbe 3, *fig.* 2) a une allure différente. Notons que l'acide nitro-opianique se dissout sans coloration dans les alcalis, mais que ces solutions subissent, avec le temps, une décom-

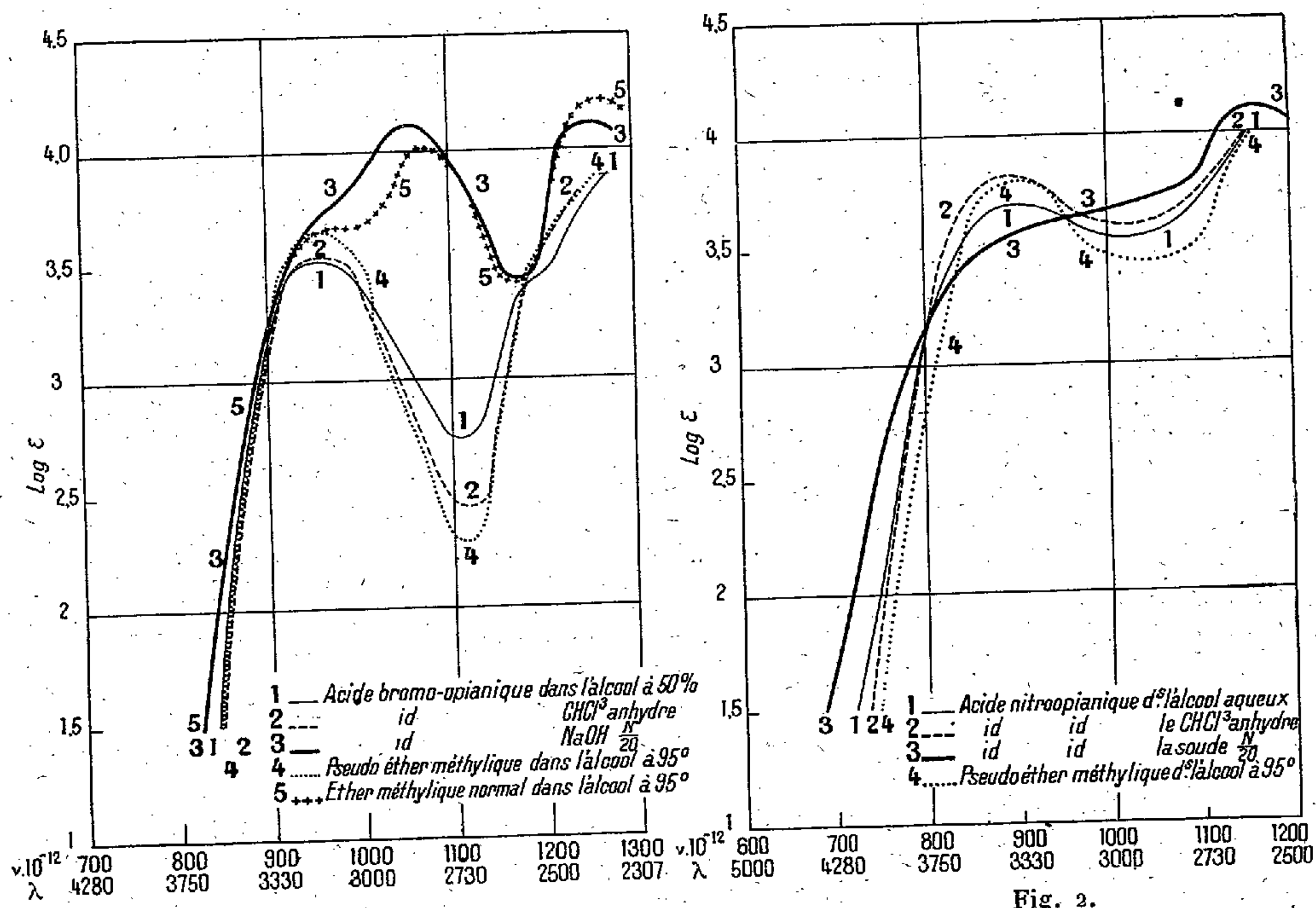


Fig. 1. Fig. 2.

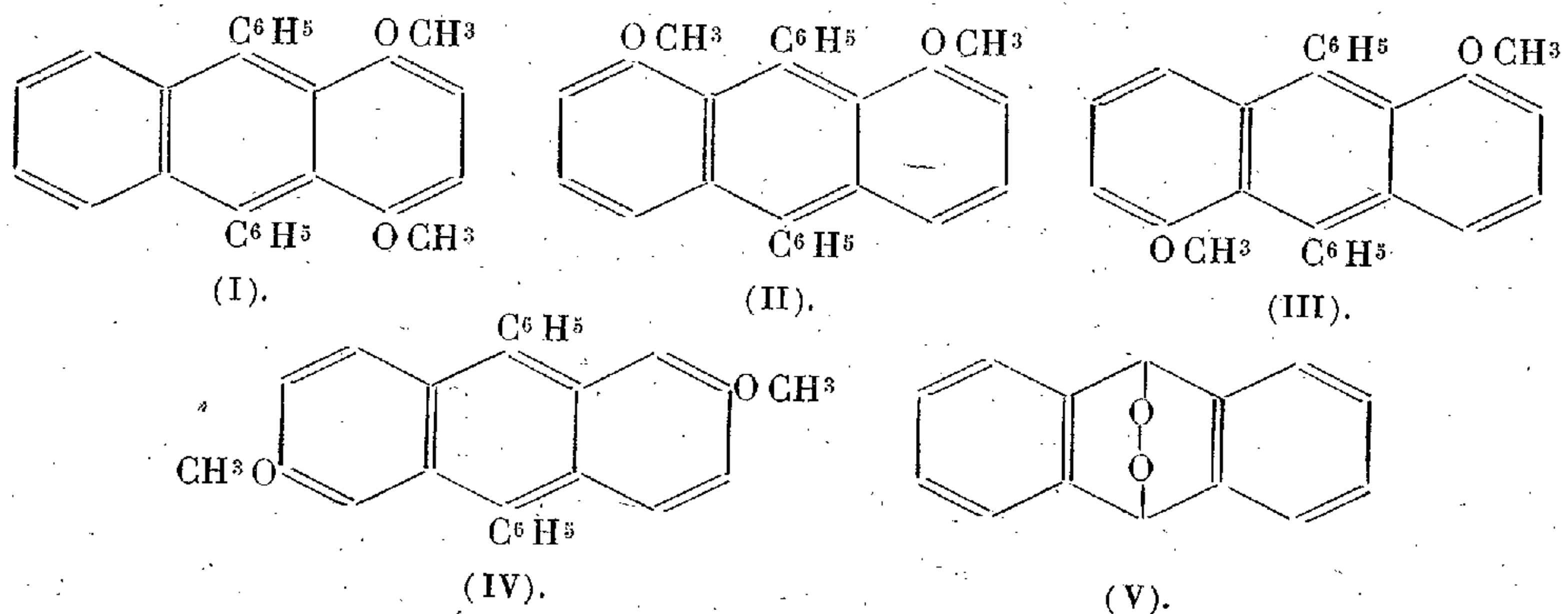
position photochimique importante avec apparition d'une coloration jaune.

En résumé, nos expériences, qui confirment les résultats obtenus par la méthode conductimétrique, montrent qu'il faut faire peu de cas des méthodes chimiques lorsqu'il s'agit de fixer la structure des tautomères, les réactifs les plus doux, comme le diazométhane, étant susceptibles de transposer les molécules en une autre structure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Union labile de l'oxygène au carbone. Photo-oxydation de mésodiphénylanthracènes diméthoxylés en divers points.* Note de MM. Charles Dufraisse et Léon Velluz, présentée par M. Marcel Delépine.

Quand ils sont en positions 1 et 4 (I) sur le mésodiphénylanthracène, deux méthoxyles ont, comme nous l'avons établi antérieurement (1939), le

pouvoir de rendre tellement labile l'union du carbone et de l'oxygène que ce dernier est expulsé déjà à froid du photooxyde (constitution V). Nous nous sommes alors préoccupés de discerner successivement l'influence du substituant et celle de sa position. Dans un premier travail (1940), nous avons montré que le méthoxyle avait vis-à-vis de l'oxygène une action mobilisante propre, en tout cas une action que ne possèdent pas d'autres substituants négatifs comme le chlore ou le phényle. Restait à voir l'influence de l'emplacement du groupe actif par rapport à l'oxygène.



Les positions 1 et 4 sont, avec les deux autres positions α (5 et 8), les plus rapprochées du noyau central. Il convenait de rechercher si un autre arrangement sur sommets α ne serait pas aussi efficace que le dispositif 1-4 pour mobiliser l'oxygène. Les deux autres distributions possibles en α, soit 1-8 (II) et 1-5 (III), ont été réalisées; on y a ajouté un arrangement di-β, 2-6 (IV), en vue de comparaisons.

L'isomère 1.8 a été préparé à partir de la chrysazone, dont l'éther diméthylique a été phénylé en deux diquinols, ($C^{28}H^{24}O^4$), les diméthoxy-1.8-diphényl-9.10-dihydroxy-9.10-dihydro-9.10-anthracènes diastéréoisomères, $(CH^3O)C^6H^3[C(OH)(C^6H^5)]^2C^6H^3(OCH^3)$, corps incolores, cristallisés, l'un en aiguilles (fusion instantanée 306-307°), l'autre en octaèdres (fusion instantanée 271°-272°). Ces diquinols sont réduits à la manière habituelle en diméthoxy-1.8-diphényl-9.10-anthracène ($C^{28}H^{22}O^2$) (II), tables jaunes pâles (fusion instantanée 212°-213°).

Des voies parallèles ont conduit aux deux autres anthracènes diméthoxylés. Pour l'isomère 1.5, on a pris comme matière première l'anthrarufone (dihydroxy-1.5-anthraquinone) que l'on a méthylée. Le diquinol intermédiaire, ($C^{28}H^{24}O^4$), ou diméthoxy-1.5-diphényl-9.10-dihydroxy-9.10-dihydro-9.10-anthracène $(CH^3O)\ C^6H^3[C(OH)(C^6H^5)]^2\ C^6H^3(OCH^3)$, se dépose en benzène avec une molécule de solvant, cristaux incolores (fusion instantanée 225°-226). Le diméthoxy-1.5-diphényl-9.10-anthracène ($C^{28}H^{22}O^2$) (III) est en prismes jaunes (fusion instantanée 284°-285°).

Enfin l'isomère 2.6 ($C^{28}H^{22}O^2$) (IV), prismes jaunes (fusion instantanée 256°-257°),

provient de la dihydroxy-2.6-anthraquinone par l'intermédiaire de l'éther diméthylique et du diquinol ($C^{28}H^{24}O^{4}$), lui-même en cristaux incolores (fusion instantanée 241°-242°), retenant du solvant (1^{mol} en dioxane, 2^{mol} en acétone).

Comme nous l'avions déjà remarqué avec l'isomère 1.4, les méthoxyles perturbent profondément le cours de la photooxydation. Ainsi, dans le sulfure de carbone, le solvant convenant le mieux aux autres corps anthracéniques, les quatre corps méthoxylés n'ont fourni que des résines. L'isomère 1.8 paraît le plus altérable : il brunit déjà en quelques instants à la lumière, même par une journée sombre de décembre. On a essayé de modérer la vigueur de cette attaque en ajoutant de l'éther, dont le pouvoir empêchant vis-à-vis de la photooxydation et de la photoaltération avait été éprouvé avec l'anthracène [1]. La résinification s'en est trouvée ralentie, mais sans que la formation du photooxyde en soit améliorée.

L'éther pur a donné des résultats positifs avec l'isomère 1.8 (II), mais pas avec l'isomère 1.5 (III), qui y subit sans changement une insolation d'une durée aussi longue que sept jours. Déjà l'isomère 1.8 (II) exige cinq jours d'irradiation pour fournir sa récolte maxima de photooxyde ($C^{28}H^{22}O^{4}$), alors qu'il suffit de une à deux heures pour l'isomère 1.4 (I). Les oxydabilités photochimiques en éther vont en croissant, suivant la gradation : $1.5 < 1.8 < 1.4$. Le photooxyde correspondant à l'isomère 1.5 (III) n'a pas encore été obtenu : il ne se forme ni en benzène, ni en éther, ni en sulfure de carbone, ni en mélanges de solvants.

Si l'on considère maintenant la dissociabilité du photooxyde, on constate une grande influence de l'ordre de distribution des substituants, même sur sommets semblables. Alors que la fragilité du photooxyde mésodiphénylanthracénique était considérablement accrue par deux méthoxyles en 1.4, puisque l'oxygène en partait à froid, il y a au contraire stabilisation de l'oxyde par les mêmes méthoxyles quand ils sont en 1.8, puisque la température de dissociation est notablement relevée (215° au lieu de 180°); en 1.4 les méthoxyles repoussent l'oxygène, en 1.8 ils le retiennent.

En positions β, 2.6 (IV) par exemple, qui sont plus éloignées du noyau central, les méthoxyles ont une influence moins accentuée sur la photooxydation. Cependant l'altérabilité à la lumière des solutions sulfocarboniques se maintient encore : le photooxyde ($C^{28}H^{22}O^{4}$) est obtenu en modérant l'attaque par 10 % d'éther. Par contre la dissociation du photooxyde a repris son allure habituelle : décomposition à 180°, rendement en oxygène libre environ 95 %.

(1) Ch. Dufraisse et M. Gérard, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 2055.

En résumé, les mésodiphénylanthracènes diméthoxylés en divers points présentent entre eux certaines ressemblances et de sérieuses différences. Tous se résinifient à la lumière dans leurs solutions sulfocarboniques, mais ils sont inégalement protégés par l'éther contre la photooxydation. La différence la plus remarquable tient à la mobilité de l'oxygène des photooxydes : considérablement accrue chez l'isomère 1.4, plutôt un peu diminuée chez l'isomère 1.8, elle reste inchangée, comme en l'absence de méthoxyles, chez l'isomère 2.6.

Cette activité des méthoxyles est à rapprocher de celle, bien connue, qu'ils exercent en série benzénique sur le carbone contigu au noyau : en positions ortho ou para, ils rendent particulièrement réactives les valences de ce carbone. Or, sur nos anthracènes, les carbones méso, points d'attache de l'oxygène, sont à considérer comme carbones latéraux des deux noyaux extérieurs. De plus, quelle que soit sa position sur ces mêmes noyaux extérieurs, un méthoxyle est toujours en ortho ou para à l'égard de l'un ou de l'autre des carbones méso. Ainsi doit s'expliquer ce qu'il y a de commun entre nos divers isomères diméthoxylés, soit, principalement, l'altérabilité de leurs solutions sulfocarboniques irradiées à l'air. Selon toute vraisemblance l'oxygène se fixe rapidement à sa place normale (V), mais, activé par les méthoxyles, il réagit énergiquement au fur et à mesure sur le reste de la molécule en donnant des résines. Rappelons à ce propos que, situés sur les carbones méso eux-mêmes (²), les méthoxyles confèrent aussi une grande réactivité soit vis-à-vis de la photooxydation, soit vis-à-vis de la transformation du photooxyde : cependant en cette position méso, qui représente le rapprochement maximun du siège de la photooxydation, le méthoxyle paraît influencer les mouvements de l'oxygène à un degré moindre qu'en position moyennement éloignée, en sommet α.

Quant à la différence si tranchée des labilités de l'oxygène, elle doit relever d'un mécanisme plus profond, que nous croyons être en mesure de rattacher à la notion de mésomérie.

PÉDOLOGIE. — *Rôle de la forêt humide en Côte d'Ivoire dans la captation des poussières atmosphériques et la reconstitution des colloïdes argileux du sol.* Note de M. **Hélios Scaëtta**, présentée par M. Auguste Chevalier.

L'entretien, par la forêt, d'une couche organique de 10-13^{cm} d'épaisseur moyenne au-dessus d'un profil pédologique vieux, n'explique pas la longue

(²) Ch. Dufraisse et R. Priou, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 127.

conservation d'un *éluvium* suffisamment épais pour permettre à la forêt ombrophile non seulement de subsister, mais de garder sa hauteur et sa densité normales. L'éluvium, qui a perdu, par un long lessivage, ses bases, sa silice, ses gels de kaolin, de Fe^2O^3 et d'Al^2O^3 et qui est imprégné d'eau par la constitution, en profondeur, d'une barre imperméable de silice, doit fatalement mincir, digéré en bas par l'horizon ferro-aluminique superposé à la barre, si une régénération constante de ses systèmes colloïdaux n'avait lieu par le haut. L'organisation sociale de la forêt est favorable à la reminéralisation du *solum*. L'apport a lieu principalement au cours des saisons sèches, quand les courants d'eau ascendant et descendant s'équilibrent plus ou moins. A ces mêmes époques, l'atmosphère équatoriale est souvent chargée de poussières; des brouillards épais stationnent longuement au niveau de la couronne des arbres. Le 8 août 1937, à Divō, un brouillard dense persistait au-dessus de la forêt jusqu'au matin, tandis qu'au-dessus d'une clairière voisine il était ténu et diparaissait rapidement. Ces brouillards tournent fréquemment en pluies fines de courte durée pendant la nuit. Les poussières et les sables fins provenant du Sahara méridional, où les poussières argileuses soulevées au-dessus du Soudan par désagrégation et vannage des vases, sont dérivées constamment par l'alizé vers la bande équatoriale, où elles sont déposées par ordre de densité. A ces matériaux divers s'ajoutent les cendres de la combustion des savanes incendiées et les débris organiques du sol, soulevés par les phénomènes de convection. Ces pélites entrés dans la couche d'air de la mousson atlantique (on sait que la mousson peut atteindre 4000^m au-dessus du sol) deviennent des germes de condensation. Par temps calme, le rayonnement même des poussières suffit à produire le brouillard par refroidissement (Defant). La radiation des gouttelettes continuant le processus de refroidissement, le brouillard s'épaissit et descend jusqu'aux couronnes des arbres. Le frottement entre les deux surfaces mobiles, l'une étant celle de la couche condensée et l'autre la frondaison moutonnée, siège d'une microturbulence, détermine la précipitation des poussières, conformément à la règle de Helmholtz. Les poussières demeurent quelque temps à la surface des feuilles et sont plus ou moins rapidement entraînées vers le sol par les pluies fines résultant du brouillard. En dehors des plus hauts sujets de la forêt qui constituent autant de microsurfaces de sédimentation, le rôle de captation paraît principalement dévolu à un certain nombre d'épiphytes mésophiles et xérophiles [au sens de Went (1892) et de Schimper (1898)], et de lianes.

Il se pourrait que le dépôt des poussières fût le résultat d'échanges électriques entre les organes aériens et l'air humide chargé de poussières.

Parvenues au sol, les poussières sont incorporées à la couche organique d'où elles pénètrent dans l'éluvium. Il semble que, dans ce mécanisme d'adduction des poussières, les insectes du sous-bois forestier ne jouent qu'un rôle secondaire. Certaines fourmis agglutinent en boules les limons parvenus aux troncs, facilitant ainsi leur chute par pesanteur. Les termites construisent, à la base des troncs à contreforts, des termitières en champignon ne dépassant généralement pas 1^m de hauteur. La fragilité de la couche organique du sol, même quand elle atteint l'épaisseur normale ($10\text{-}13^{cm}$), est fonction de la nature physique de l'éluvium. Si celui-ci est graveleux (quartz : grenaille latéritique allogène) ou sablonneux, cas fréquents, il suffit du piétinement, entretenu par le tracé d'un sentier indigène, pour user rapidement la strate organique et mettre à nu l'éluvium sous-jacent. C'est une preuve nouvelle de l'importance des poussières.

Les poussières composées normalement de kaolin, de mica, de feldspaths inaltérés, de grains de magnétite, d'ilmenite, d'olivine, de zircon, de rutile et surtout de quartz, sont altérés rapidement dans l'atmosphère calme, constamment humide et à température quasi uniforme de la forêt. Nos mesures micrométéorologiques poursuivies sous le couvert dense de la forêt de Yapo, en basse Côte d'Ivoire, ont démontré un état de l'air au sol constamment proche de la saturation en toutes saisons. L'humidité relative, mesurée le 10 mars 1939 (saison sèche) toutes les 40 minutes depuis 8^h jusqu'au coucher du soleil au cours de mesures de la température du sol par enregistrement électrique, a oscillé entre 83 % et 97 %. Le minimum a été relevé entre 12^h et $14^h,45$. La température à $1^m,50$ du sol a oscillé dans le même intervalle entre $24°,5$ et $28°$C., le maximum s'étant produit à $14^h,45$. Si la destruction de la couche organique n'est pas aggravée par des interventions ultérieures (élargissement du piétinement, ouverture de clairières etc.) le gravillon de l'éluvium est vite enrobé dans un enduit colloïdal, et un gazon ténu de Graminées maintient la cohésion à la surface de la couche. Ce gazon n'est évidemment qu'un pionnier.

La fragilité de la forêt guinéenne sur des profils vieux n'est ainsi contrecarrée que par la captation des poussières à qui elle doit, en grande partie, sa longévité. La dégradation de la forêt par abattage des sujets plus hauts, et davantage par les incendies, diminue de toute évidence la quantité des poussières captées et livre des espaces vides à l'érosion, double action qui fait progresser rapidement le vieillissement du profil. La montée de l'horizon

concrétionné (¹) s'opposera à la reconstitution de la forêt préexistante. Dans les meilleurs cas, seules des formations de taille et de densité inférieures pourront réapparaître, ce qui abaisse la valeur économique de l'aire forestière. Le Togo et le Dahomey sont, à ce propos, des exemples des plus instructifs.

GÉOLOGIE. — *Sur les complications tectoniques de la couverture du massif gneissique de Tanneron.* Note de M. **Léon Bertrand**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Les gneiss du petit massif de Tanneron, au nord du Permien de l'Estérel, s'avancent jusqu'à 3km au sud de Grasse, décapés de la couverture triasique discordante qui les borde au NW et à l'E. Cette avancée correspond à un anticlinal du Trias, dont l'axe jalonne le Grand-Vallon, à l'est de la ville, et est orienté environ N 30° E, comme le synclinal hercynien du Houiller du Reyran; suivant l'axe de cet éperon le Trias ne s'abaisse que très lentement, car le Muschelkalk n'y disparaît sous le Keuper qu'à 5km de la base du Trias sur le gneiss. D'autre part, celui-ci se poursuit à l'est de Cannes par la digitation de la Maure, jusqu'à Notre-Dame de Vallauris, jalonnant aussi un anticlinal de Trias d'une direction sensiblement parallèle à l'axe de l'éperon précédent et qui, comme lui, paraît traduire une répercussion hercynienne dans le domaine provençal.

A l'extérieur de la bordure de Trias se montrent, sur la feuille d'Antibes de la carte géologique à 1/80000, le bord méridional des hauts plateaux de calcaires jurassiques de Saint-Vallier et du Nord de Grasse, au NW, et le plateau jurassique de Valbonne à l'E. Les contours qui, encore sur la deuxième édition de cette feuille, y séparent les divers étages du Trias, de l'Infralias et du Jurassique (débutant par le Bajocien) donnent, par leur relation avec la topographie et en accord avec une phrase de la Notice explicative indiquant que « les terrains secondaires sont peu disloqués », l'impression que ces couches se superposent régulièrement. On ne reconnaît, sur la carte, que quelques failles de faible importance : l'une dénivelant la base du Trias et le socle cristallin au nord d'Auribeau, suivant l'axe de l'éperon du Grand-Vallon; une autre marquant la surrection, avec chevauchement en son bord ouest, du gneiss de la Maure; deux autres de même direction, affectant le plateau jurassique de Valbonne.

(¹) *Comptes rendus,* 212, 1941, p. 169.

Aussi est-il surprenant de lire, dans la Notice explicative, que « dans l'angle nord-ouest de la feuille, on observe, au nord de Callian et au sud-est de Saint-Cézaire, des répétitions de couches que l'on peut assimiler aux *duplicatures* dont MM. Léon Bertrand et A. Lanquine ont fait voir le rôle important dans la région de Grasse » et, pourtant, de constater que *les contours de la carte ne traduisent pas de telles répétitions*. Quoique l'existence de ces duplicatures, que M. Lanquine et moi avons signalées en une collaboration déjà ancienne, ait été contestée par M. J. Goguel (1) en une région où les plus basses ne sont formées que de Trias et d'Infralias, dont la confusion est possible à un examen rapide si l'on ne tient compte de la répétition de Rhétien fossilifère, leur distinction ne peut être méconnue lorsque s'y développent les calcaires jurassiques au-dessus de l'Infralias et du Keuper, qui alors diminuent d'importance relative. Il est facile, sur la feuille géologique de Nice (2e édition), de suivre la continuité de ces accidents dans les plateaux jurassiques malgré des déformations et même des imbrications locales, au moins en partie dues à la phase alpine, jusqu'au Nord-Est du département du Var, où elles ont fait l'objet d'une étude de M. Pierre Bellair (2), dont les résultats ont été trop peu diffusés, n'ayant pas été publiés dans un périodique. Aussi m'a-t-il paru utile, lors de la récente publication de la feuille de Nice, de lui juxtaposer une étroite bande adjacente du bord NW de celle d'Antibes portant des contours revisés par M. Bellair, afin de permettre de suivre jusqu'à la limite de celle de Draguignan l'allure des duplicatures de la bordure du massif de Tanneron, en particulier la superposition de deux séries jurassiques séparées par une lame horizontale d'Infralias visible sur 6km dans la gorge de la Siagne au-dessous de Saint-Cézaire et même la réapparition de la série inférieure en fenêtre encore à 3 km plus loin.

Dans la bordure orientale du massif, se montrent des accidents analogues, quoique semblant de moindre ampleur, et dont il reste à préciser des détails n'entachant pas l'exposé général. Dans le prolongement d'une zone figurée sur la feuille d'Antibes, entre Le Plan et Valbonne, comme montrant une succession régulière et largement étalée de Trias et

---

(1) *Comptes rendus*, 1934, **199**, p. 157, avec une réponse de MM. Léon Bertrand et Paul Goby, p. 679.

(2) *Les duplicatures provençales dans le Nord-Est du département du Var* (Résumé du Mémoire présenté à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour l'obtention du Diplôme d'études supérieures); 14 pages, dont une de coupes à 1/50000 et une esquisse structurale à 1/160000. Paris, 1933.

Infralias, aboutissent sur la feuille de Nice plusieurs synclinaux d'Infralias pincés dans le Keuper et dont les affleurements tournent au SE en dehors du Grand-Vallon. Ceux-ci prolongent les duplicatures de la région du Rouret et de Châteauneuf, dont les plus élevées admettent aussi du Jurassique, la plus haute constituant le bord du plateau de Valbonne. Sur la feuille d'Antibes, ces accidents se poursuivent vers Le Cannet : après un premier de ces plis, marqué par des témoins synclinaux d'Infralias (Le Plan, Peygros), l'Hettangien d'un pli suivant, qui porte le village de Mougins, s'enfonce à l'Est sous du Keuper qui supporte une nouvelle lame infraliasique très continue et aussi plongeant à l'Est qui, très mince au pied de la colline de Mougins et au-dessous de Notre-Dame de Vie, se poursuit tout au travers du territoire du Cannet, avec du Rhétien fossilifère à sa base, à mi-hauteur dans la zone figurée en Keuper sur la carte, pour venir former l'éperon tabulaire du Pezou et ensuite affleurer jusqu'au-dessus de Vallauris. Sur tout ce trajet, cette troisième bande infraliasique s'enfonce sous le Keuper d'une duplicature supérieure qu'on suit depuis Plascassier jusqu'à Vallauris, dominé par la corniche infraliasique du Castelaras, de Notre-Dame de Vie, de la Tête du Guillet, où commence la série jurassique du plateau fortement ondulé de Valbonne.

Il est à noter que ces imbrications de la bordure orientale sont le prolongement exact de celles de la bordure nord-ouest, se raccordant avec elles à l'est de la vallée du Loup en s'enveloppant successivement autour d'un bombement de l'anticlinal du Grand-Vallon. Celui-ci apparaît comme ayant déformé, suivant une direction hercynienne, ces replis de la couverture du massif de Tanneron, dont la signification ne pourra être discutée que dans un cadre provençal plus étendu.

TECTONIQUE. — *Sur les directions de plissement affectant la bordure septentrionale du bassin d'Aquitaine.* Note de M. **Gérard Waterlot**, présentée par M. Charles Jacob.

Dans l'Aunis, le Marais poitevin et la Plaine de Luçon, de même que dans certaines îles du Marais, les couches jurassiques offrent une direction E-W. C'est d'ailleurs celle du Marais lui-même qui recouvre les marnes du Callovien et de l'Oxfordien. Il en est ainsi notamment entre les Nouillers et Saint-Jean-d'Angély, la Pointe d'Yves et Loulay, la Pointe de Chatelaillon-La Rochelle et Dœuil, dans les îles de Charron, de la

Dive, à la pointe Nord de la presqu'île de Marans, dans l'île de Champagné. Cette direction est en opposition frappante avec la direction générale des plis et accidents dans ces mêmes régions du Marais, de la Plaine de Luçon, de l'Aunis où les axes tectoniques et les failles sont orientés au N-W (1). Mais elle est à rapprocher des deux observations suivantes :

1° Au Nord de ces pays, en Vendée, dans le Pays de Retz et aux environs de Guérande, les terrains anciens, depuis la côte à l'Ouest jusqu'au grand anticlinal des Essarts-Mervent à l'Est, sont précisément plissés suivant la direction E-W. C'est ainsi que l'on voit les phtanites de Brétignolles à la Mothe-Achard, ceux de Palluau, de la Pointe-Saint-Gildas, de Saint-Père-en-Retz suivre une telle direction pour s'infléchir ensuite doucement vers l'E-S-E jusqu'à rejoindre à peu près la direction Sud-armoricaine. Les phtanites de Guérande suivent une direction identique et même se redressent vers l'E-N-E pour butter perpendiculairement contre les alignements Sud-armoricains d'Herbignac. G. Mathieu (2) a montré qu'entre ce grand anticlinal des Essarts et la côte, les terrains n'ont pas formé de plis de forte amplitude, mais plutôt des ondulations faibles et nombreuses. Vers l'Ouest, dans les îles d'Yeu et de Belle-Isle-en-Mer, toutes les directions de plissement sont de nouveau du type Sud-armoricain et rejoignent, dans la région de Quiberon, les plis de même style de la région Est.

Ainsi tout un plateau primaire, assez large entre Brétignolles et la Roche-sur-Yon et se terminant en pointe vers le Nord près de Quiberon, montre, d'après les levés de Ch. Barrois et G. Mathieu, des plis dirigés d'Ouest en Est, comme nous le constatons dans les pays jurassiques du Sud, depuis Luçon jusqu'à Saint-Jean-d'Angély.

2° Au Sud-Est de Rochefort, le Jurassique disparaît définitivement sous la couverture crétacée; mais la limite inférieure du Cénomanien recoupe obliquement les alignements E-W des différents étages jurassiques, montrant ici l'existence de la transgression crétacée observée plus au Sud, de Cognac à Mareuil, par Ph. Glangeaud (3), avec discordance du Cénomanien sur le Jurassique, et par G. Mouret (4) aux environs de Brive. Le Crétacé n'est pas affecté par les directions E-W du Jurassique. Ceci montre que les plissements post-jurassiques-anté-cénomaniens, constatés par ces auteurs, existent également plus au Nord et ce sont eux qui ont affecté les terrains jurassiques de Luçon, du Marais et de l'Aunis, de leur direction E-W.

Ces mouvements, quoique peu accentués puisqu'ils n'ont eu pour action que d'incliner les couches jurassiques vers le Sud suivant une faible pente, ont provoqué cependant des anticlinaux à large courbure. Aux points de culmination d'axes correspond l'allongement E-W des îles de Charron,

(1) Voir la feuille de Fontenay-le-Comte, 2e édition, 1939, par G. Mathieu et G. Waterlot.

(2) *Terr. paléoz. région vendéenne* (*Thèses*, Lille, 1937).

(3) *Bull. Carte géol. Fr.*, n° 70, 11, 1899, p. 35.

(4) *Gîtes minéraux de la France* (*Bass. houiller et permien de Brive*, p. 142).

Champagné, alors que la direction N-W des autres îles est imputable au plissement tertiaire. La tectonique anté-cénomanienne a simplement eu pour résultat de modeler les terrains jurassiques sur la structure du tréfonds paléozoïque qui prolonge, vers le Sud, le Primaire de Vendée.

Puis les dépôts crétacés se sont effectués et les plissements tertiaires ont déformé l'ensemble des couches jurassiques et crétacées (Ile d'Oléron à Gémozac, falaise de Piédemont à Grandgent etc.). Cette fois, on n'observe plus que la seule direction Sud-armoricaine, déjà prédominante dans le Paléozoïque à la suite des mouvements hercyniens. Ces plis tertiaires, répliques posthumes de l'orogénie carbonifère, ont été bien plus importants que ceux d'âge anté-cénomanien, mais ils ont agi différemment dans la région Luçon-Marais poitevin-La Rochelle-Saint-Jean-d'Angely et dans les zones limitrophes de l'Est et de l'Ouest. En effet, à l'Est, on trouve le puissant horst tertiaire de Mervent-Montalembert, accompagné latéralement de failles à fort rejet, et cet axe anticlinal important a toujours montré une orientation N-W depuis les plis hercyniens jusqu'aux plis tertiaires. À l'Ouest, c'est le gros pli anticlinal de Jonzac-Gémozac-Brouage-Ile d'Oléron, nettement orienté au N-W et dont les flancs sont limités brutalement par des failles importantes : au N-E, celle de Piédemont-Saint-Agnant; au S-W, celle de Saint-Pierre-d'Oléron à Marennes. Entre ces deux limites, s'étend le pays d'Aunis et du Marais poitevin dont la disposition des strates n'a été que peu modifiée par l'orogénie tertiaire. Des axes de plissement de direction Sud-armoricaine ont pu être repérés dans tout le Marais poitevin et sa bordure jurassique ([5]) déterminant les allongements N-W des principales îles; c'est ainsi que la presqu'île de Marans s'étire suivant un axe anticlinal depuis les carrières de la gare de Marans jusqu'à Mauzé et au delà. Mais ces plis tertiaires sont ici très doux et c'est la raison pour laquelle, dans le Marais et en Aunis, ils n'ont pas oblitéré complètement les ondulations E-W anté-cénomaniennes. Il est d'ailleurs à constater que la rencontre des deux directions de plissement a sa répercussion sur le contour des îles et celles-ci s'étirent dans les deux sens (Triaize, Gué-de-Velluire, Marans).

Ainsi les deux lignes anticlinales maîtresses des Essarts-Mervent-Montalembert d'une part, et de l'Ile d'Oléron-Gémozac-Jonzac d'autre part, séparées en Haut-Périgord par une zone intermédiaire qui adopte, au

---

([5]) Voir G. WATERLOT, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 61, 1936, p. 2; 63, 1938, p. 16.

Tertiaire, les mêmes directions de plissement Sud-armoricain, laissent entre elles un plateau plus réfractaire aux grandes poussées. Cette zone de résistance comprend, d'une part, la région côtière du Primaire de Vendée, aux plis E-W de faible amplitude et, d'autre part, les pays d'Aunis et du Marais poitevin, où les légères ondes E-W anté-cénomaniennes n'ont pas été complètement amorties par les plissements tertiaires. C'est *l'orientation très particulière du tréfonds paléozoïque*, nettement dirigée en travers des plis tertiaires, qui *explique pourquoi tout ce secteur est demeuré relativement calme* depuis l'époque primaire jusqu'à nos jours et pourquoi *la couverture jurassique a gardé plus fidèlement le reflet de la tectonique hercynienne.*

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur la vérification d'une méthode permettant de déterminer l'intensité du champ magnétique terrestre dans le passé.* Note ([1]) de M. **Émile Thellier**, présentée par M. Charles Maurain.

Au cours du refroidissement qui suit leur cuisson et sous l'action du champ magnétique terrestre, les terres cuites prennent une aimantation dont j'ai étudié ([2]) les remarquables propriétés et les applications géophysiques. J'ai montré comment on pouvait retrouver, sur des séries de briques d'âge connu, la variation de l'inclinaison du champ magnétique terrestre dans le passé et j'ai donné la courbe probable de variation, à Paris, depuis l'époque actuelle jusqu'au milieu du xve siècle. J'ai d'autre part proposé une méthode permettant de rechercher, sur les mêmes matériaux, la variation de l'*intensité* du champ terrestre : le moment magnétique permanent M d'une brique étant mesuré, on la désaimante en la chauffant à une température un peu supérieure à 670°, en atmosphère neutre, dans un four amagnétique, puis on la laisse refroidir dans le champ terrestre actuel d'intensité H′ mesurée à l'emplacement même du four; la brique, acquiert alors un nouveau moment magnétique permanent M′, tel que

$$\frac{M}{M'} = \frac{H}{H'},$$

H étant l'intensité du champ terrestre à l'époque de la cuisson. Si

([1]) Séance du 10 février 1941.

([2]) *Annales de l'Institut de Physique du Globe*, Paris, 16, 1938, p. 157-302.

plusieurs briques de même origine fournissent des valeurs H peu dispersées, la moyenne de ces valeurs doit être très proche de l'intensité du champ terrestre au lieu et à l'époque de la cuisson ancienne.

Les résultats qui vont suivre représentent une vérification de cette méthode sur des briques relativement récentes, cuites en un lieu où l'intensité du champ magnétique terrestre est connue. Ils portent sur un lot de 10 briques prélevées sur un four de campagne, au Caule Sainte-Beuve (Seine-Inférieure) en 1933. Pour la mesure des moments magnétiques, les précautions suivantes, que j'ai montrées nécessaires, ont été prises :

1° M, d'abord mesuré après un long séjour des briques au laboratoire, dans une position connue par rapport au champ terrestre, est mesuré une seconde fois après un nouveau séjour dans une position inversée. L'accord des deux valeurs ainsi obtenues montre que le moment magnétique permanent de la terre cuite n'est pas modifié, à température constante, par le champ terrestre actuel.

2° La réaimantation par réchauffement est faite une deuxième fois. L'accord des deux valeurs M′ obtenues pour chaque brique montre que la terre cuite ne se modifie pas sous l'action de ce réchauffement à 670°.

Les résultats des mesures contenus dans le tableau suivant (³) montrent que ces deux vérifications sont satisfaisantes.

		C1.	C2.	C3.	C4.	C5.	C6.	C7.	C8.	C9.	C10.
M (*)	1re mesure....	0,682	2,090	0,730	0,666	0,945	2,284	0,674	0,667	0,776	1,078
	2e mesure....	0,675	2,078	0,729	0,665	0,959	2,311	0,681	0,674	0,786	1,084
M′ après	1er réchauff^t...	0,659	1,985	0,760	0,690	0,970	2,200	0,665	0,665	0,804	1,096
	2e réchauff^t...	0,657	1,968	0,754	0,689	0,959	2,162	0,658	0,658	0,796	1,089
M/M′..............		1,030	1,055	0,964	0,964	0,987	1,054	1,026	1,014	0,976	0,989

(*) (en u. e. m.).

Le four utilisé pour les réchauffements étant situé dans un laboratoire, à Paris, le champ terrestre y est assez différent du champ normal, mais des mesures répétées de l'inclinaison magnétique, au moyen d'une boussole d'inclinaison, et de la composante horizontale de l'intensité, au moyen d'un QHM (*Quartz*, *Horizontal Force*, Magnetometer) (⁴) n'ont montré

(³) Les moments magnétiques sont rapportés à la même température, 20°. L'aimantation permanente des terres cuites subit, en effet, comme celle des aimants en acier, une variation avec la température dont je poursuis l'étude.

(⁴) D. La Cour, *Danske meteorologiske Institut, Communications magnétiques*, 15, 1936, 22 p.

aucune variation pendant toute la durée de cette étude. Ces mesures donnent 68°45′ pour l'inclinaison et 0,1642 gauss pour la composante horizontale, ce qui entraîne H′=0,453 gauss. La valeur moyenne de M/M′ étant 1,006, l'intensité du champ terrestre, au Caule Sainte-Beuve en 1933, déduite des mesures d'aimantation, serait donc 0,453 × 1,006, soit

$$H_{\text{aimantation}} = 0,456 \text{ gauss.}$$

Or les mesures faites pour l'établissement du réseau magnétique français dans cette région ([5]) en 1922, donnent pour l'inclinaison et la composante horizontale de l'intensité, 65°33′ et 0,1918, soit, en tenant compte de la variation séculaire observée au Val-Joyeux ([6]), 65°38′ et 0,1916 pour 1933, ce qui entraîne

$$H_{\text{mesure directe}} = 0,464 \text{ gauss.}$$

L'accord, à 2 % près environ, de la valeur obtenue par la méthode proposée avec celle obtenue par mesure directe n'est pas fortuit. On remarquera que la dispersion des valeurs de H qu'on calculerait séparément pour chaque brique, dispersion qui est celle des valeurs M/M′, n'est pas considérable; or les causes d'erreur qu'on peut craindre doivent augmenter cette dispersion ([7]).

Ces résultats montrent que l'on peut espérer retrouver l'intensité du champ terrestre dans le passé avec une précision peut-être supérieure à celle des premières mesures directes, lesquelles d'ailleurs ne datent guère que d'un siècle et demi.

([5]) C. E. Brazier, *Annales I. P. G.*, Paris, 3, 1925, p. 57-67.

([6]) *Ibid.*, **16**, 1938, p. 3.

([7]) On pourrait imaginer cependant une diminution progressive des moments magnétiques; une telle évolution, qui se manifesterait surtout aussitôt après la sortie du four, n'existe pas. En effet, la mesure ayant suivi le premier réchauffement a été, en réalité, faite deux fois : la première dès que la brique avait repris la température extérieure, la deuxième quinze jours plus tard environ. Ces deux mesures donnent des moments magnétiques ne différant pas de plus de 1 %. On voit, en passant, quelle précision est maintenant atteinte dans la mesure de moments magnétiques aussi faibles que ceux de ces briques.

PHYSIOLOGIE DES SENSATIONS. — *La loi d'Abney et la surévaluation chromatique des brillances.* Note de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Louis Lapicque.

La loi d'Abney, d'après laquelle, dans les mélanges de radiations, les apports lumineux propres de celles-ci s'ajoutent intégralement, est plutôt un postulat, généralement admis malgré de nombreuses discussions d'inspiration théorique, qu'une loi expérimentalement vérifiée.

Les données apportées par Abney manquent entièrement de précision, et il n'y a pas eu d'expérimentation systématique dans des conditions rigoureuses.

Me trouvant en mesure, avec le spectrocolorimètre que j'avais fait spécialement construire pour l'étude de l'établissement des sensations chromatiques ([1]), d'obtenir les conditions rigoureuses indispensables, j'ai procédé à une série de recherches sur l'additivité lumineuse de radiations monochromatiques de diverses longueurs d'onde (avec des plages fovéalement fixées de 1°30′ de largeur et de 2°, au total, de hauteur).

Si l'on procède à la mesure des brillances pour les plages monochromatiques par photométrie hétérochrome directe, on constate que l'additivité est pratiquement intégrale dans les mélanges de radiations voisines; mais un déchet se marque quand on s'approche de la relation antagoniste entre longueurs d'onde complémentaires, déchet dont le maximum correspond sensiblement à cette relation.

Dans ce cas, la lumière résultant du mélange des radiations, dépourvue de couleur, est facilement comparée à une plage de lumière blanche provenant du flux total de la source (constituée, pour tous les faisceaux, par des lampes Pointolite), tandis que la comparaison des radiations com-

---

([1]) Cf. H. Piéron, *Revue d'Optique*, 9, 1930, p. 5-16.
Trois faisceaux indépendants peuvent être réglés en longueur d'onde (avec trois spectromètres), en énergie (par le jeu de nicols croisés) et en saturation (par mélange avec un flux réglable de lumière blanche). Deux de ces faisceaux peuvent être superposés ou se succéder (pour la photométrie de papillotement) sur une plage photométrique, tandis qu'une plage contiguë (cube de Lummer-Brodhun) est éclairée par le troisième faisceau.

posantes est rendue difficile en raison de l'hétérogénéité chromatique des plages.

L'infraction très considérable à la loi d'Abney n'est-elle pas illusoire et due à une erreur systématique de photométrie hétérochrome?

Deux autres méthodes ont été utilisées pour l'évaluation des brillances monochromatiques, l'une fondée sur la comparaison en photométrie de papillotement, l'autre sur l'évaluation des valences lumineuses des radiations spectrales, de 10 en 10 mμ par la méthode du pas à pas, en partant d'une radiation jaune comparée au flux total de lumière blanche, par photométrie directe et photométrie de papillotement (l'accord des deux méthodes étant constaté pour cette plage, dont le chroma faiblement saturé gêne peu les appréciations directes d'égalité avec un flux total lui-même un peu jaune).

Voici le rapport moyen, obtenu par les trois méthodes, de la luminosité totale du mélange d'un couple de radiations antagonistes (680 à 540 mμ) à la somme des luminosités partielles des radiations mélangées :

Photométrie directe	0,657 (6 sujets avec valeurs extrêmes de 0,492 et 0,838)
Évaluation pas à pas.........	0,738 (4 séries sur 2 sujets; extrêmes 0,653 et 0,823)
Photométrie de papillotement.	0,911 (5 sujets; extrêmes 0,855 et 0,976)

Si l'on accepte comme valables les égalisations de la photométrie de papillotement, malgré les critiques, souvent illégitimes, dont elle a été l'objet, il apparaît, dans le mélange des radiations antagonistes, une perte lumineuse voisine de 10 %.

Mais à cette perte s'ajoute un déchet apparent dû à une erreur systématique de la photométrie hétérochrome directe, et consistant en une surévaluation de brillance des plages colorées en fonction de leur saturation chromatique.

Cette erreur systématique intervient dans un autre cas, faisant croire à l'existence d'une fatigue lumineuse élective pour les radiations spectrales de longueur d'onde voisine de celle correspondant à un éclairement monochromatique plus ou moins prolongé.

En effet, si l'on mesure la brillance de diverses plages monochromatiques avant et après avoir soumis l'œil à un éclairement intense par des radiations spectrales définies, la perte de saturation, pour les plages de même coloration que la lumière ayant servi à fatiguer l'œil, augmente la diminution réelle de brillance perçue en supprimant l'action du facteur de

surévaluation chromatique, et l'erreur est inverse pour les radiations complémentaires. Dans ces conditions, j'ai pu observer, pour deux plages isolumineuses éclairées respectivemement par des radiations de 675 et 498 mμ, une perte relative de la plage correspondant aux radiations utilisées pour la fatigue de l'œil atteignant jusqu'à 75 % environ.

Mais, si l'on procède à des mesures de brillance par photométrie de papillotement (comparaison des lumières hétérochromes entre elles ou de chacune avec une plage blanche), on constate que la perte lumineuse est la même pour toutes les radiations : l'égalité obtenue avec un couple de radiations complémentaires d'après le minimum de papillotement (qu'on peut amener au point critique de fusion avec une fréquence convenable des alternances) n'est pas modifiée par la fatigue avec l'une ou avec l'autre de ces radiations.

Cette absence d'électivité dans les fatigues lumineuses spectrales par éclairements monochromatiques est d'une grande importance théorique.

Si l'on admet en effet le principe de la triplicité réceptrice dans la théorie de Young-Helmholtz, il faut, ou bien qu'il existe, à côté des trois récepteurs chromatiques, dans la vision par cônes, un système unique de réception lumineuse, ou bien que la sensiblilité lumineuse spectrale des trois récepteurs soit presque identique, une différence pratiquement inappréciable devant suffire pour assurer une prédominance marquée de l'un d'eux, ce qui est en désaccord complet avec les courbes généralement adoptées de sensibilité spectrale des composantes admises.

PHONÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Du rôle fondamental du larynx dans la différenciation du timbre des voyelles.* Note de M. **Jean Tarneaud**, présentée par M. Louis Lapicque.

I. Nous avons à considérer les trois faits expérimentaux suivants :

a. Marage [1] annula le rôle vocalique de la cavité buccale en la remplissant de stents, matière servant aux dentistes pour le modelage des empreintes. Un tube cylindrique, traversant le stents, conduisait l'onde

---

(1) *Physiologie de la voix*, 1921, Paris, p. 102.

sonore émise par le larynx. Malgré l'absence du résonateur buccal, les voyelles étaient nettement différenciées.

b. Expérience de Berger ([2]) : un son rigoureusement simple et de hauteur déterminée, émis par un otaudion, est envoyé dans le pharynx d'un sujet laryngectomisé, par l'orifice servant à la canule. Aucune production de voyelle ne résulte des mouvements du pharynx et de la bouche effectués par le sujet.

R. Husson ([3]) en a justement conclu que la différenciation vocalique par les résonateurs exige une fourniture *suffisamment complexe* de l'onde sonorisée par les vibrations des cordes vocales.

c. Les tomographies du larynx en phonation, réalisées en 1937 par Canuyt, Greiner et Gunsett ([4]), montrent pour chaque voyelle des différences notables de situation et de forme des organes du vestibule laryngé, bandes ventriculaires, ventricules, et de la cavité pharyngo-laryngée délimitée par la base de la langue, l'épiglotte et les parois du pharynx.

A tout son de voyelle correspond une appropriation variable et particulière des cavités du larynx et du pharynx.

II. Nous avons effectué en série l'examen laryngo-stroboscopique des cordes vocales sur un grand nombre de sujets, sur différentes hauteurs tonales. Lorsque nous demandions à chacun d'eux d'émettre une même voyelle avec une hauteur invariable, une intensité égale, mais avec un timbre fortement modifié, par exemple de é à ê, nous avons constaté un travail vibratoire des cordes vocales très différent d'un timbre à l'autre.

Alors que, pour le son *è*, la tension des cordes vocales est totale, dans le son fermé *é*, cette tension est nettement diminuée au niveau du bord libre des cordes vocales. De rigide, ce bord libre devient plus souple, ce qui donne à la vibration, au temps du début d'ouverture des rubans vocaux, un aspect de flottement qui n'existe pas pour le son *è*.

III. La formation des voyelles exige donc la fourniture du son complexe réalisé par les vibrations des cordes vocales, et elle impose des appropriations convenables du tube d'embouchure réalisé par le vestibule laryngé et le pharynx.

([2]) *Zeitschrift für Kinderforschung*, **42**, 1934, p. 219.

([3]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1630.

([4]) *La méthode des coupes radiographiques* (*Tomographie ou Planigraphie*) *appliquée à l'étude de la phonation*. (*Revue française de Phoniatrie*, n° **23**, juillet 1938.)

La différenciation des sons vocaliques existe déjà dans la cavité laryngo-pharyngée et s'achève dans le résonateur buccal.

Chaque voyelle comporte une posture particulière du larynx tout entier (musculature intrinsèque et extrinsèque).

Ainsi doit-on réhabiliter le rôle fondamental du larynx dans la genèse et la différenciation des divers timbres vocaliques.

La séance est levée à 15^{h}20^{m}.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Le rachitisme expérimental en présence d'un excès de vitamine* A. Note de M. **MAURICE JAVILLIER** et Mme **LISE ÉMERIQUE-BLUM**.

La nécessité d'un certain équilibre quantitatif entre tous les principes constituant un régime alimentaire résulte de maints travaux. Les vitamines n'échappent pas à cette règle, et il convient que se réalisent entre elles des rapports de quantités appropriés. C'est une notion à laquelle nous avons fait allusion dès 1928 [1] et à l'établissement de laquelle nous avons apporté des contributions expérimentales. A propos d'une étude sur les variations de composition chimique du Rat au cours de l'avitaminose A, l'un de nous [2] a souligné que l'excès de l'une des vitamines A ou D provoque des troubles qui, à l'intensité près, rappellent les troubles causés par l'absence de l'autre. Nous avons alors énoncé nettement l'idée qu'un équilibre entre ces deux vitamines paraît nécessaire pour assurer les fonctions physiologiques normales de l'animal. En 1935, l'un de nous [3] a précisé cette notion en publiant des résultats relatifs à l'influence de doses variables de vitamine D sur le développement de l'avitaminose A.

---

(1) M. JAVILLIER, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 10, 1928, p. 507.

(2) L. ÉMERIQUE, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 16, 1934, p. 10 et (Mémoire) p. 612.

(3) L. ÉMERIQUE, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 17, 1935, p. 1643 et (Mémoire) 18, 1936, p. 384.

Examinant en 1937 les observations dues à Mme L. Randoin et M. R. Lecoq [4] (observations d'après lesquelles l'absence de vitamine D jointe au déséquilibre phosphocalcique n'entraîne pas, chez le Cobaye, de lésions rachitiques vraies), nous avons pensé, guidés par cette notion d'un équilibre nécessaire entre vitamines A et D, que l'on pourrait obtenir de telles lésions en offrant au Cobaye le régime rachitigène associé à une quantité suffisamment élevée de vitamine A.

Dans les expériences réalisées par l'un de nous [5], la vitamine A (ou plutôt la provitamine) était offerte sous forme d'épinard frais (50g par jour). En expérimentant ainsi, on a effectivement créé, chez le Cobaye, des lésions rachitiques vraies. Nous avons estimé que, conformément à notre idée directrice, le succès de l'épreuve était dû à la présence dans le régime d'une source abondante de vitamine A. Mais, les animaux-témoins privés de végétaux verts n'ayant pas survécu, nous n'avons pas considéré cette opinion comme absolument démontrée, et l'on a surtout retenu, comme fait nouveau, la possibilité de produire, chez le Cobaye, le rachitisme expérimental.

M. R. Lecoq [6], reprenant ces expériences, a confirmé ces observations en produisant à son tour des phénomènes typiques de rachitisme chez le Cobaye. Mais il a avancé que l'exagération du taux de vitamine A n'est pas en cause dans ce résultat, car il n'obtient pas de rachitisme quand il use de poudre d'épinard sec en lieu et place de plante fraîche.

Nous avons pensé qu'il importait de vérifier si le déséquilibre vitaminique entre bien en jeu. Tout ce que nos expériences antérieures nous avaient appris restait favorable à cette manière de voir.

Il nous fallait alors renoncer à l'emploi d'un aliment végétal comme source de vitamine A et utiliser la vitamine elle-même, ou du moins une provitamine A, du β-carotène. Cette façon de faire entraînait l'abandon du Cobaye comme animal d'épreuve. Nous nous sommes alors adressés au Rat et nous avons recherché si, en ajoutant au régime rachitigène des quantités élevées de provitamine A, l'on précipiterait ou non l'apparition des lésions caractéristiques du rachitisme.

C'est ce que l'expérience a effectivement démontré quand on a réalisé les circonstances opportunes.

---

(4) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 732.

(5) L. Émerique, *Comptes rendus*, **206**, 1937, p. 879.

(6) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 189.

Première expérience. — Quatre lots de chacun 5 jeunes rats (de 30 à 40^{g}) reçoivent le régime rachitigène 2965 de Steenbock et Black. Un lot-témoin reçoit du calciférol en solution huileuse (10 U.I.). Deux lots reçoivent du carotène en solution huileuse (50 U.I., soit 30$^{\gamma}$ et 500 U.I., soit 300$^{\gamma}$). Le quatrième lot reçoit le régime rachitigène, plus une quantité d'huile pure correspondant à celle qui est donnée aux autres animaux sous forme de solutions vitaminées.

Des radiographies sont faites après neuf jours. Tous les rats, sauf les témoins (1er groupe), étaient déjà rachitiques. Le résultat attendu n'était pas atteint.

Nous avons pensé que la rapidité d'apparition des signes de carence tenait au jeune âge de nos animaux et que nous saisirions le phénomène escompté en opérant sur des rats un peu plus âgés.

Deuxième expérience. — Elle est faite sur des rats d'environ 50^{g}. Les radiographies faites le septième jour donnent des résultats identiques à ceux de l'expérience précédente. Peut-être aurions-nous saisi les différences escomptées si nous avions fait des radiographies encore plus précoces, mais quelle force de démonstration auraient eu des résultats où les différences s'atténueraient si vite?

Troisième expérience. — Nous avons alors modifié le régime, de manière à ce que, amélioré et enrichi au point de vue aliment protéique, marqué par un moindre déséquilibre phospho-calcique, son action rachitigène soit plus lente. Nous avons adopté le suivant :

Semoule de maïs	750^{g}
Gluten	175
Caséine Glaxo	35
Chlorure de sodium	15
Carbonate de calcium	25

Le rapport Ca/P = 6,7 (au lieu de 8,7 dans le régime Steenbock et Black). Les doses de carotène données dans nos groupes 2 et 3 ont été, cette fois, de 100 U.I. (= 60$^{\gamma}$) et 500 U.I. (= 300$^{\gamma}$).

Des radiographies faites au 7e jour montraient un léger écartement entre diaphyse et épiphyse chez tous les animaux des groupes 2 et 3. Le 10e jour les lésions étaient très nettes.

Par contre, les animaux du groupe 4 ne recevant pas de vitamine A (en supplément des traces qu'apportait naturellement le régime) ne présentaient aucun signe de rachitisme.

Le 22[e] jour, les groupes recevant la vitamine A présentaient des lésions accusant un rachitisme très sévère, alors que la décalcification commençait seulement dans le groupe d'animaux ne recevant pas un supplément de vitamine A.

Au 35[e] jour, les animaux de ce groupe présentaient des accidents analogues à ceux qu'offraient dès le 10[e] jour les rats des groupes 2 et 3. Il y a donc un décalage de 25 jours, qui ne saurait être attribuable à autre chose qu'à l'absence d'apport de vitamine A.

Nous n'avons pas noté de différence assez marquée entre les animaux recevant soit 60, soit 300$^\gamma$ de carotène, pour que nous en puissions faire état. Mais le résultat essentiel est tellement franc et net qu'il vérifie pleinement nos idées antérieures. L'excès de vitamine A précipite bien les phénomènes d'avitaminose D. L'interprétation que nous avons donnée à propos du rachitisme expérimental du Cobaye reste valable, même si quelque autre processus physiologique a pu simultanément intervenir.

CORRESPONDANCE.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la théorie du corpuscule de spin 2.* Note (1) de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Étant donné un corpuscule (C) d'équation d'ondes

$$(1)\qquad \Sigma_\mu \partial_\mu (\Gamma_\mu)_{il}\psi_l = \lambda\psi_i \qquad \left(\mu = 1, 2, 3, 4;\quad x_4 = ict;\quad \lambda = \frac{2\pi}{h} m_0 c\right),$$

les fonctions d'ondes du corpuscule (2C) sont solutions du système

$$\Sigma_\mu \partial_\mu (\Gamma^\mu)_{il}\psi_{lk} = \lambda\psi_{ik}, \qquad \Sigma_\mu \partial_\mu (\Gamma_\mu)_{km}\psi_{im} = \lambda\psi_{ik},$$

qui s'écrit encore, en posant

$$\Phi_{ik} = \frac{1}{2}[\psi_{ik} + \psi_{ki}] = \Phi_{ki}, \qquad \varphi_{ik} = \frac{1}{2}[\varphi_{ik} - \varphi_{ki}] = -\varphi_{ki},$$

$$(2)\qquad \Sigma_\mu \partial_\mu (\Gamma_\mu)_{il}\Phi_{lk} = \lambda\Phi_{ik},$$

$$(3)\qquad \Sigma_\mu \partial_\mu (\Gamma_\mu)_{il}\,\varphi_{lk} = \lambda\,\varphi_{ik}.$$

(1) Séance du 17 février 1941.

Si le corpuscule (C) est un photon de M. L. de Broglie, le système (1) s'écrit

(4) $\partial_\nu\psi_\mu - \partial_\mu\psi_\nu = \lambda\psi_{\mu\nu}, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\psi_{\mu\nu} = \lambda\psi_\mu;$

(5) $\partial_\mu\psi_0 = \lambda\psi_{\mu'}, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\psi_{\mu'} = \lambda\psi_0,$

avec pour conséquences

(6) $\Sigma_\mu\partial_\mu\psi_\mu = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\psi_{\mu\nu^\star} = 0, \qquad \partial_\mu\psi_{\nu'} - \partial_\nu\psi_{\mu'} = 0.$

Le corpuscule de spin 2 nous est alors donné par les équations (2) et (3) et se représente par l'ensemble des systèmes indépendants

1°

(I) $\begin{cases} \partial_\nu\Phi_{\mu,\rho} - \partial_\mu\Phi_{\nu,\rho} = \lambda\Phi_{\mu\nu,\rho}, & \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu,\rho} = \lambda\Phi_{\mu,\rho}; \\ \partial_\nu\Phi_{\mu,\rho\lambda} - \partial_\mu\Phi_{\nu,\rho\lambda} = \lambda\Phi_{\mu\nu,\rho\lambda}, & \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu,\rho\lambda} = \lambda\Phi_{\mu,\rho\lambda}, \end{cases}$

d'où l'on déduit

(I′) $\Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu,\rho} = 0, \qquad \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu,\rho\lambda} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu^\star,\rho} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu^\star,\rho\lambda} = 0.$

2°

(II) $\begin{cases} \partial_\mu\Phi_{0,0} = \lambda\Phi_{\mu',0}, & \partial_\mu\Phi_{0,\rho'} = \lambda\Phi_{\mu',\rho'}, \\ \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu',0} = \lambda\Phi_{0,0}, & \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu',\rho'} = \lambda\Phi_{\rho'}. \end{cases}$

3°

(III) $\begin{cases} \partial_\nu\varphi_{\mu,\rho} - \partial_\mu\varphi_{\nu,\rho} = \lambda\varphi_{\mu\nu,\rho}, & \partial_\nu\varphi_{\mu,\rho}\lambda - \partial_\mu\varphi_{\nu,\rho\lambda} = \lambda\varphi_{\mu\nu,\rho\lambda}, \\ \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu,\rho} = \lambda\varphi_{\mu,\rho}, & \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu,\rho\lambda} = \lambda\varphi_{\mu,\rho\lambda}, \end{cases}$

d'où l'on déduit

(III′) $\Sigma_\mu\partial_\mu\varphi_{\mu,\rho} = 0, \qquad \Sigma_\mu\partial_\mu\varphi_{\mu,\rho\lambda} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu^\star,\rho} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu^\star,\rho\lambda} = 0.$

4° Système analogue à (II) mais identiquement nul en raison de l'antisymétrie qui donne $\varphi_{0,0} = 0$,

5°

(V) $\begin{cases} \partial_\nu\Phi_{\mu,0} - \partial_\mu\Phi_{\nu,0} = \lambda\Phi_{\mu\nu,0}, & \partial_\nu\Phi_{\mu,\rho'} - \partial_\mu\Phi_{\nu,\rho'} = \lambda\Phi_{\mu\nu,\rho'}(\alpha), \\ \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu,0} = \lambda\Phi_{\mu,0}, & \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu,\rho'} = \lambda\Phi_{\mu,\rho'}(\beta), \\ \partial_\mu\Phi_{0,\rho} = \lambda\Phi_{\mu',\rho}, & \partial_\rho\Phi_{0,\mu\nu} = \lambda\Phi_{\rho',\mu\nu}, \\ \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu',\rho} = \lambda\Phi_{0,\rho}, & \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu',\rho\lambda} = \lambda\Phi_{0,\rho\lambda}, \end{cases}$

d'où l'on déduit

(V′) $\Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu,0} = 0, \qquad \Sigma_\mu\partial_\mu\Phi_{\mu,\rho'} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu^\star,0} = 0, \qquad \Sigma_\nu\partial_\nu\Phi_{\mu\nu^\star,\rho'} = 0.$

6°

(VI) $\begin{cases} \partial_\nu\varphi_{\mu,0} - \partial_\mu\varphi_{\nu,0} = \lambda\varphi_{\mu\nu,0}, & \partial_\nu\varphi_{\mu,\rho'} - \partial_\mu\varphi_{\nu,\rho'} = \lambda\varphi_{\mu\nu,\rho'}(\alpha'), \\ \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu,0} = \lambda\varphi_{\mu,0}, & \Sigma_\nu\partial_\nu\varphi_{\mu\nu,\rho'} = \lambda\varphi_{\mu,\rho'}(\beta'), \\ \partial_{\mu'}\varphi_{0,\rho} = \lambda\varphi_{\mu',\rho}, & \partial_\mu\varphi_{0,\rho\lambda} = \lambda\varphi_{\mu',\rho\lambda}, \\ \Sigma_\mu\partial_\mu\varphi_{\mu',\rho\lambda} = \lambda\varphi_{0,\rho\lambda}, & \Sigma_\mu\partial_\mu\varphi_{\mu',\rho} = \lambda\varphi_{0,\rho}, \end{cases}$

d'où l'on déduit

$$(\text{VI}') \quad \Sigma_\mu \partial_\mu \varphi_{\mu,0} = 0, \qquad \Sigma_\mu \partial_\mu \varphi_{\mu,\rho'} = 0, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \varphi_{\mu\nu^*,0} = 0, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \varphi_{\mu\nu^*,\rho'} = 0.$$

Ces systèmes, dont toutes les grandeurs ne sont pas linéairement indépendantes, appellent les remarques suivantes :

Système (I). — Ce système est le système de spin 2 de Fierz. 10 potentiels symétriques $\Phi_{\mu,\rho}$ définissent 24 champs du premier ordre $\Phi_{\mu\nu,\rho}$ jouant eux-mêmes le rôle de potentiels pour définir 21 champs du second ordre $\Phi_{\mu\nu,\rho\lambda}$. Soient 55 grandeurs réduites à 50 par les relations

$$\Sigma_\nu \Phi_{\mu\nu^*,\nu} = 0, \qquad \Sigma_\nu \Phi_{\mu\nu^*,\mu\nu} = 0.$$

Parmi les équations de ce système, on peut mettre en évidence un système restreint de 15 équations correspondant à un corpuscule de spin 0 que Fierz écarte en posant $T = 0$.

Nous posons

$$\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu} = T, \qquad \Sigma_\mu \Phi_{\mu\nu,\mu} = C_\nu, \qquad \Sigma_\mu \Phi_{\mu\nu,\mu\lambda} - \Phi_{\nu,\lambda} = K_{\nu,\lambda};$$

on voit alors facilement que

$$(\text{II } bis) \qquad \partial_\nu T = \lambda C_\nu, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu C_\nu = \lambda T, \qquad \partial_\nu C_\mu = \lambda K_{\nu\mu}, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu K_{\nu,\mu} = \lambda C_\mu.$$

Ce système est identique au système (II), mais T est distinct de $\Phi_{0,0}$.

Système (II). — L'invariant $\Phi_{0,0}$ détermine par son gradient quatre champs du premier ordre $\Phi_{\mu',0}$ dont les gradients déterminent 10 champs symétriques du second ordre $\Phi_{\mu',\rho'}$. La densité de spin est nulle.

Système (III). — Six potentiels $\varphi_{\mu,\rho}$ définissent 24 champs du premier ordre $\varphi_{\mu\nu,\rho}$ qui définissent 15 champs du second ordre $\varphi_{\mu\nu,\rho\lambda}$. Mais ces 45 grandeurs sont liées par les 10 relations

$$C'_\nu = \Sigma_\mu \varphi_{\mu\nu,\mu} = 0, \qquad K'_{\mu\nu} = \Sigma_\rho \varphi_{\rho\mu,\rho\nu} - \varphi_{\mu,\nu} = 0.$$

Système (IV). — 10 grandeurs identiquement nulles.

Système (V). — Quatre $\Phi_{\mu,0}$ définissent 22 champs du premier ordre ($16\Phi_{\mu,\rho'}$; $6\Phi_{\mu\nu,0}$) qui définissent 24 champs du second ordre $\Phi_{\mu\nu,\rho'}$. Ces 50 grandeurs se ramènent à 35 linéairement indépendantes par les 15 relations

$$\Phi_{\mu\nu,0} = \Phi_{\mu,\nu'} - \Phi_{\nu,\mu'}, \qquad \sum_{\nu=\nu'} \Phi_{\mu\nu,\nu'} = \Phi_{\mu,0},$$

$$\sum_{\mu=\mu'} \Phi_{\mu,\nu'} = 0, \qquad \sum_{\mu=\mu'} \Phi_{\mu\nu^*,\mu'} = 0.$$

Le système se ramène alors aux équations (α) et (β).

Système (VI). — Analogue au système (V), mais entre grandeurs antisymétriques. Les 50 grandeurs se ramènent à 35 linéairement indépendantes par les relations

$$\varphi_{\mu\nu,0} = \varphi_{\mu,\nu'} - \varphi_{\nu,\mu'}, \qquad \Sigma_\nu \varphi_{\mu\nu,\nu'} = \varphi_{\mu,0};$$
$$\Sigma_\mu \varphi_{\mu,\mu'} = 0, \qquad \Sigma_\mu \varphi_{\mu\nu^*\mu,'}.$$

Les équations (VI) se réduisent alors à (α') et (β').

Le corpuscule de spin 2 est donc représenté ici par un ensemble de 170 grandeurs linéairement indépendantes réparties en systèmes évoluant indépendamment : un système de 35 grandeurs (I), deux systèmes de 15 grandeurs [(II) et (II *bis*)], trois systèmes de 35 grandeurs [(III), (V), (VI)].

GRAVITATION. — *Sur les équations de la gravitation.*
Note de M. **Robert Potier**, présentée par M. Élie Cartan.

Considérons un observateur situé en un point M, entraîné par un champ de gravitation $\vec{h}$. Le lieu de M est une géodésique G de l'espace à connexion pseudo-euclidienne ([1]) dans lequel l'observateur pense être placé. L'observateur se considère comme étant au repos, et, par conséquent, le vecteur unitaire de temps $\vec{e}_4$ issu de M est tangent à G en ce point.

Soient $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ les vecteurs unitaires du repère d'espace, orthogonaux deux à deux entre eux et orthogonaux à $\vec{e}_4$.

Si M' est un point de l'espace infiniment voisin de M, de coordonnées ξ^1, ξ^2, ξ^3 entraîné par le champ de gravitation, sa trajectoire d'univers est une géodésique G'. Les équations de l'écart géodésique de Levi-Civita s'écrivent, en désignant par t le temps propre de M,

$$\text{(1)} \qquad \frac{d^2\xi^\alpha}{dt^2} = -R^\alpha_{44\beta}\xi^\beta \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3).$$

Les équations (1) sont valables le long de G, elles expriment que, pour l'observateur situé en M, M' semble sollicité par un champ d'accélérations de composantes $-R^\alpha_{44\beta}\xi^\beta$.

([1]) Les notations et définitions utilisées sont celles du livre de M. É. Cartan, *Leçons sur la Géométrie des espaces de Riemann*, Paris, 1928.

La divergence de ce champ n'est autre que $-R^{\alpha}_{4\,4\alpha} = -R_{44} = R^4_4$. S'il n'y a pas de matière au voisinage de M, la théorie classique du champ de gravitation affirme que la divergence que nous venons de trouver est nulle, ce qui conduit à $R^4_4 = 0$. Les repères d'univers qu'on peut choisir en M étant équivalents entre eux au point de vue physique, $R^4_4 = 0$ entraîne

$$R^j_i = 0 \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

S'il y a de la matière au voisinage de M, et si cette matière de densité ρ est au repos par rapport à M, on peut écrire l'équation de Poisson sous la forme

$$(2) \qquad \operatorname{div} \vec{h} = -4\pi\rho = -R_{44} \quad \text{ou} \quad 4\pi\rho = R_{44} = -R^4_4$$

(nous supposons égales à 1 la constante de la gravitation et la vitesse de la lumière).

L'équation (2) ne nous renseigne en rien sur les composantes de R^j_i autres que R^4_4 : il n'y a plus équivalence des repères d'univers en M entre eux. Seul, un changement de repère d'espace $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ne change pas l'expression analytique des phénomènes.

Ce qui précède nous suggère de formuler les postulats suivants : *a*. les éléments matériels ont pour lignes d'univers des géodésiques; *b*. un changement quelconque de repère d'espace $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ laisse les quantités R^j_i invariantes.

De *a* et *b* il est aisé de déduire les équations de la gravitation. En effet, supposons que toute une région R de l'espace-temps est remplie par les lignes d'univers des éléments d'un certain fluide; supposons que dans R nous avons choisi un repère mobile orthogonal unitaire $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$, dont le vecteur $\vec{e}_4$ est partout tangent aux lignes d'univers en question.

Le postulat *b* entraîne

$$(3) \qquad R^1_1 = R^2_2 = R^3_3 = a, \qquad R^j_i = 0 \ \text{si}\ i \neq j \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

Les formules bien connues

$$(4) \qquad R^k_{i|k} - \frac{1}{2} R_{|i} = 0$$

conduisent, après un calcul simple, à

$$(5) \qquad d(a + R^4_4) = \gamma^4_{\alpha 4}(R^4_4 - a)\omega^\alpha + \lambda\omega^4 \qquad (\alpha = 1, 2, 3),$$

où ω^α, $\gamma^4_{\alpha 4}$, ω^4 ont la signification habituelle (¹).

Le postulat a entraîne $\gamma^4_{\alpha 4} = 0$. D'où

(6) $$d(a + R^4_4) = \lambda \omega^4;$$

de (6) il ressort que

1° ou $\lambda = 0$ et $a + R^4_4 = 4k$ ($k =$ const.);

2° ou il y a une variété V à trois dimensions orthogonale à toutes les lignes d'univers considérées. Il y en a alors une famille à un paramètre et ω^4 se trouve être une différentielle totale exacte $dt = \omega^4$. Ce cas correspond au mouvement irrotationnel pour le fluide en question ($\gamma^\alpha_{4\beta} = \gamma^\beta_{4\alpha}$).

Dans le cas 1°, qui est le plus général, on est conduit à écrire

$$R^\alpha_\alpha + R^4_4 = 4k,$$

et

(7) $$\frac{d}{dt}(R^4_4 - 2k) + \gamma^\beta_{4\beta}(R^4_4 - 2k) = 0;$$

(7) n'est autre que la dernière des équations (4) écrite en tenant compte de $R^4_4 + R^\alpha_\alpha = 4k$; (7), qui n'est autre qu'une équation de continuité, permet d'écrire $R^4_4 - 2k = \chi\rho$, χ étant une constante sur une même ligne d'univers d'élément de fluide.

Choisir χ comme constante absolue revient à définir la notion de densité de matière en chaque point. L'ensemble

(8) $$\begin{cases} R^\alpha_\alpha + R^4_4 = 4k, \\ R^4_4 - 2k = \chi\rho \end{cases}$$

constitue l'expression habituelle de la loi de gravitation, déduite en toute rigueur des postulats a et b. Réciproquement, (8) entraîne b, car $R^1_1 = R^2_2 = R^3_3$ et $R^j_i = 0$ si $i \neq j$, et (8) entraîne aussi a car $d(a + R^4_4) = 0$, ce qui, compte tenu de (5), oblige à poser $\gamma^4_{\alpha 4} = 0$.

Dans le cas 2°, on a

$$R^\alpha_\alpha + R^4_4 = 4u(t)$$

et

(9) $$\frac{\partial}{\partial t}(R^4_4 - 2u) + \gamma^\beta_{4\beta}(R^4_4 - 2u) - \frac{du}{dt} = 0.$$

Si ρ est la densité de matière, définie cette fois *a priori*, et satisfaisant à

(10) $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \gamma^\beta_{4\beta}\,\rho = 0,$$

si l'on définit χ par $R^4_4 - 2u = \chi\rho$, on est conduit à

(11) $$\rho \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{du}{dt},$$

ce qui ménage une possibilité de variation des propriétés gravifiques de la matière dans l'espace et dans le temps. Si l'on remplace le postulat b par la condition pour les R_i^j de ne dépendre que de ρ et non du repère d'espace $[e_1 e_2 e_3]$ [ce qui est plus restrictif que b], on peut affirmer que

ou ρ n'est pas constante sur les variétés V, et alors on retombe sur les équations (8);

ou ρ est constante sur chaque V, quelle que soit la fonction $\varphi(\rho)$; on peut poser

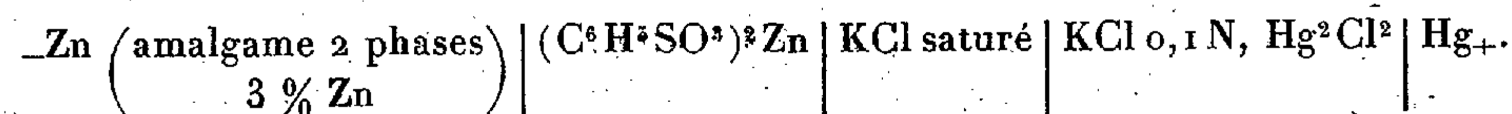
$$(12) \quad \begin{cases} (R_\alpha^\alpha + R_4^4) = 4[\rho\varphi'(\rho) - \varphi(\rho)], \\ R_4^4 - 2u = \rho\varphi'(\rho) \end{cases}$$

$\left[\text{si div } h = -R_4^4 = k\rho, \text{ on trouve } \varphi(\rho) = k\rho + h\rho^{\frac{2}{3}}\right]$.

ÉLECTROCHIMIE. — *Activité de l'ion zinc dans les solutions de benzène-sulfonate de zinc.* Note ([1]) de Mme **Marie-Louise Brouty** et M. **Aldo Ghiggino**, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons déterminé expérimentalement, par la méthode des f. e. m., le coefficient d'activité de l'ion zinc dans les solutions de benzène-sulfonate de zinc à différentes concentrations.

Les mesures ont été faites à 25° sur la chaîne



$$\text{Zn}\begin{pmatrix}\text{amalgame 2 phases}\\ 3\,\%\ \text{Zn}\end{pmatrix}\Big|\,(C^6H^5SO^3)^2Zn\,\Big|\,\text{KCl saturé}\,\Big|\,\text{KCl 0,1 N},\ Hg^2Cl^2\,\Big|\,Hg_+.$$

La f. e. m. de cette pile est, en négligeant le potentiel de jonction liquide,

$$(1) \qquad E = E_0 - \frac{RT}{2F}\,\text{Log}\,c f_+ + E_{cal}.$$

E_{cal} représente le potentiel de l'électrode de référence, E_0 le potentiel normal de l'amalgame de zinc, c la concentration et f_+ le coefficient d'activité de l'ion Zn^{++}.

La f. e. m. est mesurée par la méthode d'opposition à 1.10^{-4} volt près. Tous les produits utilisés, pour la préparation des solutions et des électrodes, ont été au préalable recristallisés ou redistillés. Le potentiel de l'électrode de référence était fréquemment contrôlé par un système de trois électrodes standard.

([1]) Séance du 17 février 1941.

La f. e. m. obtenue est reproductible et l'écart maximum par rapport à la moyenne des mesures sur quatre piles, pour une même concentration, est rarement supérieur à 2.10^{-4} volt.

Le tableau ci-dessous contient quelques-uns des résultats obtenus.

$(C^6H^5SO^3)^2Zn$ (*)..	0,0316	0,0251	0,0158	0,0100	0,0063	0,0040	0,0025	0,0010
E (10^{-4} v)........	8157	8178	8228	8276	8302	8373	8419	8517
E'_0 (10^{-4} v)........	7716	7709	7796	7684	7673	7661	7650	7631
f_+...............	0,399	0,421	0,464	0,512	0,555	0,610	0,667	0,773

(*) (c mol-g/l sol).

Pour déterminer f_+ à partir des mesures de E, il faut connaître le potentiel normal E_0, grandeur inaccessible à l'expérience. On dispose, pour atteindre cette grandeur, de deux méthodes. La méthode d'extrapolation de Lewis, la plus simple, ne donne pas dans ce cas une précision suffisante : la courbe représentant les variations de la quantité

$$(2) \qquad E'_0 = E + \frac{RT}{2F}\operatorname{Log} c = E_0 - \frac{RT}{2F}\operatorname{Log} f_+,$$

en fonction de la racine carrée de la force ionique $\sqrt{6c}$ du milieu, possède une portion rectiligne trop réduite dans la région des grandes dilutions pour obtenir avec certitude la valeur de E_0 limite de la quantité E'_0 lorsque c tend vers zéro. De plus, le coefficient angulaire de la tangente à l'origine à la courbe $E'_0 = f(\sqrt{6c})$ est différent de la valeur que permet de calculer la première approximation de la théorie de Debye pour les grandes dilutions. Ceci nous conduit à penser que le changement d'orientation qu'elle doit présenter pour les dilutions infiniment grandes échappe à l'expérience.

Nous avons donc utilisé la méthode de Gronwall, La Mer et Sandved [2] qui ont généralisé la théorie de Debye-Hückel. Le calcul a été appliqué aux électrolytes dissymétriques par Gronwall, La Mer et Greiff [3] et donne, pour un cation de valence égale à deux, dans un sel du type 1-2,

$$(3) \qquad \begin{aligned} \log f_+ = & -2M\frac{\varepsilon^2}{DkTa}\,\frac{x}{1+x} - 8M\left(\frac{\varepsilon^2}{DkTa}\right)^2\left[\frac{1}{2}X_2(x) - Y_2(x)\right] \\ & + 16\left(\frac{\varepsilon^2}{DkTa}\right)^3\left[\frac{1}{2}X_3^*(x) - 2Y_3^*(x)\right] \\ & + 48M\left(\frac{\varepsilon^2}{DkTa}\right)^3\left[\frac{1}{2}X_3(x) - 2Y\ (x)\right] \qquad (M = 0,43429), \end{aligned}$$

(2) *Physik Z.*, 29, 1928, p. 358.
(3) *J. Phys. Chem.*, 35, 1931, p. 2245.

avec

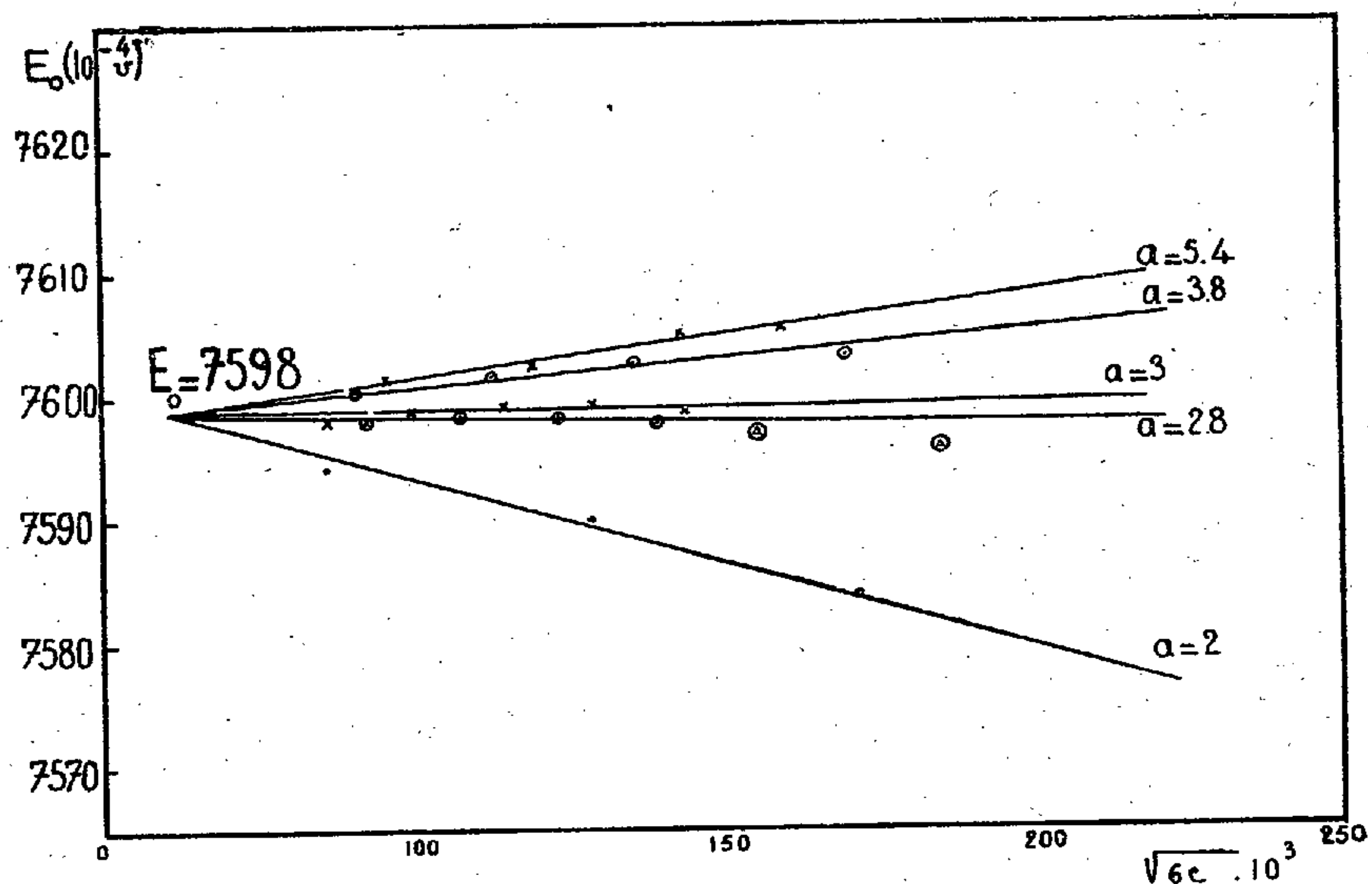
$$x = Aa\sqrt{6c} \quad \text{et} \quad A = \sqrt{\frac{4\pi N \varepsilon^2}{1000 D k T}}.$$

N représente le nombre d'Avogadro, a le rayon de l'ion, k la constante de Boltzmann, D la constante diélectrique du milieu, ε la charge de l'électron, T la température absolue. Les fonctions $X(x)$ et $Y(x)$, ... ont été calculées numériquement par les premiers auteurs pour un certain nombre de valeurs de x. Pour chaque valeur de a arbitrairement choisie, on obtient, pour un certain nombre de valeurs de $\sqrt{6c}$, une série de valeurs de E_0 calculées d'après les expressions (2) et (3) qui varient avec c. Dans un certain domaine de concentration, les courbes

$$E_0 = \varphi(a, \sqrt{6c})$$

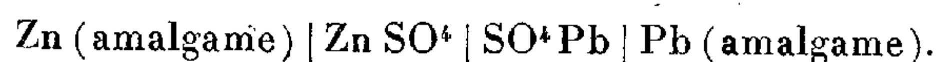
sont des droites concourantes. Le point d'intersection de ces droites donne E_0. Il existe une valeur de a pour laquelle E_0 est constant et indépendant de $\sqrt{6c}$. Cette valeur de a est la valeur vraie du rayon ionique de l'ion considéré. La figure ci-dessous montre qu'on obtient les valeurs

$$E_0 = 7598 \pm 0,5.10^{-4}\,\text{v}, \qquad a = 2,8\,\text{Å}.$$



Connaissant E_0 nous calculons $\log f_+$ pour chaque concentration étudiée à partir de la relation (2). Les valeurs de f_+ sont données dans le tableau I.

La valeur de E_0, obtenue plus haut, est voisine de celle ($E_0 = 7593.10^{-4}$v) que l'on déduit des mesures de I. A. Cowperthwaite et V. K. La Mer (⁴) pour la chaîne sans transport suivante, en tenant compte du potentiel normal de l'électrode $Pb \mid Pb\,SO^4 \mid SO^{4--}$.



La faible valeur obtenue pour le rayon ionique confirme le fait que la théorie de Debye ne s'applique que si l'on utilise la formule généralisée par Gronwall, La Mer et Greiff.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'origine des variations de l'épaisseur réduite de l'ozone atmosphérique.* Note (¹) de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons récemment exposé (²) une interprétation de la distribution de l'ozone atmosphérique autour du globe et de ses variations en fonction de la latitude et de la saison. Si notre hypothèse est exacte, l'épaisseur réduite de l'ozone ε, en un point de latitude quelconque et pour n'importe quel mois de l'année, doit être proportionnelle à l'énergie solaire reçue et à une fonction $K(T)$ dépendant seulement de la température : $\varepsilon = aJK(T)$. Connaissant pour des latitudes différentes et pour les différents mois de l'année ε et J, nous avons obtenu $K(T)$, T étant la température moyenne de l'ozone atmosphérique, déduite en première approximation par extrapolation des sondages aérologiques donnant la température.

Or, en portant, comme pour l'étude des constantes de réactions photochimiques, en abscisses $1/T$, en ordonnées $\log K(T)$, on obtient un ensemble de points qui, compte tenu du fait que les moyennes mensuelles relatives à ε et à T ne permettent pas d'éliminer complètement l'influence de la circulation atmosphérique, se laissent bien représenter par une droite. Et cette droite a une pente tout à fait voisine de celle tracée à partir des résultats déduits par Eucken et Patat de leurs données expérimentales, ce qui confirme bien l'explication que nous avons donnée du phénomène.

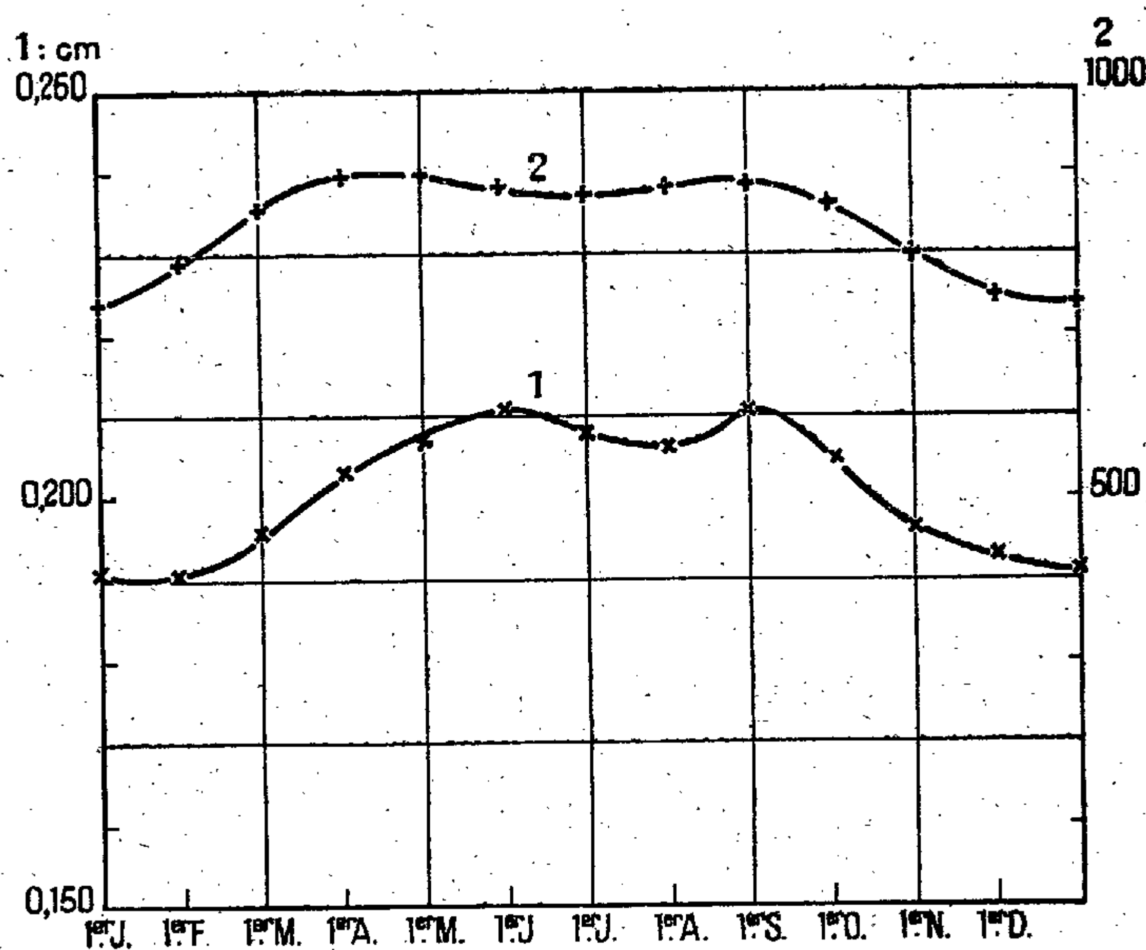
Nous allons présenter maintenant un autre fait d'observation venant à

(⁴) *J. Am. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 2040.

(¹) Séance du 2 février 1941.

(²) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 98.

l'appui de notre hypothèse. Dans les régions voisines de l'Équateur, la courbe représentant l'énergie solaire reçue passe non plus par un maximum au solstice d'été, mais par deux maxima situés au voisinage de l'équinoxe de printemps et de l'équinoxe d'automne. Comme la variation de la température moyenne de l'ozone atmosphérique au cours de l'année doit être très faible dans ces régions, la courbe représentant l'épaisseur réduite de l'ozone devrait donc passer aussi par deux maxima. Nous ne disposons malheureusement que d'une seule série de mesures de l'épaisseur réduite au voisinage de l'Équateur, celle effectuée à Kodaïkanal (Inde) à 10° de latitude Nord, et publiée par Dobson (³). Elle se trouve représentée sur la figure par la courbe 1; nous l'avons obtenue à partir des valeurs journa-



lières données par Dobson, les moyennes mensuelles étant effectuées du 16 au 15 du mois suivant. Nous avons procédé de la sorte pour deux raisons : tout d'abord les valeurs du mois de juin, qui sont au nombre de 7 seulement, se trouvant ainsi partagées entre deux périodes mensuelles voisines, ces moyennes se trouvent plus homogènes; ensuite les points obtenus ainsi correspondent dans le temps à ceux de la courbe 2 qui représentent l'énergie solaire incidente pour un coefficient de transparence de l'air égal à l'unité et pour une latitude de 10°, d'après les valeurs publiées

(³) *Proc. Roy. Soc.*, 124, 1930, p. 411.

par Ch. Maurain (4). Nous avons tracé la courbe 1 en passant par tous les points exprimant les moyennes, tandis que la courbe tracée par Dobson, sans doute par analogie avec les autres régions du Globe, laissait sur le compte de la circulation atmosphérique ceux qui s'en écartaient, d'ailleurs assez peu, comparativement aux écarts rencontrés aux latitudes plus élevées.

Bien que de nouvelles mesures dans la région équatoriale soient encore nécessaires pour éliminer les influences toujours possibles de la circulation atmosphérique, la similitude des deux courbes, malgré un léger décalage, semble bien constituer une nouvelle confirmation de l'explication que nous avons donnée de la distribution de l'ozone en fonction de la latitude et de la saison.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur la teneur de l'air en noyaux de condensation, dans la région parisienne pendant les hivers* 1938-1939 *et* 1940-1941. Note de Mme **Odette Thellier** et M. **Emile Thellier**, présentée par M. Charles Maurain.

On admet généralement (1) que les noyaux de condensation atmosphériques sont constitués par des substances hygroscopiques sous forme dispersée, par des ions et par les surfaces capillaires de petites particules solides. Parmi les causes capables de produire de tels corps (cosmiques, terrestres naturelles et causes en relation avec l'activité humaine), les plus importantes semblent être les combustions. Finalement les noyaux de condensation, si nombreux dans les villes, proviendraient surtout des foyers domestiques et industriels et des véhicules automobiles.

Les circonstances actuelles ayant amené une réduction importante de ces sources dans la région parisienne, il nous a paru intéressant de rechercher si une variation de la teneur de l'air en noyaux de condensation en est résultée. Ayant effectué des mesures pendant l'hiver 1938-1939 pour comparer les teneurs de l'air en noyaux à Paris et à Sceaux, nous avons repris cette étude pendant l'hiver 1940-1941.

A Paris les mesures sont faites dans le quartier peu industriel du Val-de-Grâce, dans le jardin entouré par divers établissements scienti-

(4) *Étude pratique des rayonnements solaire, atmosphérique et terrestre*, Paris, 1937.

(1) H. Landsberg, *Ergebnisse der kosmischen Physik*, 3, 1938, p. 155-252.

fiques compris entre les rues Pierre-Curie et Gay-Lussac. A Sceaux (banlieue Sud, peu industrielle), elles ont lieu dans un jardin potager, dans un quartier à faible densité de population compris entre les agglomérations de Sceaux et Bourg-la-Reine. Pendant la première période, une journée d'observations comportait une mesure à Sceaux et une autre à Paris entre 8^h et 9^h, puis une mesure à Paris, deux autres à Sceaux et une dernière à Paris, réparties entre 11^h30 et 14^h30. La différence entre les résultats des mesures du matin et de l'après-midi, au même endroit, est dans l'ensemble assez faible et les moyennes des valeurs obtenues chaque jour, à Sceaux et à Paris, peuvent être rapportées à 11^h T. M. G. Pendant la deuxième période, une journée d'observations comporte quatre mesures : à Paris à 11^h30 et à 14^h30, et à Sceaux à 12^h30 et 13^h30 environ, heure d'été allemande; les valeurs moyennes correspondent donc encore à 11^h T. M. G.

Voici les résultats obtenus pour la même période de chaque hiver (décembre, janvier et premiers jours de février) :

Nombre de noyaux de condensation par centimètre cube d'air, à 11^h T. M. G.

	A Paris.			A Sceaux.		
Hiver.	Moyenne.	Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Maximum.	Minimum.
1938-39 (132 mesures).	112 500	240 000	67 000	33 500	87 000	8 500
1940-41 (108 mesures).	66 000	173 000	30 000	33 000	83 000	7 500

Ces résultats sont intéressants à deux points de vue :

1° Ils montrent comment varie la pollution de l'air quand on passe de Paris à sa banlieue proche et même à la campagne. En effet, des mesures faites en février 1939 à l'Observatoire de Chambon-la-Forêt, en forêt d'Orléans, ont donné : 7 800 à 9^h et 9 700 à 13^h, soit environ 8 700 noyaux de condensation par centimètre cube à 11^h. Cette valeur, obtenue avec 60 mesures, est encore beaucoup plus faible que la valeur trouvée à Sceaux. Rappelons que H. Landsberg, en utilisant tous les résultats qu'il a pu rassembler (heures et époques diverses), trouve les moyennes suivantes [2] :

Très grandes villes	147 000
Villes	34 000
Campagnes	9 500

2° Ils montrent que la pollution de l'air parisien vient de subir une

(2) H. Landsberg, *loc. cit.* et *Bull. Amer. Met. Soc.*, 18, 1937, p. 172.

réduction importante ([3]), qui s'explique bien si l'on admet que les combustions sont les sources principales de noyaux. La constance du nombre de noyaux à Sceaux n'est pas un argument contre cette hypothèse : la source principale de fumées au lieu de mesures, le Lycée Lakanal, étant restée très active durant l'hiver 1940-1941.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *La présence de corynanthine et l'absence de yohimbine dans les écorces du* Pseudocinchona africana *A. Chevalier et du* Pseudocinchona mayumbensis *(Good) Raymond-Hamet paraissent justifier la séparation des genres* Pseudocinchona *et* Corynanthe. Note de M. **Raymond-Hamet**, communiquée par M. Auguste Chevalier.

De nombreux botanistes, notamment J. Hutchinson et J.-M. Dalziel ([1]), A. Aubréville ([2]) et F. Pellegrin ([3]), ont admis l'identité des genres *Corynanthe* et *Pseudocinchona* parce que, si l'on s'en tient à ce qu'on sait d'eux aujourd'hui, ils ne se distinguent l'un de l'autre que par des caractères macroscopiques peu tranchés. Mais, parce que le *Pseudocinchona africana* A. Chevalier contient deux alcaloïdes particuliers, la corynanthine et la corynanthéine ([4]), alors que le *Corynanthe paniculata* Welwitsch est dépourvu de ces deux bases et renferme de la yohimbine ([5]) et un isomère dextrogyre de celle-ci ([6]), on devait se demander si cette dissemblance de composition chimique, s'ajoutant aux différences morphologiques déjà observées, ne justifiait pas la séparation des genres *Corynanthe* et *Pseudocinchona*.

([3]) Surtout une réduction relative : la pollution de Paris s'est rapprochée de celle de Sceaux. La comparaison des valeurs absolues est toujours délicate à cause des erreurs instrumentales possibles et des variations avec le point où sont faites les mesures (mesure en plein air ou mesure de l'intérieur d'un bâtiment). Il s'agit ici de mesures faites aux mêmes endroits d'une année à l'autre et avec le même appareil à Paris et à Sceaux.

([1]) *Flora of West tropical Africa*, **2**/**1**, London, 1931, p. 71.

([2]) *La flore forestière de la Côte d'Ivoire*, **3**, Paris, 1936, p. 258.

([3]) *Mém. de la Soc. Linn. de Normandie*, Nouv. Sér., Bot., **1**, IV, 1938, p. 7.

([4]) E. Fourneau, *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1770; **150**, 1910, p. 976; Raymond-Hamet, *Bull. Sc. Pharmacol.*, **42**, 1935, p. 416; *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 860; *Bull. Sc. Pharmacol.*, **40**, 1933, p. 523; *Journ. de Pharm. et de Chimie*, 8e série, **22**, 1935, p. 306.

([5]) Raymond-Hamet, *Journ. de Pharm. et de Chimie*, 8e série, **19**, 1934, p. 209.

([6]) Raymond-Hamet, *Bull. Sc. Pharmacol.*, **44**, 1937, p. 54.

Toutefois, pour que cette dissemblance du contenu alcaloïdique pût être tenue pour un caractère différentiel générique, il fallait, d'une part qu'on retrouvât dans toutes les espèces de *Pseudocinchona* sinon les mêmes alcaloïdes que dans le *Pseudocinchona africana*, tout au moins le plus caractéristique d'entre eux, la corynanthine; d'autre part qu'on pût isoler de tous les représentants du genre *Corynanthe* des bases identiques à celles du *Corynanthe paniculata*.

Malheureusement les espèces qui ont été attribuées jusqu'ici aux genres *Corynanthe* et *Pseudocinchona*, ainsi d'ailleurs qu'au genre voisin *Pausinystalia*, l'ont été le plus souvent arbitrairement, et l'on ignore encore comment on doit, pour tenir compte de leurs affinités réelles, répartir ces espèces entre ces trois genres. On peut seulement tenir pour définitivement établi que le genre *Pseudocinchona* comprend deux espèces bien distinctes, les *Ps. africana* A. Chevalier et *Ps. mayumbensis* (Good) Raymond-Hamet. L'étude chimique de ce dernier présentait donc un grand intérêt, et nous nous sommes empressé de l'entreprendre dès que M. A. Chevalier eut réussi à nous obtenir de son correspondand gabonais, l'abbé Walker, une petite quantité d'écorces de cette très rare Rubiacée.

Par un nouveau procédé de préparation approprié à la pénurie des écorces dont nous disposions, nous avons pu isoler de 125^{g} de celles-ci, d'une part 85^{mg} d'une base cristallisée dont la déviation polarimétrique dans l'alcool éthylique à 95° est de $-122°,6$, d'autre part 270^{mg} d'un chlorhydrate cristallisé ayant, en solution dans l'alcool méthylique à 99°, 9, un pouvoir rotatoire de $+39°, 2$,

La déviation polarimétrique dans l'alcool éthylique étant de $+56°$ (Fourneau) pour la yohimbine, de $-123°$ pour la corynanthine, il semble qu'on puisse admettre que les écorces de *Pseudocinchona africana* ne contiennent pas de yohimbine et renferment de la corynanthine. Quant au chlorhydrate cristallisé que nous avons obtenu, la quantité dont nous disposions ne nous a pas permis de savoir s'il s'agissait d'un chlorhydrate de corynanthéine plus pur que celui que nous avons obtenu précédemment ou bien du chlorhydrate, soit d'un des nombreux isomères connus de la corynanthine, soit d'un alcaloïde nouveau.

Quoi qu'il en soit, l'absence de yohimbine et la présence de corynanthine dans les écorces de *Pseudocinchona mayumbensis* nous paraissent constituer un argument de valeur en faveur de la légitimité du genre *Pseudocinchona*.

ANATOMIE COMPARÉE. — *L'œil de* Lepidosiren paradoxa.
Note de M. **A. Rochon-Duvigneaud**, présentée par M. Justin Jolly.

Le *Lepidosiren* est un être intermédiaire dont l'étude anatomique tout à la fois pose et résout certains problèmes. C'est un Dipneuste. Est-il Poisson ou Batracien? Mais les Batraciens ne sont pas un groupe homogène. P. Wintrebert ([1]), en 1910, concluait d'une étude du crâne et de la voûte palatine des Amphibiens que les Urodèles et les Anoures ne peuvent provenir de la même souche, que les premiers étaient plus près des Dipneustes, les seconds plus près des Crossoptérygiens. Les importantes recherches ultérieures de G. Säve Söderbergh ([2]) ont confirmé ces vues. D'après cet auteur, les Anoures et les Stégocéphales appartiennent au groupe des Batrachomorphes. Les ancêtres des Anoures doivent être étroitement liés aux Labyrinthodontes. Les Urodèles doivent être placés en dehors de la ligne évolutive des Batrachomorphes et semblent être étroitement liés aux Dipneustes. Ceci résulte des recherches de Söderbergh (1935) sur le crâne primordial, de celles de Kindhal (1938) sur les organes excréteurs, et de celles de Holmgren (1939) sur les membres, qui, toutes, rapprochent les Urodèles des Dipneustes.

L'œil de *Lepidosiren* ([3]), jusqu'ici très peu connu, apporte de nouveaux arguments à cette thèse. Plus petit que celui de la Taupe, proportionnellement à la taille de l'animal, il ne mesure que $2^{mm},10$ de longueur d'axe intérieur.

Sur les coupes (*fig.* 1), l'œil de *Lepidosiren* évoque immédiatement celui des Urodèles par la grosseur des cellules de la rétine et leur dissociation relative. Leur diamètre moyen est de 15 à 18^{μ}. Celles de la couche antérieure de la *pars iridica retinæ* atteignent 70^{μ}. Les cellules de l'épithélium rétinien ont une hauteur de 40 à 45^{μ}. L'épaisseur de la rétine proprement dite est de 200^{μ}. Les cellules visuelles sont représentées seulement par un corps cellulaire épais surmonté d'une vésicule qui ne prend pas les matières colorantes et paraît représenter l'ellipsoïde. Elle-même est coiffée par un segment externe réduit à une courte calotte conique.

([1]) *Titres et travaux scientifiques*, **2**, 1923-1935, p. 19.

([2]) *Arkiv för Zoologi utgivet av K. Svenska Vetenskapsakademien*, **26**. A, n° **17**, 1934, p. 1-20.

([3]) Nous devons ces yeux à l'obligeance de M. Devillers, directeur de l'Aquarium du Musée des Colonies. Ils provenaient d'une femelle adulte longue de $0^{m},75$.

Nous renvoyons à la figure 1 pour la disposition des autres couches. Il s'agit, en somme, de la structure rétinienne classique des Vertébrés, mais d'un type simplifié, à gros éléments peu nombreux, à cellules visuelles rudimentaires, à appareils fibrillaires (plexus et prolongement nerveux) peu développés.

Non dépigmentées, les coupes de l'iris sont d'un noir opaque. Après

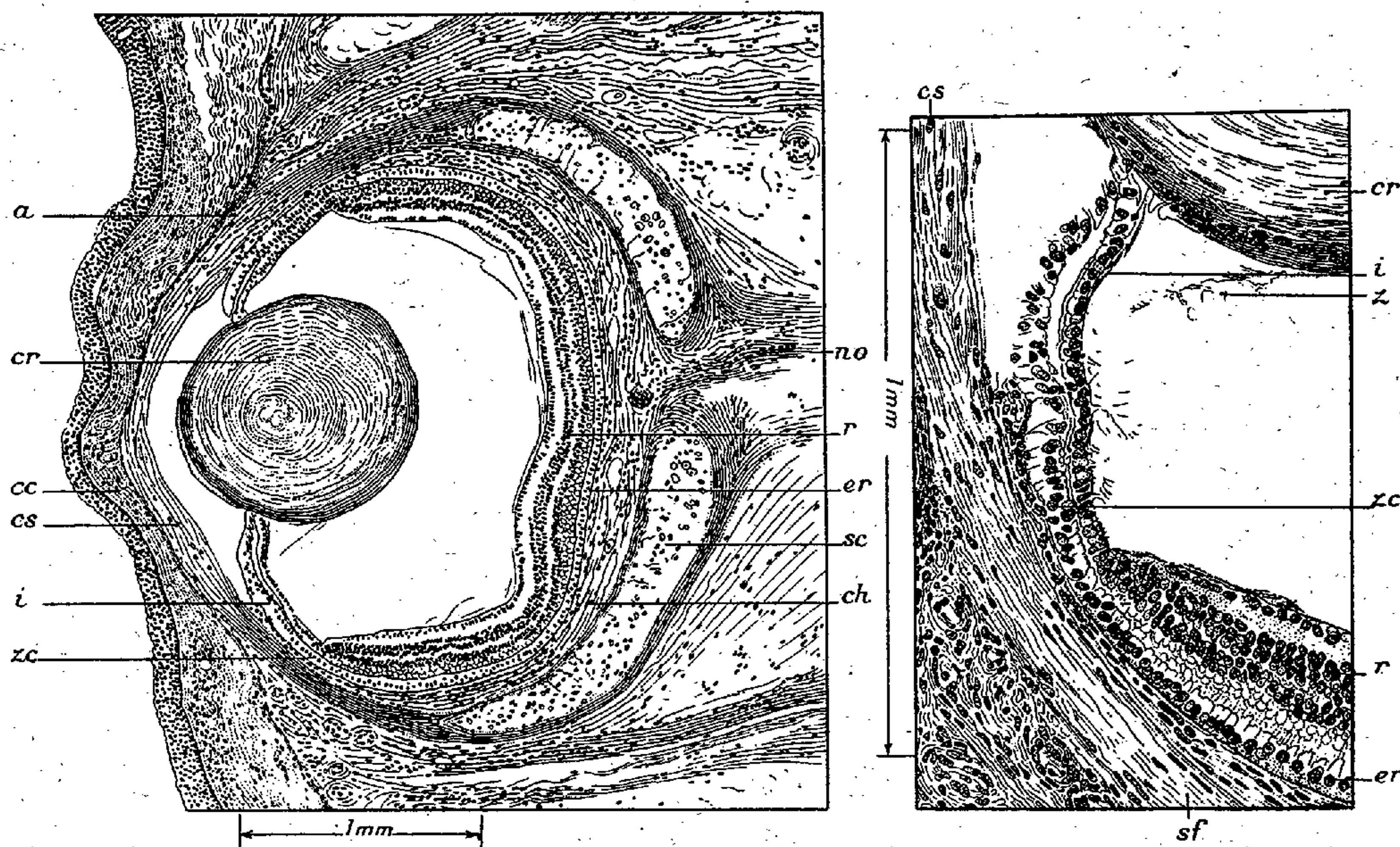


Fig. 1. — *Lepidosiren paradoxa* (à gauche, coupe de l'œil entier; à droite, la région irienne fortement grossie. Préparation dépigmentée; *cc*, cornée cutanée; *cs*, cornée sclérale; *a*, lame intermédiaire; *cr*, cristallin; *i*, iris; *zc*, zone ciliaire; *ch*, choroïde; *sc*, lame cartilagineuse de la sclérotique; *er*, épithélium rétinien; *no*, nerf optique; *z*, zonule; *r*, rétine.

action de l'acide chromique, apparaît une structure de l'iris que nous croyons unique dans un œil de Vertébré. La couche mésodermique fait défaut; l'iris est formé seulement, ainsi que la zone ciliaire, par la double couche ectodermique de la vésicule secondaire. Même à l'état embryonnaire, les Urodèles possèdent cette couche mésodermique. Elle existe également chez les Lamproies, les Sélaciens, les Téléostéens et aussi chez *Protopterus annectens* qui est l'animal actuel le plus proche de Lepidosiren. Dans la région du bord pupillaire, les cellules du feuillet antérieur de la *pars iridica* retinæ ne donnent lieu à aucune différenciation en sphincter

et gardent leur aspect d'éléments indifférents. Le cristallin est formé de fibres.

Chez *Protopterus annectens*, l'iris est pourvu d'une couche mésodermique, avec des vaisseaux et des cellules pigmentaires, mais il n'y a pas davantage de sphincter ni de dilatateur. Sa rétine montre des cônes et des bâtonnets analogues à ceux de nos Tritons. Les grains externes sont peu distincts du corps des cellules visuelles, et de même que chez le Lepidosiren, il n'y a pas de limitante externe [1]. Les rétines des deux Dipneustes nous ont paru semblables, à l'exception des cellules visuelles dont le segment externe est bien développé dans les cellules à bâtonnets et à cônes de *Protopterus*, tandis qu'il reste rudimentaire dans les cellules, de nature indécise de *Lepidosiren*.

Remarques. — L'œil de *Lepidosiren* n'est atteint d'aucun phénomène de régression. L'absence de mésoderme irien est un défaut de développement, non l'effet d'une résorption. L'aspect embryonnaire de la rétine irienne se retrouve dans la rétine proprement dite formée de gros éléments et dont les cellules visuelles sont incomplètement développées. Le nerf optique, encombré de cellules névrogliques et pauvre en fibres, conserve également un aspect embryonnaire.

Nous espérons caractériser d'une façon assez proche de la vérité l'œil de *Lepidosiren* en disant qu'il est resté embryonnaire dans un organisme adulte, qu'il représente quelque chose comme un cas de *néoténie* de l'œil, surtout par le développement incomplet de ses cellules visuelles et de son iris. Quoi qu'il en soit, il se rapproche surtout de l'œil d'un embryon de Triton, ou peut-être d'un ancêtre des Tritons dans le corps d'un animal parvenu lui-même à un développement supérieur à celui des Tritons. La double cornée, cutanée et sclérale (voir *fig.* 1), n'est pas spéciale à *Lepidosiren*, puisqu'on la trouve également chez des êtres aussi différents que les Lamproies d'une part, et d'autre part le Congre, l'Anguille et d'autres Poissons osseux et également chez un Batrachomorphe, *Pipa americana*.

En résumé, l'essentiel de l'œil de *Lepidosiren*, c'est-à-dire tout ce qui dérive de la vésicule oculaire secondaire, est d'un Triton. Les enveloppes mésodermiques n'ont aucun caractère spécial. Il est donc permis de songer à une parenté entre *Lepidosiren* et les Urodèles.

---

(1) GRYNFELTT, *Bulletin mensuel de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier*, 22 mai 1911, p. 225-227.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Caractères histologiques des ovariotestis obtenus chez* Rana temporaria *L., à la suite de l'action de l'œstradiol en solution aqueuse.* Note de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai montré [1] que l'œstradiol, administré en solution aqueuse à des têtards de *Rana temporaria* (les animaux étant élevés dans de l'eau additionnée de la solution hormonique), réalise l'effet paradoxal constaté initialement par Padoa [2] sur *Rana esculenta* à la suite d'un traitement analogue, l'œstrone remplaçant l'œstradiol.

Sur les 27 têtards étudiés, 23 avait des testicules, ce qui démontre l'action masculinisante de la dihydrofolliculine en solution aqueuse. Les quatre autres animaux possédaient des ovariotestis présentant des degrés divers d'intersexualité. L'étude histologique de ces gonades a mis en évidence les faits rapportés ci-dessous :

Animal DD_{19}. — Les gonades sont nettement dissymétriques; la glande droite, fusiforme, a l'aspect d'un testicule et mesure $0^{mm},55$. La glande gauche, plus épaisse, obtuse à ses extrémités, mesure 1^{mm} et a l'aspect d'un petit ovaire.

La gonade gauche est un ovaire pur, présentant 6 sacs ovariens, avec cavité très nette au hile de l'organe. Toute la gonade est remplie de nids cellulaires en préméiose. Il n'existe pas d'auxocytes cependant.

La gonade droite a la structure d'un testicule, sauf dans le quart postérieur, où l'on observe des nids cellulaires présentant des stades caractéristiques de la préméiose.

L'animal possède donc un ovaire à gauche, un testicule presque typique à droite.

Animal DD_{26}. — Les deux gonades sont très nettement plus longues que des testicules normaux; chacune d'elles mesure $1^{mm},05$. Les glandes, obtuses à leur extrémité antérieure, s'amincissent vers la moitié de la longueur, et sont longuement acuminées postérieurement.

La gonade gauche présente, de l'avant vers l'arrière, les régions suivantes : une partie possédant une cavité ovarienne très nette qui limite des nids d'ovocytes en préméiose. Progressivement, ces stades préréductionnels disparaissent ainsi que la cavité ovarienne, mais de vastes lacunes irrégulières, résidus de cette cavité, se montrent au sein

---

(1) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 570; 211, 1940, p. 665. *Errata*, page 667, ligne 14, *au lieu de* 50000 U. I. pour $1^{cm^3},3$, dans l'huile..., *lire* 50000 U. I. pour 1^{cm^3}, dans l'huile...; page 571, ligne 20, *au lieu de* $0^{mg},6$, *lire* $0^{mg},06$.

(2) *Mon. Zool. Ital.*, 47, 1936, p. 285; *Arch. Ital. Anat. Embr.*, 40, 1938, p. 22.

de la masse des gonies, à noyau quiescent. Vers le centre de l'organe, et sur les 2/3 environ de la longueur de celui-ci, la gonade est massive, sans trace de préméiose, ni lacunes, et a alors un type testiculaire à peu près pur. Enfin, dans la partie terminale acuminée, on voit réapparaître un sac ovarien, des lacunes irrégulières, et des stades préréductionnels. Il n'existe aucun auxocyte.

La gonade droite, massive et de type testiculaire à son apex, présente ensuite un système de lacunes irrégulières, entourant des nids d'ovocytes en préméiose. Le type ovarien s'accentue de plus en plus vers l'arrière, où les lacunes sont de plus en plus vastes. Par conséquent, sur presque toute sa longueur, cette glande présente un mélange de caractères testiculaires et ovariens, ceux-ci prédominant de plus en plus postérieurement.

Animal DD_{11}. — Les deux gonades ont la morphologie externe d'un testicule et mesurent respectivement $0^{mm},55$ (droite) et $0^{mm},6$ (gauche). La gonade gauche est un testicule pur. La gonade droite présente, à son extrémité postérieure, une vaste cavité ovarienne avec nids d'ovocytes en préméiose.

Animal DD_6. — Les deux gonades fusiformes mesurent $0^{mm},55$ (droite) et $0^{mm},6$ (gauche). Celle-ci est un testicule typique. La gonade droite est très légèrement transformée. On note seulement, à son apex, quelques cellules en préméiose. Les cordons médullaires restent massifs.

En somme, les quatre animaux étudiés présentent un virage dans le sens ♀ → ♂ de plus en plus poussé. L'animal DD_{19} montre, à côté d'un ovarioteste, un ovaire normal; DD_{26} a un mélange de régions ovariennes et testiculaires; DD_{11} et DD_6 ont le type testiculaire avec traces de structures ovariennes, à la partie terminale de l'une des glandes.

Il convient de noter que, sporadiquement, chez les 23 animaux possédant des testicules typiques, on voit apparaître de petites lacunes qui, particulièrement nettes chez l'animal DD_{27}, représentent chez celui-ci un résidu ovarien indéniable.

Ces résultats se superposent à ceux obtenus, en utilisant l'œstrone, par Padoa et Baldasseroni [3], sur une race semi-différenciée de *Rana esculenta*, et par Witschi et Crown [4] d'une part, Foote [5] de l'autre, sur *Rana pipiens*.

Dans leurs expériences, ces auteurs ont en effet obtenu, à côté du résultat paradoxal d'une hormone femelle masculinisant la majeure partie des animaux traités, un certain nombre d'intersexués, chez lesquels le type ♂ était dominant.

---

(3) *Mon. Zool. Ital.*, 49, 1938, p. 267.

(4) *Anat. Rec.*, 70, 1937, p. 121 et ALLEN, *Sex and Internal Secretions*, 1939, p. 180.

t. Rec., 72, 1938, p. 12 o.

L'œstrone et l'œstradiol ont donc une action très sensiblement identique quant à leur pouvoir masculinisant, lorsque ces hormones sont administrées en solution aqueuse.

TÉRATOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'obtention de la strophosomie chez le Poulet à l'aide de la ricine.* Note [1] de M. **Paul Ancel** et Mme **Suzanne Lallemand**.

Nous avons signalé [2] qu'une monstruosité (la strophosomie) pouvait être obtenue en déposant sur l'embryon de Poulet, au stade de 48 heures, une goutte d'une solution de colchicine. Nous avons fait des expériences de même genre avec quarante et quelques substances et nous en avons trouvé une autre qui nous a donné des monstres strophosomes. C'est la ricine. Cette substance a été dissoute dans le chlorure de sodium à 8 °/₀₀; la dose a varié de $0^{mg},01$ à $0^{mg},00001$. A la dose de $0^{mg},00025$ et aux doses plus élevées, la ricine a tué tous les embryons (50 sur 50) avant la fin du cinquième jour de l'incubation, la plupart succombant dans le courant du quatrième jour; presque tous ces embryons présentent une très forte lordose sous-cardiaque et, chez les plus âgés, on peut constater l'existence d'une célosomie totale. A la dose de $0^{mg},0001$, sur 52 œufs, 22 sont morts avant le début du sixième jour, dont 10, fortement lordosiques, présentaient une célosomie totale; les 30 autres embryons sont morts entre le sixième et le douzième jour de l'incubation; 10 présentaient les caractères typiques des strophosomes (forte lordose sous-cardiaque, célosomie totale, rejet des membres supérieurs et inférieurs sur le dos). En somme, 20 embryons sur 52 étaient tout à fait identiques aux embryons strophosomes obtenus avec la colchicine, soit 38,4 %. La dose de $0^{mg},00005$, expérimentée sur 56 œufs, a donné 20 morts avant le début du sixième jour; six de ces embryons avaient bien les caractères des jeunes strophosomes. Parmi les embryons morts après le sixième jour, un seul, mort à 7 jours, était strophosome. Le nombre total des strophosomes était donc de 7 sur 56, soit 12,5 %. La dose de $0^{mg},00001$ a été essayée sur 20 œufs; elle n'a amené l'apparition d'aucun strophosome.

Dans toutes ces expériences faites à l'aide de la ricine, aucun des

---

(1) Séance du 6 janvier 1941.

(2) Mme S. Lallemand, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1446; P. Ancel et S. Lallemand, *C. R. Soc. Biol.*, 130, 1939, p. 1896.

embryons strophosomes n'a dépassé le septième jour de l'incubation, tandis que nous avons obtenu, avec la colchicine, des strophosomes âgés de 20 jours.

TÉRATOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'action tératogène de substances chimiques chez l'embryon de Poulet.* Note ([1]) de M. **Paul Ancel** et Mme **Suzanne Lallemand.**

Des expériences de tératogénèse, faites par de très nombreux auteurs et consistant à soumettre l'œuf de Poule à l'action d'agents physiques ou chimiques, s'était dégagée cette conclusion que la nature de l'agent tératogène était sans importance pour l'obtention d'une monstruosité. Tous les agents physiques utilisés, toutes les substances chimiques injectées dans l'œuf s'étaient montrés tératogènes et chacun d'eux était capable de produire les mêmes malformations, qui étaient toutes des malformations qu'on rencontre à l'état spontané. Le stade auquel l'agent tératogène était mis en œuvre et les variations dans la constitution individuelle des germes apparaissaient comme seuls susceptibles d'expliquer les différences dans les résultats obtenus.

Les recherches que nous avons faites sur des embryons de Poulet, au stade de 48 heures et avec une technique différente de celle des précédents auteurs, nous ont au contraire montré l'importance de l'agent tératogène. La première démonstration de cette importance a été fournie par Mme Lallemand, qui a montré qu'une monstruosité (la strophosomie), qui n'a jamais été signalée à l'état spontané chez le Poulet, pouvait être obtenue à l'aide de la colchicine ([2]). Nous avons fait ultérieurement et dans les mêmes conditions des expériences avec quarante et quelques autres substances; les résultats confirment l'importance de la nature de l'agent tératogène dans la production des malformations.

La plupart des substances que nous avons utilisées se sont montrées toxiques, mais non tératogènes et, parmi les substances tératogènes, une même malformation n'a pu être obtenue que par certaines d'entre elles; ces malformations sont la strophosomie, la célosomie, l'ectrosomie, l'hémimélie, l'ectromélie, l'absence ou l'atrophie du bourgeon caudal, l'arrêt complet du développement de l'amnios, des lordoses et scolioses et enfin une hémorragie caudale tératogène.

([1]) Séance du 6 janvier 1941.
([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 207, 1938, p. 1446.

Le pouvoir tératogène, pour chacune des substances utilisées, s'est montré très net et très constant. La proportion de la plupart des malformations obtenues oscille entre 20 et 55 % des œufs mis en expérience.

L'explication de ces résultats nous semble pouvoir être donnée par l'existence d'un gradient de sensibilité entre les divers groupes cellulaires qui constituent l'organisme embryonnaire au stade de 48 heures. La sériation de ces groupes cellulaires, par sensibilité décroissante, varie avec les toxiques. Ceux pour lesquels les organes vitaux, le sang et le cœur, sont les plus sensibles ne sont pas tératogènes. Au contraire, lorsqu'un groupe cellulaire est plus sensible à l'action d'un toxique que le cœur ou le sang, ce groupe est arrêté dans son développement, après action d'une dose déterminée du toxique, et cet arrêt de développement localisé donne naissance à une malformation, le toxique sera tératogène et ne pourra donner naissance qu'à une variété de malformations. Enfin, si plusieurs régions cellulaires sont plus sensibles que les organes vitaux, on pourra obtenir plusieurs malformations à l'aide du même toxique, avec des variations dans les résultats suivant les doses et les individus, mais portant toujours sur les mêmes régions.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action des injections intraveineuses de gluconate de calcium sur la réserve alcaline et la calcémie.* Note [1] de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Maurice Javillier.

On conseille, pendant les trois jours qui précèdent l'acte opératoire, d'administrer au patient du gluconate de calcium par voie intraveineuse en solution sursaturée à 10 %, à la dose quotidienne de 10^{cm^3}, en raison de ses propriétés antihémorragique, anticlasique et antitoxique. Alors que l'action antihémorragique de ce corps paraît attribuable au renforcement du calcium sanguin, les actions anticlasique et antitoxique restent inexpliquées. Nous avons pensé qu'elles pouvaient être liées à un redressement de la réserve alcaline, l'acidose jouant un rôle important dans l'apparition de certaines manifestations anaphylactiques ainsi que dans la production de graves accidents post-opératoires. Comme nous l'avons montré, avec Larget, Lamare et Meunier, ces accidents semblent en effet dus à la formation en milieu acidosique d'amines toxiques aux dépens de polypeptides sanguins élevés provenant de la destruction incomplète des protides tissulaires libérés au cours de l'intervention [2].

---

(1) Séance du 17 février 1941.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 124, 1937, p. 232.

Étant donnée sa constitution chimique, nous avons pensé que le gluconate de calcium est comburé dans l'organisme au même titre que le glucose sanguin, mais avec cette différence qu'il libère alors de l'hydroxyde de calcium naissant capable de lutter contre la production ou l'aggravation d'un état acidosique. Un début de preuve de ce fait nous fut apporté par une malade, sur laquelle M. J. Courtois se proposait de faire une césarienne, et dont la réserve alcaline à 40,0 fut élevée à 48,7 en 48 heures, avec une seule injection de 10^{cm^3} de solution de gluconate de calcium par jour. En vue de fonder plus solidement notre opinion, nous avons procédé aux essais suivants.

Le Lapin, dont la réserve alcaline est naturellement basse, fut pris comme animal d'expérience, parce qu'il présente, en outre, l'avantage de se prêter aisément aux injections dans la veine marginale de ses oreilles et que des ponctions intracardiaques, même répétées, permettent, chez cet animal, des prises suffisantes pour les dosages, quand il est choisi dans un bon état physique et d'un poids de 2 à 3^{kg}.

Après une première ponction intracardiaque, pratiquée sur le sujet à jeun, nous injections 10^{cm^3} d'une solution de gluconate de calcium pur à 10 % (au pH 6,4). Ultérieurement, de nouvelles prises de sang étaient effectuées 4 à 8 heures après, puis le lendemain à jeun et quelquefois 48 heures ou 72 heures après. Le dosage de la réserve alcaline était chaque fois pratiqué sur le plasma sanguin, selon la technique de Van Slyke, et exprimé en centimètres cubes de CO^2 %. Nos résultats sont, ainsi que les moyennes, groupés dans le tableau ci-dessous.

N° du Lapin.	Poids (en kg).	Réserve alcaline				
		avant.	après. 4 à 8 h.	24 h.	48 h.	72 h.
1.........	2,690	22,6	23,8	40,0	43,1	»
2.........	2,520	13,7	17,6	26,7	28,9	»
3.........	2,200	29,0	29,0	40,4	»	30,9
4.........	2,360	11,8	25,2	34,7	»	29,6
5.........	2,600	18,5	24,2	42,4	»	42,2
6.........	2,800	36,1	36,1	61,3	40,0	36,1
7.........	2,650	23,6	24,3	38,1	»	»
8.........	2,350	20,7	30,2	34,2	»	18,8
Moyennes:	**2,520**	**22,0**	**26,3**	**39,7**	»	»

Comme on peut le constater, le gluconate de calcium exerce une action très nette sur l'élévation du taux de la réserve alcaline; mais, en dépit de la dose relativement forte injectée (toujours bien supportée), cette action est relativement lente puisqu'elle atteint son maximum entre

la 24[e] et la 48[e] heure, puis revient sensiblement à son taux initial à la 72[e] heure. Sur les sujets 2 et 5 nous avons pu, en dehors des déterminations précédentes, étudier les variations du taux du calcium sérique, par la méthode de Kramer et Tisdall (modifiée par Clark et Collip).

Les résultats, exprimés en milligrammes de calcium %, sont :

	2.	5.
Avant l'injection	14,7	16,7
4 heures après l'injection	15,5	17,8
24 heures » »	16,9	18,4

Pour une même proportion de calcium injecté, le chlorure de calcium se comporte très différemment, car il entraîne à la fois une chute de la réserve alcaline et une chute de la calcémie. En 4 heures, la réserve alcaline tombait dans ces conditions de 28,7 à 24,9 et la calcémie de 16,6 à 14,2. Si donc, l'action antihémorragique du gluconate de calcium peut être rapportée à l'élévation du taux du calcium sanguin, celle du chlorure de calcium paraît au contraire attribuable à ses tendances acidosiques.

Conclusions. — Le gluconate de calcium, administré par voie intraveineuse, n'est que lentement utilisé par l'organisme, mais son action se montre de ce fait particulièrement durable; elle comporte une sensible élévation de la calcémie et surtout de la réserve alcaline.

Ces modifications sanguines paraissent expliquer les propriétés antihémorragique, anticlasique et antitoxique du gluconate de calcium et justifient son emploi avant comme après l'acte opératoire,

Étant donnée l'innocuité du gluconate de calcium, il semble qu'on pourrait augmenter sans inconvénient et même avec avantage les doses thérapeutiques actuellement préconisées.

La séance est levée à 15[h]30[m].

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Applications du calcul des probabilités aux problèmes concernant les nombres premiers. Théorème de Goldbach.* Note de M. **ÉMILE BOREL**.

J'ai entrepris, il y a quelques années, des recherches statistiques variées sur les nombres premiers ([1]) et j'ai eu l'occasion d'exposer certains de leurs résultats dans mes cours. Je voudrais résumer brièvement aujourd'hui les conclusions essentielles auxquelles j'ai été conduit et les appliquer au théorème de Goldbach et à ses généralisations.

La conclusion générale à laquelle j'ai été conduit est la suivante : soit E un ensemble fini de nombres entiers; soit N leur nombre, A et B leurs limites inférieure et supérieure; on supposera $B < A + \sqrt{A}$; soit f la fréquence moyenne des nombres premiers dans l'intervalle B — A; le nombre probable des nombres premiers de l'ensemble E est Nf. *Si la définition de l'ensemble* E, *jointe aux propriétés arithmétiques les plus élémentaires, n'entraîne pas la conséquence que le nombre réel n des nombres premiers de E doive être inférieur ou supérieur à* $Nf = \nu$, *on a le droit d'appliquer le théorème de Poisson et d'affirmer que la probabilité pour que ce nombre (des nombres premiers de* E) *soit égal à n est*

$$p_n = \frac{\nu_n}{n!} e^{-\nu}.$$

([1]) Je dois remercier M. Z. Sougarev, dont l'aide m'a été précieuse pour les computations exigeant l'emploi des tables de nombres premiers.

Par suite les valeurs de n pour lesquelles p_n serait extrêmement petit, inférieur par exemple à 10^{-50}, pourront être exclues et l'on pourra donc affirmer que n est compris entre certaines limites n' et n''.

Ceci s'étend aisément au cas où, au lieu d'un ensemble E, on en considère un nombre fini $E_1, E_2, \ldots, E_k$.

Passons au cas où l'on considère une infinité d'ensembles E; désignons par p_k la probabilité calculée, comme il vient d'être dit, pour que le nombre n_k des nombres premiers de l'ensemble E_k ne soit pas compris entre n'_k et n''_k. Si la série Σp_k est convergente et a une somme inférieure à 10^{-50}, on pourra affirmer, avec une absolue certitude pratique que l'on a, pour toutes les valeurs de k,

$$n'_k < n_k < n''_k.$$

Appliquons ce qui précède au théorème de Goldbach, suivant lequel tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers :

$$2a = p + p'.$$

Nous préciserons ce théorème en ajoutant que l'un des nombres premiers est inférieur à une fonction donnée $\varphi(a)$:

$$p' < \varphi(a) \leq \sqrt{a}.$$

Soit A le nombre des nombres premiers inférieurs à $\varphi(a)$; considérons l'ensemble E_a des nombres $2a - p'$; cet ensemble est composé de A nombres; si f est la fréquence des nombres premiers dans l'intervalle $2a$, $2a - \sqrt{a}$, le nombre moyen des nombres premiers de E_a serait $\nu_a = Af$; la probabilité pour que le nombre réel des nombres premiers de E_a soit nul, c'est-à-dire pour que notre théorème soit faux est $e^{-\nu_a}$. Si donc la fonction $\varphi(a)$ est choisie de telle manière que la série

$$\text{(S)} \qquad \sum_{a=\alpha}^{\infty} e^{-\nu_a}$$

soit convergente et inférieure à 10^{-50}, notre théorème sera pratiquement certain. Le nombre α sera pris assez grand et tel cependant que le théorème puisse être vérifié empiriquement pour les valeurs de a inférieures à α.

En fait, le raisonnement précédent doit être complété, car nous sommes ici dans le cas où les propriétés arithmétiques élémentaires modifient la fréquence f. Lorsqu'un nombre est choisi au hasard, la probabilité pour

qu'il soit divisible par 3 est 1/3. Si p' est un nombre premier et si $2a$ est divisible par 3, la probabilité pour que $2a-p'$ soit divisible par 3 est nulle; si $2a$ n'est pas divisible par 3, la probabilité pour que $2a-p'$ soit divisible par 3 est 1/2. Par suite, la fréquence f devra être diminuée si $2a$ n'est divisible par aucun des petits nombres premiers impairs (de 3 à 97 par exemple) et notablement augmentée si $2a$ admet les diviseurs 3, 5, 7.

Les calculs suivants ont été faits pour $1000000 < 2a \leq 1000200$. On a supposé $p' < 10000$ et on a dénombré les nombres premiers p égaux à $2a-p'$. Voici les résultats de ce dénombrement classés d'après les petits diviseurs premiers impairs de a.

Tous les diviseurs impairs de a sont > 13 : 110, 106, 104, 115, 131, 123, 132, 133, 121, 118, 119, 118, 112, 127, 110, 128, 108, 123, 119, 115, 124, 117, 123, 112, 113, 126, 130, 115, 116, 123, 120, 115, 115, 126, 118, 131, 131, 124, 111, 123.

a divisible par
- 13 : 137, 123, 126.
- 11 : 132, 137, 137.
- 7 : 145, 138, 143, 158, 144, 149, 144.
- 5 : 166, 148, 176, 160, 172, 157, 178, 160, 149, 162, 168.
- 5 et par 7 : 191, 211.
- 3 : 246, 257, 234, 238, 256, 243, 237, 231, 232, 226, 226, 230, 273, 248, 254, 219, 233, 238, 231, 262, 233, 238, 267.
- 3 et par 7 : 280, 282, 270, 278.
- 3 et par 5 : 310, 299, 345, 329, 312, 311.
- 3, par 5 et par 7 : 370.

Ces résultats sont, on s'en assure aisément, tout à fait semblables à ceux que donnerait le hasard, en ce qui concerne notamment les écarts par rapport aux valeurs moyennes [2].

Pour tous ceux qui ont l'habitude des suites statistiques de nombres entiers, le caractère fortuit de ces séries de nombres, en particulier de la première (les diviseurs impairs de a sont supérieurs à 13) s'impose avec évidence [3].

---

[2] Des résultats absolument analogues ont été obtenus pour les nombres $2a$ compris entre 2 000 000 et 2 000 200.

[3] Nous avons tenu à donner les nombres bruts constatés; on pourrait faciliter l'étude des séries de ces nombres obtenus dans les cas où a est divisible par des petits nombres premiers de manière à les ramener à ce qu'ils seraient si cette circonstance ne se produisait pas; par exemple les nombres obtenus pour a divisibles par 3 devraient être divisés par 2 etc. On aurait ainsi 100 nombres dont la répartition serait celle qui résulte du théorème de Poisson, c'est-à-dire une répartition gaussienne.

On constate que, si l'on prend

$$\varphi(a) = 50(\log a)^3,$$

en désignant par log les logarithmes vulgaires (à base 10), la condition relative à la série (S) est satisfaite. On peut donc énoncer ce résultat : *tout nombre pair* $2a$ *est la somme de deux nombres premiers dont l'un est inférieur à* $50(\log a)^3$. *La probabilité pour que cet énoncé soit faux est inférieure à* 10^{-50}.

Bien entendu, ces démonstrations basées sur les probabilités ne peuvent être comparées aux démonstrations rigouseuses de la théorie des nombres. Les recherches tendant à obtenir de telles démonstrations rigoureuses continueront à être poursuivies car, même si elles n'aboutissent pas, elles contribuent à enrichir la science de méthodes nouvelles et de résultats souvent intéressants.

Il serait cependant injuste de considérer comme négligeables les résultats que l'on peut déduire du calcul des probabilités. Ils entraîneront la conviction de tous ceux qui ont réfléchi quelque peu sur la signification d'une probabilité inférieure à 10^{-50} ou 10^{-100} et ont compris qu'une telle probabilité doit être pratiquement traitée comme égale à zéro (lorsqu'il s'agit soit d'une épreuve unique, soit d'un ensemble fini ou infini d'épreuves, considéré comme une épreuve unique dont on a calculé la probabilité globale).

Il est à peine besoin d'ajouter que le calcul des probabilités peut être utilisé non seulement comme une méthode de démonstration, mais aussi et surtout comme un instrument de recherche.

CORRESPONDANCE.

M. **Georges-Albert Boutry** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ARITHMÉTIQUE. — *Courbes réduites dans les classes de courbes de genre* 1. Note de M. **François Châtelet**, présentée par M. Gaston Julia.

1. J'ai introduit (¹) la notion de *sur-classe* (par rapport au corps R des nombres rationnels) de courbes algébriques de genre 1 à coefficients

---

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1352.

dans R; une sur-classe S peut être définie par une *cubique de Weierstrass* C, contenue dans S :

$$y^2 = x^3 - px - q. \quad (p \text{ et } q \text{ dans R}, \ 4p^3 - 27q^2 \neq 0).$$

La condition pour qu'une courbe γ de S soit dans une classe (par rapport à R) donnée peut être exprimée à l'aide des points $M_1, M_2, \ldots, M_n$ de C, dont les arguments elliptiques sont les nombres $c_1, c_2, \ldots, c_n$ définis dans cette Note.

Ces définitions et ces résultats s'étendent aux courbes de genre 1 dont les coefficients sont dans un corps algébrique fini k.

J'ai pu les compléter en introduisant dans chaque classe, par rapport à k, des courbes réduites W_n, dépendant d'un entier n, que j'appelle *courbes de Weil* (²). Ces courbes permettent de construire, dans la sur-classe, la suite des classes et de réaliser un mode de composition de ces classes entre elles. Dans le cours des démonstrations, j'ai en outre précisé toutes les valeurs que peut prendre l'ensemble $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

2. Pour simplifier l'exposé, je n'envisage que les courbes W_n relatives à un corps k qui contient les racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité et les coordonnées des points de C dont l'argument est le quotient par n de l'une des périodes. La construction et les propriétés, résumées ici, sont encore valables, moyennant quelques complications, pour les courbes de Weil relatives à un corps quelconque.

Les coordonnées X, Y du point de C d'argument elliptique $n.u$ sont des fonctions rationnelles dans k des coordonnées x, y du point de C d'argument u

$$X = f(x, y), \qquad Y = f'(x, y).$$

A. Weil a montré (moyennant l'hypothèse faite sur k) qu'il existe dans k des couples de fonctions rationnelles $g_i(u, v)$ et $\alpha_i(u, v)$, qui sont liées entre elles par l'identité

$$g_i[f(x, y), f'(x, y)] = [\alpha_i(x, y)]^n.$$

On peut choisir deux de ces fonctions g_1 et g_2 telles que la courbe d'un espace à quatre dimensions (X, Y, Z, Z'),

$$W_n(1, 1) \qquad \begin{cases} Y^2 = X^3 - pX - q, \\ g_1(X, Y) = Z^n, \quad g_2(X, Y) = Z'^n, \end{cases}$$

(²) A. Weil n'a envisagé que des cas particuliers de ces courbes; mais ses travaux m'ont sugéré la définition générale et les propriétés des courbes W_n.

soit dans la classe, par rapport à k, qui contient C. La courbe $W_n(a, a')$, définie dans l'espace (X, Y, Z, Z') par le système d'équations

$$Y^2 = X^3 - pX - q,$$
$$g_1(X, Y) = aZ^n, \qquad g_2(X, Y) = a'Z'^n,$$

dont les coefficients a et a' sont des nombres arbitraires de k, est une courbe de S.

J'appelle les courbes $W_n(a, a')$, *courbes de Weil*, d'ordre n, relatives à la cubique C et au corps k.

3. Je définis le produit de deux courbes W_n par la relation

$$W_n(a_1, a'_1) \times W_n(a_2, a'_2) = W_n(a_1 a_2, a'_1 a'_2).$$

Deux courbes W_n sont équivalentes, par rapport à k, si leur quotient (défini par a_1/a_2, a'_1/a'_2) est équivalent à C [ou à $W_n(1, 1)$].

Le groupe g des courbes W_n équivalentes à C contient comme sous-groupe g' l'ensemble des courbes

$$W_n(b^n, b'^n) \quad (b \text{ et } b' \text{ nombres de } k).$$

En outre, il résulte des travaux de Weil que g' est l'index fini par rapport à g et que g/g' est isomorphe mériédriquement au groupe des points de C qui sont dans k.

4. Pour obtenir un courbe de Weil contenue dans une classe donnée, je calcule les nombres $c_1, c_2, \ldots, c_n$ correspondant à l'une des courbes de cette classe; je sais construire une courbe W_n qui corresponde à ces nombres $c_1, c_2, \ldots, c_n$. Pour cela, j'envisage l'extension normale de k définie par les coordonnées du point de C dont l'argument elliptique est $(1/n)(c_1 + c_2 + \ldots + c_n)$; je montre que le groupe de Galois, par rapport à k, de cette extension est mériédriquement isomorphe au produit direct de deux groupes cycliques. Ce qui me permet de déterminer, dans cette extension, deux nombres (*résolvantes de Lagrange*), dont les $n^{\text{ièmes}}$ puissances sont les coefficients a et a' de la courbe W_n cherchée.

Ainsi il existe une courbe de Weil dans toute classe par rapport à k. J'appelle produit de deux classes A_1 et A_2, la classe qui contient le produit d'une courbe de Weil de A_1 par une courbe de Weil de A_2; cette classe ne dépend pas du choix des courbes de Weil dans A_1 et A_2. Les classes forment, au sens de ce produit, un groupe isomorphe holoédriquement au groupe-quotient du groupe des courbes de Weil par le groupe g; ce qui permet d'énumérer ces classes dès que l'on a construit le groupe g.

ALGÈBRE. — *Un critère de primarité.*
Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit $q=p^n$ une puissance d'exposant entier positif n d'un nombre premier rationnel p. k étant un corps des nombres $\mathfrak{p}$-adiques, où $\mathfrak{p}|p$, contenant les racines $q^{\text{ièmes}}$ primitives de l'unité, un $\alpha\neq 0\in k$ est dit *q-primaire dans k* si $k(\alpha^{1/q})/k$ est une extension non ramifiée. L'ensemble P des nombres q-primaires (dans k) de k est un surgroupe (multiplicatif) d'indice q du groupe H des puissances $q^{\text{ièmes}}$ des nombres non nuls de k, et P/H est engendré par la période (mod H) d'un nombre congru à 1 (mod $\mathfrak{p}$) de k dont la racine $q^{\text{ième}}$ définit l'extension non ramifiée de degré q de k.

Soit p^s la contribution de p dans le degré absolu (on dira qu'une propriété d'un corps $\mathfrak{p}$-adique est *absolue* si elle est prise par rapport au corps p-adique rationnel) f de l'idéal premier $\mathfrak{p}$ de k. k contient le corps abélien absolu $k^\star=k_{n,s}$ composé du corps (local) k_n des racines p^n-ièmes de l'unité et du corps local non ramifié $k^{(s)}$ de degré p^s. Le groupe de Galois (absolu) g de $k^\star$ est le produit direct des groupes de Galois g' et g'' de k_n et de $k^{(s)}$. η étant une racine $q^{\text{ième}}$ primitive de l'unité, g' est, suivant que $p\neq 2$ ou $p=2$, la période d'un automorphisme σ de k_n tel que $\sigma\eta=\eta^r$, r étant une racine primitive (mod q), ou le produit direct des périodes de deux automorphismes σ_1, σ_2 de k_n tels que $\sigma_1\eta=\eta^5$, $\sigma_2\eta=\eta^{-1}$; et g'' est la période d'un automorphisme z de $k^{(s)}$. Soient P* et H* les groupes des nombres q-primaires (dans $k^\star$) de $k^\star$ et des puissances $q^{\text{ièmes}}$ des nombres non nuls de $k^\star$. Soit R* le groupe de tous les nombres de $k^\star$ congrus à 1 (mod $\mathfrak{p}p^{1:(p-1)}$).

Théorème. — A. On a $P=P^\star H$; B. le groupe P* *est le groupe de tous les nombres $\alpha\neq 0$ de $k^\star$ qui satisfont aux conditions suivantes* : 1° *Si $p\neq 2$*, $\sigma\alpha\equiv\alpha^r$ (mod H*); *si $p=2$*, $\sigma_1\alpha\equiv\alpha^5$ *et* $\sigma_2\alpha\equiv\alpha^{-1}$ (mod H*); 2° $z\alpha\equiv\alpha$ (mod H*); 3° $\alpha\equiv 1$ (mod R*H*).

Démonstration. — A. Soit $\varepsilon\equiv 1$ (mod $\mathfrak{p}$) un nombre de $k^\star=k_{n,s}$ tel que $\varepsilon^\star=\varepsilon^{1/q}$ définit $k_{n,s+n}/k_{n,s}$. Alors P*/H* est la période de εH*. On a $\big(k(\varepsilon^\star):k\big)\leq\big(k^\star(\varepsilon^\star):k^\star\big)=q$. D'autre part comme $k(\varepsilon^\star)\supseteq k_{n,s+n}$, le degré absolu de l'idéal premier de $k(\varepsilon^\star)$ dans ce corps est $\equiv 0$ (mod p^{s+n}), donc le degré de cet idéal dans $k(\varepsilon^\star)/k$ est $\geq p^n=q$. Donc $k(\varepsilon^\star)/k$ est une extension non-ramifiée de degré q, et P est la période de $\varepsilon H=\varepsilon H^\star H$, donc est égal à P*H.

B. I. *Si $\alpha\neq 0\in k^\star$ et si $\alpha^\star=\alpha^{1/q}$, $k^\star(\alpha^\star)$ est abélien absolu si, et seulement*

si α *satisfait aux conditions* 1° et 2° de B; en effet, pour que $k^*(\alpha^*)$ soit abélien absolu il faut et il suffit que : 1° il soit galoisien absolu; 2° l'élément τ du groupe de $k^*(\alpha^*)/k^*$ tel que $\tau\alpha^* = \eta.\alpha^*$ soit permutable avec tous les éléments de g; pour cela il suffit qu'il le soit avec σ (si $p = 2$, avec σ_1 et σ_2) et avec z. ζ^* étant un isomorphisme de $k^*(\alpha^*)$ avec un corps conjugué absolu, et ζ étant son correspondant dans k^*, $k^*(\alpha^*)$ est galoisien si, et seulement si, pour tout ζ^*, on a $k^*(\zeta^*\alpha^*) = k^*(\alpha^*)$. Comme $(\zeta^*\alpha^*)^q = \zeta^*\alpha^{*q} = \zeta^*\alpha = \zeta\alpha$, ceci a lieu si, et seulement s'il existe un entier rationnel $t(\zeta)$ et un $\beta(\zeta^*) \in k^*$ tels que $\zeta^*\alpha^* = \alpha^{*t(\zeta)}.\beta(\zeta^*)$, c'est-à-dire que $\zeta\alpha = \alpha^{t(\zeta)}.\beta(\zeta^*)^q \equiv \alpha^{t(\zeta)} \pmod{H^*}$. Donc $k^*(\alpha^*)$ est galoisien absolu s'il existe des entiers rationnels θ (si $p = 2$, θ_1 et θ_2) et t tels que $\sigma\alpha \equiv \alpha^\theta$ (si $p = 2$, $\sigma_1\alpha \equiv \alpha^{\theta_1}$, $\sigma_2\alpha \equiv \alpha^{\theta_2}$) et $z\alpha \equiv \alpha^t \pmod{H^*}$. Pour que τ soit permutable avec ζ^*, il faut et il suffit que $\zeta^*\tau\alpha^* = \tau\zeta^*\alpha^*$. Or

$$\zeta^*\tau\alpha^* = \zeta^*(\eta.\alpha^*) = \zeta^*\eta.\zeta^*\alpha^* = \zeta\eta.\zeta^*\alpha^*$$

et

$$\tau\zeta^*\alpha^* = \tau[\alpha^{*t(\zeta)}.\beta(\zeta^*)] = (\tau\alpha^*)^{t(\zeta)}.\tau\beta(\zeta^*) = (\eta.\alpha^*)^{t(\zeta)}.\beta(\zeta^*) = \eta^{t(\zeta)}.[\alpha^{*t(\zeta)}.\beta(\zeta^*)] = \eta^{t(\zeta)}.\zeta^*\alpha^*.$$

Donc, $\zeta^*\tau = \tau\zeta^*$ si, et seulement si $\zeta\eta = \eta^{t(\zeta)}$, et, puisque $\sigma\eta = \eta^r$ (si $p = 2$, $\sigma_1\eta = \eta^5$, $\sigma_2\eta = \eta^{-1}$) et $z\eta = \eta$. $k^*(\alpha^*)$ est abélien absolu si, et seulement si $\theta \equiv r$ (si $p = 2$, $\theta_1 \equiv 5$, $\theta_2 \equiv -1$) et $t \equiv 1 \pmod{q}$, c'est-à-dire α satisfait aux conditions 1° et 2° de B.

II. Tous les corps locaux abéliens absolus étant circulaires, tous les corps abéliens absolus qui sont des extensions cycliques de degré p^m, $m \leqq n$, de k^* sont des sous-corps de $k_{2n,s+n} = (k_{2n,s}, k_{n,s+n})$. Donc ils sont tous de la forme $k^*(\alpha^{1/q})$, où α est de la forme $\alpha \equiv \eta^c\varepsilon^d \pmod{H^*}$ $(c, d = 0, 1, \ldots, \ldots, q-1)$ [car $k_{2n,s} = k^*(\eta^{1/q})$, $k_{n,s+n} = k^*(\varepsilon^{1/q})$]. Donc *le groupe* C^* *des* $\alpha \neq 0 \in k^*$ *satisfaisant aux conditions* 1°, 2° *de* B *est la réunion des* $\eta^c\varepsilon^d H^*(c, d = 0, 1, \ldots, q-1)$. P^* est la réunion de tous les $\varepsilon^d H^*(d = 0, 1, \ldots, q-1)$.

III. On sait que ε, qui est p-primaire, est $\equiv 1 \pmod{p^{p:(p-1)}}$, donc est $\in R^*$. D'autre part, si $c \not\equiv 0 \pmod{q}$, $\eta^c \not\equiv 1\,[\mathrm{mod}\,\mathfrak{p}(\eta^{q/p} - 1) \doteq \mathfrak{p}p^{1:(p-1)}]$, donc $\eta^c \not\equiv 1 \pmod{R^*}$. Donc, si $\beta \in H^*$, $\eta^c\varepsilon^d\beta \equiv \eta^c \pmod{R^*H^*}$, et est $\equiv 1 \pmod{R^*H^*}$ si et seulement si $c \equiv 0 \pmod{q}$ [car le groupe d'éléments de H^* congrus à 1 $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{p})$ est contenu dans R^*], c'est-à-dire $\eta^c\varepsilon^d\beta \in P^*$. Donc P^* *est le groupe des éléments de* C^* *satisfaisant à la condition* 3° *de* B.

C. Q. F. D.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur des fonctions aléatoires définies par leurs équations aux dérivées partielles.* Note de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

t désignant une variable indépendante, par exemple le temps, et $X(t)$ une fonction aléatoire du type de Markoff, c'est-à-dire telle qu'il existe une probabilité bien déterminée $F(t, x; \tau, \xi)$ ne dépendant que de t, x, $\tau(>t)$, ξ pour que, si $X(t)=x$, on ait à l'instant postérieur τ : $X(\tau)\leqq\xi$, MM. Kolmogoroff (¹) et Feller (²) ont montré que, sous certaines conditions, $F(t, x; \tau, \xi)$ est, comme fonction de t, x, une solution de l'équation parabolique

$$\text{(1)} \qquad L(u)=\frac{\partial u}{\partial t}+a(t, x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b(t, x)\frac{\partial u}{\partial x}=0.$$

Et M. Feller a montré (²) que réciproquement, sous certaines conditions de régularité pour a et b, l'équation (1) détermine une fonction aléatoire $X(t)$ du type de Markoff. Nous nous sommes proposé, nous donnant a et b, d'étudier les propriétés de la variable aléatoire ainsi obtenue.

Hypothèses. — Nous supposons que, dans un intervalle $T_1\leqq t\leqq T_2$ dans lequel nous nous plaçons, a et b satisfont à :

α. $a(t, x)=1$;

β. b et $\partial b/\partial x$ existent et sont bornés;

γ. $\partial b/\partial x$ satisfait à une condition de Lipschitz de la forme

$$\left|\frac{\partial}{\partial x}b[t+\Delta t, x+\Delta x]-\frac{\partial}{\partial x}b(t, x)\right|\leqq A\{|\Delta t|^{\Psi}+|\Delta x|^{\Psi}\} \qquad (0<\Psi\leqq 1).$$

Le cas envisagé est donc une généralisation du processus de N. Wiener étudié par M. P. Lévy (³), et il importe de remarquer que le cas général où $a\neq 1$ se ramène à celui envisagé sous des conditions assez larges par le changement de variables

$$Y(t)=\int_0^{X(t)}\frac{dx}{\sqrt{a(t, x)}}.$$

Résultats. — On sait alors que si $U(t, x; \tau, \xi)$ désigne la solution fonda-

(¹) *Math. Ann.*, 104, 1931, p. 415.
(²) *Math. Ann.*, 113, 1936, p. 119.
(³) P. Lévy, *Compositio Mathematica*, 7, 1939, p. 283.

mentale de (1), on a $F(t, x; \tau, \xi) = \int_{-\infty}^{\xi} U(t, x; \tau, y)\,dy$. On montre aisément que U, qui est nécessairement ≥ 0, est toujours > 0, et que $X(t)$ est stochastiquement continue; on a alors le théorème :

THÉORÈME I. — *Sous les hypothèses mentionnées plus haut, $X(t)$ est presque sûrement continue, et quels que soient t' et t'', on a presque sûrement :*

$$|X(t'') - X(t')| \leq c\sqrt{2|t''-t'|\log\frac{1}{|t''-t'|}}$$

quel que soit le nombre fixe $c > 1$, dès que $|t''-t'|$ est $<$ qu'un certain nombre positif (aléatoire) indépendant de t' et t''.

Envisageant le problème de l'*absorption*, nous avons considéré le cas fondamental suivant; soit C une courbe du plan (t, x), définie par $x = x(t)$ et telle que $x'(t)$ existe, que $x(t)$ et $x'(t)$ soient bornés; x étant $< x(t)$, la probabilité $\Phi(t, x; \tau)$ que l'on ait au moins une fois $X(t') = x(t')$ dans l'intervalle $(t \leq t' \leq \tau)$ existe (en vertu du théorème I); nous avons démontré que :

THÉORÈME II. — *La probabilité $\Phi(t, x; \tau)$, avec $x < x(t)$, est sous nos hypothèses une fonction continue de τ (¹) pourvue d'une dérivée bornée $\varphi(t, x; \tau)$; dans leur domaine d'existence $t < \tau$ et $x < x(t)$, Φ et φ sont, comme fonctions de (t, x), solutions de l'équation (1) avec les conditions aux limites.*

$$\lim_{x \to x(t),\ t<\tau} \Phi(t, x; \tau) = 1, \qquad \lim_{x \to x(t),\ t<\tau} \varphi(t, x; \tau) = 0 \text{ presque partout};$$
$$\lim_{t \to \tau,\ x \to \xi < x(\tau)} \Phi(\tau, x; \tau) = 0, \qquad \lim_{t \to \tau,\ x \to \xi < x(\tau)} \varphi(t, x; \tau) = 0.$$

$\varphi(t, x; \tau)$ est déterminé par l'équation intégrale

$$\varphi(t, x; \tau) = -2\int_t^{\tau} \frac{\partial h(t', \tau)}{\partial \tau}\varphi(t, x; t')\,dt' + 2\frac{\partial H(t, x; \tau)}{\partial \tau}$$

avec

$$H(t, x; \tau) = \int_{x(\tau)}^{+\infty} U(t, x; \tau, \xi)\,d\xi, \qquad h(t', \tau) = \int_{x(\tau)}^{+\infty} U[t', x(t'); \tau, \xi]\,d\xi.$$

L'hypothèse de l'existence de $x'(t)$ n'est pas essentielle et l'on peut s'en affranchir. D'autre part, on peut évidemment traiter de façon analogue de nombreux problèmes d'absorption plus généraux.

(¹) $\Phi(t, x; \tau)$ est continue en τ à la seule condition que $x(t)$ soit continue.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une nouvelle sphère du tétraèdre.*
Note (¹) de M. V. THÉBAULT, présentée par M. Élie Cartan.

1. Les perpendiculaires aux côtés BC, CA, AB d'un triangle menées respectivement par les sommets C, A, B (ou B, A, C), forment un triangle $A_1B_1C_1$ (ou $A_2B_2C_2$) qui se déduit de ABC par une similitude ayant pour point double l'un des points de Brocard et pour module $\cot\theta$, θ étant l'angle de Brocard.

Le centre O du cercle (O) circonscrit au triangle ABC, dont les distances à B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 sont proportionnelles à BC, CA, AB, coïncide donc avec le point de Lemoine du triangle $A_1B_1C_1$ (ou $A_2B_2C_2$) et le cercle (O) est le *second cercle de Lemoine* de ces derniers triangles.

2. Les six arêtes d'un tétraèdre quelconque $T \equiv ABCD$ forment les quadrangles gauches

$$Q \equiv ADCB, \qquad Q' \equiv ACBD, \qquad Q'' \equiv ABCD.$$

Quatre plans non concourants et respectivement perpendiculaires aux côtés de Q, Q', Q'' déterminent trois tétraèdres dont les aires des faces sont proportionnelles aux côtés des quadrangles correspondants. Ainsi, les plans perpendiculaires sur les côtés AD, DC, CB, BA de Q en A, D, C, B, respectivement, forment un tétraèdre $T_1 \equiv A_1D_1C_1B_1$ dont les aires des faces sont proportionnelles à AB, BC, CD, DA, et l'on obtient des tétraèdres analogues $T_2 \equiv A_2C_2B_2D_2$, $T_3 \equiv A_3B_3C_3D_3$ associés aux quadrangles Q', Q''.

Les arêtes $(A_1B_1,\ B_1C_1,\ C_1D_1,\ D_1A_1)$, $(A_2C_2,\ C_2B_2,\ B_2D_2,\ D_2A_2)$, $(A_3B_3,\ B_3C_3,\ C_3D_3,\ D_3A_3)$ des quadrangles gauches $Q_1 \equiv A_1D_1C_1B_1$, $Q_2 \equiv A_2C_2B_2D_2$, $Q_3 \equiv A_3B_3C_3D_3$, sont respectivement perpendiculaires aux faces [(B), (C), (D), (A)], [(A), (C), (B), (D)], [(A), (B), (C), (D)] de T.

Comme les distances du centre O de la sphère (O) circonscrite au tétraèdre T aux quatre plans des faces des tétraèdres T_1, T_2, T_3 sont égales à [1/2(AB), 1/2(BC), 1/2(CD), 1/2(DA)], ..., *le centre O coïncide avec le point du minimum de la somme des carrés des distances aux quatre plans des faces de chacun des tétraèdres* T_1, T_2, T_3. (Premier point de Lemoine) (²).

(¹) Séance du 24 février 1941.
(²) Cf. P. DELENS, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1215.

3. Théorème. — *Les six arêtes d'un tétraèdre quelconque* $T \equiv ABCD$ *forment les quadrangles gauches* $Q \equiv ADCB$, $Q' \equiv ACBD$, $Q'' \equiv ABCD$. *A chacun d'eux correspond un tétraèdre* $\mathfrak{T}_1$, $\mathfrak{T}_2$, $\mathfrak{T}_3$, *inscrit à* T, *dont les plans des faces sont perpendiculaires aux quatre côtés. Les sommets des tétraèdres* $\mathfrak{T}_1$, $\mathfrak{T}_2$, $\mathfrak{T}_3$ *sont douze points situés sur une même sphère dont le centre* K *est le point du minimum de la somme des carrés des distances aux plans des faces du tétraèdre* T (seconde sphère de Lemoine).

En effet, les tétraèdres $\mathfrak{T}_1$, $\mathfrak{T}_2$, $\mathfrak{T}_3$, homothétiques à T_1, T_2, T_3, mettent en évidence les quadrangles gauches

$$Q'_1 \equiv A'_1D'_1C'_1B'_1, \qquad Q'_2 \equiv A'_2C'_2B'_2D'_2, \qquad Q'_3 \equiv A'_3B'_3C'_3D'_3,$$

inscrits à T et homothétiques à Q_1, Q_2, Q_3.

Des remarques antérieures il résulte déjà que les quadrangles Q'_1, Q'_2, Q'_3 ont leurs côtés égaux et que les sphères circonscrites aux tétraèdres $\mathfrak{T}_1$, $\mathfrak{T}_2$, $\mathfrak{T}_3$ ont pour centre commun le point K. De plus ([3]), on peut amener par translation $\overline{A_2C_2}$ à coïncider avec $\overline{A_1D_1}$; le quadrangle $A_2C_2B_2D_2$ devient $A_1D_1B'_2D'_2$ et $\overline{A_1D'_2}$, $\overline{D_1D'_2}$, $\overline{D'_2B'_2}$, $\overline{B'_2D_1}$ sont respectivement égaux et parallèles à $\overline{C_1D_1}$, $\overline{C_1A_1}$, $\overline{B_1A_1}$, $\overline{B_1C_1}$. Les triangles $D'_2B'_2D_1$ et $B_1C_1A_1$ ont leurs côtés égaux et parallèles, la droite $\omega'\omega$ joignant les centres des cercles $D_1D'_2B'_2$ et $B_1C_1A_1$ est parallèle à la droite $\omega'_1\omega_1$ joignant les centres des cercles $A_1D_1D''_2$ et $A_1C_1D_1$, centres qui sont symétriques par rapport au milieu de A_1D_1. On a $\omega'\omega'_1 = \omega\omega_1$, et les sphères $A_1B_1C_1D_1$ et $A_1D_1D'_2B'_2$ ont même rayon.

N. B. — 1° Les périmètres des quadrangles Q, Q', Q'' pouvant être parcourus dans deux sens opposés, la sphère (K) contient en réalité 24 points remarquables, symétriques deux par deux par rapport au point K.

2° Les tétraèdres T_1, T_2, T_3 possèdent d'autres propriétés intéressantes que nous donnerons ailleurs.

GÉOMÉTRIE. — *Les espaces à connexion semi-symétrique et la mécanique.* Note de M. André Lichnerowicz, présentée par M. Élie Cartan.

Introduction. — On sait le rôle fondamental joué, en mécanique classique et relativiste, par la notion de géodésique d'un espace de Riemann, les principes d'extremum de ces deux mécaniques pouvant être mis sous la forme suivante : le

([3]) Cette partie de la démonstration nous a été communiquée par M. R. Bouvaist, qui a aussi vérifié l'existence de la sphère (K)par le calcul.

point représentatif doit décrire une géodésique d'un espace de Riemann conforme à l'espace fondamental de représentation. Ainsi le principe de Maupertuis en mécanique classique, le théorème d'Eisenhart en mécanique relativiste correspondent à des énoncés de ce genre. Mais de tels énoncés ne sont possibles que dans le cas *où une certaine forme différentielle linéaire est intégrable*; par exemple, dans le cas du principe de Maupertuis, le champ de forces doit dériver d'un potentiel; dans le cas du théorème d'Eisenhart, le gradient des pressions rapporté à l'unité de matière, doit être un véritable gradient de scalaire (fluide parfait).

En généralisant la notion d'espace conforme à un espace de Riemann, nous allons associer à l'ensemble d'une forme quadratique et d'une forme linéaire *non intégrable*, une géométrie *unique*, assurant une représentation très générale des phénomènes de la mécanique.

I. *Espace de Weyl à connexion semi-symétrique*. Soient

$$ds^2 = g_{\lambda\mu}\, dx^\lambda\, dx^\mu \qquad \omega = J_\lambda\, dx^\lambda$$

une forme quadratique et une forme linéaire non intégrable. Nous désignerons par $\Gamma^\mu_{\lambda\nu}$ les composantes de la connexion attachée à l'espace de Riemann (R) défini par le ds^2. Au voisinage de tout point M de l'espace (R), menons par M un faisceau de courbes et douons ce voisinage de la métrique $\overline{ds^2}$, conforme à la métrique ds^2, et définie en un point m de ce voisinage, par la relation

$$\overline{ds^2} = \overline{g_{\lambda\mu}}\, dx^\lambda\, dx^\mu = e^{2\int_M^m J_\lambda dx^\lambda}\, ds^2,$$

l'intégrale étant calculée le long de la courbe joignant M à m. Quand m tend vers M, $\overline{g_{\lambda\mu}}$ tend vers $g_{\lambda\mu}$; mais en M, les dérivées partielles $\partial_\nu \overline{g_{\lambda\mu}}$ s'expriment par les relations

$$\partial_\nu \overline{g_{\lambda\mu}} = \partial_\nu g_{\lambda\mu} + 2 J_\nu g_{\lambda\mu}.$$

Ainsi à la métrique $\overline{ds^2}$ correspondra, au point M, la connexion

$$\overline{\Gamma}^\mu_{\lambda\nu} = \Gamma^\mu_{\lambda\nu} + \left[J_\lambda g^\mu_\nu + J_\nu g^\mu_\lambda - J^\mu g_{\lambda\nu}\right]$$

c'est-à-dire la connexion de Weyl attachée à la forme quadratique ds^2 et à la forme linéaire 2ω.

Au point m considérons un vecteur u^μ, unitaire dans ds^2, et soit $\overline{u}^\mu$ le vecteur collinéaire, unitaire dans $\overline{ds^2}$. Quand m tend vers M, $\overline{u}^\mu$ tend vers u^μ; mais en M les dérivées $\partial_\lambda \overline{u}^\mu$ s'expriment par les relations

$$\partial_\lambda \overline{u}^\mu = \partial_\lambda u^\mu - J_\lambda u^\mu$$

Considérons alors l'espace (E) formé par le raccordement des voisinages

des différents points M de (R), selon la connexion $\overline{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu}$, le vecteur unitaire en M étant $\overline{u}^{\mu}$. Si $\overline{\nabla}_{\lambda}$ désigne l'opérateur de dérivation covariante dans (E), il vient

$$\overline{\nabla}_{\lambda}\overline{u}^{\mu} = \partial_{\lambda}\overline{u}^{\mu} + \overline{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu}\overline{u}^{\nu} = \partial_{\lambda}u^{\mu} - J_{\lambda}u^{\mu} + \overline{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu}u^{\nu}$$

ou

$$\overline{\nabla}_{\lambda}\overline{u}^{\mu} = \partial_{\lambda}u^{\mu} + \left[\overline{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu} - J_{\lambda}g^{\mu}_{\nu}\right]u^{\nu}.$$

Cet espace rentre donc dans la classification de Cartan, pourvu qu'on le considère comme admettant la connexion :

$$\Pi^{\mu}_{\lambda\nu} = \overline{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu} - J_{\lambda}g^{\mu}_{\nu} = \Gamma^{\mu}_{\lambda\nu} + \left[J_{\nu}g^{\mu}_{\lambda} - J^{\mu}g_{\lambda\nu}\right].$$

Son tenseur de torsion peut s'écrire

$$\Pi^{\mu}_{[\lambda\nu]} = J_{[\nu}g^{\mu}_{\lambda]}$$

et est par suite *semi-symétrique* selon la définition de Schouten.

Nous dirons que l'espace (E) est *l'espace de Weyl à connexion semi-symétrique*, attaché à ds^2 et ω. L'addition à ω d'une différentielle totale peut être, comme pour un véritable espace de Weyl, corrigée par la multiplication de ds^2 par un scalaire.

II. *Les géodésiques de l'espace* (E) *et la mécanique*. — Désignons par ∇_{λ} l'opérateur de dérivation covariante dans (R); les géodésiques de l'espace (E) seront définies par les équations

$$\overline{u}^{\lambda}\overline{\nabla}_{\lambda}\overline{u}^{\mu} = u^{\lambda}\nabla_{\lambda}u^{\mu} - (g^{\lambda\mu} - u^{\lambda}u^{\mu})J_{\lambda} = 0.$$

Elles vont jouer un rôle important, tant en mécanique classique qu'en mécanique relativiste.

a. Mécanique relativiste. — Soit $T_{\lambda\mu}$ le tenseur d'énergie, second membre des équations d'Einstein. Désignons par ρ et u^{λ} un scalaire et un vecteur unitaire ayant la signification d'une densité de matière et d'une vitesse généralisée, et posons

$$T_{\lambda\mu} = \rho u_{\lambda}u_{\mu} - \tau_{\lambda\mu},$$

où $\tau_{\lambda\mu}$ est un tenseur quelconque symétrique. Le tenseur $T_{\lambda\mu}$ satisfaisant aux conditions de conservation, il vient

$$u^{\lambda}\nabla_{\lambda}u^{\mu} - (g^{\lambda\mu} - u^{\lambda}u^{\mu})J_{\lambda} = 0 \qquad [\text{où } \nabla_{\lambda}(\tau^{\lambda}_{\mu}) = \rho J_{\mu}].$$

Ainsi les lignes de courant d'un fluide quelconque (fluide électrisé par exemple), les trajectoires spatio-temporelles d'une masse matérielle électrisée etc., seront données par les géodésiques d'un espace (E) déterminé.

b. Mécanique classique. — Considérons un système mécanique à liaisons holonomes, parfaites, indépendantes du temps et soit $ds^2 = (2T)\,dt^2$ l'espace de Riemann associé. Soient Q_λ les composantes dans cet espace du champ de forces, *supposé non intégrable*. Les équations de Lagrange relatives au système peuvent s'écrire

$$u^\lambda \nabla_\lambda u^\mu - (g^{\lambda\mu} - u^\lambda u^\mu)\frac{Q_\lambda}{2T} = 0 \qquad \left(\text{où } u^\lambda = \frac{dx^\lambda}{ds}\right).$$

Il résulte de ces équations une généralisation immédiate du principe de Maupertuis.

Les résultats indiqués dans cette Note seront développés dans un Mémoire en préparation.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions à variation bornée et les courbes rectifiables.* Note de M. **Laurent Schwartz**, présentée par M. Paul Montel.

I. Soient (U) l'espace vectoriel complet des fonctions continues $\Phi(x)$ à variation bornée dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq 1$ et s'annulant pour $x = 0$, la norme étant

$$\|\Phi\| = \int_0^1 |d\Phi|;$$

(v) le sous-espace vectoriel des fonctions $F(x)$ absolument continues,

$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt, \qquad \|F\| = \int_0^1 |f(t)|\,dt;$$

(w) le sous-espace vectoriel des fonctions singulières $G(x)$, dont toute la variation est concentrée sur un ensemble de mesure nulle.

(U) est somme directe des deux espaces (v) et (w), toute fonction Φ a une décomposition unique $\Phi = F + G$, $\|\Phi\| = \|F\| + \|G\|$; les deux sous-espaces (v) et (w) sont complets, donc fermés dans (U). La fonction $\Phi_0 = F_0 + G_0$ est isolée de toutes les fonctions absolument continues, si $G \neq 0$, sa distance à (w) est $\|G_0\|$, et c'est la fonction F_0 qui parmi toutes les F en est la plus proche.

II. $\Phi(x) = F(x) + G(x)$ étant une fonction continue quelconque à variation bornée dans l'intervalle $(0, 1)$, soit (Δ) une décomposition de cet intervalle en intervalles partiels $(0, x_1)$, (x_1, x_2), ..., (x_i, x_{i+1}), ...,

$(x_{n-1}, 1)$. La fonction $\mathcal{L}_\Delta(x)$ égale à Φ en tous les points de division et interpolant linéairement Φ dans les intervalles (x_i, x_{i+1}) est telle que $\int_0^1 |d\Phi|$ soit la limite des quantités $\int_0^1 |d\mathcal{L}_\Delta|$ lorsqu'on considère une suite de décompositions (Δ) pour lesquelles $\operatorname{Max}_i |x_{i+1} - x_i|$ tende vers zéro. On peut se demander si $\lim_\Delta \int_0^1 |d(\Phi - \mathcal{L}_\Delta)| = 0$, c'est-à-dire si $\lim_\Delta \|\Phi - \mathcal{L}_\Delta\| = 0$. Il résulte de (I) qu'il ne peut pas en être ainsi si $G \neq 0$, puisque $\|\Phi - \mathcal{L}_\Delta\| \geqq \|G\|$. Au contraire, la propriété est exacte si Φ est une fonction absolument continue F.

Posons en effet $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$; $\mathcal{L}_\Delta(x) = \int_0^x \mu_\Delta(t)\,dt$, $\mu_\Delta(t)$ est la fonction constante dans chaque intervalle (x_i, x_{i+1}) et égale à la moyenne de f dans cet intervalle. Il faut montrer que $\int_0^1 |f - \mu_\Delta|\,dt$ tend vers zéro si $\operatorname{Max}_i |x_{i+1} - x_i|$ tend vers zéro. Or on sait que l'on peut trouver une fonction $\Psi_\Delta(x)$ constante dans chaque intervalle (x_i, x_{i+1}) et telle que pour η assez faible, $\operatorname{Max}_i |x_{i+1} - x_i| < \eta$ entraîne

$$\int_0^1 |f(t) - \Psi_\Delta(t)|\,dt < \varepsilon.$$

Sur tout ensemble E réunion d'intervalles (x_i, x_{i+1}) on a exactement

$$\int_E f\,dt = \int_E \mu_\Delta\,dt$$

d'où

$$\left|\int_E (\Psi_\Delta - \mu_\Delta)\,dt\right| = \left|\int_E (\Psi_\Delta - f)\,dt\right| \leqq \int_0^1 |\Psi_\Delta - f|\,dt < \varepsilon.$$

En appliquant successivement cette inégalité à E_1, réunion des intervalles (x_i, x_{i+1}) dans lesquels $\Psi_\Delta - \mu_\Delta \geqq 0$ et à E_2, réunion des (x_i, x_{i+1}) dans lesquels $\Psi_\Delta - \mu_\Delta < 0$, et en additionnant membre à membre, on trouve

$$\int_0^1 |\Psi_\Delta - \mu_\Delta|\,dt < 2\varepsilon \quad \text{et} \quad \int_0^1 |f - \mu_\Delta|\,dt < 3\varepsilon.$$

III. Soient (C) la courbe plane $y = \Phi(x)$, $(\mathcal{P}_\Delta)$ la ligne brisée polygonale $y = \mathcal{L}_\Delta(x)$, inscrite dans (C). On peut interpréter la différence $\Phi - \mathcal{L}_\Delta$ comme la distance, mesurée suivant une parallèle à $y'y$, de chaque point M de (C) à celui des côtés de $(\mathcal{P}_\Delta)$ qui sous-tend l'arc de (C) contenant M.

La variation totale de cette distance dépend de la nature de Φ. Au contraire nous allons montrer que, quelle que soit la courbe (C) rectifiable (plane ou non), la dis-

tance normale $\delta_\Delta(M)$ de chaque point M à celui des côtés de $(\mathcal{P}_\Delta)$ qui sous-tend l'arc de (C) contenant M est à variation bornée et que $\int_C |d\delta_\Delta(M)|$ tend vers zéro pour une suite de décompositions (Δ) pour lesquelles $\operatorname{Max}_i |M_iM_{i+1}|$ tende vers zéro.

Appelons en effet, en chaque point M, $\theta_\Delta(M)$ l'angle, défini presque partout, de la tangente en M avec la corde M_iM_{i+1} sous-tendant l'arc qui contient M. On vérifie aisément que

$$\int_C |d\delta_\Delta(M)| \leqq \int |\sin\theta_\Delta|\, ds$$

(On aurait l'égalité si la courbe était plane; lorsqu'elle ne l'est pas, $\int_{M_i}^{M_{i+1}} |\sin\theta_\Delta|\, ds$ est la longueur de la projection de l'arc M_iM_{i+1} sur le plan normal à la corde M_iM_{i+1}, quantité supérieure ou égale à $\int_{M_i}^{M_{i+1}} |d\delta_\Delta M|$). Mais (C) a presque partout une tangente, de sorte que $\theta_\Delta(M)$ tend vers zéro presque partout lorsque $\operatorname{Max}_i |M_iM_{i+1}|$ tend vers zéro, donc $\int |\sin\theta_\Delta|\, ds$ tend aussi vers zéro.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Les infrasons stellaires.*

Note [1] de M. ÉMILE SEVIN, présentée par M. Ernest Esclangon.

Le corps des étoiles, étant de nature gazeuse, est susceptible de propager élastiquement des ondes avec la vitesse donnée par la formule classique

$$w = \sqrt{\frac{1}{K\rho_i}},$$

où ρ_i est la densité, à la distance r_i du centre, et K le coefficient de compressibilité.

Soient Δv_i, ΔP_i et $\Delta\rho_i$ les variations que le volume spécifique v_i, la pression totale P_i et la densité ρ_i subissent du fait du passage d'une onde. On sait que

$$\frac{\Delta v_i}{v_i} + \frac{\Delta\rho_i}{\rho_i} = 0$$

et que le coefficient de compressibilité est défini par l'égalité

$$K = -\frac{\Delta v_i}{v_i\,\Delta P_i} = \frac{\Delta\rho_i}{\rho_i\,\Delta P_i}.$$

---

[1] Séance du 24 février 1941.

A un moment donné, la pression totale et la densité valent donc effectivement

$$P = P_i + \Delta P_i, \qquad \rho = \rho_i + \Delta\rho_i,$$

et ces grandeurs doivent satisfaire à l'équation générale de l'équilibre dynamique des étoiles ([2])

$$\frac{dP}{P} = \frac{4}{3}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{1}{g}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}\right)\frac{d\rho}{\rho}.$$

Les accélérations périodiques, qui peuvent entrer en jeu, étant très petites par rapport à l'accélération de la pesanteur g, le terme variable de la parenthèse n'est que de l'ordre de $\frac{1}{100}$, ou même beaucoup moins, et il est permis d'écrire

$$P_i + \Delta P_i = \varkappa(\rho_i + \Delta\rho_i)^{\frac{4}{3}},$$

d'où, puisque la condition d'équilibre statique est $P_i = \varkappa\rho_i^{\frac{4}{3}}$,

$$\frac{\Delta P_i}{P_i} = \frac{4}{3}\frac{\Delta\rho_i}{\rho_i}.$$

Dès lors il vient immédiatement

$$K = \frac{3}{4}\frac{1}{P_i}, \qquad w = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{P_i}{\rho_i}},$$

et l'on rapprochera cette formule de celle que Laplace a donnée pour la vitesse de propagation du son dans l'air

$$w = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{7}{5}\frac{p}{\rho}};$$

on passe de l'une à l'autre en remplaçant le rapport des chaleurs spécifiques, $\gamma = 7/5$, par $4/3$ et en substituant la pression totale P_i à la pression de la matière p.

En vue d'estimer le temps dt, qui est nécessaire pour que la propagation s'effectue sur une longueur dr du rayon, supprimons les indices i, afin d'alléger les notations, et utilisons la formule $\beta\mu P = R\rho T$, qui résume les lois de Mariotte et de Gay-Lussac ; nous obtenons

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{4}{3}\frac{P}{\rho}}} = \frac{dr}{\sqrt{\frac{4}{3}\frac{RT}{\beta\mu}}}.$$

([2]) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 540.

Puis, en recourant aux notations d'Emden, nous pouvons poser

$$dr = \frac{d\xi}{\omega u_0}, \qquad \sqrt{\frac{4}{3}\frac{RT}{\beta\mu}} = \left(\frac{4}{3}u_0\pi G\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{M}{4\pi M_1}\right)^{\frac{1}{3}}\psi^{\frac{1}{2}},$$

d'où, en remplaçant u_0 et ω par leurs valeurs,

$$dt = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{R}^3}{GM}}\left(\frac{3M_1}{4\pi^2\mathcal{R}_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{d\xi}{\psi^{\frac{1}{2}}}.$$

Dans cette équation différentielle, $2\pi\sqrt{\mathcal{R}^3/GM}$ représente une période, qui est caractérisée par le rayon $\mathcal{R}$ et par la masse M de l'étoile, ainsi que par la constante de gravitation G.

Soit maintenant θ la durée de la propagation d'une extrémité à l'autre d'un diamètre

$$\theta = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{R}^3}{GM}}\left(\frac{3M_1}{4\pi^2\mathcal{R}_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}2\int_0^{6,9011}\frac{d\xi}{\psi^{\frac{1}{2}}}.$$

Or il est remarquable, le calcul numérique de l'intégrale définie le prouve, que le produit

$$\left(\frac{3M_1}{4\pi^2\mathcal{R}_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}2\int_0^{6,9011}\frac{d\xi}{\psi^{\frac{1}{2}}}$$

soit égal à l'unité, de sorte que

(1) $$\theta = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{R}^3}{GM}}.$$

Ce résultat montre que l'étoile se comporte, au point de vue envisagé, exactement comme un tuyau sonore, de longueur $2\mathcal{R}$, ouvert à ses deux extrémités. Un système d'ondes stationnaires s'y établit : un ventre se rencontre en surface, alors que le centre est un point nodal; la période de l'infrason fondamental, qui est rendu, est donnée par la formule (1). Bien entendu, comme dans les tuyaux ouverts, cette vibration est accompagnée de tous ses harmoniques, ventres et nœuds secondaires, se présentant à des distances du centre qu'il est aisé de calculer.

Ces vibrations, c'est par les pulsations des Céphéides que nous en avons connaissance; l'accord entre les périodes observées de ces étoiles et celles qui résultent de la formule (1) est numérique ([3]).

([3]) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 638.

Les vibrations fondamentales données par les Céphéides couvrent ainsi environ neuf octaves; celle provenant de δ Cephei est à 27,587 octaves au-dessous du *la* normal.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la théorie du deuton.*
Note [1] de M. JACQUES SOLOMON, transmise par M. Paul Langevin.

1. Soient M la masse du proton, μ celle du méson, f la constante qui caractérise l'interaction entre ces deux particules; soit enfin $\hbar/\mu c x_0$ la distance à laquelle on arrête les intégrations. Dans ces conditions, le moment magnétique du neutron *libre* est (en magnétons nucléaires)

$$n = \frac{8}{3}\frac{f^2}{\hbar c}\frac{M}{\mu}\int_0^{x_0}\frac{x^4\,dx}{(x^2+1)^2}. \tag{1}$$

Si le neutron est placé à la distance $R = \hbar\rho/\mu c$ d'une charge positive, les trajectoires des mésons sont déformées et le nouveau moment magnétique n' est

$$\frac{n'}{n} = 1 - \frac{e^2}{\hbar c}\frac{1}{\rho}. \tag{2}$$

Il est *inférieur* au moment magnétique à l'état libre.

2. Le moment magnétique du deuton s'obtient par composition des moments magnétiques du proton et du deuton. Il n'y a pas additivité rigoureuse pour les raisons suivantes :

a. Les trajectoires des mésons négatifs émis par le neutron sont perturbées par le proton;

b. Les trajectoires des mésons positifs émis par le proton sont perturbées par le neutron;

c. Les mésons positifs et négatifs se perturbent mutuellement;

d. Les trajectoires des mésons sont modifiées par l'existence du quadrupôle électrique. Il est clair que la perturbation *b* est faible devant *a*. La perturbation *c* est au plus du même ordre de grandeur que *a*.

On peut évaluer la perturbation *a* en remplaçant dans (2) $1/\rho$ par sa valeur moyenne. Celle-ci dépend fortement de la valeur choisie pour x_0 : elle ne peut en tout cas dépasser l'unité. La correction est donc de 1 % tout au plus.

---

[1] Séance du 24 février 1941.

Quant à la perturbation d, la correction correspondante est donnée par (2), où l'on a donné à x une valeur correspondant à l'importance du moment quadripolaire (soit $x = 1,7$). Ici encore on trouve une correction inférieure à 1 %.

Par conséquent, l'additivité des moments magnétiques dans le deuton se vérifie à 2 % près, en accord avec les résultats expérimentaux. Malgré que les dimensions du deuton soient du même ordre de grandeur que la portée des « atmosphères » des mésons qui environnent le proton et le neutron, ces particules conservent donc une forte individualité dans le deuton.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les niveaux d'excitation nucléaires dans les corps du dépôt actif de l'actinon.* Note de M. **Jean Surugue**, transmise par M. Paul Langevin.

Des recherches antérieures ([1]) nous ont déjà fourni, par l'étude du spectre de raies β de conversion interne, des informations sur les rayonnements γ émis au cours des transformations successives de AcB à AcD. Un nouvel examen de nos résultats expérimentaux et leur comparaison avec ceux obtenus par d'autres méthodes ([2]) nous ont conduit aux valeurs que nous indiquons ici, ramenées à un atome désintégré.

1° *Transformation* AcB → AcC. — Le tableau ci-dessous donne le résultat des calculs effectués à partir de l'intensité absolue des raies β (3e colonne).

Rayon γ.	Énergie en ekV.	Électrons émis de la 1re couche (K ou L) $p\alpha_1$.	Probabilité d'excitation p du rayonnement γ. Quadripôle.	Dipôle.	Probabilité d'émission de photon quadripôle $p(1-\alpha)$.	Énergie émise par rayonnement γ en ekV.
A	65,2	0,0032	0,0067	0,008	0,00322	0,21
Ac_1....	83	0,00005	0,00017	0,00019	0,00012	0,01
C	404	0,004	0,065	0,236	0,0604	24,4
D_2.....	425	0,003	0,062	0,202	0,0582	24,8
Dc_1....	487	0,0001	0,0026	0,010	0,0025	1,22
Dg	764	0,00016	0,013	0,067	0,0126	9,6
E	829	0,0016	0,135	0,400	0,133	110
			Total	....	0,27	170,2

([1]) S. P. Choong et J. Surugue, *J. Phys.*, 9, 1938, p. 437.

([2]) K. T. Li, *Proc. Roy. Soc.*, 158, 1936, p. 571; Sargent, *Canadian Journ. of Res.*, 17, 1939, p. 82; Kara-Michailova, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 34, 1938, p. 429.

Les rayonnements γ les plus intenses, d'énergies 404, 425 et 829 ekV se comportent certainement comme des rayonnements quadripolaires, sinon leur intensité serait beaucoup plus grande que ce qu'indiquent les méthodes d'absorption ([3]). Pour les autres rayonnements, le calcul de la probabilité d'excitation de chacun des niveaux trouvés et des constantes partielles de désintégration conduit, par confrontation avec la courbe de Sargent, à penser que seuls les rayonnements de 83 et 487 ekV pourraient être dipolaires.

Le schéma de niveaux adopté pour le noyau AcC diffère de celui que nous avions proposé précédemment par l'emplacement du rayonnement de 65 ekV, trop intense pour la disposition primitive. Le tableau ci-dessous donne les probabilités d'excitation des différents niveaux ainsi que les constantes partielles de désintégration qui y correspondent.

83 et 487 { Quadripolaires I. / Dipolaires II.

65
829 425 764
83
404 487

ekV	Probabilités d'excitation. I.	II.	Constantes partielles 10^{-4} sec^{-1}. I.	II.
829...	0,204	0,204	0,65	0,65
764...	0,006	0,006	0,019	0,019
487...	0,0032	0,0102	0,0103	0,033
404...	0,0028	0,0028	0,009	0,009
0...	0,784	0,777	2,52	2,498
Total...	1	1	3,208	3,209

On trouve pour le rapport des probabilités des deux états extrêmes la valeur 3,8, c'est-à-dire que les rayons β émis par AcB sont formés de deux groupes principaux dont les énergies maxima diffèrent de 829 ekV., et dans le rapport de 1 à 3,8, nombre notablement plus grand que celui proposé par Sargent (*loc. cit.*), mais en meilleur accord avec les courbes de Lecoin ([4]) et avec l'intensité de nos propres clichés dans la région de faible énergie du spectre β.

L'énergie moyenne des rayons γ de AcB $\rightarrow$ AcC est alors de 630 ekV.

2° *Transformation* AcC $\rightarrow$ AcC″. — Le rayonnement γB de 350 ekV.

([3]) M. Curie, et P. Savel, *J. Phys.*, 4, 1933, p. 457; S. Benedetti, *J. Phys.*, 10, 1939, p. 294.

([4]) *J. Phys.*, 9, 1938, p. 82.

est aussi quadripolaire et l'intensité du photon correspondant est 0,122 (énergie totale émise = 42,8 ekV). La probabilité du niveau d'excitation est 0,14, c'est-à-dire que le rapport des intensités des deux groupes de rayons α devrait être $0,86/0,14 = 6,1$, en bon accord avec les mesures directes ([5]), compte tenu des erreurs expérimentales affectant chacune des méthodes.

3° *Transformation* $AcC'' \rightarrow AcD$. — La raie E_1, de notre spectre ([1]) peut correspondre à un rayonnement γ de 870 ekV., qui serait celui qu'a signalé Benedetti ([3]). Il s'agit vraisemblablement encore d'un rayonnement quadripolaire, d'intensité égale à environ 0,005 (soit 1/25 du rayonnement γ dur de AcB).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Adsorption des solutions aqueuses concentrées d'acide acétique par le charbon de sang. Adsorption vraie du solvant et du corps dissous; action réciproque de chacun de ces corps sur l'adsorption de l'autre.* Note ([1]) de M. **Mathieu Dobine.**

J'ai calculé par la méthode décrite ([2]) l'adsorption vraie de l'acide acétique et de l'eau d'une part, à partir des isothermes I et II de la Note précédente, et d'autre part à partir des isothermes I et III.

J'ai obtenu les deux couples de courbes ci-après.

Voici ce que montre l'examen de la figure 2 :

1° Les courbes obtenues par la méthode de dessiccation au cours de mes expériences actuelles et de celles de ma Note du 27 décembre 1937 concordent parfaitement. Les conclusions que j'ai formulées alors se trouvent donc confirmées.

2° Les courbes obtenues par la méthode des *dilutions minima* sont de même nature que celles obtenues par la méthode de dessiccation et, à un très petit intervalle près, coïncident avec elles.

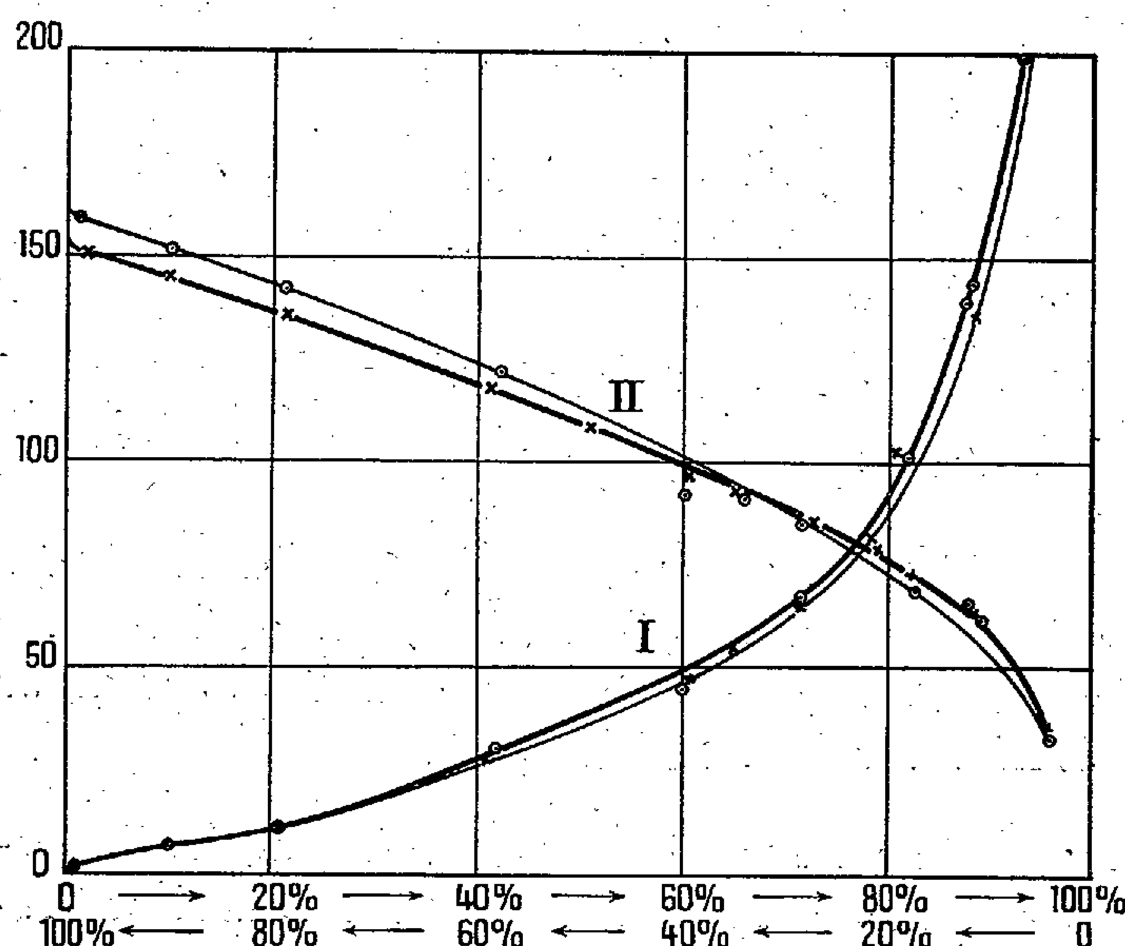
3° Que ce soit par l'une ou par l'autre méthode, on constate que l'adsorption de l'acide acétique croît au début lentement avec la concentration, elle devient ensuite très intense et, entre 12-13N et acide acétique glacial, elle fait un saut vers le haut et la courbe devient presque verticale.

([5]) S. Rosenblum, M. Guillot et M. Perey, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1274; Rutherford et Wynn-Williams, *Proc. Roy. Soc.*, **133**, 1931, p. 351.

([1]) Séance du 3 février 1941.

([2]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1388; **206**, 1938, p. 430; **212**, 1941, p. 155.

4° *L'isotherme de l'adsorption de l'acide acétique* obtenue par la méthode de dessiccation est située légèrement au-dessus de celle obtenue par les *dilutions minima*; donc pour une même concentration d'équilibre la



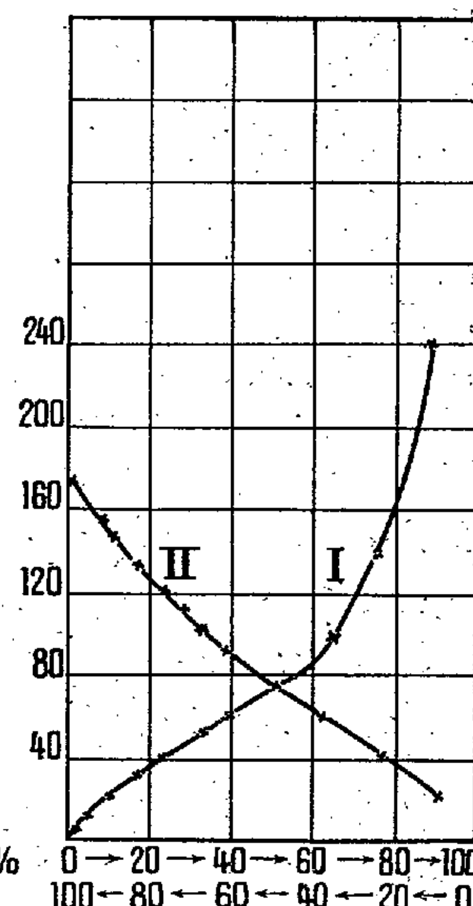


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Courbe I, adsorption vraie d'acide acétique; courbe II, adsorption vraie d'eau; ⊙, courbes obtenues par la méthode de dessiccation; ×, par la méthode des « dilutions minima ». Absc., concentration d'équilibre de l'acide acétique et de l'eau en pour 100 de leur poids par rapport au poids total; ord. (x/m et y/m), adsorption de l'acide acétique et de l'eau par gramme de charbon en gramme-millimolécules.

Fig. 2. — Courbe I, adsorption de l'acide acétique; courbe II, adsorption de l'eau. Absc., concentration d'équilibre en pour 100 de molarité; ord., adsorption en gramme/millimolécules par gramme de charbon.

première méthode détermine une adsorption plus forte de l'acide acétique que ne le fait la seconde méthode. Ceci tendrait à démontrer que l'eau excerce une action retardatrice sur le pouvoir adsorbant du charbon par rapport à l'acide acétique. Cette supposition est corroborée par les recherches de Herbst (*Biochem. Zeitung*, 1921, p. 103) qui a trouvé que l'humidité diminue l'adsorption de divers gaz sur le charbon de bois, par les recherches de Schurmovskaja et Brunse (*J. Ch. Phys. Russe*, p. 301, 1937) qui ont constaté que l'eau diminue le pouvoir catalytique de l'hopcalite, et par tant d'autres auteurs qui ont conclu dans le même sens. Ceci expliquerait également en partie, d'une part pourquoi l'adsorption de l'acide acétique devient particulièrement intense aux très fortes concentra-

tions (c'est que la quantité d'eau y diminue), et d'autre part pourquoi les deux isothermes en question coïncident aux concentrations faibles (c'est que des petites variations dans la teneur d'eau n'ont plus d'influence, étant donné la grande dilution de ces solutions).

Les deux isothermes de l'adsorption de l'eau obtenues par les deux méthodes étudiées se coupent en un point correspondant à la concentration de 11 N. Entre 0 et 11 N l'isotherme obtenue par la méthode de dessiccation est située au-dessus de celle obtenue par la méthode des *dilutions minima* et, de là jusqu'à acide acétique glacial, elle est située au-dessous. L'acide acétique dilué activerait d'abord l'adsorption de l'eau en facilitant le mouillage du charbon hydrophile. Fortement concentré, l'acide acétique, par la grande masse de ses molécules, déplacerait les molécules d'eau de la surface. D'autre part la solvatation, qui diminue avec la concentration et détermine une élimination moins forte de l'eau, peut expliquer aussi que l'adsorption de celle-ci paraisse moins forte. Ceci expliquerait également l'origine de la petite courbure, concave vers l'abscisse, de l'isotherme III d'adsoption de l'acide acétique.

5° Les isothermes de l'adsorption vraie rendent compte des isothermes de l'adsorption apparente. Voici, à cet effet, quelques exemples se rapportant à l'isotherme de l'adsorption apparente II.

	Solution initiale.		Adsorption vraie.		Adsorption apparente.	
Titre.	Poids ac. acét. par litre (en g.).	Poids eau par litre (en g.).	Poids ac. acét. (en g.). %	Poids eau (en g.). %	Titre final calculé.	Titre final trouvé.
1,848 N....	110,88	904,82	15,33 (13,8)	86 (9,5)	1,766	1,766
7,504 »....	450,24	604,66	59,92 (13,3)	71,14 (11,78)	7,416	7,412
10,833 »....	650	419	93,5 (14,35)	55,2 (13,2)	10,766	10,762
15,666 »....	940	132,8	269,7 (28,7)	36,9 (27,8)	15,623	15,614

Les valeurs de l'adsorption apparente trouvée et calculée sont donc les mêmes.

Sur les courbes construites en molarités (*fig.* 2) on voit que l'isotherme I présente un point net d'inflexion et que celui-ci correspond à la concentration molaire de 50 %, ce qui revient à 78-80 % en poids. Or c'est la concentration à laquelle la densité des solutions aqueuses d'acide acétique est maxima. Il y a donc parallélisme entre l'inflexion de la courbe des densités et celle de l'adsorption et la cause doit être la même. La densité maxima des solutions aqueuses d'acide acétique [à l'instar de la densité

maxima de l'eau à 4°, van Zaar [3]], est due aux variations du degré d'association des molécules d'acide; celle-ci augmente avec la concentration; l'augmentation est plus forte aux concentrations élevées [4] et est accompagnée d'une augmentation de volume. Il en est de même de l'adsorption, et l'inflexion de la courbe serait due à la forte augmentation du degré de l'association. C'est encore par cette association des molécules que s'expliquerait, pour une part, la forte augmentation de l'adsorption aux grandes concentrations.

Conclusion. — Cette étude nous permet de connaître, aussi bien par l'une que par l'autre des méthodes exposées, l'adsorption vraie de l'acide et de l'eau sur le charbon, et d'énoncer quelques hypothèses sur l'action réciproque exercée par chacun de ces corps sur l'adsorption de l'autre, sur le rôle de la solvatation et de l'association des molécules. Il conviendrait de multiplier les recherches sur l'adsorption en solution concentrée qui sont certainement très riche en enseignements.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le complexe globine-hématine.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Charles Achard.

On admet classiquement que l'oxyhémoglobine est un chromoprotéide composé de deux substances, facilement séparables; une substance albuminoïde la globine (94 %) et un groupement prosthétique chromophore, l'hématine (6 %) constituant le fragment fonctionnel spécifique dont le noyau pyrrolique fondamental possède une puissance extraordinaire de cristallisation. Schützenberger, le premier, a donné une méthode de séparation de ces deux constituants, basée sur l'action de HCl étendu en présence d'alcool et d'éther. L'hématine passe dans l'éther et la globine est précipitée ensuite de la liqueur aqueuse par NH^3.

Nous avons appliqué cette méthode quelque peu modifiée, non plus au sang total ou aux hématies mais à l'oxyhémoglobine cristallisée de cheval. La séparation des deux substances composantes est assez incomplète; l'hématine qui passe dans le mélange acétone-éther entraîne des impuretés (teneur en Fe de 5,5 à 7,5 %, au lieu de 9,15). Pour obtenir la globine, il faut neutraliser par étapes, à l'aide de NH^3 en solution à 10 ‰, la liqueur aqueuse chlorhydrique; entre pH 5,25 et 6,8 on précipite de

(3) *Zeits. phys. Chem.*, 31, 1899, p. 1-17.
(4) Wremsky, *Zeits. phys. Chem.*, A, 133, 1928, p. 362.

volumineux floculats légèrement brunâtres, puis grisâtres contenant encore du fer (30 à 40 % du fer initial). A partir de pH 6,9, les floculats changent complètement de caractères : très fins, blancs, se déposant par repos sur les parois des récipients en une matière grenue, sableuse. Ces derniers dépôts successifs réunis, lavés et séchés à 103-104°, ont donné à l'analyse les résultats suivants, nettement différents de ceux de Schützenberger :

Composition élémentaire moyenne %.

	C.	H.	N.	S.
Globine de l'oxyhémoglobine...	51,6	7,9	17,2	<0,01
» Schützenberger....	54,97	7,2	16,89	0,49

La globine pure, par ses propriétés et sa composition, se classe bien dans le groupe des histones, comme l'avait précisé Kossel. La scission de l'oxyhémoglobine s'accompagne de la mise en liberté de substances grasses déjà signalées avec A. Vila [1], en proportion très faible avec les acides forts, élevée avec les acides faibles, lactique notamment (28 à 30 % d'hématine).

Globine et hématine forment-elles une combinaison ou un simple complexe physicochimique? Les données suivantes apportent à la deuxième conception un sérieux appui.

1° Si, dans le traitement de l'oxyhémoglobine décrit plus haut, on substitue à HCl des acides faibles (lactique, butyrique, isobutyrique etc.), l'éther se colore à peine, toute l'hématine libérée précipite dans la liqueur aqueuse à l'état de gros flocons d'un beau noir ardoise. Il y a donc une *véritable floculation* du pigment au moment de sa séparation (qui est d'ailleurs plus faible qu'avec HCl), pour des concentrations N/1 et N/2 en acides organiques.

2° L'action des bases alcalines (KOH, NaOH) ne provoque *aucune séparation* d'hématine. La coloration rouge rubis initiale de l'oxyhémoglobine vire à peine au rouge un peu plus foncé avec les solutions basiques N/1 à N/50 et reste inchangée au delà de N/50. Si alors on porte, par addition d'acide, ces liqueurs à un pH nettement inférieur à 7, on libère aussitôt l'hématine.

3° La floculation de l'hématine se produit instantanément aux basses températures à 0° C. et au-dessous, comme à la température du labora-

---

[1] M. PIETTRE et A. VILA, *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 1041.

toire, pour les mêmes concentrations en acides (acides forts de N/2 à N/100, acides faibles N/1 et N/2). Il suffit, en effet, après l'action à froid de ces acides, d'agiter le mélange avec de l'éther pour constater la libération de pigment noir. On ne saurait invoquer, dans ces conditions, une action hydrolytique; il est bien plus logique d'admettre un phénomène purement physique, la *pectisation d'un colloïde auparavant dispersé dans un autre colloïde lui servant de support*.

4° Le contrôle de la cristallisation par les rayons X a été fait par M. J.-J. Trillat. Il a porté sur des cristaux de premier jet ou purifiés, fraîchement préparés, mais âgés de 3 à 4 jours, ayant conservé leur belle coloration et leur teneur en eau (43 à 45 %), mis à —2° C. aussitôt leur obtention et transportés au laboratoire aux environs de 0°. Voici les conditions de prise des radiogrammes à la température de —6° C. : rayonnement filtré Kα de cuivre (λ 1,54 Å), tube Baudouin de grande puissance (35 KV — 25 MA), temps de pose 4 heures, distance des clichés $2^{cm},5$ et 2^{cm}.

Sur aucun des clichés on ne voit trace de cristallisation; ni anneaux de Debye-Scherrer, ni taches de diffraction cristalline, mais seulement un halo rappelant la structure amorphe du type colloïdal. Même conclusion avec des cristaux partiellement desséchés en tunnel à basse température ou complètement à la température ordinaire sous vide sulfurique.

La forme nettement cristalline de l'oxyhémoglobine, comme pour d'autres protéines d'ailleurs, pourrait peut-être être rapportée à une *orientation micellaire* qui devrait être étudiée par des méthodes optiques.

5° L'hématine ou les différentes fractions hématiniques ainsi que la globine mises en liberté dans ces différentes expériences possèdent bien les caractéristiques des substances colloïdales.

Nous laisserons de côté les résultats cependant intéressants des recherches spectroscopiques, dans le rouge et l'orangé, concernant l'action des acides et des bases sur l'oxyhémoglobine.

Conclusions. — Ces travaux poursuivis pendant deux années grâce à une subvention de la Caisse des Recherches scientifiques, établissent qu'en *modifiant simplement l'équilibre ionique* d'une solution aqueuse d'oxyhémoglobine dans le *sens de l'acidité*, il est possible de floculer partiellement ou totalement son groupement chromophore. Les zones de pH favorables à cette pectisation sont comprises entre 4 et 1,18.

Les deux fractions globine et hématine sont deux colloïdes de charge électrique différente, la première se comporte comme une substance

électropositive et la seconde est nettement électronégative, comme vient de le démontrer M[lle] P. Berthier (²).

Il semble donc logique d'admettre désormais que l'oxyhémoglobine n'est pas une combinaison mais bien plutôt un *complexe de deux colloïdes, à l'état de gel, dispersés l'un dans l'autre* à la façon des solutions solides des alliages; cela explique leur difficile séparation complète, et sans doute aussi les propriétés spéciales de leur mélange. Il n'est pas exclu qu'au moment de la séparation, dans ces conditions expérimentales, l'un deux, l'hématine en particulier, subisse des modifications secondaires (oxydation, polymérisation etc.).

Ces résultats sont susceptibles d'ouvrir de nouveaux horizons sur les colloïdes biologiques et tout particulièrement sur leur association dans la constitution du protoplasma et de ses dérivés fonctionnels.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Analyse quantitative des hydrocarbures benzéniques par les spectres infrarouges.* Note (¹) de M[lle] **Berthe Manière**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude conjuguée des spectres d'absorption infrarouge et Raman a permis de mettre au point des procédés d'analyse chimique applicables à l'étude des composés organiques (²). En ce qui concerne plus particulièrement les hydrocarbures, les techniques spectrales ont été suffisamment développées pour avoir conquis droit de cité dans l'industrie : l'essence dont on veut connaître la composition doit d'abord subir une superdistillation fractionnée (³); puis les fractions sélectionnées, d'après les points d'ébullition et les *points de trouble* dans l'aniline, font l'objet d'un examen spectral infrarouge et Raman.

Ce procédé a déjà permis de distinguer entre eux les hydrocarbures

(²) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1254.

(¹) Séance du 17 février 1941.

(²) M. Aubert, *Mémorial des Sc. Phys.*, n° 43; A. Andant, *Publications du Ministère de l'air* n[os] 21 et 29; J. Lecomte et P. Lambert, *Pub. du Min. de l'air*, n[os] 34 et 142; R. Freymann, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; P. Barchewitz, *Ann. Phys.*, 11, 1939, p. 261; *Ann. des combustibles liq.*, 14, 1939, p. 501.

(³) R. Sigwalt, *Bulletin de l'Association française des Techniciens du pétrole*, 49, mai 1939, p. 15.

saturés, cyclaniques et benzéniques, même quand ces composés forment des mélanges azéotropiques. En outre, on peut également distinguer ainsi le degré de ramification des carbures, problème important pour l'étude de la détonation dans les moteurs.

On ne s'était pas particulièrement occupé jusqu'ici d'effectuer des

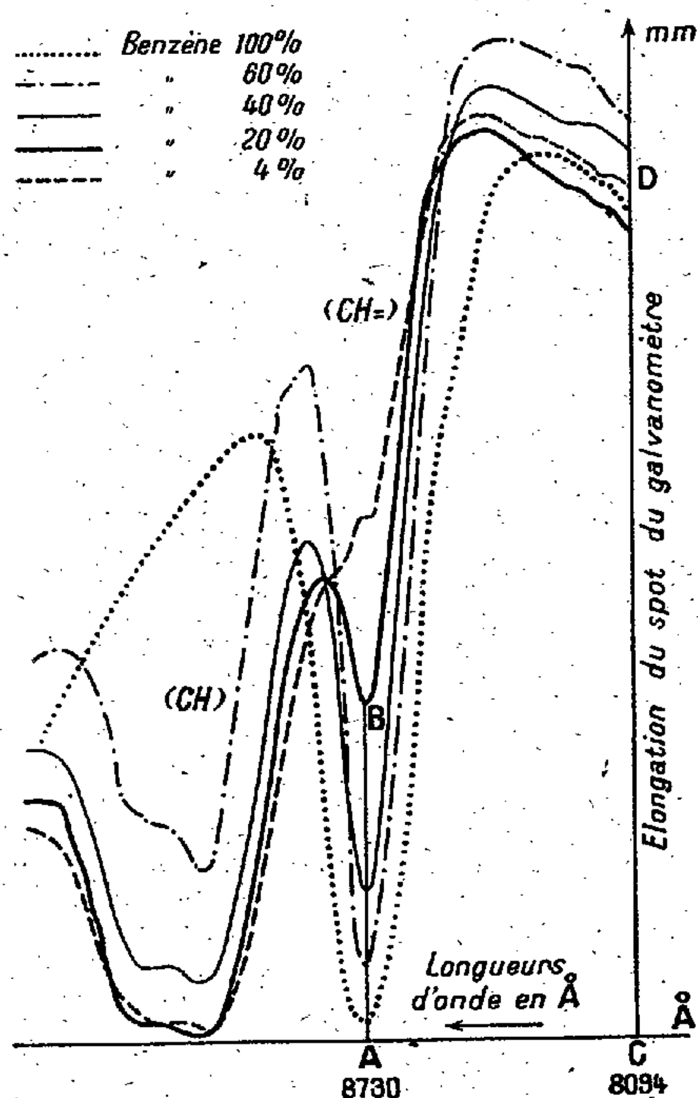


Fig. 1.

analyses *quantitatives* sur les hydrocarbures, par la méthode infrarouge. C'est ce que nous nous sommes proposé de faire, *en établissant des courbes d'étalonnage obtenues en dosant la quantité de benzène, toluène, ou xylène contenue dans un mélange de l'un de ces corps avec un carbure aliphatique saturé ou un cyclane*. Pour cela nous avons utilisé l'appareil décrit par Barchewitz [1] en nous astreignant aux conditions suivantes : 1° nous utilisons une cuve d'absorption de 20^{cm} de long renfermant 4^{cm^3} environ de substance; 2° pour une longueur d'onde donnée (8094 Å, soit 4047 Å dans le deuxième ordre du réseau, fournie par une lampe à mercure; cette région spectrale est assez éloignée des bandes d'absorption des hydrocarbures), nous prenons une sensibilité donnée de l'appareil (soit CD sur

la figure 1). Nous enregistrons alors le spectre du mélange étudié, par exemple benzène-hexane. *La teneur en benzène sera définie par l'intensité de la bande* (CH=) *à* 8730 Å *que nous déterminerons arbitrairement par le rapport* AB/CD (voir *fig.* 1).

Il importe d'ailleurs de préciser que cette définition n'est valable que pour l'appareil donné et reste liée à la courbe de sensibilité spectrale de la cellule photoélectrique utilisée.

Par ce procédé nous avons examiné les mélanges suivants : benzène-

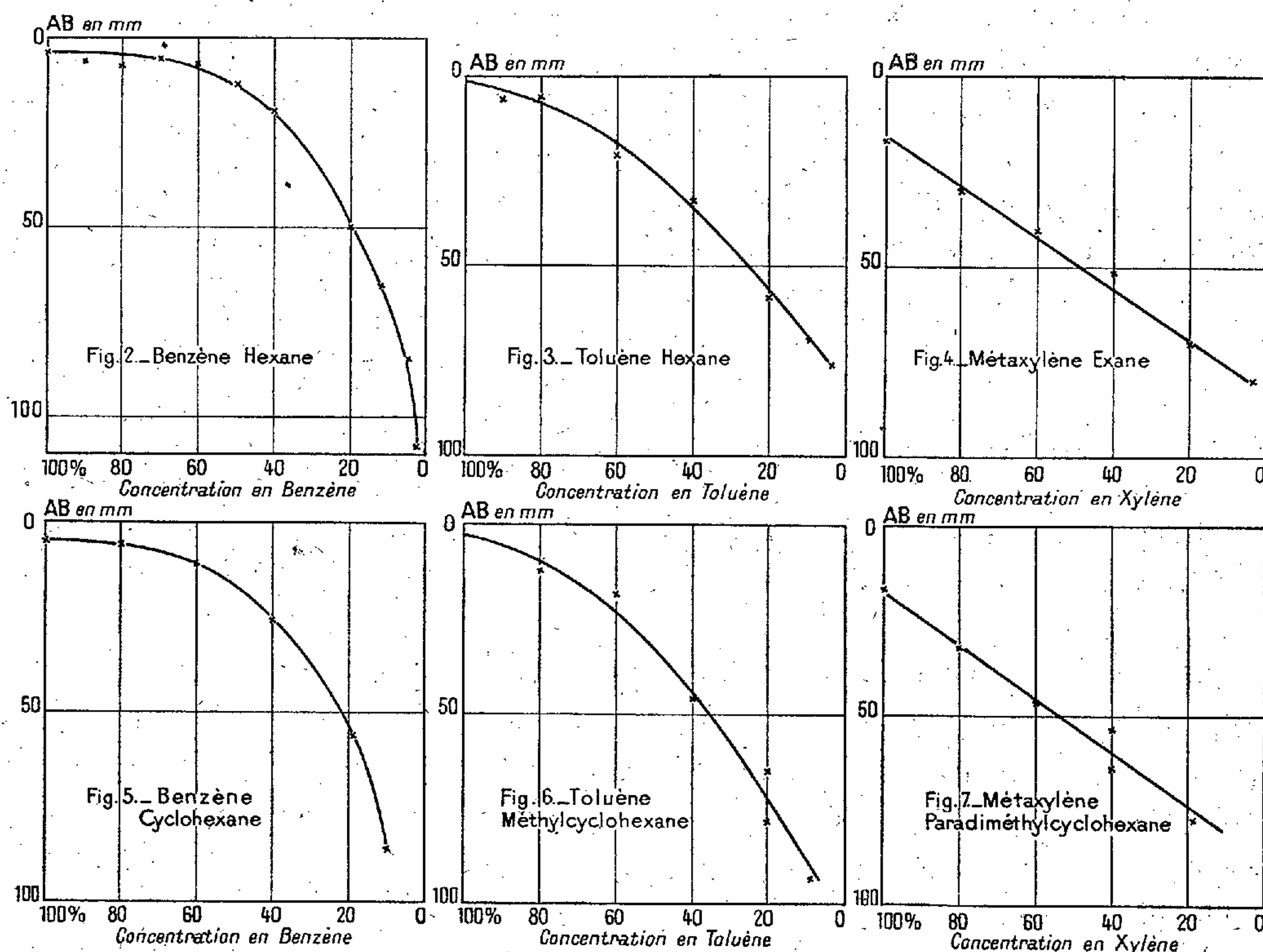


Fig. 2 à 7.

hexane, 80, 70, 60, 50, 40, 20, 12, 4, 2, % en volume; benzène-cyclohexane; toluène-hexane, toluène-méthylcyclohexane; *m*-xylène-hexane, *m*-xylène-*p*-diméthylcyclohexane 80, 60, 40, 20, 10, % en volume.

Les résultats obtenus sont portés comme suit sur les courbes : en abscisses, la teneur en benzène; en ordonnées, l'intensité arbitraire de la bande (*fig.* 2 à 7).

On remarquera que les courbes obtenues pour les carbures aliphatiques

saturés, ou cyclaniques ne diffèrent guère. Ceci montre que le dosage des carbures benzéniques est à peu près indépendant du corps qui est mélangé avec lui.

Ces courbes, une fois tracées, permettent de doser un carbure benzénique quelconque dans un carbure aliphatique quelconque (il sera bon toutefois de séparer, par une rectification grossière, le benzène du toluène ou du xylène). Il suffira, pour effectuer le dosage, de déterminer l'intensité de la bande (CH=) à 8730 Å et de se reporter à la courbe d'étalonnage.

La méthode, qui permet une précision de 5 % environ, a été appliquée avec succès à diverses essences : la confrontation des résultats obtenus avec les résultats fournis par effet Raman est extrêmement satisfaisante.

En résumé, *par une méthode qui ne demande que quelques minutes* (4), *n'utilise qu'environ 4*$^{cm^3}$ *de substance, et ne nécessite pas l'emploi de la plaque photographique comme intermédiaire, on peut effectuer le dosage d'un carbure benzénique dans un carbure saturé.*

CHIMIE ANALYTIQUE. — *L'estimation des taux de benzopyrène dans les goudrons et dans les produits obtenus par distillation fractionnée.* Note (1) de M. **André Kling** et Mme **Marguerite Heros**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons décrit (2) une méthode optique qui permet d'évaluer approximativement le taux en benzopyrène contenu dans les goudrons. Nous rappelons que cette méthode utilise la mesure des variations d'opacité des bandes ultimes 4040 Å et 4270 Å du spectre de fluorescence des solutions de ce benzopyrène dans l'éther de pétrole, en fonction de leur concentration.

Nous avons appliqué cette méthode à des goudrons de provenances diverses, ainsi qu'à leurs produits de distillation : 1° huiles légères; 2° huiles lourdes; 3° huiles d'anthracène; 4° brais.

Pour apprécier les opacités des plaques photographiques, nous nous sommes servis d'un microphotomètre (à cellule photoélectrique).

---

(4) Rappelons que les spectres Raman demandent un temps de pose de l'ordre d'une heure et, en outre, l'emploi du microphotomètre.

(1) Séance du 24 février 1941.

(2) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 2075.

Un traitement préalable, plus important que celui à faire subir aux goudrons, est nécessaire lorsqu'il s'agit d'appliquer la méthode aux huiles légères, lourdes, et aux huiles d'anthracène, en raison de la présence de quantités plus ou moins grandes d'anthracène qu'ils renferment, anthracène qui masque complètement les bandes de fluorescence du benzopyrène.

Pour faire disparaître cet inconvénient, nous avons procédé de la manière suivante :

On sait que l'anhydride maléique donne avec l'anthracène un produit d'addition équimoléculaire $C^{18}H^{12}O^{3}$ (F : 258°) (³) dont les liqueurs d'épuisement par l'éther de pétrole ne manifestent plus de fluorescence appréciable. Dans les mêmes conditions, la fluorescence du benzopyrène n'est pas sensiblement modifiée.

Les huiles légères lourdes et les huiles d'anthracène, sur lesquelles nous voulions faire porter nos évaluations, ont donc été traitées à l'ébullition, par l'anhydride maléique, en solution benzénique, durant 4 heures; puis, le benzène ayant été évaporé, on a traité l'extrait par la soude qui en a dissout la plus grande partie et, sur le résidu de ce traitement, on a fait agir l'éther de pétrole. La solution qui en est résultée a été décantée, lavée et traitée par l'acide sulfurique à 5 %, afin d'éliminer les produits basiques qu'elle pouvait renfermer. Les solutions dans l'éther de pétrole ainsi obtenues, après avoir été décantées et lavées, ne fournissent plus, d'une façon appréciable, le spectre de fluorescence de l'anthracène et se prêtent donc à notre mode d'évaluation du benzopyrène.

Les résultats que nous avons obtenus en opérant sur un certain nombre de produits d'origines différentes, résultats qui, nous le rappelons, peuvent être, au maximum, entachés d'une erreur de 50 %, ont été les suivants :

Pour les goudrons bruts, les moyennes des teneurs en benzopyrène 1.2 ont été trouvées de l'ordre de 3 à 8ᵍ par kilogramme.

Ces goudrons ayant été fractionnés par distillation, les teneurs moyennes en benzopyrène 1.2 de chacune des fractions obtenues, ont été dans les huiles légères, traces indosables de benzopyrène; dans les huiles lourdes, petites quantités; dans les huiles d'anthracène, de l'ordre de 0ᵍ,100 par kilogramme; dans les brais, de l'ordre de 25 à 35ᵍ par kilogramme.

Ces teneurs en benzopyrène trouvées par nous, dans les brais, étant de beaucoup plus élevées que celles décelées par d'autres auteurs à l'aide des méthodes chimiques, nous avons tenté d'isoler le benzopyrène de nos brais,

(³) E. Clar, *Ber. d. chem. Ges.*, 64, 1931, p. 2194-2200.

par distillation fractionnée (dans un vide de 1^mm) suivie de cristallisation des picrates, ainsi que l'avaient fait Cook et Hieger [1]. Nous avons néanmoins modifié légèrement la méthode de ces derniers auteurs en substituant le cyclohexane au benzène pour faire cristalliser les picrates. Nous avons en effet constaté que le picrate de benzopyrène était beaucoup moins soluble dans le cyclohexane que dans le benzène, qu'en utilisant ce solvant on augmentait la différence de solubilité entre le benzopyrène lui-même et son picrate et qu'en outre, le picrate de benzopyrène étant soluble, à l'ébullition, dans le cyclohexane, puis recristallisant à froid, on pouvait de la sorte purifier le benzopyrène et le séparer d'avec d'autres picrates ne recristallisant pas aussi facilement que lui.

Ces tentatives d'isolement du benzopyrène à partir des brais nous ont donné les résultats suivants :

1° 10^g de brai, que l'on a distillés dans le vide, ne nous ont fourni que quelques milligrammes de benzopyrène *impur*;

2° avec 10^g de brai pulvérisés, additionnés de 0^g,500 de benzopyrène 1.2, distillés de la même manière, nous n'avons obtenu que quelques milligrammes de benzopyrène impur.

Nous avons essayé également d'isoler le benzopyrène par dissolution dans divers solvants, et cristallisation des picrates, à partir des brais enrichis de notables quantités de benzopyrène (50 °/₀₀); elles se sont montrées également déficientes et ne nous ont permis d'isoler que quelques fractions de milligrammes d'un échantillon de 10^g d'un brai enrichi.

Ces résultats démontrent que le benzopyrène est très fortement adsorbé par les parties lourdes du brai qui ne l'abandonnent ni par distillation ni par cristallisation dans les solvants volatils.

Ainsi s'explique le désaccord entre la quantité de benzopyrène décelée d'une part par les méthodes chimiques, d'autre part par la mesure des intensités de fluorescence.

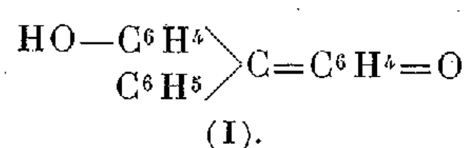
---

(1) I. Hieger, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 395-396; Cf. *Chemical Abstract*, 27, 1936, p. 771; Cook, Hewett et Hieger, *ibid.*, p. 396-398.

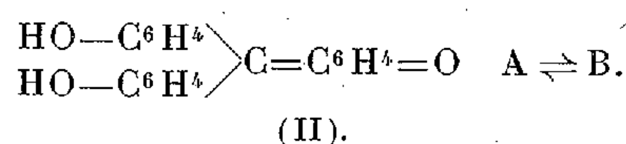
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la chromoisomérie des dialcoylaniline-phénolphtaléines.* [1] Note de MM. **Paul Cagniant** et **Buu-Hoï**, présentée par M. Marcel Delépine.

Si de nombreux travaux ont été consacrés aux phtaléines dérivant de mono- ou de polyphénols, et ont pu préciser leur constitution, les phtaléines dérivées à la fois des dialcoylanilines $C^6H^5N(Alc)^2$ et des phénols sont encore fort peu connues. Quelques substances appartenant à cette famille ont été préparées par Otto Fischer et Römer, qui ont remarqué qu'elles se dissolvaient dans les alcalis en donnant lieu à des phénomènes de coloration, comme chez les phtaléines ordinaires [2]. Depuis ce travail, les dialcoylaniline-phénolphtaléines sont tombées dans l'oubli le plus complet.

Il nous a paru intéressant de reprendre l'étude de ces substances afin d'établir leur constitution, et de voir si elles présenteraient aussi le phénomène de chromoisomérie que Mme Ramart-Lucas a pu mettre en évidence chez les hydroxyfuchsones [3] et chez les phtaléines ou sulfonephtaléines [4]. Cette isomérie, de nature particulière, consiste, par exemple, en ce que la benzaurine (I) ou l'aurine (II) peuvent prendre, en



(I).



(II).

A ⇌ B.

solution, deux formes colorées. Soient A et B ces deux formes.

L'expérience a montré que les dialcoylaniline-phénolphtaléines sont particulièrement favorables à l'étude de cette chromoisomérie. Nous avons observé en effet que ces substances, incolores en présence d'acide et en solution neutre, deviennent fortement colorées en milieu modérément alcalin; la couleur, dans ce dernier cas, varie avec la nature du solvant. La diméthylaniline-thymolphtaléine (III), par exemple, est rouge rose dans la soude alcoolique, rouge violacé dans la soude hydroalcoolique (50 % d'eau), et bleue dans la soude aqueuse, la concentration en alcali restant constante, et inférieure à N. Pour une concentration de soude

---

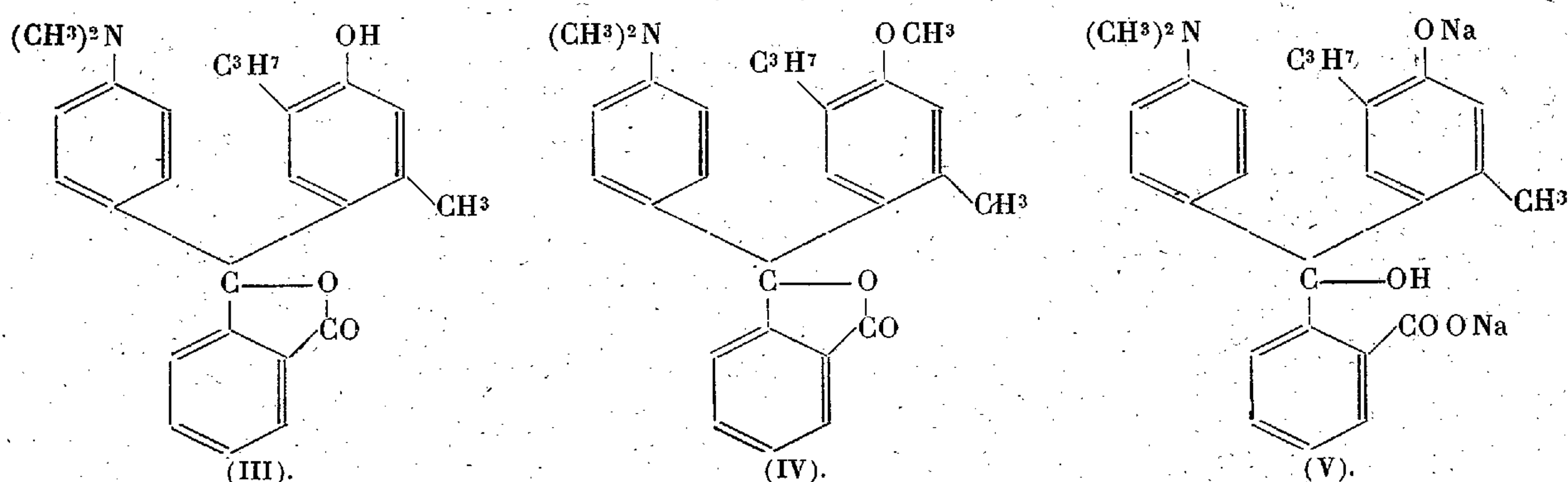
(1) Séance du 24 février 1941.

(2) O. Fischer et Römer, *Ber. d. chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 2937.

(3) *Comptes rendus,* **208**, 1939, p. 1094.

(4) *Comptes rendus,* **208**, 1939, p. 1312.

$<$ N/100, la phtaléine précipite de ses solutions aqueuses. Dans la soude N, il y a coloration bleue à chaud, et décoloration par refroidissement. Tous ces changements de couleur sont réversibles.



L'étude spectrale montre que cette phtaléine possède en milieu neutre (courbe 1, *fig.* 1) la même absorption, et, par suite, la même constitution (III)

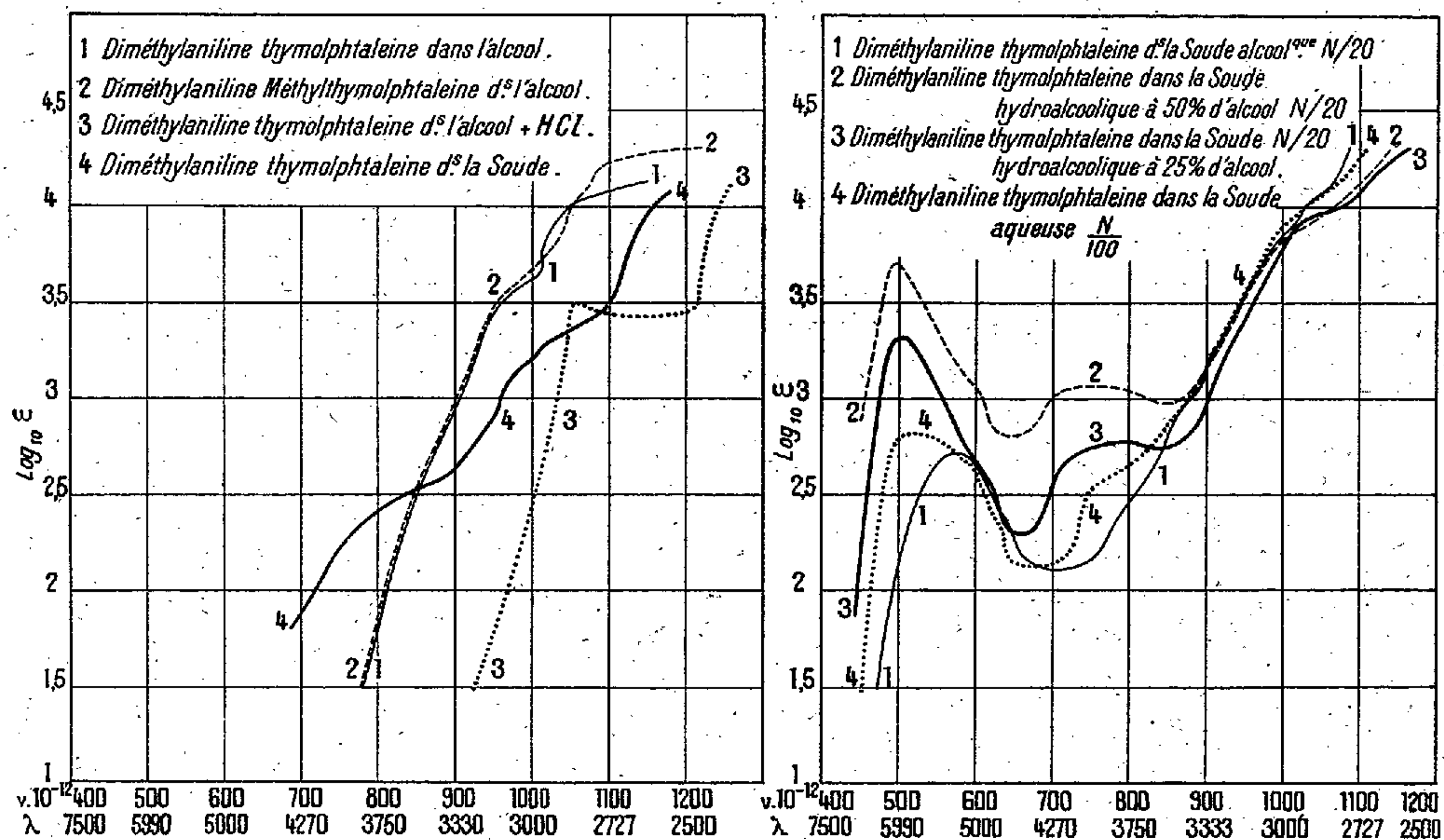
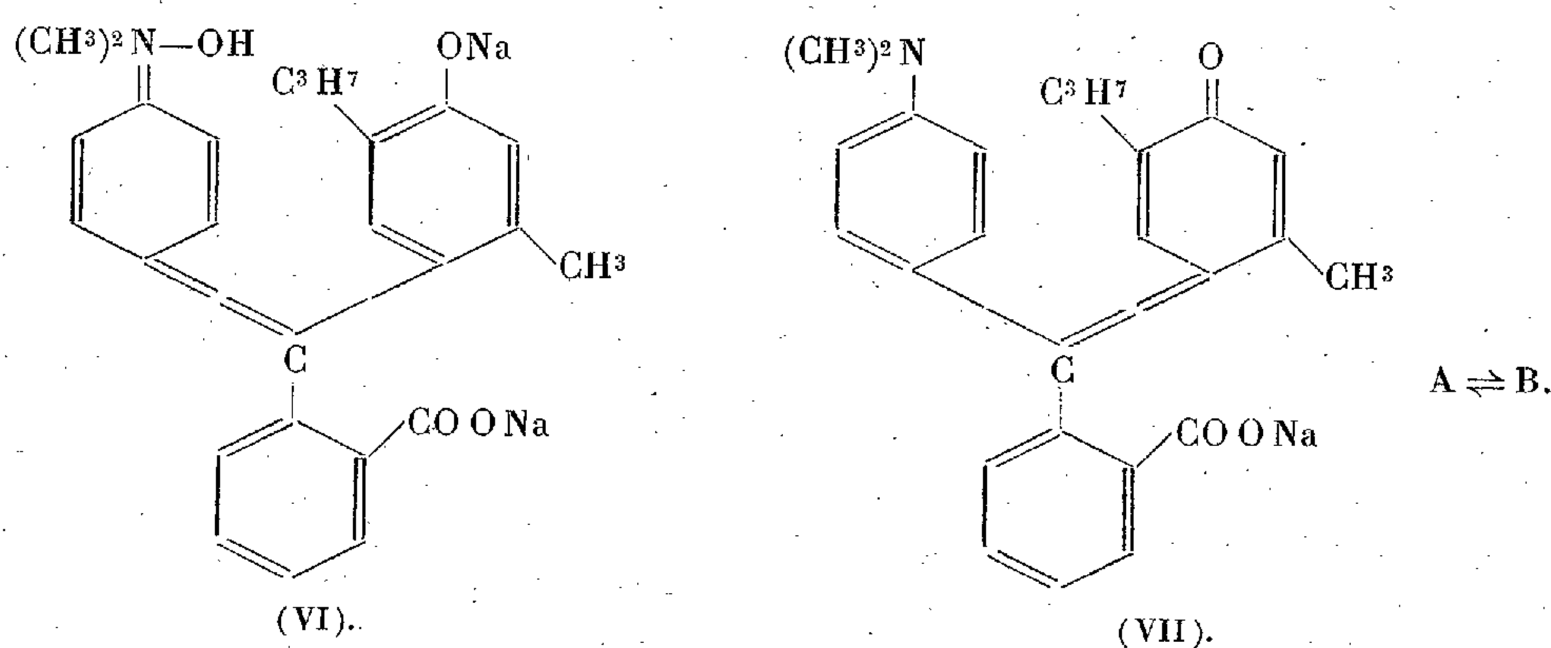


Fig. 1. Fig. 2.

que son éther-oxyde lactonique (IV) (courbe 2, *fig.* 1). Dans l'alcool chlorhydrique (courbe 3, *fig.* 1), il y a un déplacement hypsochrome analogue à celui qui accompagne la salification des amines aromatiques. Les solutions alcalines incolores, qui renferment la forme carbinolique (V),

absorbent aussi dans l'ultraviolet (courbe 4, *fig.* 1). Dans la soude alcoolique, l'absorption est déplacée vers le visible (courbe 1, *fig.* 2), et diffère totalement de celle des solutions dans la soude aqueuse N/100 (courbe 2, *fig.* 2) tant par l'intensité d'absorption que par le nombre et la position des bandes. Si l'on examine ces courbes, il apparaît que deux formes au moins se trouvent présentes : le maximum d'absorption de la bande la plus proche du rouge est situé pour l'une d'elles vers 5250 Å, et pour l'autre vers 6020 Å. Dans la soude hydroalcoolique (à 50 % d'alcool, courbe 3, *fig.* 2; à 25 % d'alcool, courbe 4, *fig.* 2), les deux formes sont présentes l'une et l'autre en quantités notables. La différence d'intensité d'absorption doit être attribuée au fait que ces solutions contiennent, en proportions variables, de la forme incolore.

Quelle est la structure de ces deux formes colorées (soient A et B ces deux isomères réversibles)? On pouvait envisager la présence, en milieu alcalin, de la forme *hydrate d'iminium* (VI). Mais, la phtaléine étant incolore dans ClH, et son éther-oxyde (IV) à la fois en milieu alcalin et acide,



(VI). (VII).

la forme (VI) est à écarter. Il en résulte que A et B répondent nécessairement à la structure quinonique (VII).

Les autres dialcoylaniline-phénolphtaléines présentent exactement les mêmes phénomènes de colorations multiples.

En résumé, ces substances donnent lieu, en milieu alcalin, à une chromoisomérie de même nature que celle découverte par Mme Ramart-Lucas sur d'autres familles de colorants hydroxylés dérivés du triphénylméthane.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Diffusion moléculaire de la lumière dans les cristaux; calcul de l'intensité et de la polarisation des fréquences de pivotement des molécules.* Note [1] de M. **Auguste Rousset**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. Raman et Nagundaki [2] ont attribué les raies Raman de faible fréquence (98 et 185 cm^{-1}) du nitrate de soude cristalisé à une oscillation de faible amplitude de l'ion NO^3 autour d'un axe de son plan. Si la vibration incidente est normale à l'axe de pivotement, le moment induit qui émet la raie Raman est normal au plan du pivot et de la vibration incidente. Mais, dans la plupart des cristaux, les axes de pivotement de la molécule (ou de l'ion) diffèrent des directions privilégiées du cristal, suivant lesquelles on peut polariser la vibration incidente ou analyser la vibration diffusée. Nous allons calculer, dans le cas général, les intensités relatives et la polarisation des fréquences de pivotement.

La molécule est maintenant définie par les cosinus directeurs (a, b, c; a', b', c'; a'', b'', c'') des axes OUVW de son ellipsoïde d'inertie par rapport au trièdre fixe OXYZ lié au cristal et par les réfractivités principales g, g', g'' supposées mesurées suivant OUVW. Le vecteur électrique $\vec{E}$ de l'onde incidente, de fréquence N, étant parallèle à OX, chacune des composantes E_u, E_v, E_w, d'amplitude a, a' et a'' induit dans la molécule pivotante des moments $\overrightarrow{M_u}$, $\overrightarrow{M_v}$, $\overrightarrow{M_w}$ de fréquences modifiées $N \pm u$, $N \pm v$, $N \pm w$, dont la direction et l'amplitude sont reportées dans le tableau ci-dessous.

	$\overrightarrow{M_u}$.	$\overrightarrow{M_v}$.	$\overrightarrow{M_w}$.
E_u......	O	$a(g''-g)$ [// à OW]	$a(g'-g)$ [// à OV]
E_v......	$a'(g''-g')$ [// à OW]	O	$a'(g-g')$ [// à OU]
E_w......	$a''(g'-g'')$ [// à OV]	$a''(g-g'')$ [// à OU]	O

Si le vecteur électrique $\vec{E}$ est parallèle à OY ou à OZ, il suffit dans ce tableau de remplacer a par b ou c. On obtient alors pour chacune des fréquences Raman de pivotement (u par exemple), le tenseur qui relie le vecteur électrique $\vec{E}$ de l'onde incidente et le moment induit $\overrightarrow{M_u}$ qui émet la raie Raman, rapportés aux axes OXYZ.

---

(1) Séance du 24 février 1941.

(2) *Nature*, 143, 1939, p. 679.

	E_x.	E_y.	E_z.
M_{ux}...	O	$(g'-g'')(b'a''-b''a')$	$(g'-g'')(c'a''-c''a')$
M_{uy}...	$(g'-g'')(a'b''-a''b')$	O	$(g'-g'')(c'b''-c''b')$
M_{uz}...	$(g'-g'')(a''c'-a'c'')$	$(g'-g'')(b''c'-b'c'')$	O

Les tenseurs relatifs à $\overrightarrow{M_v}$ et $\overrightarrow{M_w}$ se déduisent du tableau précédent par une permutation circulaire des indices de a, b, c, et de g.

II. Nous avons déjà signalé (3) que l'hypothèse des molécules pivotantes rend compte de la polarisation et des variations d'intensité observées par Kastler et moi-même sur les raies Raman de faible fréquence du naphtalène.

En supposant les axes de pivotement parallèles aux arêtes a et b de la maille cristalline, nous avions obtenu immédiatement la direction de la vibration diffusée et, par là, la valeur nulle ou infinie du facteur de dépolarisation i/I. Le signe de la polarisation observée, $I-i$, s'est toujours montré en bon accord avec nos prévisions.

Mais on connaît, par l'étude aux rayons X (4), l'orientation des axes des molécules de naphtalène dans la maille cristalline. Nous pouvons donc maintenant calculer les intensités relatives et les facteurs de dépolarisation des trois fréquences de pivotement $u = 124$ cm^{-1}, $v = 71$ cm^{-1} et $w = 45$ cm^{-1}, dans chacun des douze cas réalisés expérimentalement, suivant les orientations relatives des arêtes a et b de la maille cristalline et de la vibration excitatrice.

Cas				$w = 45$ cm^{-1}.	$v = 71$ cm^{-1}.	$u = 124$ cm^{-1}.
1	b // OZ	a // OY	E_z.....	∞ (F)	∞ (f)	∞ (ff)
2	–	–	E_y.....	2 (f)	6 (F)	≃ 0 (F)
3	–	a // OX	E_z.....	∞ (f)	∞ (f)	∞ (F)
4	–	–	E_y.....	0,4 (F)	8 (F)	2 (ff)
5	b // OY	–	E_z.....	∞ (f)	∞ (F)	∞ (ff)
6	–	–	E_y.....	0,12 (F)	1,5 (m)	≃ ∞ (F)
7	–	a // OZ	E_z.....	∞ (m)	∞ (F)	∞ (ff)
8	–	–	E_y.....	8 (F)	0,7 (f)	≃ 0 (F)
9	b // OX	a // OY	E_z.....	∞ (F)	∞ (f)	∞ (ff)
10	–	–	E_y.....	0,5 (f)	0,2 (F)	≃ ∞ (F)
11	–	a // OZ	E_z.....	∞ (ff)	∞ (f)	∞ (F)
12	–	–	E_y.....	3 (F)	0,12 (F)	0,5 (f)

L'accord des résultats expérimentaux avec les facteurs de dépolarisation

(3) A. Kastler et A. Rousset, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 191.
(4) Robertson, *Proc. Roy. Soc.*, A, 142, 1933, p. 674.

du tableau devient très étroit. En particulier, les valeurs de ρ comprises entre 0,5 et 2 laissent prévoir dans certains cas, des polarisations très incomplètes et par conséquent très éloignées des valeurs données (0 ou ∞) par notre hypothèse primitive : effectivement, comme l'exige la théorie, nous avons retrouvé sur certains de nos clichés, ces raies peu polarisées.

STRUCTURE CRISTALLINE. — *Structure atomique de la leucite.* Note de M. **Jean Wyart**, présentée par M. Charles Mauguin.

Les cristaux naturels de leucite $KAlSi^2O^6$, d'apparence cubique, sont toujours finement maclés et fournissent des spectres de rayons X compliqués dont l'interprétation a fait l'objet de différentes controverses. Utilisant de petits cristaux artificiels, non maclés, de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre, préparés par Ch. et G. Friedel [1], j'ai pu réaliser des diagrammes de cristal tournant avec le rayonnement $K\alpha$ du cuivre; confirmer que ces cristaux étaient bien la leucite; et retrouver les résultats que j'ai publiés [2] pour les cristaux naturels, toujours maclés.

La maille élémentaire est un prisme quadratique centré de paramètres $a = 12{,}95.10^{-8}$ cm, $c = 13{,}65.10^{-8}$ cm (précision 1/400). Elle renferme $16KAlSi^2O^6$ (densité mesurée 2,50; calculée 2,51).

Les réflexions observées sont : hkl avec $h+k+l = 2n$; $hk0$ avec $h = 2n$, $k = 2n$; $00l$ avec $l = 4n$.

L'existence des réflexions 334, 554, 774, 882 exclut les groupes $D_{4h}^{19}I4/amd$ et $D_{4h}^{20}I4/acd$. Et le seul groupe de symétrie qui rende compte des réflexions observées est $C_{4h}^{6}I4_1/a$. Les rayons X décèlent une hémiédrie centrée, annoncée par Ch. et G. Friedel à la suite de leurs observations des formes des cristaux artificiels. Chacun des atomes $KAlSi^2O^6$ occupent dans la maille une position générale; et le problème de la structure avec ses 30 paramètres ne peut être abordé directement. On est conduit à une solution approchée si l'on tient compte de l'action de la chaleur sur le minéral. Chauffé, il évolue progressivement vers une structure cubique qu'il atteint à 625°. A cette température la maille est un cube centré d'arête $a = 13{,}40$ Å; la symétrie étant celle du groupe $O_h^{10}Ia3d$. Et l'arrangement des atomes doit être très voisin de celui déterminé par

---

(1) *Bull. Soc. Min.*, 13, 1890, p. 129.

(2) 70e *Congrès Soc. Sav.*, 1937, p. 141; *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1077.

W. H. Taylor pour l'analcime $NaAlSi^2O^6H^2O$, qui a même symétrie, celle du groupe $Ia3d$, une maille cubique centrée sensiblement de même dimension ($a = 13,7$ Å), avec un motif cristallin dont la constitution atomique est très analogue. Les 96 atomes d'oxygène, tous homologues, occupent des positions générales dans le réseau, déterminées par 3 paramètres; les atomes Si et Al, situés sur des axes binaires sont fixés par un seul paramètre et les atomes K occupent des points invariants. Les 30 paramètres à déterminer pour fixer la position des atomes dans le cristal quadratique se réduisent à 4 dans le cristal cubique. Comme la transformation à 625° est progressive et réversible, on peut penser que les atomes n'ont subi, au cours de cette transformation, que de petits déplacements. C'est ce que confirment les diagrammes de rayons X; et les intensités des réflexions, sur les différents plans réticulaires, que l'on peut calculer à partir d'une structure qui, en ce qui concerne les atomes O, Si et Al, et à l'exclusion des atomes alcalins, est celle proposée par W. H. Taylor pour l'analcime, sont en bon accord avec les intensités observées.

Ainsi les 96 atomes d'oxygène sont répartis dans le groupe quadratique $I4_1/a$ en 6 groupes de points homologues, voisins des 96 points du groupe $Ia3d$ homologues du point

$$x = 0,111; \quad y = 0,131; \quad z = 0,722.$$

Les 32 atomes Si sont en 2 groupes de points homologues de

$$x = 0,125; \quad y = 0,161; \quad z = 0,411;$$
$$x = 0,090; \quad y = 0,625; \quad z = 0,161.$$

Les 16 atomes Al sont homologues de

$$x = 0,161; \quad y = 0,411; \quad z = 0,125.$$

Les 16 atomes K sont homologues de

$$x = 0,107; \quad y = 0,110; \quad z = 0,130.$$

(L'origine des coordonnées dans le réseau quadratique a été choisie en un centre de symétrie.)

Les atomes Si et Al, étant au centre de tétraèdres quasi réguliers aux sommets desquels sont les oxygènes, la structure peut être envisagée comme un assemblage d'anneaux Si^4O^{12}, ayant la symétrie du sphénoèdre, liés entre eux par 2 ions Al; ou encore comme un assemblage d'anneaux hexagonaux $Al^2Si^4O^{18}$, de 6 tétraèdres $4\,SiO^4$ et $2\,AlO^4$, ayant un centre

de symétrie, liés entre eux par leurs atomes d'oxygène. Les atomes K sont entourés par 12 atomes O, à une distance de 3,5 Å. Cette distance, relativement grande, décèle une liaison peu solide de ces atomes dans le réseau; et l'on trouve ainsi une explication des pseudomorphoses faciles de la leucite en analcime.

Ainsi établie, la structure atomique éclaire la question encore obscure de la symétrie de la leucite et de silicates voisins. Le cristal au-dessus de 625°, a un réseau cubique ($a = c$); il a perdu sa biréfringence; les rayons X comme les rayons lumineux, sensibles seulement aux électrons qui entourent les noyaux atomiques, révèlent une symétrie cubique. Il faut conclure que la répartition électronique obéit à la symétrie du groupe cubique $Ia3d$; qu'en particulier, les noyaux des atomes Si et Al, nonobstant leurs différences, sont placés en des points homologues de l'assemblage cubique; ni la lumière, ni les rayons X, ni les propriétés élastiques (dilatation thermique), ne mettent en évidence la distribution à symétrie quadratique (mais à paramètre cubique) de ces noyaux. Et l'anneau structural $Al^2 Si^4 O^{18}$, où l'arrangement des noyaux atomiques n'a qu'un centre de symétrie, se comporte, dans tous les phénomènes étudiés, comme s'il possédait en plus un axe ternaire.

Le même point de vue doit sans doute être adopté pour l'analcime $Na Al Si^2 O^6 H^2 O$ et la pollucite $Cs Al Si^2 O^6$. Ces deux minéraux, optiquement isotropes, sont, du point de vue électronique, cubiques. Et il semble que l'assemblage constitué par le motif $Al Si^2 O^6$, qui se retrouve dans les trois silicates, atteigne sa symétrie maximum quand il se trouve dilaté, soit par action thermique dans la leucite, soit par les molécules H^2O dans l'analcime ($a = 13,7$ Å), soit par les gros ions Cs dans la pollucite ($a = 13,74$ Å). En tout cas, aucune donnée expérimentale ne permet de conclure à un arrangement quadratique des atomes d'oxygène comme le fait St. V. Naray-Szabo pour la pollucite ([4]); car ces atomes, fortement polarisables, manifesteraient une biréfringence optique des cristaux; et les rayons X décèleraient un groupe de symétrie autre que le groupe cubique $Ia3d$, comme cela se produit dans la leucite dès que la température s'abaisse au-dessous de 625°.

([3]) *Zeits. f. Krist.*, 74, 1930, p. 1.
([4]) *Zeits. f. Krist.*, 99, 1938, p. 277.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Détermination des propriétés physiques des échantillons de boue des terrains polygonaux du Spitzberg.* Note de M. **Vsevolod Romanovsky**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Les terrains polygonaux que j'ai eu l'occasion d'étudier au cours de ma mission au Spitzberg et que j'ai définis dans une précédente publication ([1]), sont constitués par des matériaux dont certaines propriétés physiques viennent d'être étudiées et sont condensées dans le tableau ci-dessous :

	Échantillon n° 1.	Échantillon n° 2.
Lieu	King's Bay	Cross Bay
Provenance	cassures polygonales	polygones de pierres.
Date de la récolte	23-8-39	13-8-39
Altitude	25^m	$2^m,5$
Formation géologique sous-jacente	moraine glacière	terrasse marine
Profondeur du sondage	$0^m,50$	$0^m,40$
Couleur de la boue	brun rougeâtre	noir verdâtre
Odeur	fétide	de décomposition
Poids spécifique	2,75	2,71
Indice des vides de la boue séchée	0,33	0,34
Teneur en eau naturelle	48,7 %	76,9 %
Limite de liquidité d'Atterberg	39,0 %	70,0 %
Limite de plasticité d'Atterberg	22,0 %	21,0 %
Indice de plasticité	17,0 %	49,0 %
Quantité de calcite	21,0 %	7,5 %
Quantité de matières organiques	3,7 %	6,7 %

Il ressort des mesures de granulométrie que l'échantillon n° 1 est dépourvu de pierres; il contient 9,5 % de sable et 90,5 % de poudre (inférieure à $0^{mm},07$) et de matière colloïdale. Dans l'échantillon n° 2 il y a 17,5 % de pierres inférieures à 1^{cm}, les pierres les plus grosses se plaçant à la périphérie et au fond du prisme polygonal ([2]), 19,9 % de sable et enfin 62,6 % de poudre et matière colloïdale. La phase poudre + colloïdes est identique dans les deux échantillons. On a donc, dans le premier cas, affaire à un *sable vaseux* et dans le second à une *vase sableuse* ([3]).

([1]) *Rev. Geogr. phys. et Géol. dyn.*, 12, II, 1939, p. 315.
([2]) V. Romanovsky, *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 97-99.
([3]) Jacques Bourcart, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 542.

L'étude au microscope a permis de se rendre compte de la constitution des deux échantillons. Pour le premier, la phase sableuse est formée par du quartz en grande quantité, la phase poudre est du quartz, de la calcite, des cristaux de rutile et du mica blanc décomposé. Le *liant* est constitué par du fer colloïdal et de l'humus. On trouve, en outre, beaucoup de diatomées et des spores de mousses. La composition de l'échantillon n° 2 se rapproche beaucoup de celle du précédent : le quartz est plus abondant et plus grossier, la calcite est moins fréquente; il y a plus de mica moins décomposé; on trouve le même liant. On observe, en outre, des diatomées, des algues vertes et des spicules d'éponges.

Dans le cas de l'échantillon n° 1, l'écart entre les limites de liquidité et de plasticité, suivant la méthode d'Atterberg, est de 17 %, et la différence entre la limite de liquidité et la teneur en eau naturelle est de 9,7 %. Pour l'échantillon n° 2, ces chiffres sont respectivement de 49 % et de 6,9 %.

La quantité de vase contenue dans l'échantillon n° 2, correspondant à des polygones de pierres, est donc suffisante pour rendre visqueux tout ce complexe, pour permettre à un régime tourbillonnaire de s'y installer et pour transporter des pierres à la périphérie. Pour l'échantillon n° 1, la quantité d'eau nécessaire étant plus faible, le régime tourbillonnaire s'établira plus tôt; dans ce cas le régime permanent n'a pas besoin d'être très intense, puisque, le milieu étant homogène, il n'a plus de pierres à transporter.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la pente des surfaces de discontinuité du second ordre dans l'atmosphère.* Note de M. **Louis Cagniard**, présentée par M. Charles Maurain.

Soient Ox, y, z trois axes rectangulaires liés à la Terre; X', Y', Z' les composantes de la force par unité de masse (force d'inertie comprise); ρ la masse spécifique, p la pression. Suivant l'usage, qui semble bien justifié par l'expérience, je néglige les forces de frottement. Les équations du *mouvement* s'écrivent donc

$$(1)\qquad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho X', \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y', \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z'.$$

Successivement Helmholtz, Margulès, V. Bjerknes ont envisagé, avec le succès que l'on sait, l'existence de surfaces de discontinuité dans l'atmosphère. Au travers de telles surfaces, ρ, X', Y', Z' éprouvent des varia-

tions discontinues. Bjerknes traite également le cas particulier de ρ continu, X′, Y′, Z′ discontinus et celui de X′, Y′, Z′ continus, ρ discontinu.

A côté de discontinuités de ce type, que je nomme *discontinuités du premier ordre*, je pense qu'il est également avantageux d'envisager des discontinuités d'ordre supérieur, du second ordre en particulier. Une surface de discontinuité du second ordre sera caractérisée par la continuité de ρ, X′, Y′, Z′, mais par la discontinuité de leurs dérivées partielles du premier ordre.

On voit sans peine que l'existence de surfaces de discontinuité du second ordre est analytiquement possible. Je propose d'admettre, jusqu'à preuve du contraire, que la tropopause, c'est-à-dire la surface séparant la troposphère de la stratosphère, est généralement assimilable à une surface de discontinuité du second ordre. D'où l'intérêt pratique des considérations qui suivent.

Je désignerai ci-dessous par Δf la grandeur de la discontinuité éprouvée par une fonction f quand on traverse la surface de discontinuité dans un sens déterminé. Si dx, dy, dz représentent les composantes d'un élément de courbe tracée sur la surface, la continuité des fonctions ρ, Z′ permet d'écrire

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} &dx\,\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)+dy\,\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)+dz\,\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)=0,\\ &dx\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial x}\right)+dy\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial y}\right)+dz\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial z}\right)=0.\end{aligned}\right.$$

Égalant entre elles les deux expressions distinctes que les équations (1) permettent d'obtenir pour une dérivée partielle mixte du second ordre de la fonction p, on obtient d'autre part

$$(3)\qquad X'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial Z}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial X'}{\partial z}\right)=Z'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial x}\right),$$

$$(4)\qquad Y'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial Y'}{\partial z}\right)=Z'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial y}\right).$$

Multipliant (3) et (4) respectivement par dx, dy, ajoutant membre à membre et tenant compte de (2), il vient

$$(5)\qquad \begin{aligned}&\left[X'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial X'}{\partial z}\right)\right]dx\\ &+\left[Y'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial Y'}{\partial z}\right)\right]dy+\left[Z'\Delta\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)+\rho\,\Delta\left(\frac{\partial Z'}{\partial z}\right)\right]dz=0.\end{aligned}$$

L'équation (5) représente l'équation du plan tangent à la surface de

discontinuité. Elle est exprimée en fonction de coefficients accessibles à l'expérience. En effet, si X, Y, Z sont les composantes du champ de la pesanteur vulgaire, Ω_x, Ω_y, Ω_z celles de la vitesse angulaire, u, v, w celles de la vitesse relative, $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$ celles de l'accélération relative, l'on a

$$(6)\qquad \begin{cases} X' = X + 2(v\,\Omega_x - w\,\Omega_y) - \dot{u}, \\ Y' = Y + 2(w\,\Omega_x - u\,\Omega_z) - \dot{v}, \\ Z' = Z + 2(u\,\Omega_y - v\,\Omega_x) - \dot{w}. \end{cases}$$

Notons que $\Delta(\partial X/\partial z)$, $\Delta(\partial Y/\partial z)$, $\Delta(\partial Z/\partial z)$ sont rigoureusement nuls en raison de la continuité de ρ. Admettons, jusqu'à preuve du contraire, que $\Delta(\partial\dot{u}/\partial z)$, $\Delta(\partial\dot{v}/\partial z)$, $\Delta(\partial\dot{w}/\partial z)$ sont négligeables. Particularisons les axes : Oz désignera la verticale ascendante, Ox l'horizontale méridienne orientée vers le Sud, l'horizontale Oy étant orientée vers l'Est. Nous négligerons l'effet de la composante verticale w de la vitesse. En outre φ désignera la latitude géographique, g l'intensité de la pesanteur sur la surface de discontinuité. Il vient

$$(7)\qquad \frac{\partial z}{\partial x} = -\operatorname{tang}\varphi \frac{1}{1 - \dfrac{g}{2\Omega v \cos\varphi}\left[\dfrac{1}{1 + \dfrac{\frac{1}{v}\Delta\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)}{\frac{1}{\rho}\Delta\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)}}\right]},$$

$$(8)\qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{u}{v}\operatorname{tang}\varphi \frac{\dfrac{1}{\rho}\Delta\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial z}\right) + \dfrac{1}{u}\Delta\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)}{\dfrac{1}{v}\Delta\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}\right) + \left(1 - \dfrac{g}{2\Omega v\cos\varphi}\right)\dfrac{1}{\rho}\Delta\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial z}\right)}.$$

Tous les nombres figurant dans (7) et (8) sont fournis par l'expérience lorsqu'on procède au lancement de ballons-sondes stratosphériques. On peut néanmoins simplifier notablement ces formules en conservant une approximation suffisante.

Si nous assimilons l'air à un gaz parfait, de température absolue T, et négligeons l'humidité spécifique, extrêmement faible à la température de la tropopause, on peut écrire

$$\frac{1}{\rho}\Delta\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right) = -\frac{1}{T}\Delta\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right).$$

Comme, d'autre part, $g/2\Omega v$ est au moins de l'ordre de 1000 et comme $\left|\dfrac{(1/v)\,\Delta(\partial v/\partial z)}{(1/\rho)\,\Delta(\partial\rho/\partial z)}\right|$ dépasse rarement 10, nous pourrons substituer aux for-

mules (7) et (8) les formules pratiquement équivalentes

$$(7\ bis)\qquad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2\Omega v \sin\varphi}{g}\left[1 - \frac{\frac{1}{v}\Delta\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)}{\frac{1}{T}\Delta\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)}\right],$$

$$(8\ bis)\qquad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2\Omega u \sin\varphi}{g}\left[1 - \frac{\frac{1}{u}\Delta\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)}{\frac{1}{T}\Delta\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)}\right].$$

La pente de la surface de discontinuité, relativement aux surfaces de niveau de la pesanteur, s'annule à l'équateur ($\varphi = 0$). Elle s'annule aussi en même temps que la vitesse relative. D'où résulte qu'aux pôles la pente *moyenne* doit s'annuler également. Dans une circulation suivant les parallèles ($u = 0$), $\partial z/\partial y$ s'annule et la surface de discontinuité est normale aux plans méridiens.

ACTINOMÉTRIE. — *Relations entre les facteurs héliothermiques du climat dans la région parisienne*. Note de M. **Charles-Émile Brazier**, présentée par M. Charles Maurain.

C'est un fait bien connu que les différents facteurs capables de modifier les quantités d'énergie solaire parvenant à la surface du sol sous un climat donné, autrement dit les facteurs héliothermiques de ce climat, ne sont pas indépendants les uns des autres. Leurs relations sont cependant encore assez mal définies car, jusqu'à présent, on s'est préoccupé plutôt de déterminer séparément les variations de ces divers facteurs que d'étudier leurs réactions mutuelles. Il a donc paru intéressant de tenter de combler cette lacune pour le climat parisien en mettant à profit les documents rassemblés à l'Observatoire du Parc Saint-Maur.

Le tableau ci-après, établi d'après un Mémoire détaillé déposé en manuscrit dans les archives de cet Observatoire en attendant que les circonstances en permettent la publication, résulte de la discussion de deux années d'observations journalières simultanées réalisées en 1938 et 1939. Il met quantitativement en évidence l'interdépendance de la nébulosité, N, de la fraction d'insolation, δ/Δ, de la fraction de radiation

directe, G/G_0, et de la fraction de radiation diffusée, D/G_0 [1]. Tous les nombres qu'il contient, sauf ceux qui ont trait à la nébulosité, exprimés suivant la coutume en dixièmes de ciel ouvert, sont donnés en centièmes.

Valeurs mensuelles des principaux facteurs héliothermiques en fonction de la nébulosité à l'Observatoire du Parc Saint-Maur
(moyennes des années 1938 et 1939).

N.	Janvier.			Février.			Mars.			Avril.			Mai.			Juin.		
	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.
0..	98	41	29	98	48	25	99	54	19	99	57	17	97	58	15	100	59	15
1..	90	35	32	92	43	26	93	47	22	93	51	20	91	52	18	93	52	19
2..	83	31	33	85	38	28	87	42	24	87	46	21	86	47	21	86	46	21
3..	75	26	34	77	32	30	80	37	27	80	40	24	79	41	23	80	42	23
4..	67	21	36	68	26	32	72	31	29	73	34	26	72	35	25	73	36	25
5..	58	17	36	58	21	32	64	25	31	64	27	29	65	29	27	65	31	26
6..	48	12	37	48	15	32	53	19	33	55	21	30	56	23	29	57	25	29
7..	37	8	35	37	10	33	42	13	34	44	15	30	47	17	29	48	20	30
8..	25	5	32	26	6	31	31	8	33	32	9	30	34	11	29	39	13	31
9..	13	3	27	14	3	28	18	4	30	18	4	27	19	5	27	26	8	29
10..	0	0	18	1	0	17	1	0	20	2	0	17	2	0	16	6	0	20

N.	Juillet.			Août.			Septembre.			Octobre.			Novembre.			Décembre.		
	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.	$\frac{\delta}{\Delta}$.	$\frac{S}{G_0}$.	$\frac{D}{G_0}$.
0..	98	57	14	99	55	14	100	57	14	99	59	18	100	51	24	100	41	28
1..	93	52	17	93	49	18	94	51	18	93	52	21	95	47	25	93	36	30
2..	87	46	20	87	44	20	88	46	21	85	45	24	87	41	27	86	31	32
3..	81	41	23	81	39	22	82	41	23	77	38	27	79	35	29	77	27	33
4..	73	35	26	74	34	24	74	35	26	69	32	29	71	29	30	69	22	34
5..	65	28	29	66	28	27	66	29	28	60	26	30	61	23	31	59	18	35
6..	56	23	30	58	22	29	56	22	30	50	19	31	52	18	31	49	13	35
7..	46	16	32	48	17	30	46	16	31	40	14	31	41	12	32	39	10	34
8..	35	11	32	36	12	29	34	10	31	29	9	30	28	8	29	27	5	33
9..	22	6	29	23	6	28	20	5	27	16	3	28	15	3	27	13	2	29
10..	6	0	20	3	0	18	2	0	15	0	0	17	0	0	17	0	0	17

En formant la somme des nombres S/G_0 et D/G_0, on obtient la valeur

---

(1) G_0 est la radiation possible, c'est-à-dire la radiation globale que l'on mesurerait en l'absence d'atmosphère (voir *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1249).

correspondante de la fraction de radiation globale, G/G_0. Le quotient de D/G_0 par G/G_0 donne ensuite la teneur, D/G, de la radiation globale en radiation diffusée.

Toutes ces données suggèrent un certain nombre de remarques dont les plus intéressantes paraissent être les suivantes.

Les variations que subissent les divers facteurs héliothermiques en fonction, soit de la nébulosité, soit de la fraction d'insolation, sont représentées par des courbes d'allure parabolique.

Les variations annuelles de la fraction de radiation directe et de la fraction de radiation diffusée, à nébulosité constante, sont inverses l'une de l'autre. Comme il se trouve que l'augmentation du premier de ces facteurs de l'hiver à l'été est presque complètement compensée par la diminution du second, il s'ensuit qu'à nébulosité constante, la fraction de radiation globale n'éprouve qu'une variation annuelle d'amplitude assez faible, de même sens que celle de la fraction de radiation directe et d'autant moins prononcée que la nébulosité est plus élevée. Par ciel dépourvu de nuages, cette amplitude n'atteint pas au total 10 % de la moyenne annuelle égale à 72. Par temps couvert, les moyennes mensuelles de G/G_0 oscillent autour de 18.

L'observation a montré que la teneur de la radiation globale en radiation diffusée est maximum en hiver et minimum en été. Sa marche annuelle étant à peu près parallèle à celle de la nébulosité, on a pensé que l'augmentation de ce dernier facteur de l'été à l'hiver suffisait à expliquer celle de la proportion de radiation diffusée. L'examen des nombres D/G formés comme il a été dit plus haut montre que, même si la nébulosité restait invariable au cours de l'année, la teneur de la radiation globale en radiation diffusée passerait par un maximum au voisinage du solstice d'hiver et par un minimum aux alentours du solstice d'été. L'amplitude de cette variation, comparée à celle révélée par l'observation et à la marche annuelle de la nébulosité, montre que la cause *principale* de l'augmentation de D/G pendant la saison froide est, non la fréquence plus grande des nébulosités élevées observée en cette saison, mais le fait que, le Soleil étant plus bas sur l'horizon, l'épaiseur atmosphérique traversée par les rayons solaires est plus grande.

C'est vraisemblablement à la même cause qu'il faut rapporter le déplacement que subit de l'hiver à l'été le maximum que présente la fraction de radiation diffusée pour les nébulosités comprises entre 5 et 8. Ce

maximum qui se place au solstice d'hiver entre les nébulosités 5 et 6 est reporté au solstice d'été entre les nébulosités 7 et 8. Son déplacement suit sensiblement le mouvement du Soleil en déclinaison.

ZOOLOGIE. — *Observations faites dans les régions arctiques.* Note de M. **Gontran de Poncins**, présentée par M. Paul Portier.

Au cours d'un voyage d'exploration et d'études ethnographiques chez les Eskimos du pôle magnétique nord, j'ai eu l'occasion de faire récemment quelques observations biologiques; je résume ici celles qui me paraissent présenter le plus d'intérêt.

1° *Sommeil des Phoques.* — Les Mammifères aquatiques doivent venir périodiquement respirer l'air. Lorsque la mer gèle, ils brisent d'un coup de tête, la couche de glace qui s'est formée. La mer gèle bientôt de nouveau au niveau de ce *trou de respiration*. Une nouvelle intervention du Phoque brise la nouvelle glace; de la sorte le trou de respiration se transforme peu à peu, en un véritable tunnel long de 5 à 6 pieds, dans lequel l'animal vient respirer périodiquement.

Chaque Phoque possède ainsi plusieurs trous de respiration qu'il *entretient*.

Pendant les mois de mai et juin, lorsque le Soleil reste constamment au-dessus de l'horizon et que ses rayons échauffent la banquise, les Phoques [1] sortent de leurs *trous de respiration* et dorment sur la surface gelée de la mer à environ 50^{cm} de leur trou afin de pouvoir, à la moindre alerte, s'y glisser et regagner l'eau.

Le sommeil des Phoques est intermittent. Toutes les 7 ou 20 secondes, l'animal se réveille, jette un regard circulaire autour de lui, puis laisse retomber la tête et se rendort.

Les Eskimos mettent à profit cette particularité pour s'approcher du Phoque. Pendant 6 à 7 secondes, ils courent vers l'animal, puis s'aplatissent, attendant le prochain réveil.

Procédant ainsi par bonds successifs, ils s'avancent jusqu'à une centaine de mètres de l'animal.

A ce moment, le chasseur change de tactique. Le Phoque a les yeux

---

[1] Deux espèces de Phoques existent dans ces régions, le *Phoca barbata* et le *Phoca annellata*.

organisés pour voir dans l'eau; il voit mal dans l'air. L'Eskimo le sait et, quand l'animal se réveille, il mime tous ses gestes avec une perfection telle que le phoque, le prenant pour un de ses congénères, le laisse parvenir jusqu'à lui. Il le saisit alors d'une main par une nageoire et de l'autre lui plonge un couteau à neige dans le thorax.

2° *Les Phoques et les Ours polaires se préservent des très grands froids.* — Pendant les très grands froids (40° et au-dessous), l'Ours blanc ne chasse pas; il se tient dans des sortes de tanières qu'il se ménage dans la neige contre la banquise. Ce n'est qu'à partir de mars, quand la température remonte, qu'il fait ses grandes randonnées le long du « pack » qui est l'endroit le plus favorable pour trouver des Phoques.

Quant aux Phoques, comme nous l'avons dit, ils dorment au Soleil; mais, si la température vient à baisser de quelques degrés ou si le vent se met à souffler, ils disparaissent. Ils sont retournés à l'eau, qui est plus chaude puisque sa température ne peut descendre au-dessous de — 2°C.

3° *Exploitation à la chaîne, par une série de prédateurs des proies capturées.* — L'Arctique est le *royaume de la faim.* C'est elle, et elle seule, qui dirige les hommes et les animaux vers l'exploitation la plus facile de la nourriture.

Ainsi s'organisent de véritables « circuits » de la faim, chacun cherchant à profiter des reliefs du repas de celui qui l'a précédé.

L'Ours polaire chasse le Phoque, soit dans les grandes failles qui s'ouvrent dans le *pack*, soit à l'affût aux *trous de respiration* cueillant d'un coup de patte l'animal au moment où il émerge.

L'Ours ne mange que le tissu adipeux du Phoque. Le Renard blanc qui l'a suivi à la trace prend sa place et mange la viande. L'Eskimo suit le Renard et pose ses trappes sur le circuit.

Les Caribous montent l'été, en énormes bandes vers le Nord; ils sont suivis par les loups des *Barren Lands.* Ceux-ci isolent un des ruminants, le tuent en lui sautant à la gorge en plein galop.

Le Renard de couleur suit le Loup et s'installe jusqu'à ce qu'il soit chassé par le *Carcajou* (1), animal diabolique qu'on n'arrive pas à capturer et qui souille tout ce qu'il ne peut pas manger.

Enfin l'Eskimo arrive et pose ses trappes autour des carcasses des animaux morts.

Les Lemmings (sortes de Chinchillas) sont suivis par les grands Hibous

(1) *Taxidea americana.*

blancs de l'Arctique et aussi par les Renards, qui en font leur principale nourriture.

La présence de ces oiseaux, blancs l'hiver et marrons l'été, sont, pour les Eskimos, une indication précieuse de l'endroit où se trouvent les Renards.

De même le Faucon, en septembre, suit dans leur migration vers le Sud les petits *snowbirds* dont il fait sa proie.

Toxicité du foie de l'Ours polaire. — J'ai eu enfin l'occasion de constater d'une manière certaine la toxicité du foie de l'Ours polaire, toxicité bien connue des Eskimos qui, au contraire, apprécient beaucoup le foie du Phoque.

La séance est levée à 15^h20^m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 210 (janvier-juin 1940) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la stabilité des ondes de choc orthogonales dans un écoulement par tranches.* Note [1] de M. **Maurice Roy**.

J'ai montré [2] que l'écoulement *par tranches*, adiabatique, irrotationnel et permanent par rapport aux axes absolus, d'un fluide parfait n'est concevable qu'avec des trajectoires rectilignes.

Je me propose de déterminer la condition de *stabilité* d'une onde de choc orthogonale dans un tel écoulement conique.

Soient Ox l'axe de cet écoulement conique, l'origine étant au sommet du cône, et x_0 le rayon de l'onde de choc, sphérique et stationnaire en régime. A partir d'un instant t_0, supposons que cette onde prenne un mouvement $x(t)$, les surfaces orthogonales des vitesses restant sphériques. Les indices 1 et 2 distingueront les valeurs des grandeurs p, ρ, v (pression, densité, vitesse) sur les faces extérieure et intérieure de l'onde sphérique.

On étudie les petits mouvements ($x - x_0$ et dx/dt petits) de l'onde et l'on admet expressément que, dans l'espace intéressé, les variations et les

---

(1) Séance du 3 mars 1941.

(2) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 187 et 276.

dérivées partielles premières et secondes par rapport au temps de p, ρ, v restent petites.

On compte les vitesses v du fluide et dx/dt de l'onde positivement dans le sens de l'axe orienté Ox.

La discontinuité provoquée par l'onde vérifie à chaque instant les relations classiques, dont on utilisera ici celle qui relie exclusivement les pressions et les vitesses, y compris celle de l'onde

$$(1)\qquad p_2[(\gamma-1)v_1-(\gamma+1)v_2]-p_1[(\gamma-1)v_2-(\gamma+1)v_1]=2(p_1-p_2)\frac{dx}{dt}.$$

De cette équation permanente, on prendra la différentielle en suivant l'onde dans son mouvement (dx, dt).

D'autre part, dans les écoulements perturbés amont et aval, les dérivées partielles de p et de v satisfont aux relations (a, vitesse du son dans le fluide)

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{v}\dfrac{\partial v}{\partial x}=-\dfrac{1}{v^2-a^2}\dfrac{\partial v}{\partial t}+\dfrac{1}{\rho v(v^2-a^2)}\dfrac{\partial p}{\partial t}+\dfrac{2a^2}{v^2-a^2}\dfrac{1}{x}; \\ \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}=\dfrac{a^2}{v^2-a^2}\dfrac{\partial v}{\partial t}-\dfrac{v}{\rho(v^2-a^2)}\dfrac{\partial p}{\partial t}-\dfrac{2v^2a^2}{v^2-a^2}\dfrac{1}{x}. \end{cases}$$

Enfin la variation dg_i d'une grandeur g_i (p_i ou v_i) sur la face d'indice i de l'onde est donnée par

$$(3)\qquad dg_i=dt\left[\frac{dx}{dt}\frac{\partial g_i}{\partial x}+\frac{\partial g_i}{\partial t}\right].$$

Faisons intervenir (2) et (3) dans l'équation (1) mise sous forme différentielle. Les fonctions p, ρ, v, a de (x, t) et leurs dérivées partielles peuvent être comparées à leurs valeurs, en fonction du temps, pour $x=x_0$, abscisse de régime de l'onde.

Tenons compte des hypothèses spécifiées ci-dessus sur l'ordre de grandeur tant de ces fonctions que du mouvement de l'onde et négligeons les quantités d'ordre supérieur. L'équation différentielle du mouvement de l'onde se met finalement sous la forme

$$(4)\qquad \frac{d^2x}{dt^2}+2\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\frac{(a_1)_0^2+\gamma(v_1)_0^2}{(v_1)_0}\frac{1}{x_0}\frac{dx}{dt}=\psi(t),$$

où $(a_1)_0$ et $(v_1)_0$ sont les valeurs de a et de v *en régime*, sur la face extérieure de l'onde sphérique, de rayon x_0, et $\psi(t)$ une combinaison linéaire, à coefficients finis, de $\partial p'/\partial t$, $\partial p''/\partial t$, $\partial v'/\partial t$, $\partial v''/\partial t$.

Ces dernières fonctions sont, pour x invariable et égal à x_0, les dérivées

partielles premières par rapport au temps des fonctions p' et p'', v' et v'', de x et de t, valables respectivement à l'extérieur et à l'intérieur de la surface sphérique de l'onde (p et v étant prolongés analytiquement dans l'un de ces cas). Ces dérivées partielles étant ici des fonctions arbitraires pour un *mouvement perturbé quelconque*, mais, par hypothèse, *petites*, le second membre de (4) est donc une fonction donnée et arbitraire, mais petite, du temps t. On notera que *l'accélération normale de l'onde est, dans ce cas, petite en même temps que sa vitesse*.

Le déplacement $x(t)$ de l'onde, supposé petit pour que (4) soit valable, restera indéfiniment petit et, par conséquent, l'onde sera *stable* si le coefficient de dx/dt est positif, c'est-à-dire, en définitive, si $(v_1)_0$ est positif.

Par suite, *la condition nécessaire et, sans doute, suffisante de la stabilité de l'onde sphérique, à l'égard de petites perturbations amont et aval, est que l'écoulement s'effectue dans le sens où les trajectoires divergent.*

Alors, nécessairement, en amont de l'onde le fluide se détend et à l'aval il se comprime.

Tel est bien le sens des observations faites dans les écoulements supersoniques à travers des tuyères convenablement conformées pour que le fluide s'y écoule sensiblement par tranches. En accord avec le résultat théorique établi ci-dessus, l'expérience montre, en effet, la possibilité d'une onde de choc stationnaire et stable dans de telles conditions.

Par contre, selon ce même résultat théorique, dans un courant par tranches, supersonique et convergent, donc en ralentissement et compression, il serait vain d'espérer produire une onde de choc stationnaire et stable.

De là on peut déduire certaines conclusions intéressantes pour l'utilisation de l'onde de choc à la compression spontanée d'un fluide, notamment dans certains compresseurs à grandes vitesses d'écoulement ou dans des propulseurs aériens à réaction.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1941 ouvert en la séance du 3 mars est clos en celle du 10 mars.

44 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. MATHÉMATIQUES : *Prix Francœur.* — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, J. Drach, É. Cartan, H. Villat, G. Julia, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. É. Jouguet, L. de Broglie.

II. MÉCANIQUE : *Prix Montyon, Poncelet, Pierson-Perrin, fondation Henry Bazin.* — MM. É. Picard, É. Borel, J. Drach, É. Jouguet, A. de Gramont, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. É. Cartan, P. Montel.

III. ASTRONOMIE : *Prix Lalande, Damoiseau, Valz, G. de Pontécoulant, La Caille.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, H. Lebesgue, A. Cotton, E. Esclangon, C. Maurain, G. Fayet, J. Chazy, B. Lyot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, L. de Broglie.

IV. GÉOGRAPHIE : *Prix Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux, Alexandre Givry.* — MM. A. Lacroix, R. Bourgeois, G. Perrier, C. Maurain, L. Lapicque, J. Tilho, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, A. Chevalier.

V. NAVIGATION : *Prix Plumey.* — MM. É. Picard, R. Bourgeois, É. Borel, G. Perrier, C. Fabry, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, A. Caquot, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, N..., N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. de Broglie, P. Langevin.

VI. PHYSIQUE : *Prix Gaston Planté, François Hébert, Henri de Parville, Hughes, fondations Clément Félix, Général Ferrié.* — MM. É. Picard, M. Brillouin, J. Perrin, A. Cotton, M. de Broglie, C. Fabry, A. de Gramont, P. Langevin, N....

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. C. Gutton.

VII. CHIMIE : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Berthelot, Houzeau, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau, M. Javillier, P. Lebeau, M. Tiffeneau, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Guillet, C. Fabry.

VIII. MINÉRALOGIE ET GÉOLOGIE : *Prix Delesse, Fontannes, fondation Edmond Hébert, prix Victor Raulin, Joseph Labbé, André-C. Bonnet.* — MM. A. Lacroix, P. Sabatier, A. Cotton, L. Cayeux, C. Jacob, C. Mauguin, F. Grandjean. E. de Margerie, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Tilho, C. Pérez.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Molliard, L. Blaringhem, A. Guilliermond, A. Chevalier, H. Colin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Gosset, C. Pérez.

X. Économie rurale : *Prix Paul Marguerite de La Charlonie, Nicolas Zvorikine.* — MM. P. Marchal, E. Leclainche, G. Bertrand, L. Blaringhem, L. Lapicque, R. Fosse, É. Schribaux, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, L. Cayeux.

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, L. Cuénot, C. Pérez, É. Roubaud, P. Wintrebert.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, A. Guilliermond.

XII. Anthropologie : *Prix André-C. Bonnet.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, L. Blaringhem, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, P. Wintrebert.

XIII. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Argut, Alfred Dutens, Jean Dagnan-Bouveret.* — MM. A. Lacroix, E. Leclainche, H. Vincent, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez, P. Portier, E. Sergent, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Javillier, É. Roubaud.

XIV. Cancer et Tuberculose : *Fondation Roy-Vaucouloux, prix Louise Darracq, Eugène et Amélie Dupuis, fondation Henriette Régnier.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, E. Sergent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Pérez, G. Roussy.

XV. Physiologie : *Prix Montyon, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. P. Marchal, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Guilliermond, M. Javillier.

XVI. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. É. Picard, É. Borel, H. Lebesgue, C. Fabry, J. Drach, C. Maurain, É. Cartan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Blaringhem, P. Montel.

XVII. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. É. Picard, L. Bouvier, É. Borel, M. Caullery, H. Villat, L. de Broglie, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, P. Montel.

XVIII. Ouvrages de sciences : *Prix Henri de Parville.* — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix, et trois membres élus : MM. É. Borel, M. Caullery, M. de Broglie.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, G. Bertrand, A. de Gramont.

XIX. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.* — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix.

XX. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, Mme Victor Noury, Charles Frémont, Giffard, Lannelongue, Barbier-Muret, Cassé-Fleury, Gibou, Alexandre Darracq, Girbal-Baral, Leroy-Drouault, Octave Mirbeau.* — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix; R. Bourgeois, L. Bouvier.

XXI. *Prix fondé par l'État* (Grand prix des sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Caullery, L. Blaringhem, R. Fosse, A. Guilliermond, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Molliard.

XXII. *Prix Bordin* (Sciences mathématiques). — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, É. Cartan, H. Villat, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Drach, G. Julia.

XXIII. *Prix Lallemand.* — MM. L. Bouvier, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, A. Gosset, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P. Portier, P. Wintrebert.

XXIV. *Prix Serres.* — MM. L. Bouvier, P. Marchal, E. Leclainche, H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Gosset, É. Roubaud.

XXV. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences mathématiques pures ou appliquées). — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, J. Drach, É. Cartan, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, L. de Broglie.

XXVI. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences naturelles). — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P. Marchal, P. Wintrebert.

XXVII. *Prix Jean Reynaud.* — MM. É. Picard, L. Bouvier, A. Lacroix, É. Borel, M. Molliard, J. Perrin, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, A. de Gramont.

XXVIII. *Prix du Baron de Joest.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, A. Gosset, C. Pérez, C. Mauguin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Molliard.

XXIX. *Prix Saintour* (Sciences mathématiques). — MM. É. Picard, É. Borel, H. Lebesgue, A. Cotton, C. Fabry, C. Maurain, É. Cartan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, L. de Broglie.

XXX. *Prix Lonchampt.* — MM. A. Lacroix, E. Leclainche, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, C. Pérez.

XXXI. *Prix Henry Wilde.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, A. Lacroix, É. Borel, G. Bertrand, J. Perrin, E. Esclangon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, C. Jacob.

XXXII. *Prix Caméré.* — MM. É. Picard, L. Guillet, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, A. Caquot, É.-G. Barrillon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Bourgeois, G. Claude.

XXXIII. *Prix Marquet* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Caullery, R. Fosse, C. Jacob, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Bouvier, M. Javillier.

XXXIV. *Prix Général Muteau* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, H Vincent, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, C. Jacob, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Bouvier, M. Javillier.

XXXV. *Prix Alexandre Darracq.* — MM. É. Picard, G. Claude, M. Delépine, É. Jouguet, A. Caquot, G. Durand-Viel, R. Esnault-Pelterie,

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, É.-G. Barrillon.

XXXVI. *Prix Laura Mounier de Saridakis.* — MM. H. Vincent, G. Bertrand, C. Achard, A. Gosset, C. Pérez, P. Portier, M. Javillier.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, M. Tiffeneau.

XXXVII. *Fondation Aimé Berthé* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, H. Vincent, L. Guillet, M. Caullery, M. Delépine, C. Jacob, C. Pérez.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Javillier.

XXXVIII. *Fondation Le Chatelier.* — MM. É. Picard, A. Lacroix; G. Charpy, L. Lumière, G. Claude, L. Guillet, R. Esnault-Pelterie, N....

XXXIX. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix; L. Cayeux, C. Jacob; P.-A. Dangeard, A. Guilliermond; P. Marchal, C. Pérez.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Mauguin, M. Molliard, L. Bouvier.

XL. Recherches scientifiques : *Fondations Villemot, Carrière.* — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix, et douze membres qui seront élus ultérieurement.

CORRESPONDANCE.

TOPOLOGIE. — *Points invariants et structure des continus.* Note de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Élie Cartan.

On étudie les points invariants des continus plans C transformés sur eux-mêmes par une transformation T univoque et continue.

Homéomorphie T d'un cercle en lui-même. — Théorème. — *Tout ensemble fermé plan différent d'un sous-ensemble d'un arc simple de Jordan détermine une orientation du plan. Donc les points invariants d'un cercle dans une homéomorphie* T *d'indice* (-1) *sont un sous-ensemble d'un arc simple ayant deux points sur la circonférence; un tel ensemble fermé étant arbitrairement fixé, on peut construire une homéomorphie* T *correspondante.*

Théorème. — *Les points invariants d'un cercle dans une homéomorphie* T *d'indice* ($+1$) *forment un ensemble fermé quelconque non vide. Cet ensemble étant donné à l'avance, on peut construire effectivement* T.

Continu quelconque C. — Soit une homéomorphie T_n telle que $T_n^{(n)} = 1$ et

qui transforme C en lui-même; T_n étant prolongeable à tout le plan (par exemple $C \equiv H$) (¹).

Théorème. — *Si $n \neq 2$, on peut prolonger T_n à l'intérieur d'un cercle contenant C, sans introduire de nouveaux points invariants. Donc C est homéomorphe à un continu ayant un centre de répétition d'ordre (n). Il y a au plus un point invariant; ce point existe quand C ne divise pas le plan. Si $n = 2$, les mêmes faits se produisent, sinon T_n est la transformée d'une symétrie par rapport à un axe; donc les points invariants sont sur un arc simple; si C ne divise pas le plan, ils forment un arc d'extrémités accessibles.*

Si T_n n'est pas prolongeable à tout le plan, l'ensemble invariant peut être un continu quelconque. Le théorème suivant est probable :

Si C ne divise pas le plan, les points invariants de T_n forment un continu; celui-ci se réduit à un point si C est indécomposable.

Homéomorphies générales. — La question de trouver les homéomorphies T ($T \neq I$) qui transforment en lui-même un continu C dépend de la structure de C; T n'existe pas toujours. En effet nous avons construit un continu C_0 dont deux sous-continus, quels qu'ils soient, ne peuvent être rendus homéomorphes. Signalons que tout sous-continu de C_0 divise le plan.

Cas des continus jordaniens ne divisant pas le plan : On peut étudier à fond la structure de T. Supposons pour l'exposition que C n'ait aucun point intérieur. Soit γ le sous-continu formé par la somme des arcs simples joignant deux à deux les points invariants. *Tous les points extrêmes de γ et ses points de ramification sont invariants.* Ceci caractérise γ. L'ensemble $C-\gamma$ se compose alors d'arborescences se correspondant deux à deux par homéomorphie, chaque couple rencontrant γ en un point invariant ou respectivement en deux points homologues.

Cas général. — T *est une transformation continue univoque.* — Il est peu probable qu'à tout continu C corresponde au moins une transformation $T \neq I$ pour laquelle $T(C) \neq 1$ seul point. Aussi prendrons-nous T et C donnés à priori.

Supposons que C *ne divise pas le plan* et aussi, pour simplifier les énoncés, que C n'ait pas de points intérieurs. *Y a-t-il toujours un point de* C *invariant?* On est vite ramené à démontrer ce théorème pour un continu C tel que $T(c) \equiv C$, la même égalité étant fausse pour tout vrai sous-continu de C non réduit à un point.

Cette méthode nous a permis de démontrer l'existence de points invariants

---

(¹) Pour la définition des continus H, voir *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 129.

lorsque C *ne contient aucun sous-continu indécomposable et que les continus d'accumulation de* C *sont jordaniens.*

On retrouve ainsi le théorème ([2]) de M. Lefschetz si C est jordanien. Pour aborder le cas général, nous faisons une étude de la structure des continus, *étude qui nous permettra en outre de classer les continus et de trouver les raisons pour lesquelles une homéomorphie* T *n'est pas en général prolongeable à tout le plan.*

Contours. — Un continu C est défini par une suite de contours d'approximation L_n. Le domaine D_n intérieur à un L_n est une arborescence qu'on peut décomposer en cellules par de *petits* arcs joignant des points de L_n. D_n est donc la somme *de petites cellules dont les relations d'incidence entre elles sont celles des sommets d'un réseau ne divisant pas le plan.* On peut prendre toute cellule de L_n intérieure à une même cellule de $L_{(n-1)}$; on obtient ainsi une seconde série de relations d'incidence entre les cellules de L_{n-1} et L_n.

Ces deux séries suffisent à déterminer C *à une homéomorphie près.*

Applications immédiates. — 1° Il y a un seul continu irréductible entre deux points de C. Si C divisait le plan, il pourrait y en avoir deux au plus entre deux points, etc.;

2° Les seuls points *extrêmes* d'un continu irréductible entre deux points A et B sont au plus A et B;

3° Pour que C soit irréductible entre A et B, il faut et il suffit que la suite linéaire des cellules de D_n reliant A et B ait un écart avec D_n qui tende vers O avec $1/n$.

Incidemment la méthode des domaines d'approximation appliquée à l'espace donne quelques ensembles curieux. Exemple *les ensembles fermés* F *et* G.

α. Tout continu maximum de F est un segment de longeur 1 et F est la somme de ces segments. F est coupé par tout plan qui coupe une sphère fixe, suivant un ensemble contenant au moins l'un de ces segments;

β. G est un continu de l'espace dont aucun sous-continu n'est homéomorphe à un continu plan.

Classification des continus. — Si l'on peut trouver les contours L_n de C tels que les relations d'incidence entre les cellules de D_n soient celles d'un réseau ayant au plus p_0 points de ramification (p_0 fixe), on pourra aussi faire en sorte que le réseau ait un type fixe.

([2]) *Annals of Math.*, 38, IV, 1937, p. 819.

On dit alors que C est de type fini. Sinon il est de type infini. Si le type du réseau est celui d'un segment, C a le type linéaire par définition.

THÉORÈME. — 1° *Tout sous-continu d'un continu de type fini est de type fini.*

2° *Le seul continu* H ([1]) *de type linéaire est l'arc de Jordan.*

Ceci montre qu'aucun des continus indécomposables ou absolument indécomposables de M. Knaster ([3]) n'est un continu H.

3° *Étant donné un point* M *d'un continu linéaire* C, *il existe un continu homéomorphe* C′ *sur lequel* M′ *est accessible.*

4° *Aucun continu linéaire n'est transformable en lui-même par une homéomorphie* T_n *pour* $n \neq 2$.

Nous avons pu, à chaque continu de M. Knaster, faire correspondre un continu H jouissant des mêmes propriétés d'indécomposabilité. Ces continus ont le type de la figure formée par 3 segments concourants. Ils comprennent le plus simple des continus H indécomposables.

THÉORÈME. — *Le théorème du point invariant est vrai pour les continus de type linéaire* (donc pour tous les continus courants).

Il est vrai aussi pour les transformations $T_{(n)}$ *appliquées à des continus dont aucun sous-continu n'est indécomposable.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des domaines limités intérieurement par des segments rectilignes et arcs circulaires.* Note de M. **SERGE VLADIMIRSKY**, présentée par M. Henri Villat.

Nous nous proposons de généraliser la solution de J. Hodgkinson et E. Poole ([1]) du problème de la représentation conforme de domaines à deux frontières intérieures en forme de segments rectilignes ou arcs circulaires, en l'étendant aux cas où leur nombre est arbitraire.

Nous étudions consécutivement la représentation conforme sur le plan z, avec fentes rectilignes disposées le long de l'axe réel, des trois domaines de la variable w, dont les n frontières intérieures sont : 1° des segments rectilignes concourants, 2° des arcs circulaires concentriques, et 3° des segments rectilignes parallèles. Ce problème n'est pas toujours possible, mais, en supposant que la solution existe, elle sera unique.

Désignons par e_1, e_2, ..., e_{2n} les abscisses des extrémités des segments

---

([3]) *Fundamenta*, 3, 1922, p. 246.

([1]) *Proceedings of the London Math. Society*, 1923, Ser. 2, 23, p. 396-422.

dans le plan z et considérons la dérivée logarithmique $W = d(\log w)/dz$. En général, les extrémités des segments et des arcs ne se correspondant pas dans le voisinage des points $z = e_k (k = 1, 2, \ldots, 2n)$, W se comporte comme $(z - e_k)^{-\frac{1}{2}}$ et l'on en déduit que W est une fonction uniforme de z et de $u = \sqrt{A(z - e_1)(z - e_2)\ldots(z - e_{2n})}$, $W = W(z, u)$, sur une surface de Riemann à deux feuillets réunis le long des fentes, et les points $e_1, e_2, \ldots, e_{2n}$ sont des points de ramification d'ordre un. De la définition d'une surface de Riemann à deux feuillets on conclut que $W(z, u)$ étant déterminée, par exemple, dans le feuillet supérieur, ne peut être prolongée analytiquement que dans le feuillet inférieur, et de telle sorte que les deux demi-feuillets faisant suite ne soient pas superposés. En plus, le long des segments $W(z, u)$ prend des valeurs réelles et, par suite, ses pôles sont disposés d'une façon symétrique par rapport à l'axe réel et se trouvent dans les feuillets différents.

1° et 2° : *Segments concourants et Arcs circulaires concentriques*. — Considérons tout d'abord le premier cas. La fonction $W(z, u)$ possède quatre pôles simples dont deux, correspondant au zéro $O(a', b')$ et à l'infini $I(a, b)$ de $w(z, u)$ avec les résidus respectifs $+1$ et -1, se trouvent dans le feuillet supérieur et deux autres, $\overline{O}(\alpha', \beta')$ et $\overline{I}(\alpha, \beta)$ images symétriques des premiers, situés dans le feuillet inférieur. Par conséquent, l'intégrale

$$\int_{(z_0, u_0)}^{(z, u)} W(z, u) = \log w,$$

dont la limite supérieure est un point variable et la limite inférieure un point ordinaire fixe de la surface (z, u), possède quatre points logarithmiques. Partout ailleurs, la fonction $\log w$ est régulière. Ce sont là, précisément, les propriétés des intégrales abéliennes de troisième espèce. En adoptant la notation de P. Appell et E. Goursat [2], la différence

$$\log w - \Pi_{(a, b)}^{(a' b')}(z, u) - \Pi_{(\alpha, \beta)}^{(\alpha', \beta')}(z, u)$$

n'admet pas de points singuliers; c'est donc une intégrale de première espèce qui, d'ailleurs, se réduit à une constante, car le coefficient de i doit être constant lorsque (z, u) décrit les segments de l'axe réel.

On obtient ainsi la fonction à multiplicateurs constants

$$(1) \qquad w = c e^{\Pi_{(a, b)}^{(a', b')}(z, u) \pm \Pi_{(\alpha, \beta)}^{(\alpha', \beta')}(z, u)}, \ldots.$$

(2) *Théorie des fonctions algébriques*, Paris, 1895.

Le signe (—) correspond aux arcs concentriques, car dans ce cas les points conjugués sont O et $\bar{I}$ avec le résidu $+1$ et I et $\bar{O}$ avec le résidu -1.

Rendons le domaine (z, u) simplement connexe en pratiquant les coupures a_k et $b_k (k = 1, 2, \ldots, n-1)$. Tous les multiplicateurs relatifs aux coupures a_k se réduisent à l'unité, et ceux relatifs aux coupures b_k sont donnés par $e^{\mathcal{B}_k \pm \mathcal{B}'_k}$ $(k = 1, 2, \ldots, n-1)$, $\mathcal{B}$ désignant les périodes des intégrales figurant dans l'exponentielle de (1). Or, en désignant par α_k et h_k l'angle entre les segments et le rapport de rayons des arcs d'indices k et n, on trouve

$$\mathcal{B}_k + \mathcal{B}'_k = 2\alpha_k i \qquad \text{et} \qquad \mathcal{B}_k - \mathcal{B}'_k = 2 \log h_k \quad (k = 1, 2, \ldots, n-1).$$

3° *Segments parallèles.* — En supposant que ceux-ci sont parallèles à l'axe réel, la dérivée dw/dz est réelle le long des segments. Par suite, les deux pôles simples de $w(z, u)$: $I(a, b)$ du feuillet supérieur et $\bar{I}(\alpha, \beta)$ du feuillet inférieur sont symétriques. En désignant leurs résidus par $A + Bi$ et $A - Bi$, on peut écrire

$$w = (A + Bi)\, Z(z, u; ab) + (A - Bi)\, Z(z, u; \alpha, \beta) + C \ldots,$$

où Z désigne l'intégrale normale de seconde espèce.

Les périodes par rapport aux coupures a_k de ces intégrales étant nulles, $w(z, u)$ reprend sa valeur initiale lorsque (z, u) décrit des circuits complets qui entourent les segments. Au contraire, si le point (z, u) franchit les coupures, les intégrales Z augmentent des périodes B_k et B'_k et l'on trouve

$$(A + Bi) B_k + (A - Bi) B'_k = 2 h_k i \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1);$$

où h_k est la distance entre les segments correspondant aux indices k et n.

En supposant que le nombre des segments ou des arcs soit n, la configuration du plan w dépend de $3n$ paramètres et les formules (1), (2) en contiennent $2n + 4$. Par conséquent, si $n \leq 4$ la position et la grandeur des segments ou des arcs peuvent être quelconques, mais si $n > 4$ les $3n$ paramètres sont liés par $n - 4$ relations complémentaires et, par suite, la configuration du plan w ne peut plus être choisie arbitrairement. Pour certaines valeurs de n et pour certaines dispositions des segments et des arcs, les formules (1), (2) s'expriment en fonctions elliptiques. Ainsi, par exemple, pour $n = 2$ on obtient les formules données par les auteurs cités au début. Pour $n = 3$ ou $n = 4$ la représentation conforme s'effectue, dans certains cas spéciaux, sur un rectangle elliptique à deux feuillets superposés réunis

par des lignes de passage correspondant respectivement à l'un des trois ou à deux des quatre segments ou arcs. Enfin le passage à la limite, pour $n \to \infty$, résout le problème des persiennes d'une ou de plusieurs rangées, disposées en file ou en couronne.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Exemple d'une fonction méromorphe ayant des valeurs déficientes non asymptotiques.* Note de M[me] **Laurent Schwartz**, présentée par M. Paul Montel.

Soit

$$f(z) = \prod_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1 + \frac{z}{4^n}}{1 - \frac{z}{4^n}} \right)^{(-2)^n}.$$

Posons

$$z = 4^\nu u, \qquad 1 \leqq |u| < 4,$$

$$f(z) = \left[\prod_{p=0}^{p=\infty} \left(\frac{1 + 4^p u}{1 - 4^p u} \right)^{\frac{1}{(-2)^p}} \cdot \prod_{p=1}^{p=\infty} \left(\frac{1 + \frac{u}{4^p}}{1 - \frac{u}{4^p}} \right)^{(-2)^p} \right]^{(-2)^\nu} \left[\prod_{p=\nu}^{p=\infty} \left(\frac{-1 + \frac{1}{4^p u}}{1 + \frac{1}{4^p u}} \right)^{\frac{1}{(-2)^{p-\nu}}} \right];$$

$$f(z) = [g(u)]^{(-2)^\nu} [1 - \varepsilon(z)], \qquad |\varepsilon(z)| < \frac{k}{4^2}, \qquad g(4z) = \frac{1}{g^2(z)}.$$

Remarquons que $g(z)$ ne change pas de détermination tant que $|z| > 1/4$.

I. *Zéro et l'infini ne sont pas des valeurs asymptotiques pour* $f(z)$. — Considérons en effet l'ensemble Γ des courbes du plan des z où $|g(z)| = 1$. Il ne dépend pas de la détermination de $g(z)$; il se conserve par les symétries par rapport aux axes et les homothéties de centre o et de rapports $4^{\pm n}$; il comprend l'axe des y et un nombre fini d'arcs analytiques dans la couronne $C_1 [1 \leqq |z| < 4]$ et dans chacune des couronnes C_n homothétiques; il n'a ni point d'arrêt, ni ensemble asymptote en dehors des points $z = 0$ et $z = \infty$. La dérivée $g'(z)/g(z)$, réelle sur Oy, s'y annule en un point A de C_1, car elle a des signes opposés aux points $z = i$ et $z = 4i$. De A part une branche γ de Γ non tangente à Oy. *a.* γ ne peut pas, avant d'avoir rencontré Ox, déterminer soit seul, soit avec Oy, un domaine fermé, car $g(z)$ y serait holomorphe et sans zéro, alors que sur le contour on aurait $|g(z)| = 1$. *b.* γ ne peut, sans rencontrer Ox, tendre vers l'origine ou vers l'infini, car, traversant une infinité de couronnes C_n, elle comprendrait au moins deux arcs homothétiques, et l'on en déduirait par homo-

thétie l'existence d'un arc de γ aboutissant à Oy en un point distinct de A, ce qui, nous l'avons vu, est impossible. Donc γ coupe Ox en un point d'abscisse finie non nulle. Il en résulte, par symétries et homothéties, une famille de courbes fermées γ_n qui tendent uniformément vers l'infini, sur lesquelles $|g(z)| = 1$ et, pour n assez grand, $0 < 1 - \varepsilon < |f(z)| < 1 + \varepsilon$. Ceci implique l'absence de chemins de détermination zéro ou l'infini.

II. *Zéro et l'infini sont des valeurs déficientes.* — Soit $r = 4^\nu \rho$, $1 \leqq \rho < 4$.

$$N(r, 0) = N(r, \infty) = \sum_{p=0}^{p=\nu-1} 2^{\nu-p} \operatorname{Log} 4^p \rho = (2^{\nu+1} - 1) \operatorname{Log} \rho + \left[\sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{p}{2^p} - \sum_{p=\nu}^{p=\infty} \frac{p}{2^p}\right] 2^\nu \operatorname{Log} 4$$

$$= 2 \cdot 2^\nu \operatorname{Log} 4\rho [1 - \eta_1(r)] \qquad \left[|\eta_1(r)| < \frac{k_1 \nu}{2^\nu}\right],$$

$$N_1(r, 0) = N_1(r, \infty) = N(r, 0) - \sum_{p=1}^{p=\nu} \operatorname{Log} 4^p \rho = N(r, 0)[1 - \eta_2(r)] \qquad \left[|\eta_2(r)| < \frac{k_2 \nu^2}{2^\nu}\right],$$

$$m(r, 0) = m(r, \infty) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left|\operatorname{Log} |\rho(r e^{i\theta})|\right| d\theta = 2^\nu \mu(\rho)[1 + \eta_3(r)],$$

avec

$$\mu(\rho) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left|\operatorname{Log} |g(\rho e^{i\theta})|\right| d\theta.$$

On a

$$\left|\left|\operatorname{Log}|f(z)|\right| - \left|(-2)^\nu \operatorname{Log}|g(z)|\right|\right|$$
$$\leqq \left|\operatorname{Log}|f(z)| - (-2)^\nu \operatorname{Log}|g(z)|\right| = \left|\operatorname{Log}|1 - \varepsilon(z)|\right| < \frac{k}{4^\nu},$$

donc

$$\eta_3(r) < \frac{k_3}{2^\nu}.$$

$$\frac{m(r, 0)}{T(r)} = \frac{m(r, \infty)}{T(r)} = \frac{\mu(\rho)}{2 \operatorname{Log} 4\rho + \mu(\rho)} [1 - \mathring{\eta}(r)] \qquad \left[\eta(r) < \frac{k\nu}{2^\nu}\right].$$

Les valeurs limites de ces rapports sont les valeurs prises pour $1 \leqq \rho < 4$ par $\mu(\rho)/2 \operatorname{Log} 4\rho + \mu(\rho)$. Elles forment un intervalle α, β $(\beta < 1)$.

$\alpha > 0$. — En effet, pour que $\mu(\rho)$ s'annule, il faudrait que $|g(z)| \equiv 1$ sur un cercle par rapport auquel le pôle simple $z = 1$ et le zéro double $z = 4$ devraient, d'après le principe de symétrie de Schwarz, avoir pour inverses un zéro simple et un pôle double, ce qui est impossible. Donc

$$\delta(\sigma) = \delta(\infty) = \alpha > 0.$$

III. *Montrons que* $\alpha \neq \beta$. — Prolongeons dans l'intervalle $4 \leqq \rho < 16$, $\mu(\rho)$ par la même intégrale et $\operatorname{Log} 4\rho$ par $2 \operatorname{Log} 4(\rho/4)$. Les deux fonctions

doublent en passant de ρ à 4ρ, si elles étaient proportionnelles entre 1 et 4 elles le seraient entre 1 et 16; or, on vérifie immédiatement que, pour $\rho = 4$, leurs dérivées ont des discontinuités de signes opposés. Les rapports oscillent donc, d'où il résulte que l'on a à la fois

$$\frac{m(r, 0)}{T(r)} + \frac{N_1(r, 0)}{T(r)} = 1 - \eta_4(r) \to 1, \qquad |\eta_4(r)| < k_4 \frac{\text{Log}^2 r}{\sqrt{r}},$$

et

$$\partial(0) + \mathfrak{I}(0) = 1 - (\beta - \alpha) < 1.$$

Conclusion. — Nous avons précédemment vu ([1]) que A n'est pas une valeur déficiente si le nombre de déterminations de la fonction inverse qui s'échangent dans un voisinage fixe de A est borné. Nous venons de voir que, si cette condition n'est pas réalisée, A peut être valeur déficiente sans être nécessairement valeur asymptotique.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Densité-flux et densité d'énergie dans la théorie du corpuscule de spin 2*. Note ([1]) de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les notations sont celles de nos deux Notes précédentes ([2]).

1. *Quadrivecteur densité-flux*. — Nous définirons un quadrivecteur d'espace-temps densité-flux en posant

$$\rho = \frac{1}{4}\sum_{iqlm} \Phi^{*}_{iklm} \mathrm{B}_4 \mathcal{B}_4 \mathrm{A}_4 + \mathcal{B}_4 \mathrm{A}_4 \mathcal{A}_4 + \mathrm{A}_4 \mathcal{A}_4 \mathrm{B}_4 + \mathcal{A}_4 \mathrm{B}_4 \mathcal{B}_4 \quad \Phi_{iklm} \;(^1),$$

$$\rho \vec{u} = -\frac{c}{4}\sum_{iklm} \Phi^{*}_{iklm} \mathrm{B}_4 \mathcal{B}_4 \mathrm{A}_4 \vec{\mathcal{A}} + \mathcal{B}_4 \mathrm{A}_4 \mathcal{A}_4 \vec{\mathrm{B}} + \mathrm{A}_4 \mathcal{A}_4 \mathrm{B}_4 \vec{\mathcal{B}} + \mathcal{A}_4 \mathrm{B}_4 \mathcal{B}_4 \vec{\mathrm{A}} \Phi_{iklm}.$$

On vérifie facilement que ces expressions satisfont à l'équation de continuité. Dans le cas particulier de l'onde plane, le calcul de ρ en fonction des Φ_{iklm}, puis des c_{ij}, conduit au résultat suivant :

$$\rho = \left(1 - \frac{p^4}{\Delta^4}\right)\left(1 - \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^2 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = 16 \frac{\mu_0^3 c^2}{\Delta^4} \mathrm{W} \sum_{ij} |c_{ij}|^2,$$

([1]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 525.

([1]) Séance du 3 mars 1941.

([2]) M.-A. Tonnelat, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187; 212, 1941, p. 263.

et comme on a d'autre part

$$\sum_{iklm} |\Phi_{iklm}|^2 = \left(1 + \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^4 \sum_{ij} |c_{ij}|^2,$$

il en résulte

$$\rho = \left(1 - \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 \Big| \left(1 + \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 |\Phi_{iklm}|^2 = \left(\frac{\mu_0 c^2}{W}\right)^3 |\Phi_{iklm}|^2,$$

le facteur de contraction de Lorentz intervenant à la puissance 3 dans le cas de la fusion de 4 corpuscules. On trouve également

$$\rho u_x = \rho u_y = 0, \qquad \rho u_z = 2\frac{pc}{\Delta}\left(1 - \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = 16\,\frac{\mu_0^3 c^4}{\Delta^4} p \sum_{ij} |c_{ij}|^2.$$

Comme dans la théorie à 16 composantes, la densité ρ, du signe de W, n'est pas forcément définie positive.

La théorie utilise des opérateurs linéaires et hermitiques de la forme

$$F = \mathcal{F}^{(a)} + F^{(b)} + \mathcal{F}^{(b)} + F^{(a)}$$

se rapportant à des opérateurs $\mathcal{A}$, B, $\mathcal{B}$ et A qui agissent sur les différents indices. Les valeurs propres et les fonctions propres de F sont f_n et φ_n $\left(\Phi = \sum_n c_n \varphi_n\right)$. Les φ_n et Φ étant normés d'après l'expression (1) de ρ, la valeur moyenne $\overline{F} = \sum_n |c_n|^2 f_n$ de la grandeur F pourra s'écrire aussi

$$\overline{F} = \frac{1}{4}\int \sum_{iklm} \Phi^*_{iklm} B_4 \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{F}^{(a)} + \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_4 F^{(b)} + A_4 \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{F}^{(b)} + \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_4 F^{(a)} \Phi_{iklm}.$$

2. *Tenseur énergie-impulsion.* — La composante $T_{\alpha\beta}$ sera définie comme il suit :

$$T_{\alpha\beta} = T_{\beta\alpha} = \frac{hc}{4\pi i}\,\frac{1}{4}\,[\Phi^* B_4 \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_{(\alpha} + \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_4 B_\alpha + A_4 \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_\alpha + \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_4 A_\alpha . \partial_{\beta)} \Phi$$
$$- \partial_{(\beta} \Phi^* . B_4 \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_\alpha + \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_4 B_\alpha + A_4 \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_\alpha + \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_4 A_{\alpha)} \Phi]$$
$$\left(\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3;\ \partial_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right).$$

Nous obtiendrons en particulier

$$T_{00} = \frac{hc}{4\pi i}\,\frac{1}{4}\,[\Phi^* B_4 \mathcal{B}_4 A_4 + \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_4 + A_4 \mathcal{A}_4 B_4 + \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_4 . \partial_0 \Phi$$
$$- \partial_0 \Phi^* . B_4 \mathcal{B}_4 A_4 + \mathcal{B}_4 A_4 \mathcal{A}_4 + A_4 \mathcal{A}_4 B_4 + \mathcal{A}_4 B_4 \mathcal{B}_4 \Phi],$$

ce qui donne, dans le cas de l'onde plane,

$$T_{00} = \rho W,$$

expression positive, même dans le cas d'une onde à énergie négative.

3. *Tenseur de Maxwell.* — Le tenseur électromagnétique $M_{\alpha\beta}$ aura la définition suivante :

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} = \frac{\mu_0 c^2}{12} \Phi^\star [& (\mathcal{A}_\alpha B_\beta + \mathcal{A}_\beta B_\alpha) \mathcal{B}_4 A_4 + (\mathcal{A}_\alpha \mathcal{B}_\beta + \mathcal{A}_\beta \mathcal{B}_\alpha) A_4 B_4 \\ & + (\mathcal{A}_\alpha A_\beta + \mathcal{A}_\beta A_\alpha) B_4 \mathcal{B}_4 + (\mathcal{B}_\alpha B_\beta + \mathcal{B}_\beta B_\alpha) A_4 \mathcal{A}_4 \\ & + (A_\alpha B_\beta + A_\beta B_\alpha) \mathcal{A}_4 \mathcal{B}_4 + (\mathcal{B}_\alpha A_\beta + \mathcal{B}_\beta A_\alpha) \mathcal{A}_4 B_4] \Phi. \end{aligned}$$

La composante M_{00} s'écrit alors

$$M_{00} = \frac{\mu_0 c^2}{6} \Phi^\star \mathcal{B}_4 A_4 + A_4 B_4 + B_4 \mathcal{B}_4 + A_4 \mathcal{A}_4 + \mathcal{A}_4 \mathcal{B}_4 + \mathcal{A}_4 B_4 \Phi.$$

Dans le cas de la particule de spin 1, $M_{00} = \mu_0 c^2 \Phi^\star \Phi$ est forcément positif (³). Il n'en est rien ici : étant donnés les $\mathcal{A}_4$, A_4, $\mathcal{B}_4$ et B_4, on voit facilement que cette expression se ramène à la différence de deux termes positifs et n'est pas définie positive. Toutefois, dans le cas de l'onde plane, on obtient après calcul

$$M_{00} = \mu_0 c^2 \left(1 - \frac{p^4}{\Delta^4}\right)^2 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = 16 \frac{\mu_0^3 c^2}{\Delta^4} W^2 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = \rho W = T_{00}.$$

Comme il était à prévoir, M_{00} coïncide avec T_{00} pour une onde monochromatique et, dans ce cas, est essentiellement positif. En se bornant au champ électromagnétique maxwellien on obtient alors l'analogue des expressions connues

$$M_{00} = |\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2 \quad \text{si} \quad \mu_0 \to 0.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la contraction d'un jet issu d'un orifice en mince paroi.* Note de M. GUY LITTAYE, présentée par M. Henri Villat.

Lorsqu'une veine liquide jaillit d'un orifice circulaire de diamètre d_0 percé en mince paroi, le diamètre du jet diminue rapidement à partir de l'orifice pour atteindre, à une faible distance de celui-ci, une valeur

(³) L. DE BROGLIE, *Une nouvelle théorie de la lumière*, p. 189.

limite d. La valeur du rapport $K = d/d_0$ est voisine de 0,88 pour des orifices de grand diamètre. Le phénomène est attribué à la convergence des lignes de courant vers l'orifice, en amont de ce dernier. Vautier [1] a observé que la forme des lignes de courant à l'amont d'un orifice en mince paroi, de diamètre $5^{mm},76$, est profondément modifiée lorsque s'accroît la viscosité du liquide. Il en a déduit que le diamètre du jet doit être plus élevé pour un liquide visqueux, ce qu'il a vérifié en photographiant le jet d'une solution de glucose (viscosité 7 C.G.S.).

En réalité, à la contraction due à la convergence des lignes de courant doit se superposer une dilatation due à la tension superficielle A du liquide. A intervient de deux façons. D'abord, comme l'a noté Christiansen [2], la pression à l'intérieur du jet dépasse la pression extérieure de $2A/d$. Ceci n'est d'ailleurs valable que dans la partie cylindrique de la veine. En réalité, au voisinage de l'orifice, cet excès de pression doit être pris égal à $A(1/R_1 + 1/R_2)$, R_1 et R_2 désignant les rayons de courbure de la surface du jet. Le premier est positif et supérieur à $d/2$; le deuxième est négatif; par suite la pression augmente à l'intérieur du jet lorsqu'on s'éloigne de l'orifice, ce qui entraîne une diminution de la vitesse. D'autre part, Dupré [3] a noté que la vitesse du jet est inférieure à la valeur que donne la relation de Torricelli, le travail fourni par les forces de pression étant utilisé en partie à accroître la surface du liquide. L'accroissement de la surface libre se produit au delà de l'orifice; il doit entraîner, sitôt qu'on s'éloigne de ce dernier, une diminution de la vitesse du jet. La diminution de la vitesse et l'accroissement corrélatif du diamètre doivent être d'autant plus sensibles que la vitesse initiale est plus faible. Aux vitesses assez grandes, le diamètre de la veine ne dépend plus que de la forme des lignes de courant en amont de l'orifice.

Pour vérifier les prévisions précédentes, nous utilisons des orifices de faible diamètre, percés au moyen d'une mèche triangulaire dans une lame de platine d'épaisseur $0^{mm},3$. L'orifice s'ouvre au fond d'un entonnoir conique qui s'évase vers l'aval. Sa confection est suivie au microscope. Nous ne retenons que les orifices tels que l'angle au sommet du cône soit supérieur à 60°. La paroi a ainsi une épaisseur très faible à l'endroit où

(1) *Recherches expérimentales sur la vitesse d'écoulement des liquides par un orifice en mince paroi* (*Thèse de doctorat*, Paris, 1888).

(2) *Ann. d. Physik*, 5, 1901, p. 436.

(3) *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, 1869, p. 376.

s'ouvre l'orifice, de sorte qu'elle ne risque pas de jouer le rôle d'un ajutage cylindrique. Afin d'écarter l'action de la pesanteur, qui augmente rapidement la vitesse d'un jet vertical dirigé vers le bas et donc diminue son diamètre, nous utilisons un jet d'eau horizontal en limitant notre étude à la partie sensiblement rectiligne. Le diamètre du jet est mesuré au moyen d'un microscope. Ce dernier peut se déplacer parallèlement au jet, ce qui permet d'effectuer plusieurs déterminations à diverses distances de l'orifice. La valeur de la vitesse du jet est déduite d'une mesure de débit effectuée par pesée.

Lorsque la vitesse du jet augmente, la valeur obtenue pour K diminue et tend vers une limite K′, ainsi que le montre l'exemple suivant :

$d_0 = 0^{mm},192$	vitesse en m:s.......	1,15	1,65	2,4	3,2	4,3	5,6	6,8
	nombre de Reynolds...	360	450	600	720	840	1120	1310
	K.................	1,28	1,19	1,13	1,08	1,04	1,02	1,01

La valeur de la limite K′ décroît lorsque croît le diamètre de l'orifice; la valeur 0,80 est atteinte dès un diamètre de 1^{mm} :

d_0 en millimètres...	0,192	0,327	0,561	0,97	2,03
K′...............	1,00	0,94	0,84	0,80	0,80

La valeur de la limite K′ est plus élevée pour un liquide visqueux; pour l'orifice de diamètre $2^{mm},03$ et l'huile de vaseline à 14° (viscosité 2,93 C.G.S.), nous obtenons la valeur 0,92 au lieu de 0,80 pour l'eau. Lorsque la valeur de K est supérieure ou peu inférieure à l'unité, la surface du jet se raccorde à la surface de l'entonnoir au fond duquel s'ouvre l'orifice ou même à la surface extérieure de la lame de platine. Les valeurs obtenues pour K sont nettement supérieures à celles indiquées par Hachette (4) pour des orifices de diamètre égal ou supérieur à $0^{mm},55$.

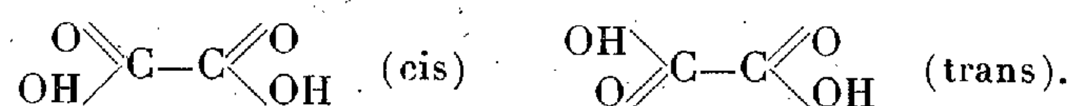
Les résultats obtenus montrent que l'influence de la tension superficielle est prépondérante aux faibles vitesses et pour des orifices de faible diamètre; le diamètre du jet peut même être largement supérieur au

(4) *Ann. de Ch. et de Phy.*, 1, 1816, p. 202 et 3, 1816, p. 78. L'auteur calcule l'aire de la section du jet en effectuant le quotient du débit par la vitesse; cette dernière est déterminée par la relation de Torricelli, ce qui permet d'expliquer les écarts systématiques signalés ici. Pour un jet d'eau de diamètre 1^{mm}, la correction à faire subir à la charge pour tenir compte des effets signalés par Christiansen et Dupré est de $4^{cm},5$. Elle n'est donc pas négligeable devant les charges utilisées par Hachette, lesquelles sont comprises entre 13 et 90^{cm}.

diamètre de l'orifice. Ces résultats confirment l'influence de la viscosité du liquide sur la contraction du jet; ils montrent qu'une diminution du diamètre de l'orifice a, sur la contraction du jet, le même effet qu'une augmentation de la viscosité du liquide, et donc aussi sur la forme des lignes de courant à l'amont de l'orifice.

SPECTROSCOPIE. — *Étude de la symétrie de l'acide oxalique au moyen des spectres d'absorption infrarouges. Possibilité de l'existence de deux acides oxaliques, cis et trans.* Note de MM. **Clément Duval** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que, si une molécule possède une symétrie élevée (un centre par exemple), les spectres de diffusion et d'absorption infrarouges présentent une alternance, qui disparaît lorsque la symétrie diminue. Sans aller à l'encontre des études avec les rayons X de Hendricks (*Z. Kristall.*, A, 91, 1935, p. 48) ou de Robertson et Woodward (*J. Chem. Soc. London*, 1936, p. 1817), dans lesquelles les deux atomes d'oxygène, fixés sur chaque atome de carbone, n'apparaissent pas équivalents, nous remarquerons que l'on peut écrire la formule de l'*acide oxalique* de deux manières différentes,



Avec l'acide oxalique ordinaire (à $2H^2O$) en poudre, nous avons retrouvé, entre 650 et 1650 cm^{-1} environ, pour les positions des maxima d'absorption, des nombres voisins de ceux d'une étude antérieure (J. Lecomte et R. Freymann, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1401),

679 (*f*?), 712 (*a*F), 1117 (*f*), 1194 (*m*), 1375 (*f*), 1492 (TF) cm^{-1}.

D'autre part, les différents auteurs semblent d'accord pour admettre des raies Raman, en moyenne, vers 480 (*m*), 850 (F), 1650 (*f*) cm^{-1}; il semble donc bien qu'il n'y ait aucune concordance entre les spectres d'absorption et de diffusion, ce qui nous fait penser que *l'acide oxalique ordinaire répond principalement à la formule trans*. Pour trouver la *forme cis*, que l'on pouvait prévoir, nous avons étudié systématiquement la déshydratation de l'acide.

Le produit du commerce, sans broyage ou après broyage, a été placé dans une étuve, maintenue à 97° C. Au bout d'un quart d'heure, on

constate déjà des modifications importantes dans le spectre (I). Par rapport à l'acide non déshydraté, il apparaît une nouvelle région d'absorption, très fortement marquée, vers 1090 cm^{-1}, et un déplacement de la dernière bande. Si l'on continue la déshydratation pendant une demi-heure à une heure (II), les deux bandes vers 864 et 901 cm^{-1} s'accentuent, et les deux maxima suivants acquièrent une égale intensité, pendant que la dernière bande continue à se déplacer vers de plus hautes fréquences. Au bout de 24 heures de séjour dans l'étuve (III), l'absorption de la région intermédiaire devient très bien marquée, et, dans la région suivante, l'inversion des intensités des bandes de 1109 et 1210 cm^{-1} est complète, tandis que la dernière bande se déplace toujours dans le même sens. Au bout de 30 heures, celle-ci se trouve vers 1636, au lieu de 1492 cm^{-1} pour l'acide hydraté.

Nous avons ensuite étudié le processus inverse. Un échantillon, qui avait séjourné 50 heures environ dans l'étuve, a été placé, pendant quatre jours, dans un dessiccateur, contenant de l'acide sulfurique (sous la pression atmosphérique). Les bandes de 1110 d'une part, et de 868 et 910 cm^{-1} d'autre part, ont disparu, et l'on constate l'apparition d'une très large bande (probablement double), située entre 1046 et 1073 cm^{-1}. En même temps, la dernière bande est revenue à la position qu'elle occupait pour l'acide hydraté (IV). Le même échantillon étant resté quatre jours de plus dans le dessiccateur, ces caractères se sont accentués (V), la nouvelle bande large se rapproche, de plus en plus, de la position qu'elle occupe, quand on prépare des couches minces d'acide par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée. Ainsi la rehydratation lente conduit toujours à l'*acide trans* ordinaire. Même résultat avec une rehydratation rapide.

Nous avons trouvé un autre mode de rehydratation, qui consiste à traiter 10^g d'acide anhydre par 100^g d'eau, additionnés d'une goutte d'acide sulfurique concentré. On maintient à 50°C. pendant une heure et on laisse cristalliser. Ce *nouvel* acide contient aussi 2^{mol} d'eau. Il a été examiné sous forme d'une mince couche solide, provenant de l'évaporation d'une solution éthérée ou alcoolique (la poudre obtenue ne se prête pas à l'examen direct). Le spectre (VI) présente à 1128 cm^{-1} une bande totalement absente dans le spectre de l'acide ordinaire, et qui existe, comme nous venons de le montrer, dans celui de l'acide déshydraté, ce qui laisse supposer que l'*acide parfaitement déshydraté contient, en proportion importante, la forme anhydre de l'isomère cis*. En plus, il y a une bande vers 1028 cm^{-1}, que l'on

retrouve également dans le spectre de l'acide ordinaire, quand on prépare la couche par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée (VII).

Nous avons aussi déterminé les spectres infrarouges des deux formes cristallographiques de l'acide oxalique, (VIII), acide α en poudre; (IX), acide α, et (XI), acide β (couches obtenues par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée); (X), acide β en poudre. D'après les résultats précédents, *l'acide α serait l'isomère trans et l'acide β l'isomère cis*. Ils ont en commun une bande forte vers 717 cm^{-1}, mais la très forte bande de 1457 de l'acide α émigre à 1570 cm^{-1} pour l'acide β. La variation de cette dernière région, au cours de la déshydratation s'explique ainsi, pour une grande part, par l'existence de proportions différentes des deux isomères. Avec l'acide α seulement, la préparation d'une couche mince par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée fait apparaître une nouvelle bande vers 1010 cm^{-1} et renforce considérablement l'intensité de celle de 1210 cm^{-1} [cf. résultat analogue pour l'acide du commerce (VII)].

Il semble que l'on puisse attribuer l'apparition, au cours de la déshydratation, des deux bandes vers 864 et 910 cm^{-1} à la formation d'un *anhydride*, très instable, qui se présente en même temps que la forme cis. Mais le chauffage à l'étuve des formes cis ou trans *seules* n'a pas fait apparaître ces maxima, de même que le passage, dans ces conditions, du trans au cis ne semble se faire qu'en présence de petites quantités de cis, préalablement existantes. Naturellement les deux bandes attribuées à l'anhydride disparaissent quand on rehydrate le produit (V), (VI).

Maxima d'absorption (en cm^{-1}).

I...	712 (F)	864 (f)	901 (tf)		1090 (aF)	1185 (m)	1521 (TF)
II...	714 (F)	864 (aF)	912 (m)		1108 (aF)	1191 (aF)	1547 (TF)
III...	716 (F)	868 (F)	917 (aF)		1109 (aF)	1210 (F)	1599 (TF)
IV...	716 (F)			1046–1073 (F)		1183 (f)	1492 (F)
V...	714 (F)			1032 (F large)		1181 (f)	1503 (F)
VI...	718 (F)			1028 (F)	1128 (F)	1185 (F)	1599 (TF)
VII...	712 (F)			1016 (F)		1210 (F)	1594 (TF)
VIII...	717 (F)					1281 (f)	1457 (TF)
IX...	717 (F)			1006 (F)		1201 (F)	1576 (TF)
X...	716 (F)				1119 (F)	1210 (F)	1570 (TF)
XI...	715 (F)				1085 (F)		1566 (TF)

En raison de l'abondance de l'acide oxalique dans la nature, il était intéressant de rechercher cet acide cis chez les animaux et les plantes. A titre d'exemple, l'acide, extrait du suint de mouton, se comporte comme un

mélange de cis et trans, tandis que le produit provenant de la racine d'iris (*Iris florentina* L.) semble surtout composé d'acide trans.

L'acide oxalique cis nous paraît être le premier exemple de corps *prévu et isolé* par l'emploi simultané des spectres Raman et infrarouge.

MÉTALLOGRAPHIE. — *A propos de la morphologie comparée des structures à deux constituants dans les alliages.* Note [1] de M. **Albert Portevin**, présentée par M. Albert Caquot.

M. Raymond de Fleury [2] a présenté une *Morphologie comparée des structures à deux éléments* et une *Classification rationnelle des plastiques à deux constituants*, dans laquelle il place les « alliages métalliques usuels à deux constituants » dans la catégorie : « le corps rigide fragmentaire se dissémine dans le plastique enrobant ».

Ce n'est là qu'un cas structural très particulier des alliages : non seulement, comme nous l'avons montré [3], l'un ou l'autre des deux constituants du mélange peut être alternativement enrobé ou enrobant, ce qui nous a permis d'expliquer certaines variations ou particularités des propriétés mécaniques, mais, en outre, nous avons indiqué l'intérêt qu'il y a à distinguer [4] dans la solidification des alliages binaires, trois étapes caractérisées de la manière suivante :

1° Cristaux primaires non en contact et susceptibles de déplacement : phase solide dispersée et discontinue;

2° Cristaux primaires en contact immobilisés : phases solide et liquide continues;

3° Cristaux primaires immobilisant le liquide : phase liquide discontinue, phase solide continue.

Ces trois étapes sont génératrices de trois types morphologiques, où l'on retrouve ceux de M. R. de Fleury, lorsqu'une réaction invariante (eutectique ou péritectique) vient clôturer la solidification à l'une des trois étapes indiquées, substituant au liquide le mélange eutectique ou la phase solide péritectique faisant fonction de deuxième constituant par rapport aux cristaux primaires (dont le faciès est altéré dans le cas de péritectique).

---

(1) Séance du 24 février 1941.

(2) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 457.

(3) *Rev. Mét.*, 20, 1923, p. 49.

(4) *Metal Progress*, 25, mars 1934, p. 44.

Suivant les cas, ce deuxième constituant peut être, soit rigide et fragile, soit mou et plastique par rapport au premier. Ainsi dans les alliages la classification morphologique en trois types est à considérer comme dans les plastiques; mais, en outre, dans le cas où l'un des constituants est liquide, cette considération domine, comme nous l'avons montré, l'étude des phénomènes de fonderie (coulabilité, ségrégation, retassures, soufflures, criques), c'est-à-dire des phénomènes qui se produisent quand on traverse le domaine à deux constituants liquide + solide, autrement dit l'intervalle de la solidification.

L'exemple industriel typique de l'influence de la répartition des constituants sur les propriétés mécaniques est fourni par le système fer-graphite qui englobe les deux grandes catégories de fontes : fontes grises non malléables, où le constituant graphite de solidification est enveloppant par rapport au constituant métallique, alors qu'au contraire, dans les fontes malléabilisées, le graphite de recuit est enrobé par celui-ci. Ceci se traduit par des différences considérables dans les propriétés plastiques.

Mais la diversité des structures est encore plus grande dans les mélanges formés par les alliages, comme nous l'avons exposé ([5]), car, dans les plastiques, il s'agit de mélanges réalisés mécaniquement alors que, dans les alliages, les mélanges peuvent prendre naissance tant à partir de l'état liquide, milieu amorphe et fluide, que dans l'état solide, milieu cristallisé et résistant; les deux circonstances pouvant d'ailleurs se superposer. Il en résulte une orientation de la structure, non seulement lorsque le deuxième constituant prend naissance dans le milieu cristallisé, soit en lames (structure de Widmanstætten se rattachant au deuxième type de structure), soit en précipitations punctiformes (se classant dans le premier type), mais aussi quand des particules ou inclusions forment centres de précipitation; la forme et l'orientation du constituant qui prend alors naissance peut dépendre du système cristallin de l'inclusion génératrice. Un exemple en est fourni par les nodules de graphite de recuit des fontes malléabilisées selon le réseau cristallin de l'inclusion qui les amorce.

Compte tenu de ces considérations, on peut faire application aux alliages à deux constituants des formules et conclusions énoncées par M. R. de Fleury pour les plastiques dont les structures sont ainsi une extension à ces matériaux de celles offertes déjà par les alliages.

([5]) *Aperçu sur la structure des alliages*, p. 243 à 250 du tome 12 du *Traité de Chimie minérale* de P. Pascal (Paris, 1934).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Le dosage du potassium dans les liquides biologiques par microsédimentation.* Note de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La découverte du cobaltinitrite de potassium par W. Fischer en 1848 a provoqué un nombre important de travaux. La plupart de ceux-ci visaient l'établissement d'une méthode de dosage du potassium telle que le réclament les recherches biologiques. Les techniques établies par Delaville et Carlier et par Leulier, Velluz et Griffon sont parmi les plus intéressantes à ce point de vue.

Dans la première, on est conduit à un dosage de cobalt par molybdomanganimétrie, tandis que dans la seconde on arrive au dosage des nitrites alcalins résultant de l'hydrolyse du complexe en milieu phosphatique. Les nombreuses opérations à effectuer, dans les deux cas, constituent autant de sources d'erreur, et par leur durée sont de nature à rebuter les biologistes.

La microsédimentation, que nous avons employée pour le dosage des sucres réducteurs, du soufre et des chlorures ([1]), n'est-elle pas susceptible d'être appliquée avantageusement aussi pour le dosage du potassium? Les recherches que nous avons entreprises dans cette direction se sont montrées nettement affirmatives. Nous nous sommes servi dans ce but d'un tube dont le capillaire avait un diamètre intérieur de $0^{mm},43$ et qui a été étalonné avec une solution titrée de chlorure de potassium.

A la prise d'essai de 2^{cm^3} on ajoutait $0^{cm^3},5$ du réactif obtenu en dissolvant 1^g de cobaltinitrite de sodium sec [préparé suivant les indications de Biilmann ([2])] dans 4^{cm^3} de solution d'acide acétique à 0,5 %.

Le mélange, bien homogénéisé par quelques rotations du tube entre les deux mains, était laissé au repos environ 30 minutes. Le cobaltinitrite de potassium était ensuite rassemblé par centrifugation dans le tube capillaire (la durée et la vitesse de la centrifugation étant les mêmes dans tous les essais). Dans le tableau qui suit sont données :

1° dans une première ligne les quantités de potassium (exprimées en millièmes de milligramme) de différentes prises d'essai;

([1]) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 260 et 642, et **212**, 1941, p. 238.

([2]) *Ztsch. für Anal. Chem.*, **39**, 1900, p. 284.

2° dans une deuxième ligne, les hauteurs des colonnes de précipité (cobaltinitrite de potassium) exprimées en millimètres.

72,5	84,6	96,7	108,8	120,9	133	145,1	157,2
traces	0,75	1,25	2,25	3	4	5	5,13
169,3	181,3	193,4	205,5	217,6	229,7	241,8	–
5,25	5,75	5,87	6,25	6,75	7,25	7,50	–

En examinant ce tableau on voit que la précipitation du cobaltinitrite de potassium, dans les conditions expérimentales indiquées, n'a pas lieu si la concentration en potassium de la solution à analyser descend au-dessous de 3 $^{0}/_{000}$.

Il faut attirer l'attention d'une façon particulière sur une cause d'erreur très importante : la sédimentation complète du précipité dans le tube capillaire n'est possible que si le tube à centrifuger est rigoureusement propre (sinon une partie du précipité adhère aux parois).

Il faut mentionner ici que H.-J. Hamburger (3) a préconisé déjà depuis 1915 le dosage du potassium par la mesure du volume de cobaltinitrite séparé par centrifugation. Il a fait même construire un tube à centrifuger en forme d'entonnoir dont le col était tiré en capillaire.

Le fait qu'un tel dosage, suivant les prescriptions mêmes de l'auteur, nécessitait plus de vingt heures et les difficultés rencontrées dans la manipulation de ces tubes (dont le nettoyage est assez difficile) sont les raisons pour lesquelles la technique de Hamburger n'est pas rentrée dans la pratique courante.

Il est indispensable, pour cette raison, de très bien nettoyer le tube avant chaque dosage. On y arrive en brossant le tube, le lavant avec le mélange sulfochromique, puis l'eau distillée; enfin, en le rinçant d'abord avec de l'alcool, et ensuite avec de l'éther. Il ne faut pas oublier non plus que le tube capillaire doit être préalablement rempli d'eau, sans aucune bulle d'air, avant de le boucher avec de la cire Golaz.

La technique exposée a été appliquée au dosage du potassium dans le lait. La minéralisation préalable de ce produit biologique n'est pas indispensable. La déprotéinisation du lait par son mélange avec un volume égal de solution d'acide trichloracétique à 20 % est suffisante.

Le liquide clair, obtenu par la filtration du mélange lait-acide trichloracétique à travers un papier à filtrer sans cendres, et qui a été ensuite

(3) *Biochem. Ztschr.*, 71, 1915, p. 415.

étendu dans un volume dix fois plus grand avec de l'eau distillée, se prête sans aucun inconvénient au dosage du potassium. A titre d'exemple nous donnons ici le protocole de quelques expériences nous renseignant sur la précision et la sensibilité de la technique :

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},099$ de lait nous avons trouvé une teneur en potassium de $1^{g},404$ par litre;

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},153$ du même lait, nous avons trouvé $1^{g},448$ par litre;

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},036$ du même lait et à laquelle on a ajouté $0^{mg},121$ de potassium, nous avons trouvé, déduction faite de l'excédent de métal alcalin introduit, $1^{g},343$ par litre (au lieu de $1^{g},426$).

Conclusions. — La microsédimentation, soigneusement appliquée, permet le dosage du potassium dans les liquides biologiques avec une précision qui n'est pas dépassée par les techniques en usage à l'heure actuelle. De plus, la microsédimentation est supérieure à ces techniques par sa sensibilité et surtout par sa commodité.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration de la cellulose dans les mélanges d'acide nitrique et de corps oxygénés.* Note ([1]) de MM. **Jean Desmaroux**, **René Dalmon** et Mlle **Geneviève Petitpas**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

De nombreux travaux ont été faits sur la constitution de l'acide nitrique, notamment par observation des spectres Raman et de l'absorption en lumière ultraviolette ([2]). On sait d'autre part que la nitration de la cellulose par l'acide nitrique est modifiée par addition à l'acide anhydre (NO^3H) de corps tels que l'anhydride acétique, l'acide acétique etc. ([3]). Il paraît probable que cette influence est due à des modifications d'état de l'acide nitrique.

Cet état de l'acide nitrique doit vraisemblablement être influencé par la

---

([1]) Séance du 3 mars 1941.

([2]) Voir en particulier Jean Chédin, *Ann. Chim.*, (II), 8, 1937, p. 243; René Dalmon, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 473; 209, 1939, p. 413; J. Desmaroux, J. Chédin, R. Dalmon, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 455.

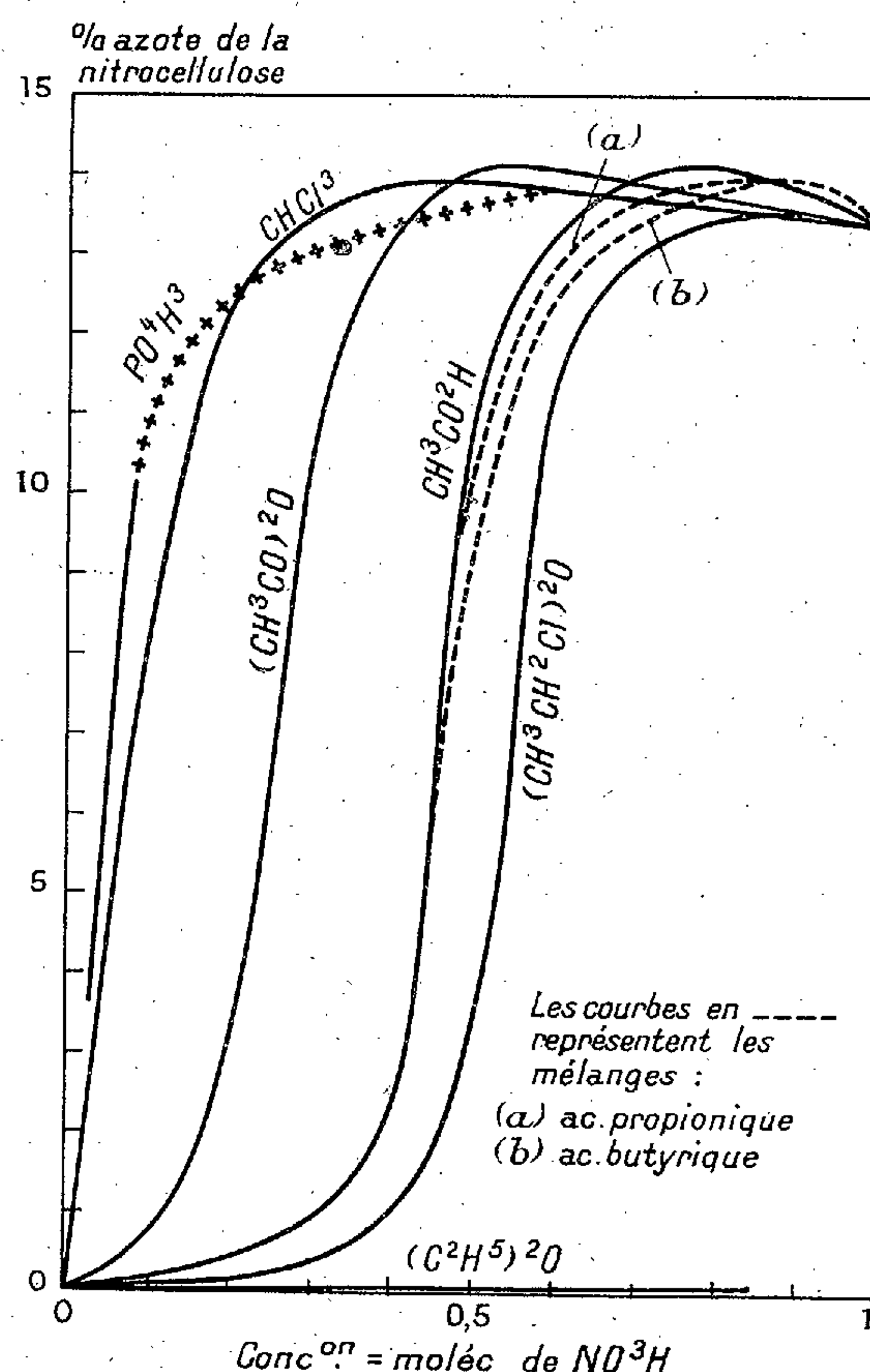
([3]) A. Bouchonnet, F. Trombe et G. Petitpas, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 63; A. Bouchonnet, F. Trombe et G. Petitpas, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 1085.

présence de composés de la forme $O\langle^{R}_{R'}$ contenant un oxygène, dont la *basicité relative* varierait.

Comme substances oxygénées de basicité variable, nous avons choisi :

Éther éthylique $O(C^2H^5)^2$, éther dichloré $O(CH^2{-}CH^2Cl)^2$; la série des acides gras, acide acétique, propionique, butyrique-anhydride acétique ; enfin un corps non oxygéné, le chloroforme $CHCl^3$, dans lequel l'acide anhydre (NO^3H) est soluble.

Avec l'éther éthylique, qui possède l'oxygène le plus basique [on sait que l'éther diméthylique $O(CH^3)^2$ forme une combinaison avec HCl], on ne



constate aucune trace de nitration. Il faut noter que les mélanges avec l'éther dont la concentration moléculaire en NO^3H est supérieure à 0,5, concentration équimoléculaire, sont très peu stables à la température ordinaire : il y a réduction de l'acide nitrique. Si l'on diminue la basicité

de l'oxygène par introduction de Cl (éther dichloré), on voit reparaître la capacité de nitration.

Pour cet éther dichloré et pour les acides gras, qui ont un oxygène également de faible basicité, les allures des courbes de nitration en fonction de la concentration moléculaire en acide NO^3H sont tout à fait analogues. La nitration, d'abord très faible en partant des faibles concentrations en acide, s'élève brusquement au voisinage de la concentration équimoléculaire, puis se stabilise un peu au-dessous du maximum théorique de nitration.

L'anhydride acétique présente une particularité : la montée de la nitration se produit plus tôt, au voisinage du mélange contenant 3^{mol} d'anhydride pour 1^{mol} de NO^3H. Nous n'avons pas expliqué ce comportement particulier.

Enfin dans le chloroforme, la capacité de nitration de NO^3H est à peu près immédiate et s'observe même pour de faibles concentrations. L'acide n'est pas du tout bloqué.

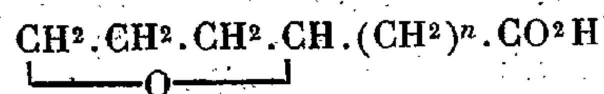
Nous donnons également la courbe relative aux mélanges nitrants contenant PO^4H^3 qui est un acide de force analogue à NO^3H. La nitration y débute très vite.

Les courbes ainsi tracées sont nécessairement situées au-dessous des courbes théoriques, parce que la réaction, en absorbant de l'acide nitrique et en dégageant de l'eau, change nécessairement la composition du mélange et affaiblit sa capacité de nitration, surtout pour les faibles concentrations en acide. Cette explication est démontrée par le fait que le degré de nitration peut être fortement relevé du côté des faibles taux d'azote en faisant agir plusieurs fois des mélanges nitrants de même composition, mais renouvelés, sur le même échantillon.

Des essais sont en cours pour étudier la structure de l'acide nitrique dans ces mélanges par diverses méthodes physiques, spectres Raman, infrarouge.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Ouverture de l'hétérocycle dans les acides à noyau hydrofuranique.* Note de M. **Raymond Paul**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'application aux époxydes 1.4 à fonction acide

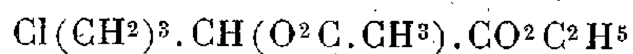


des diverses méthodes d'ouverture de l'hétérocycle, utilisées avec succès

dans le cas des alcoyltétrahydrofurans et des tétrahydrofurylcarbinols, a fait ressortir une influence très nette du carboxyle sur la facilité et sur le mode de rupture du cycle hydrofuranique. En outre on a pu préparer, à partir des acides tétrahydropyromucique ($n = 0$) et tétrahydrofurylpropionique ($n = 2$), toute une série de dérivés des acides valérianique et œnanthylique, dérivés difficilement accessibles par d'autres procédés.

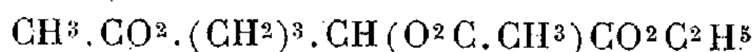
1. *Dérivés de l'acide dihydroxy*-2.5 *valérianique*. — L'acide bromhydrique, gazeux ou en solution acétique, à 130°, ne permet pas de passer de l'acide tétrahydropyromucique (ou de ses esters) à l'acide dibromo-2.5 valérianique avec un rendement de plus de 40 %; une grande partie de l'acide bromo-5 hydroxy-2 valérianique, formé transitoirement, se décompose en effet avec dégagement d'oxyde de carbone.

Le chlorure d'acétyle, à 60°-70°, et en présence d'une trace de Cl^2Zn, réagit facilement sur le tétrahydropyromucate d'éthyle en donnant (Rt. 89 %) l'acétate du chloro-5 hydroxy-2 valérianate d'éthyle



(contenant sans doute un peu de son isomère, l'acétate du chloro-2 hydroxy-5 valérianate d'éthyle). C'est un liquide incolore et presque inodore, bouillant à 140° sous 12^{mm} ($D^{8,5}_{15}$ 1,146; $N^{8,5}_{D}$ 1,44592; Cl % 16,05 tr.).

Chauffée pendant 10 heures à 150° avec l'acétate de potassium (et 1 % de INa, jouant le rôle de catalyseur), cette chloracétine conduit (Rt. 93 %) au diacétate du dihydroxy-2.5 valérianate d'éthyle



(Éb$_{12}$ 160°-161°; $D^{9,5}_{15}$ 1,123; $N^{9,5}_{D}$ 1,43999). Ce même ester peut encore s'obtenir directement (Rt. 66 %) en traitant le tétrahydropyromucate d'éthyle à 230° par l'anhydride acétique contenant 1 % de Cl^2Zn.

Saponifié par l'hydroxyde de baryum à 105°, l'ester précédent fournit un mélange d'acétate et de dihydroxyvalérianate de baryum, d'où l'on extrait aisément l'acide dihydroxy-2.5 valérianique $HO(CH^2)^3$ $CHOH.CO^2H$; c'est un liquide épais, ne cristallisant pas, même à —78°. Son sel de baryum (Ba 33,84 tr.) cristallise très difficilement en petits prismes hygroscopiques.

Si au lieu de saponifier l'ester diacétique, on l'alcoolyse par un excès (8 mol.) de méthanol contenant 1 % de ClH, on obtient le dihydroxy-2.5 valérianate de méthyle $HO(CH^2)^3.CHOH.CO^2CH^3$, liquide vis-

queux, bouillant avec une légère décomposition à 131°-133° sous 4^{mm} (D^{0}_{15} 1,176; N^{0}_{D} 1,14628).

Appliquée à l'acétate du chlorohydroxyvalérianate d'éthyle, la méthanolyse conduit au chlorohydroxyvalérianate de méthyle, qui ne peut être rectifié sans perdre d'acide chlorhydrique; en traitant le produit brut de l'alcoolyse par le chlorure de thionyle et la pyridine, on a pu isoler (Rt. 75 %) le dichloro-2.5 valérianate de méthyle $Cl(CH^2)^3.CHCl.CO^2CH^3$, liquide incolore bouillant à 107°-108° sous 10^{mm} (D^{2}_{15} 1,248; N^{2}_{D} 1,46807; Cl % 38,09 tr.).

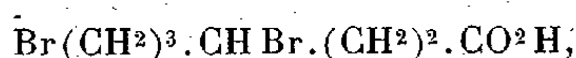
Agité à la température ordinaire avec une solution aqueuse d'ammoniac, cet ester donne seulement la dichloro-2.5 valéramide



$$Cl(CH^2)^3.CHCl.CO.NH^2,$$

lamelles soyeuses fusibles à 63°. L'entrée en réaction des deux atomes de chlore, conduisant aux dérivés de la proline, ne se fait que vers 100°, et avec des solutions alcooliques d'ammoniac.

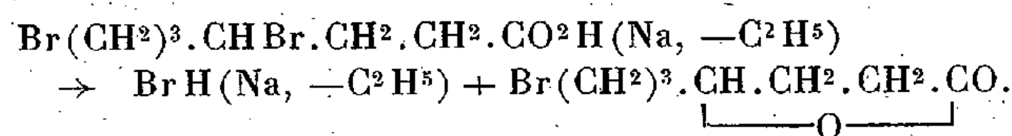
II. *Dérivés de l'acide dihydroxy-4.7 œnanthylique.* — Sous l'action de l'acide bromhydrique, le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle (ainsi que l'acide libre) donne l'acide dibromo-4.7 œnanthylique



$$Br(CH^2)^3.CHBr.(CH^2)^2.CO^2H,$$

liquide sirupeux et incristallisable, qui perd de l'acide bromhydrique dès 50°. Cet acide se dissout facilement dans une solution refroidie de CO^3HNa; mais la solution, limpide, se trouble au bout de quelques minutes à la température ordinaire, en abandonnant un liquide huileux, la γ-bromopropyl-6 valérolactone $Br(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O}$ ($Éb_{10}$ 173°-175°; D^{7}_{15} 1,478; N^{7}_{D} 1,50401; Br % 38,99 tr.).

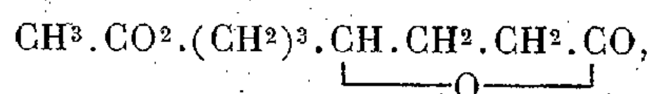
C'est cette même lactone qu'on isole lorsqu'on distille soit l'acide dibromo-œnanthylique, soit son ester éthylique



$$Br(CH^2)^3.CHBr.CH^2.CH^2.CO^2H(Na, -C^2H^5)$$
$$\rightarrow BrH(Na, -C^2H^5) + Br(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O}.$$

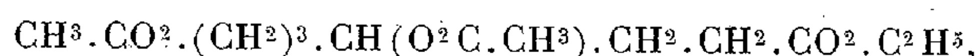
Le chlorure d'acétyle réagit dès 60° sur le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle (en présence de 0,1 % de Cl^2Zn); mais ici encore le produit normal de l'ouverture du cycle n'a pu être isolé : à la distillation on observe un départ de chlorure d'éthyle et l'on ne recueille que l'acétate de

la γ-hydroxypropyl-6 valérolactone



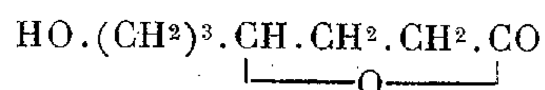
bouillant à 173°-175° sous 8^{mm} (D_{15}^{5} 1,140; N_D^5 1,46072).

L'anhydride acétique ouvre l'hétérocycle bien plus facilement dans le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle que dans le tétrahydropyromucate : à 205° on obtient avec un rendement de 86 % le diacétate du dihydroxy-4.7 heptanoate d'éthyle



liquide bouillant à 182°-183° sous 10^{mm} (D_{15}^{18} 1,101; N_D^{18} 1,44912).

Traité à l'ébullition par un excès de méthanol à 1 % de ClH, le diacétate précédent ne donne pas le dihydroxy-4.7 heptanoate de méthyle, mais seulement son produit de cyclisation, la γ-hydroxypropyl-6 valérolactone

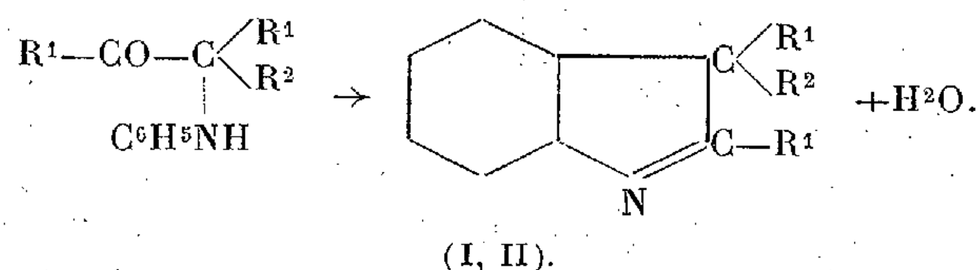


(Éb$_9$ 184°-186°; D_{15}^{9} 1,145; N_D^9 1,47456).

Dans tous ces dérivés la formation de γ-lactones est donc fort aisée; or on sait que les γ-lactones et les δ-lactones se forment sensiblement avec la même facilité. Comme, dans l'étude des dérivés de l'acide dihydroxy-2.5 valérianique, on n'a pu observer la moindre cyclisation, il semble que l'on puisse conclure que la présence d'un substituant négatif en α par rapport au carboxyle est un obstacle à la formation des δ-lactones.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Cyclisation d'α-anilino-cétones* II. Note de Mlle **Marguerite Garry**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré [1] que les α-anilino-cétones de type (I) peuvent être cyclisées en indolénines de formule générale (II)



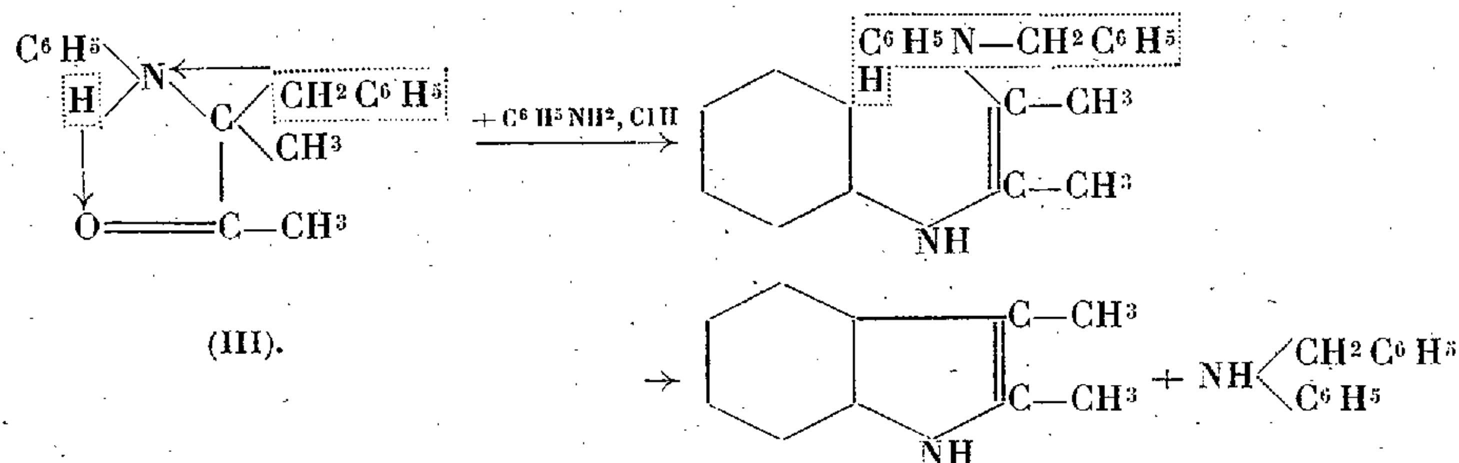
(I, II).

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 399.

La cyclisation est réalisée soit lorsqu'on chauffe un mélange d'α-anilino-cétone et d'aniline en présence de chlorhydrate d'aniline, ou de chlorure de zinc (²), soit par simple déshydratation de l'anilino-cétone elle-même, au moyen de chlorure de zinc, soit encore par transformation sous l'action de la chaleur d'un dérivé de l'anilino-cétone : chlorhydrate ou iodométhylate. Dans les divers cas que j'ai étudiés précédemment, la même indolénine s'est formée, quel que fut le procédé de cyclisation employé.

Il en est tout autrement pour la phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2, qui provient de la condensation du chlorure de benzylmagnésium avec le diacétyle-dianile. La déshydratation de cette base par chauffage avec le chlorure de zinc conduit, suivant le mécanisme que nous avons proposé pour les homologues inférieurs, à la diméthylbenzylindolénine. Mais, si l'on chauffe l'anilino-cétone à 180° avec l'aniline et le chlorhydrate d'aniline, le processus de cyclisation est tout différent et l'on aboutit au diméthylindol à côté de benzylaniline.

Cependant la constitution de la phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2 ne paraît pas douteuse. Elle est établie par le fait que lorsqu'on la réduit par le sodium et l'alcool, elle fournit, par coupure de la molécule, de l'aniline et non pas de la benzylaniline. Le radical benzyle est donc bien fixé au carbone et non à l'azote dans l'anilino-cétone primitive. Pour expliquer la réaction de cyclisation qui donne naissance au diméthylindol et à la benzylaniline, il faut donc admettre que le radical benzyle se transpose du carbone à l'azote avant la cyclisation. L'anilino-cétone, ainsi isomérisée, subit alors la cyclisation classique en indol suivant le mécanisme de Bischler (³).

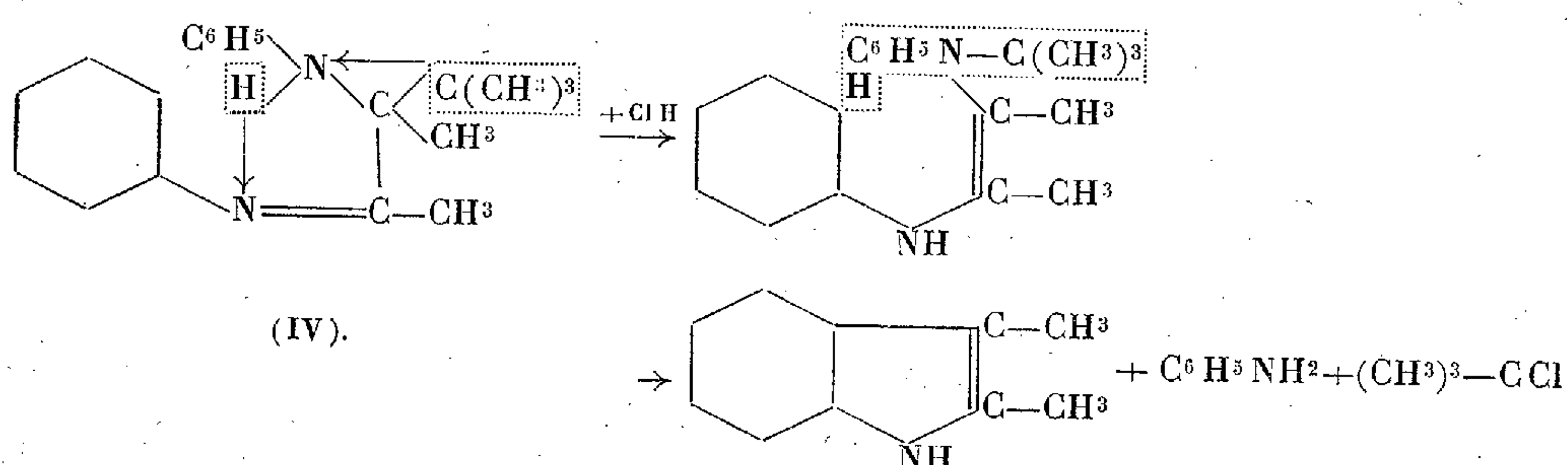


(III).

On observe aussi la même cyclisation anormale en diméthylindol,

(²) Japp et Murray, *Ber. d. Chem. Ges.*, 26, 1893, p. 2639.
(³) *Ber. d. Chem. Ges.*, 25, 1892, p. 2860.

lorsqu'on chauffe à 70° en présence d'acide chlorhydrique le diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 pentane qui dérive de l'action du chlorure de tert-butylmagnésium sur le diacétyle-dianile :



Ici on n'isole pas de tert-butylaniline à côté du diméthylindol; cette base extrêmement instable ([4]) se décompose en aniline et en chlorure de tert-butyle ou tert-butylcarbinol suivant la concentration en acide du milieu. L'existence préalable de la fonction phénylimine dans la molécule paraît faciliter au maximum la cyclisation dans le sens indiqué. Ici encore la cyclisation est vraisemblablement précédée d'une transposition du radical tert-butyle à l'azote.

Ces observations montrent que le sens de la cyclisation des anilino-cétones du type (I) dépend essentiellement de la nature du radical R_2 situé en α du groupe carbonyle. Les radicaux relativement simples subissent lors de la cyclisation en indolénine une migration de la position 2 à la position 3, la plus stable comme je l'ai indiqué précédemment.

Le radical benzyle et surtout le radical tert-butyle sont éliminés lors de la cyclisation, peut-être en raison de leur influence stérique trop grande.

L'influence stérique de ces radicaux se retrouve d'ailleurs dans les autres propriétés chimiques des composés (III) et (IV) (dans lesquels les groupements fonctionnels résistent à l'action des réactifs ordinaires). Ceci est particulièrement frappant pour le composé (IV) qui ne s'hydrolyse pas à froid comme ses homologues en donnant l'anilino-cétone correspondante. C'est seulement après chauffage à 70° que l'on obtient cette anilino-cétone à l'état de traces à côté d'une importante quantité de diméthylindol. Le groupe carbonyle de cette anilino-cétone résiste à toute tentative d'oximation, tandis que son oxime, préparée indirectement par

([4]) Hickinbottom, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 1820.

la méthode déjà indiquée ([5]), présente une inertie complète vis-à-vis des agents habituels d'hydrolyse.

J'ai préparé les composés nouveaux suivants au cours de ce travail :

Diméthyl-2.3 benzyl-3 indolénine $C^{17}H^{17}N$, E^{17} 188-190°; picrate, F. 139°,
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 butane $C^{23}H^{24}N^2$; F. 100°;
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2 (III) $C^{17}H^{19}ON$, E^{16} 208-210°; F. 74°; picrate, F. 125°; oxime, F. 178°;
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 hydroxy-2 butane $C^{17}H^{21}ON$, E^{14} 213°;
Diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 pentane (IV) $C^{20}H^{26}N^2$, F. 115°; picrate, F. 119°; dichlorhydrate;
Oxime de la diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 pentanone-2 $C^{14}H^{22}ON^2$, F. 166°.

GÉOLOGIE. — *A propos de la tectonique de la bordure du Tanneron.* Note de M. **Jean Goguel**.

M. Léon Bertrand ([1]) a écrit : « Quoique l'existence de ces duplicatures... ait été contestée par M. Goguel en une région où les plus basses ne sont formées que de Trias et d'Infralias... leur distinction ne peut être méconnue lorsque s'y développent les calcaires jurassiques... », ce qui pourrait laisser croire que j'admets son interprétation en ce qui concerne ce que M. Bertrand appelle les duplicatures supérieures, comprenant des calcaires jurassiques.

Il me paraît donc nécessaire de rappeler les conclusions auxquelles je suis parvenu à la suite d'observations détaillées, appuyées sur des levés au 1/20000e. Je renverrai, pour le détail des observations, au Mémoire que j'ai consacré à l'ensemble de cette région ([2]).

Les dislocations qui affectent les plateaux jurassiques au nord du Tanneron n'ont pas la continuité que leur prête M. Bertrand. Lorsqu'on les suit, on constate qu'elles s'enracinent, c'est-à-dire qu'au delà d'un certain point, la série jurassique qu'elles accidentaient devient continue. La forme de l'enracinement montre que la lèvre septentrionale a été poussée vers le Sud, au-dessus de la lèvre méridionale. En quelques points (Aïsse, dans l'angle sud-est de la feuille de Castellane, et de Courmes

---

([5]) M. Montagne et M. Garry, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1736.

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 276.

([2]) Description tectonique de la bordure des Alpes, de la Bléone au Var. (*Mém. Carte géol.*, et *Thèse*, Paris, 1937).

à Vence, sur celle de Nice), des formations miocènes sont pincées dans ces accidents, et démontrent leur âge alpin.

Parmi ces enracinements, qui ont été méconnus par M. Bertrand sur la feuille de Nice (2e édition), mentionnons les suivants : le chevauchement de la forêt de Briasq s'enracine à Saint-Vallier, et ne se raccorde pas à l'anticlinal de Doublier. Celui-ci se termine périclinalement à ses deux extrémités; il ne prolonge pas l'accident de la Marbrière, lequel s'enracine au nord de Grasse (*op. cit., fig.* 215, p. 280; *fig.* 217, p. 284; *fig.* 220, p. 287). D'autre part les bandes d'Infralias que M. Bertrand figure dans les gorges de la Siagne, sous Saint-Cézaire, et dans celles du Loup, en dessous de Gourdon, ne seraient représentées que par une intercalation de dolomie non fossilifère au milieu des calcaires bajociens. Ceux-ci comportant fréquemment des parties dolomitiques, la détermination de l'Infralias est douteuse. Il me paraît inutile de supposer un contact anormal, et je considère la série comme continue.

En un mot, aucune des dislocations importantes au nord et à l'est du Tanneron n'indique une duplicature provençale, poussée du Sud au Nord. En dehors de quelques ondulations (Vence), ou peut-être de quelques failles, il n'y a que des accidents d'âge alpin, avec chevauchement vers le Sud.

ANTHROPOLOGIE. — *La répartition des groupes sanguins dans le Sud-Ouest de la France.* Note de M. **Henri-V. Vallois.**

L'étude systématique de la répartition des groupes sanguins en France n'a jamais été faite. Dans une enquête en cours, j'ai déjà pu établir près de 5000 fiches (1), correspondant à des individus d'origine, âge et sexe connus. J'examinerai ici ce qui concerne les 23 départements du Sud-Ouest qui vont de la Charente-Inférieure aux Bouches-du-Rhône.

Anthropologiquement, il y a là trois zones : Gascogne et Charentes; bassin de la Garonne et de l'Adour, Pyrénées inclus; côte méditerranéenne. La première et la troisième ont une forte proportion de dolichocéphales, la seconde est presque exclusivement habitée par des brachycéphales. Leurs

(1) Dont les éléments m'ont été fournis, pour la majeure partie, par le docteur Stillmunkés, directeur du Centre de transfusion de Toulouse, pour le reste, par le docteur Sédalléan, directeur de celui de Lyon.

formules sanguines respectives, avec les fréquences des gènes qui les déterminent, sont :

	Nombre des sujets.	Pourcentage des groupes.				Ind. de Hirszfeld.	Fréquence des gènes.		
		O	A	B	AB		p	q	r
Côte Méditerranéenne : natifs	293	39,9	50,8	6,8	2,3	5,7	311	51	644
Gascogne-Charentes, natifs.	137	42,3	46,7	8	2,9	4,5	293	59	650
Garonne-Adour, résidants..	1215	46,1	44,1	7,7	2	4,7	269	54	678
» natifs....	1667	47,1	44,5	6,3	1,9	5,6	270	44	686
» ensemble.	2882	46,7	44,4	6,9	1,9	5,1	271	48	683

Ainsi, dans les deux zones dolichocéphales, la proportion du groupe A est supérieure à celle du groupe O ; dans celle brachycéphale, c'est l'inverse. L'opposition est surtout marquée entre les régions Garonne-Adour et méditerranéenne, dont on peut dire qu'elles constituent deux provinces sérologiques différentes.

Ces résultats peuvent être comparés aux quelques séries déjà publiées pour le reste de la France et qui concernent uniquement le Nord du pays (Lille, Alsace, Nancy, Paris), et à celles que j'ai relevées sur le Centre et la région lyonnaise, soit un total de 8800 observations. Je considérerai uniquement la distribution des gènes.

Les fréquences de p oscillent entre 256 (Paris) et 327 (Alsace), sans que les variations aient un sens défini ; toutes les séries sont inférieures à 300, sauf l'Alsace et la côte méditerranéenne.

La distribution de q permet d'opposer le Nord de la France, où les fréquences varient de 70 (Lille) à 88 (Nancy), au Sud, où elles sont toujours inférieures à 60. Dans les grandes lignes, la fréquence de ce gène diminue du Nord-Est aux Pyrénées.

La distribution de r est plus irrégulière et les valeurs oscillent entre 601 (Alsace) et 683 (Garenne-Adour) ; on peut cependant déceler, à l'inverse du gène précédent, une augmentation progressive du Nord-Est au Sud-Ouest.

La région Garonne-Adour apparaît ainsi comme une zone extrême pour deux au moins des éléments constituants des groupes sanguins. Le nombre de sujets examinés est assez élevé pour en permettre l'analyse :

1° Des deux séries détaillées plus haut, la seconde, faite de sujets qui y ont leur lieu de naissance, est naturellement plus pure que la première, composée de sujets qui y résident, mais n'y sont pas tous nés. Or, dans celle-ci, la proportion de O est plus forte, celle de B plus faible.

Si l'on poursuit la comparaison des *natifs* et des *résidants* en se limitant aux habitants de la Haute-Garonne, ou seulement aux Toulousains ou aux campagnards, à l'exclusion des habitants des grandes villes, on arrive chaque fois au même résultat. Il en est de même si l'on compare les Toulousains aux autres sujets du département. Dans tous les cas, la série qui comprend le maximum d'éléments indigènes a une plus grande fréquence de groupe O, une plus petite de B. Ces caractères sont donc propres à la région.

2° Pour savoir s'ils dépendent d'un facteur anthropologique, j'ai isolé, dans chacun des trois départements de l'Ariège, la Haute-Garonne et les Hautes-Pyrénées, les habitants de la montagne et ceux de la plaine. Cette séparation reposait sur le fait que les montagnes comprennent certains éléments dolichocéphales et de haute taille qui représentent peut-être un ancien constituant racial et font défaut dans la plaine. Les formules sérologiques des deux groupes n'ont cependant montré aucune différence.

3° J'ai alors établi une seconde division en séparant, au-dessous de la Garonne, les trois départements de l'Est (Ariège, Haute-Garonne, Gers) de ceux de l'Ouest (Hautes-Pyrénées, Basses-Pyrénées, Landes); ceux au nord du fleuve (Tarn, Tarn-et-Garonne, Aveyron, Lot, Lot-et-Garonne) constituant un troisième groupe, et les natifs étant seuls considérés.

	Nombre de sujets.	Pourcentage des groupes.				Ind. de Hirsz-feld.	Fréquence des gènes.		
		O	A	B	AB		*p*	*q*	*r*
Nord de la Garonne.....	672	44,8	45,8	7	2,3	5,1	282	50	669
Sud-Est de la Garonne (Toulousains exclus)...	522	46,5	45,4	6,3	1,7	5,8	276	44	681
Sud-Ouest de la Garonne.	267	57,3	39,7	2,2	0,7	13,9	227	14	757

On voit que les particularités sérologiques précédemment décelées s'accroissent du Nord au Sud, et surtout de l'Est à l'Ouest. Elles atteignent leur maximum dans le bassin de l'Adour, dont la formule se caractérise par l'élévation du groupe O et l'abaissement extrême du groupe B et, corrélativement, de AB; il y a aussi un certain abaissement de A.

Une telle formule diffère, non seulement de celle du reste de la France, mais de toutes celles de l'Europe; elle se classe complètement en dehors du type sanguin européen défini par Ottenberg. Les deux seules séries identiques publiées étant celles de Basques espagnols de Saint-Sébastien, il est extrêmement probable qu'elle est en rapport avec l'existence, dans tout le Sud-Ouest, d'un ancien élément européen dont les Basques seraient les

représentants les plus purs. Cette constatation est d'autant plus étonnante que les différences morphologiques entre les Basques et les autres Pyrénéens sont très faibles. Elle montre l'intérêt qu'aurait une recherche systématique des groupes sanguins dans toute la France.

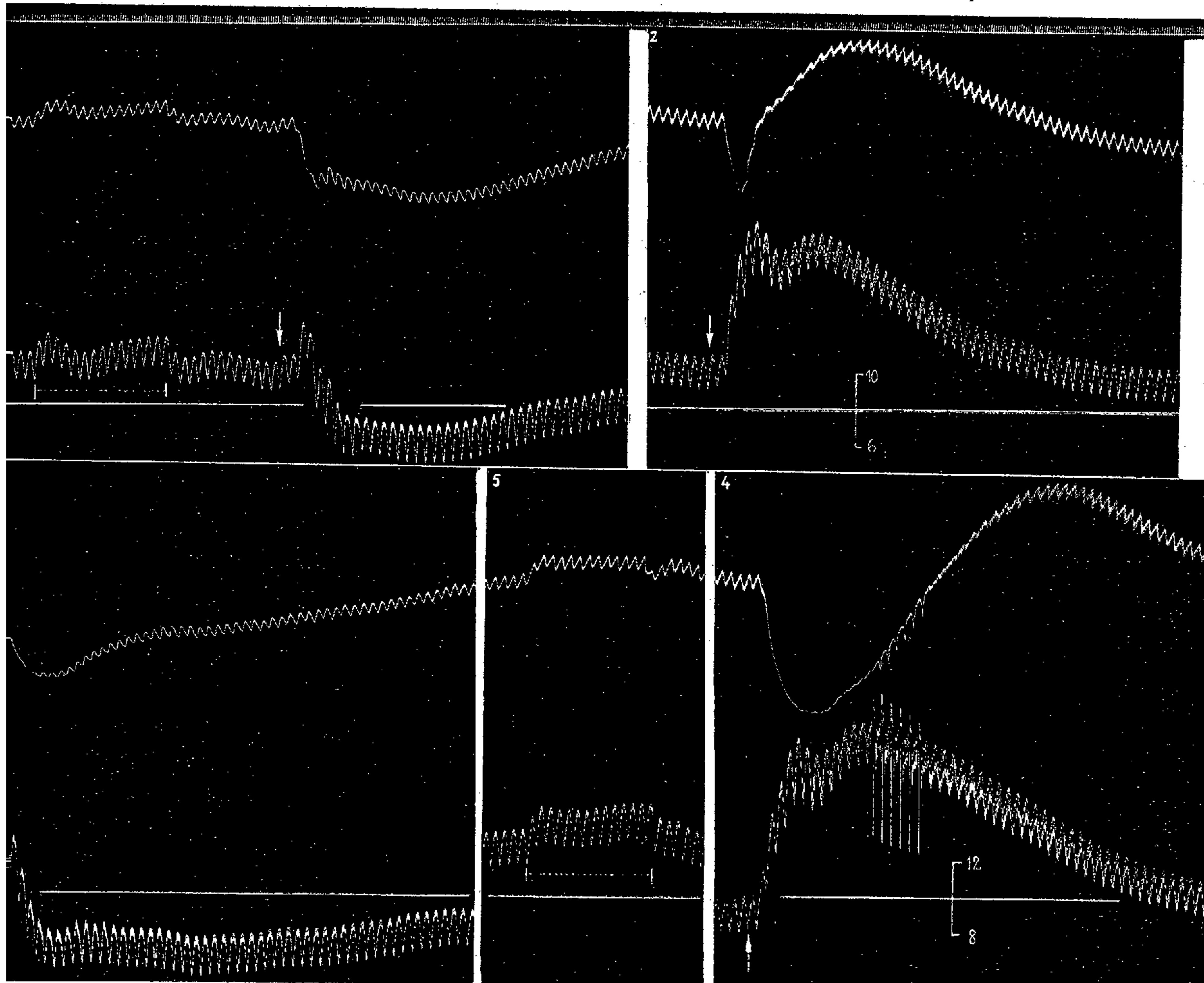
PHARMACOLOGIE. — *Sur quelques propriétés physiologiques de l'harmalol.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Paul Portier.

Des cinq noyaux dont se compose la molécule de la yohimbine, trois sont disposés de façon à réaliser, par leur association benzène-pyrol-pyridine, le groupement carboline qu'on sait constituer la totalité du squelette nucléaire des bases du groupe de l'harmine. Les alcaloïdes qui se rapprochent de la yohimbine étant doués d'ordinaire d'une puissante activité sympathicolytique, il importe au chimiothérapeute de connaître l'action qu'exercent sur le système nerveux sympathique les bases carboliniques qui s'apparentent à l'harmine.

La présente Note révèle que l'une d'elles, l'harmalol, qui est la 11-hydroxy-3-méthyl-5.6-dihydro-4-carboline, loin d'inverser les effets hypertenseurs de l'adrénaline, les renforce et les prolonge de façon très marquée. C'est ainsi que, dans l'expérience qui a fourni les tracés ci-contre, l'injection de $0^{mg},01$ d'adrénaline, pratiquée après que l'animal eut été soumis à l'action de 2^{mg} de chlorhydrate d'harmalol par kilogramme, porte la pression carotidienne de 100 à 188, 178 et 199^{mm} de Hg, soit à 99^{mm} de Hg au-dessus de son niveau initial, alors qu'au début de l'expérience elle ne l'avait élevée que de 108 à 183, 168 et 178^{mm} de Hg, ne provoquant ainsi qu'une hypertension maximale de 75^{mm} de Hg. Cette augmentation des effets hypertenseurs de l'adrénaline s'est accompagnée d'une prolongation de ceux-ci, la pression carotidienne élevée par cette substance revenant plus tardivement à son niveau initial après l'administration d'harmalol qu'avant celle-ci. Quant à la vaso-constriction rénale adrénalinique, telle que la traduit l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié, elle se montra dans cette expérience beaucoup plus forte et plus durable chez l'animal harmalolisé que chez l'animal normal.

Ainsi donc, contrairement aux alcaloïdes du groupe de la yohimbine, l'harmalol augmente les effets hypertenseurs de l'adrénaline, tout comme le fait la spartéine. Toutefois, à la différence de cette dernière, il ne transforme pas en hypertension l'hypotension normalement produite par

les doses faibles d'éthylnoradrénaline, c'est-à-dire du dérivé qui ne diffère



-ience du 10 décembre 1937. — Chien ratier à poils ras de 7^{kg}, anesthésié par le chloralose (14^{cg} par kg), bivagotomisé au et soumis à la respiration artificielle. — 1re ligne, temps en secondes 2e et 5e lignes, variations du volume du rein gistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e et 6e lignes, modifications de la pression carotidienne gistrées au moyen du manomètre à mercure. 4e et 7e lignes, repères de la pression carotidienne. Aux points marqués par lèches, on a injecté, dans la saphène, en 1 et 3, $0^{mg},07$ de chlorhydrate d'éthylnoradrénaline en solution dans $0^{cm^3},7$ de té physiologique de chlorure de sodium; en 2 et 4, $0^{mg},01$ d'adrénaline dissous dans 1^{cm^3} de ce même soluté. Entre les -s verticaux reliés par une ligne interrompue, on a pratiqué l'occlusion continue de la carotide droite, la carotide gauche t reliée au manomètre à mercure. Entre les tracés supérieurs et les tracés inférieurs, l'animal a reçu une injection intra- euse de 14^{mg} de chlorhydrate d'harmalol dissous dans 7^{cm^3} de soluté physiologique de chlorure de sodium. Tracés réduits noitié.

de l'adrénaline que par le remplacement de son groupement méthylaminé par un groupement éthylaminé, mais il augmente et prolonge cette hypo-

tension. On voit, en effet, dans les tracés ci-joints, qu'après l'injection de $0^{mg},01$ d'éthylnoradrénaline par Kg, la pression carotidienne, au début de l'expérience, s'est élevée très passagèrement de 104 à 126, puis s'est abaissée à 69^{mm} de Hg et est revenue progressivement à son niveau initial, tandis que, quand l'animal eut été soumis à l'action de l'harmalol, elle a monté de 122 à 146, est descendue jusqu'à 76^{mm} de Hg, et ne s'est ensuite relevée qu'extrêmement lentement. L'harmalol a donc augmenté un peu l'hypotension maximale produite par l'éthylnoradrénaline puisqu'elle l'a fait passer de 35^{mm} de Hg à 46^{mm} de Hg. Il convient d'ailleurs de remarquer que l'harmalol a également augmenté et prolongé la faible et passagère hypertension ainsi que la vaso-constriction rénale qui ont constitué dans cette expérience la phase initiale de l'action tensive et vasculaire de l'éthylnoradrénaline.

Enfin l'hypertension maximale provoquée par l'occlusion carotidienne n'a été ici que fort peu modifiée par l'harmalol qui ne l'a élevée que de 10 à 15^{mm} de Hg, la pression carotidienne passant dans le premier cas de 109 à 119, 109 et 117^{mm} de Hg, dans le second, de 136 à 150, 147 et 151^{mm} de Hg.

Bien que de nouvelles recherches [1] soient nécessaires pour mettre en évidence le groupement moléculaire vecteur de l'activité sympathicolytique des alcaloïdes du groupe de la yohimbine, nous croyons qu'on peut tenir pour certain qu'il n'est point constitué par les trois noyaux du groupement carboline, mais par les deux autres [2].

GÉNÉTIQUE. — *La variation de composition d'espèces collectives* (Helix nemoralis *et* hortensis). Note [1] de Mlle **Andrée Tétry**, transmise par M. Lucien Cuénot.

L'espèce dite collective est constituée par un certain nombre de variétés vivant dans la même station et se croisant, semble-t-il, au hasard des

(1) Dans un Mémoire qui doit paraître prochainement dans les *Archiv für experimentelle Pathologie und Pharmakologie,* nous avons montré que l'harmine et l'harmaline ont, comme l'harmalol, le pouvoir d'augmenter et de prolonger les effets hypertenseurs et vasoconstricteurs rénaux de l'adrénaline.

(2) On connaît déjà le pouvoir sympathicolytique de certains dérivés de la tétrahydro-isoquinoléine.

(1) Séance du 24 février 1941.

rencontres. Les Hélices quaternaires et actuels, *Cepæa hortensis* Müll. et *nemoralis* L. sont des types classiques d'espèces collectives; sur le fond rougeâtre ou jaune citron de la coquille, il y a parfois 5 bandes noires parallèles, larges ou plus ou moins étroites (désignées par les chiffres 1 2 3 4 5); ou bien la coloration est uniforme sans bandes (symbole 00000); ces deux extrêmes sont reliés par divers intermédiaires ayant de 1 à 4 bandes; si le déficit de 1 à 4 portait sur n'importe quelle bande, il existerait 32 combinaisons différentes, mais il n'en est pas ainsi, plus de la moitié des combinaisons imaginables sont rarissimes ou extrêmement localisées ou encore n'ont jamais été trouvées dans la nature (par les différents auteurs et moi-même). Par exemple, chez *nemoralis*, les combinaisons 10305, 00305 et 02340 sont inconnues; par contre elles existent chez *hortensis*. Toutes ces variations s'héritent suivant les règles mendéliennes (A. Lang); le fond rouge de la coquille est dominant sur le fond jaune; l'absence de bandes est dominante (ou épistatique) sur la présence; un petit nombre de bandes (une par exemple) est dominant sur un nombre plus grand.

Dans l'ontogénèse d'une coquille à 5 bandes, c'est la bande 3 qui se montre la première jusqu'à ce que la coquille ait atteint 4 à 5^{mm} de diamètre; puis apparaissent successivement les bandes 4, 1, 2 et enfin 5. Les conchyologistes pensent que la forme primitive des *Cepæa* est celle à 5 bandes et à teinte rougeâtre; la variété dominante sans bandes serait donc plus récente; quant à la variété à une bande, elle paraît bien être une mutation néoténique, un arrêt de développement laissant la coquille au stade juvénile. Puisque toutes les variations sont héréditaires, il est évident, quoi qu'on en ait dit, qu'elles sont totalement indépendantes de l'insolation, de la nourriture, etc., mais on peut se demander si certains milieux ne seraient pas plus favorables que d'autres à certaines combinaisons (préadaptation!); on pourrait dès lors concevoir dans des stations la majoration par sélection d'une combinaison déterminée. En tout cas, les Oiseaux (Grives et Merles) qui mangent souvent des *Cepæa* n'exercent apparemment aucune sélection, les diverses variétés étant du reste toutes également visibles.

On sait, assez vaguement du reste, que les différentes colonies de *Cepæa*, occupant une station limitée, ont des compositions très différentes; voici quelques statistiques qui le montrent nettement; les unes sont originales, les autres empruntées à Bœttger et à Rensch :

Variété.	*C. hortensis* (Nancy).	*C. hortensis* (près de Wien).	*C. nemoralis* (près de Bonn).	*C. nemoralis* (Vannes).
	%	%	%	%
00000	34	93,7	8,34	36
12345	37	5,3	2,66	15
00300	26	–	55,34	44
00045	–	–	–	1
00305	1	–	–	–
00340	–	–	–	1
00345	–	–	33,66	1
02345	–	–	–	1
10345	2	0,4	–	1
12045	–	0,6	–	–

Ajoutons que les coquilles à fond jaune sont toujours beaucoup plus nombreuses que les rouges : à Vannes, il y a % 18 rouges plus ou moins francs contre 82 jaunes (*nemoralis*); à Nancy, 7 à 8 roses contre 92 à 93 jaunes (*hortensis*); à l'île aux Moines (golfe du Morbihan), la forme rouge ne semble pas exister. Il n'est pas très facile d'expliquer la composition des populations du tableau : la valeur héréditaire des fondateurs de chaque colonie a sans doute une importance primordiale; on peut admettre que la colonie *hortensis* de Wien a été fondée par des individus dominants 00000 dont très peu étaient hétérozygotes; inversement la colonie de *nemoralis* de Bonn a dû être formée pour la presque totalité par le mutant à une bande 00300 dont beaucoup d'individus étaient hétérozygotes pour 00345. Bien entendu si une colonie avait pour point de départ le type ancien à 5 bandes, elle demeurerait pure jusqu'à l'apparition de mutants.

Le fait le plus intéressant qui ressorte de ces quelques statistiques, c'est la prédominance assez inattendue dans les stations de *nemoralis* du mutant néoténique à une bande (00300); on la retrouve à l'île aux Moines, 47 % contre 9 % sans bandes et 34 % à 5 bandes. Si d'autres statistiques confirmaient le succès de ce mutant intermédiaire entre les formes dominée et dominante, il serait possible d'envisager une substitution lente de ce type aux deux autres; ce qui réaliserait un changement notable de l'espèce *nemoralis*.

La séance est levée à 15h35m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Diffusion de l'odontolite dans les phosphates suessoniens du Hodna* (*Département de Constantine*). Note de M. **Lucien Cayeux**.

Les phosphates exploités dans le massif du Hodna, au Sud de Sétif, à M'Zaïta, Tocqueville et Bordj R'dir, caractérisés par une cohérence exceptionnelle et par un grand développement de l'imprégnation hydrocarburée qui leur communique une teinte noirâtre, se signalent encore à l'attention par la diffusion de fragments de tissu osseux, transformés en *odontolite*.

Sous le nom d'odontolite on désigne des ossements et dents fossiles, colorés en bleu turquoise par du phosphate de fer. Notre Confrère A. Lacroix, qui a fait connaître les propriétés de cette substance dans sa *Minéralogie de la France et de ses Colonies* (1), nous enseigne que Réaumur est le premier qui ait différencié l'odontolite de la turquoise, avec laquelle elle était confondue. Sa composition chimique, déterminée par Ad. Carnot, se traduit par la substitution du phosphate d'alumine et de fer à une proportion variable du phosphate tricalcique, et par la fixation du fluor à dose très notable. Ajoutons par parenthèse qu'une odontolite de la Collection de Minéralogie de l'École des Mines renferme 3,45 % de fluor à l'état de fluorure de calcium.

D'après A. Lacroix, le minéral, plus sensible à l'action des acides que

---

(1) T. 4, 2e Partie, 1910, p. 577-579.

la turquoise authentique, tire l'une de ses caractéristiques d'un poids spécifique plus élevé. Au témoignage du même savant, l'analyse de nombreux échantillons démontre que la transformation chimique profonde, subie par le tissu osseux converti en odontolite, en respecte la structure anatomique dans tous ses détails.

Les phosphates du Hodna, sans distinction d'horizon, renferment de l'odontolite, mais jamais sous la forme de volumineux ossements, ou dents de Squales intactes, même dans les couches où ils gisent pourtant en grand nombre. En revanche, on observe sur la cassure de la plupart des échantillons de très menus débris, figurant des grains, des éclats et des esquilles, que souligne un reflet bleu turquoise, nuancé ou non de vert, et souvent opalescent. Par exception, il existe des fragments allongés mesurant jusqu'à 3^{cm}, pourvus d'une structure poreuse, très apparente à l'œil nu. A la loupe, maints débris se laissent identifier, sans la moindre incertitude, comme restes de tissu osseux. Au microscope, la structure de celui-ci est conservée dans la perfection. Le degré de fréquence de ces matériaux est des plus variables. Tel échantillon en est extrêmement pauvre; sur les cassures de tel autre, on en peut compter des dizaines. Au total, la masse d'odontolite, correspondant à ces débris, dépasse de beaucoup en importance celle que représente l'odontolite des ossements et dents fossiles, découverts jusqu'à présent.

Il est intéressant de noter que la teneur en fluor de 9 de mes échantillons de phosphate à odontolite est supérieure à 2 %, pour 8 d'entre eux, qu'elle est de 1,93 % pour le plus pauvre, et de 2,96 % pour le plus riche. Dans tous la proportion de chlore est très faible.

Rien ne fait supposer que la transformation des fragments se soit opérée *in situ*; par contre, une donnée est de nature à accréditer l'opinion contraire. Un même échantillon, mieux que cela, une même coupe mince montrent étroitement associées des débris de type normal et des fragments constitués par de l'odontolite. Cette qualité me paraît signifier qu'à l'exemple des grains de phosphate les restes de tissus osseux, empruntés en des points différents du bassin générateur, ont été mis en place tels qu'on les voit aujourd'hui, les uns, non modifiés, et les autres convertis en odontolite.

Observons encore qu'en l'espèce la genèse de la fausse turquoise se réclame d'un milieu marin, et non continental, comme c'est le cas pour les ossements et dents fossiles des gisements producteurs d'odontolite, connus jusqu'à présent (Gers, Tarn, Dordogne etc).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les asymptotiques des surfaces réglées.* Note de M. **Georges Bouligand**.

S'il est en géométrie des problèmes dont les solutions ont leur ensemble amoindri par l'application du calcul, il en est d'autres où le calcul entretient une permanence formelle au delà du champ des hypothèses initiales, posées conformément aux définitions des diverses notions de l'énoncé. A cette classe appartient, en géométrie plane, la recherche de la tangente à une courbe Γ transformée d'une courbe donnée C par une transformation de contact $\mathfrak{G}$. Même si $\mathfrak{G}$ est une polarité réciproque, le calcul du transformé d'un élément de contact C n'est légitime que si C possède une courbure en chaque point, bien que les opérations effectuées réussissent au delà de ce champ.

Au même titre, j'ai cité ([1]) la recherche des asymptotiques d'un conoïde $z = xf(y)$; elle conduit à l'équation $x^2 f'(y) = x_0^2 f'(y_0)$, qu'on peut former dès que f a une dérivée première continue et de signe constant. On a ainsi des lignes, en général non rectifiables, dont il passe une et une seule par chaque point du conoïde.

La présente Note met en évidence une circonstance analogue, qui se présente dans la recherche des asymptotiques d'une surface réglée, sur la portion balayée par les génératrices situées entre deux génératrices fixes, lorsque, sur un tel parcours, *le paramètre de distribution garde un signe constant* (sans s'annuler). Cela sous-entend, il va sans dire, l'existence des éléments de contact du premier ordre (planéité du paratingent) sur la région précédente de notre réglée, mais l'existence de dérivées secondes n'est pas supposée pour les fonctions a, b, p, q figurant dans les équations habituelles

$$x = a(t)z + p(t), \qquad y = b(t)z + q(t). \tag{1}$$

Dans les conditions ordinaires de la théorie (existence de toutes dérivées utiles et notamment de a'', b'', p'', q''), la recherche des asymptotiques équivaudrait au problème suivant : *trouver dans un espace auxiliaire* (t, z, u), *les courbes* γ *tracées sur la surface.*

$$u(b'z + q') = a'z + p' \tag{2}$$

([1]) *Bull. Soc. Roy. Sc. Liége*, 5, 1936, p. 258.

et telles qu'on ait

$$(3)\qquad (b'z+q')^2du+(a'q'-b'p')\,dz=0.$$

L'élimination de u peut se faire si a'', b'', p'', q'' existent, sinon à l'équation différentielle ainsi formée, va se substituer une équation intégrale, exprimant la constance de la somme de u et de l'intégrale de $(b'z+q')^{-2}(a'q'-b'p')\,dz$ (²).

Mais le système (2), (3) est la limite du système

$$(\mathrm{II})\qquad u(B'z+Q')=A'z+P',$$

$$(\mathrm{III})\qquad (B'z+Q')^2du+(A'Q'-B'P')\,dz=0,$$

jouant le même rôle vis-à-vis d'une autre portion de réglée

$$(\mathrm{I})\qquad x=A(t)z+P(t),\qquad y=B(t)z+Q(t),$$

provenant du même intervalle i de variation de t. Il est essentiellement supposé que les fonctions de t, désignées ici par les grandes lettres, contiennent en outre un paramètre ε; pour $\varepsilon>0$, ces fonctions ont des dérivées secondes continues; quand ε tend vers zéro, les différences

$$A-a,\quad B-b,\quad P-p,\quad Q-q;\quad A'-a',\quad B'-b',\quad P'-p',\quad Q'-q'$$

tendent uniformément vers zéro tout le long de i. Enfin, h étant une constante, notre hypothèse relative au paramètre de distribution peut se traduire par une inégalité

$$(4)\qquad a'q'-b'p'>h^2,$$

laquelle permet de supposer réalisée la suivante :

$$(\mathrm{IV})\qquad A'Q'-B'P'>h^2.$$

Sur la portion de la réglée (I) provenant de l'intervalle i, il passe en chaque point une asymptotique et une seule non rectiligne : elle a pour image, dans l'espace (t, z, u), une courbe Γ, solution du système (II), (III).

Restreignons le champ de variation des variables t, z autour de t_0, z_0,

---

(²) Cette remarque peut, avec l'analyse qui s'y attache, s'étendre à des systèmes

$$P(x,y)=u,\qquad \frac{du}{dx}=Q(x,y)$$

que la non-dérivabilité de P ne permet pas de ramener à une équation différentielle unique.

pour que reste bornée, en vertu de (II), la valeur de u (ou sinon, celle de u^{-1}, ce qui, pour le traitement local de la question, épuisera tous les cas). Dans ce champ, les diverses fonctions u, qui proviennent de nos ε, et considérées dans leur dépendance vis-à-vis de z sont, d'une part décroissantes en vertu de (II), d'autre part également continues. Il existe donc au moins une fonction d'accumulation $u = u^*(z)$ prenant pour z_0 la valeur u_0 que (2) fait correspondre à t_0, z_0. A cette fonction d'accumulation s'attache une solution déterminée du système (2), (3); pour l'obtenir, prenons la représentation paramétrique $z = z(t, \varepsilon)$, $u = u(t, \varepsilon)$ d'une courbe Γ tracée sur la surface (II) et projetée sur le plan des u, z suivant une courbe $u = \mathfrak{U}(z, \varepsilon)$; puis donnons à ε la suite des valeurs pour lesquelles les fonctions $\mathfrak{U}(z, \varepsilon)$ tendent uniformément vers $u^*(z)$. L'intersection de la surface (2) et du cylindre $u = u^*(z)$ forme à la fois l'ensemble limite et l'ensemble d'accumulation pour les arcs Γ provenant de ces ε; la présence de plus de deux points dans ledit ensemble fait de lui, en sa qualité d'ensemble d'accumulation, un continu (d'après un théorème de Janiszewski). Or cet ensemble ne contient aucun arc d'hyperbole de la surface (2), sinon, un segment de génératrice de la réglée (I) donnerait une solution du système (2), (3), ce que l'inégalité (4) rend impossible.

L'ensemble d'accumulation des Γ provenant de nos ε a donc un point et un seul sur chaque hyperbole $t = \text{const}$. D'où la convergence uniforme, pour nos ε, des $z(t, \varepsilon)$ vers une fonction continue $z^*(t)$. En la portant dans les équations (1), on définit une courbe non rectifiable qui, au point de vue de la permanence formelle, conserve le rôle d'asymptotique sur la réglée (1). En outre, les éléments de contact de cette surface le long de cette courbe, sont infiniment voisins (avec convergence uniforme) de ceux d'une bande asymptotique sur l'une des surfaces (I) provenant de nos ε (3).

Mais ce choix des ε est finalement sans influence, car on peut établir l'unicité de $u^*(z)$ et $z^*(t)$ (répondant à nos valeurs initiales) : elle découle de la constance du rapport anharmonique de la division découpée sur une génératrice par quatre de nos asymptotiques, au sens étendu.

M. **Emm. de Margerie** présente la première feuille d'un *Atlas de l'Asie Centrale*, à l'échelle du millionième, établi par le Docteur **Sven Hedin**,

(3) Ici se manifeste une forme d'énoncé bien familière en théorie des limites généralisées. J'ai développé ce point de vue dans une publication en cours.

Correspondant de l'Académie. Cette entreprise considérable, dans la réalisation de laquelle ont été suivies les règles adoptées à la Conférence de Paris, en 1913, pour la Carte internationale du Monde, comprendra, quand elle sera complète, 54 feuilles, dont la publication s'échelonnera nécessairement sur plusieurs années. Le dessin, la gravure et l'impression sont l'œuvre de l'Institut géographique de Gotha, sous la surveillance directe de l'auteur. Les régions qu'on se propose de représenter s'étendent de 66° à 120° dans le sens des longitudes, et de 28° à 52° dans le sens des latitudes, c'est-à-dire du Baloutchistan à la Mandchourie, et de l'Assam au Lac Baïkal. La feuille mise sous les yeux de l'Académie, et portant le nom de *Turfan* avec la notation (N. K 45), est relative à une partie du Sinkiang.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le module de la fonction caractéristique du calcul des probabilités.* Note de M. **Laurent Schwartz**, présentée par M. Paul Montel.

Désignons par x une variable aléatoire réelle; par $F(X)$ sa fonction de répartition [$F(X)$ est la probabilité de l'événement $x < X$], fonction non décroissante, $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$; par $\varphi(t)$ sa fonction caractéristique $\varphi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itX}\, dF(X)$, t réel. Il est utile de faire la décomposition de $F(X)$ en somme d'une fonction absolument continue

$$F_1(X) = \int_{-\infty}^{X} f(x)\, dx,$$

d'une fonction de sauts $F_2(X)$, et d'une fonction singulière $F_3(X)$ qui ne croît que sur un ensemble de mesure nulle. Posons

$$p_i = \int_{-\infty}^{+\infty} dF_i \quad (i = 1, 2, 3); \qquad \sum_i p_i = 1,$$

$$\varphi_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itX} dF_i(X) \quad (i = 1, 2, 3); \qquad \sum \varphi_i(t) = \varphi(t).$$

Il est bien connu que $\varphi(0) = 1$, et que, pour tout t, $|\varphi(t)| \leq 1$. Le but de la présente Note est de voir si $|\varphi(t)|$ peut approcher arbitrairement près de 1

pour les très grandes valeurs de t, et plus généralement de calculer $\overline{\lim}_{|t|\to\infty} |\varphi(t)|$. Nous rappelons que $\underline{\lim}_{|t|\to\infty} |\varphi(t)| = 0$.

I. *Étude de* $\varphi_1(t)$. — On sait que $\varphi_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} f(x)\,dx$ tend vers zéro lorsque $|t|$ tend vers ∞.

II. *Étude de* $\varphi_2(t)$. — Nous allons montrer que $\overline{\lim}_{|t|\to\infty} |\varphi_2(t)| = p_2$.

Soient en effet $x_1, x_2, \ldots, x_n$ un nombre fini de points où se trouvent concentrées des probabilités positives respectivement égales à $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ telles que

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n > p_2 - \varepsilon$$
$$|\varphi_2(t)| > |\alpha_1 e^{itx_1} + \alpha_2 e^{itx_2} + \ldots + \alpha_n e^{itx_n}| - \varepsilon.$$

Or, il existe une infinité de valeurs de t pour lesquelles les nombres $tx_1, tx_2, \ldots, tx_n$ sont tous, à un multiple de 2π près, compris entre $-\varepsilon'$ et $+\varepsilon'$; pour ces valeurs

$$|\varphi_2(t)| > (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n) \cos\varepsilon' - \varepsilon > p_2 - \eta.$$

De plus il est clair que l'ensemble des valeurs de t pour lesquelles $|\varphi_2(t)| > p_2 - \eta$, si petit que soit η, a une densité positive dans l'ensemble des valeurs de t [autrement dit, la mesure de cet ensemble dans l'intervalle $(-A, +A)$, est supérieure à kA, $k > 0$ fixe].

III. *Étude de* $\varphi_3(t)$. — L'égalité bien connue $\lim_{A\to\infty} 1/2A \int_{-A}^{+A} |\varphi_3(t)|^2 dt = 0$ montre que, dans tous les cas, l'ensemble des valeurs de t pour lesquelles $|\varphi_3(t)| > \eta$ est de densité nulle dans l'ensemble de toutes les valeurs de t. Nous allons montrer que la valeur de $\overline{\lim}_{|t|\to\infty} |\varphi_3(t)|$ peut être zéro, un nombre intermédiaire entre zéro et p_3, ou p_3, suivant la nature arithmétique de la distribution des masses. Nous prendrons le cas où $p_1 = p_2 = 0$, $p_3 = 1$, $F_1 = F_2 = 0$, $F_3 = F$; la loi de probabilité est singulière. On obtient aisément une telle loi en considérant x comme la somme $x = \sum_{n=0}^{n=\infty} x_n$ d'une infinité dénombrable de variables aléatoires indépendantes x_n, la variable x_n pouvant prendre, avec des probabilités égales, les deux valeurs opposées $+u_n$ et $-u_n$, avec $u_{n+1}/u_n < k < 1/2$. On a alors

$$\varphi(t) = \prod_{n=0}^{n=\infty} \cos(u_n t).$$

Premier cas. — $u_n = \pi/n!$; $\varphi(t) = \prod_{n=0}^{n=\infty} \cos \pi t/n!$. Alors

$$|\varphi(n!)| = \left| \cos \frac{\pi}{n+1} \cos \frac{\pi}{(n+1)(n+2)} \cdots \right|$$

tend vers 1 pour $n \to \infty$. Conclusion : $\lim_{|t| \to \infty} |\varphi(t)| = 1$.

Deuxième cas. — $u_n = \pi/p^n$, p entier > 2; $\varphi(t) = \prod_{n=0}^{n=\infty} \cos(\pi t/p^n)$.

a. $|\varphi(p^n)| = |\varphi(1)| \neq 0$. Donc $\overline{\lim}_{|t| \to \infty} |\varphi(t)| > 0$.

b. Pour $|t| > 1/2$, il y a dans la progression géométrique $t, t/p, t/p^2, \ldots$, au moins un terme compris entre $1/2$ et $1/2p$; donc $|\varphi(t) < \cos(\pi/2p)$ et $\overline{\lim}_{|t| \to \infty} |\varphi(t)| < 1$.

Troisième cas. — $u_n = \pi/\rho^n$, ρ réel non entier > 2; $\varphi(t) = \prod_{n=0}^{n=\infty} \cos(\pi t/\rho^n)$.

Montrons que pour ρ rationnel $= p/q$, $q \neq 1$, $\lim_{|t| \to \infty} |\varphi(t)| = 0$.

Posons $t = \tau \rho^n$, $1 \leq \tau < \rho$,

$$|\varphi(t)| < |\cos \pi \tau \rho^n . \cos \pi \tau \rho^{n-1} . \cos \pi \tau \rho^{n-2} \ldots \cos \pi \tau \rho^2 . \cos \pi \tau \rho . \cos \pi \tau|.$$

Il suffit de montrer que lorsque n (c'est-à-dire $|t|$) tend vers ∞, ce dernier produit tend vers zéro uniformément par rapport à τ, et pour cela de montrer que si l'on considère une suite de termes de la forme $|\cos \pi \tau \rho^\lambda|$, $\cos \pi \tau \rho^{\lambda+1}|$, $|\cos \pi \tau \rho^{\lambda+2}|$, etc., on est sûr d'en rencontrer un qui soit inférieur à $\cos[\pi/(p+q]$, le nombre de termes nécessaire dépendant de λ, mais non de τ. $|\cos \pi \tau \rho^\lambda| > \cos[\pi/(p+q)]$ signifie que $\tau \rho^\lambda = m + \eta$, m entier $|\eta| < 1/(p+q)$. Mais alors $\tau \rho^{\lambda+1} = m(p/q) + \eta(p/q)$; si m n'est pas divisible par q, ce nombre diffère d'un entier d'au moins

$$\frac{1}{q} - \frac{\eta p}{q} > \frac{1}{p+q},$$

et l'on aura $|\cos \pi \tau \rho^{\lambda+1}| < \cos[\pi/(p+q)]$. Dans le cas contraire, $m = m'q$, m' entier et

$$\left. \begin{array}{l} \tau \rho^\lambda = m'q + \eta \\ \tau \rho^{\lambda+1} = m'p + \eta' \end{array} \right\} \text{ et } |\cos \pi \tau \rho^{\lambda+1}| > \cos \frac{\pi}{p+q} \text{ signifie } |\eta'| < \frac{1}{p+q}.$$

Mais alors $\tau \rho^{\lambda+2} = m'p(p/q) + \eta'(p/q)$; si m' n'est pas divisible par q, il diffère d'un entier d'au moins $(1/q) - \eta'(p/q) > 1/(p+q)$ et l'on aura $|\cos \pi \tau \rho^{\lambda+2}| < \cos(\pi/p+q)$. Dans le cas contraire, $m' = m''q$, m'' entier et $\tau \rho^\lambda = m''q^2 + \eta$, $\tau \rho^{\lambda+1} = m''pq + \eta'$, $\tau \rho^{\lambda+2} = m''p^2 + \eta''$ et $|\cos \pi \tau \rho^{\lambda+2}| > \cos(\pi/p+q)$ signifie $|\eta''| < (1/p+q)$ et ainsi de suite.

Comme, finalement, $E[\tau\rho^\lambda] < \rho^{\lambda+1}$ ne saurait être divisible par des puissances de q dépassant $(\lambda+1)(\log\rho/\log q')$, nous avons démontré la propriété.

IV. *Conclusion.*

$$p_2 \leq \overline{\lim_{|t|\to\infty}} |\varphi(t)| \leq p_2 + p_3.$$

C'est la nature arithmétique de la distribution des probabilités qui décide de la valeur de la limite supérieure entre les deux extrêmes donnés. Si l'on excepte un ensemble de valeurs de t de densité limite nulle, alors $\overline{\lim_{|t|\to\infty}} |\varphi(t)| = p_2$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la définition géométrique des processus matériels en relativité générale.* Note de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

Selon une méthode dont le principe est dû à Eisenhart (¹) et Synge (²), nous nous proposons de définir d'une manière purement géométrique les différents processus matériels utilisés en relativité générale. L'étude approfondie de l'un des schémas correspondants, le schéma *fluide parfait-champ électromagnétique*, apporte des renseignements précieux sur la manière dont on peut, dans un espace relativiste, envisager l'électricité. Une théorie nouvelle de l'électron semble pouvoir s'en déduire.

I. Réduction du tenseur $T_{\lambda\mu}$. — Soit $T_{\lambda\mu}$ un tenseur symétrique astreint à la seule condition que la forme quadratique associée $T_{\lambda\mu}X^\lambda X^\mu$ soit définie positive. A un tel tenseur d'énergie correspond un espace-temps dont il est facile de déterminer les directions principales au sens de Ricci : l'équation en s, associée à $T_{\lambda\mu}$,

$$|T_{\lambda\mu} + s g_{\lambda\mu}| = 0,$$

a ses quatre racines réelles; trois d'entre elles, s_1, s_2, s_3, sont négatives et la quatrième s_4 est positive. Par suite l'espace-temps admet quatre directions principales, trois dans l'espace et une dans le temps, dont nous désignerons par $V_\lambda^{(\mu)}$ $(\mu = 1, 2, 3, 4)$ les vecteurs unitaires. Avec

(¹) *Trans. American Math. Soc.*, 26, 1924, p. 205-220.
(²) *Proc. London Math. Soc.*, 2ᵉ série, 43, 1937, p. 385-386.

ces notations, $T_{\lambda\mu}$ et $g_{\lambda\mu}$ peuvent s'écrire

$$T_{\lambda\mu} = s_4 V_\lambda^{(4)} V_\mu^{(4)} - \Sigma s_i V_\lambda^{(i)} V_\mu^{(i)}, \qquad g_{\lambda\mu} = V_\lambda^{(4)} V_\mu^{(4)} - \Sigma V_\lambda^{(i)} V_\mu^{(i)} \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Nous appellerons *densité d'énergie* (³) *propre* le scalaire positif $\rho = s_4$, *pressions partielles propres* les scalaires positifs $p_i = -s_i$, vecteur vitesse unitaire le vecteur $u_\lambda = V_\lambda^{(4)}$. Avec ces nouvelles notations, $T_{\lambda\mu}$ prend la forme

$$T_{\lambda\mu} = \rho u_\lambda u_\mu + \Sigma p_i V_\lambda^{(i)} V_\mu^{(i)}.$$

Cette réduction du tenseur $T_{\lambda\mu}$ montre que, dans le cas général, ce tenseur peut être interprété comme le tenseur d'énergie d'un fluide quelconque (non parfait). Les cas les plus intéressants sont ceux qui correspondent à un espace-temps à directions principales plus ou moins indéterminées.

II. LES DIFFÉRENTS PROCESSUS MATÉRIELS. *Schéma fluide parfait.* — Nous dirons que $T_{\lambda\mu}$ définit un fluide parfait lorsque les trois racines négatives de l'équation en s associée sont égales. Il vient

$$T_{\lambda\mu} = (\rho + p) u_\lambda u_\mu - p g_{\lambda\mu} \qquad (\text{avec } p_1 = p_2 = p_3 = p).$$

Schéma exceptionnel champ électromagnétique. — Considérons le tenseur $T_{\lambda\mu}$ défini par la formule

$$T_{\lambda\mu} = \frac{1}{4} g_{\lambda\mu} (F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}) - g^{\alpha\beta} F_{\lambda\alpha} F_{\mu\beta}$$

où $F_{\alpha\beta}$ désigne un tenseur antisymétrique. Il lui correspond, d'après Synge, une équation en s admettant pour racines K, K, $-$K, $-$K. Ce tenseur ne définit donc pas une forme positive et cette circonstance exceptionnelle traduit l'absence de matière dans le champ. Inversement nous dirons qu'un tenseur $T_{\lambda\mu}$ correspond au schéma champ électromagnétique lorsque l'équation associée admet les quatre racines réelles K, K, $-$K, $-$K.

Schéma fluide parfait-champ électromagnétique. — Nous dirons que $T_{\lambda\mu}$ correspond à un tel schéma lorsque l'équation associée admet une racine double. L'espace-temps correspondant admet donc deux directions privilégiées, une dans le temps et une dans l'espace. Soient alors p_1 et $p_2 = p_3 = p$ les pressions partielles; il est possible de mettre $T_{\lambda\mu}$ sous la forme

$$T_{\lambda\mu} = (\sigma + \pi) u_\lambda u_\mu - \pi g_{\lambda\mu} + \tau_{\lambda\mu},$$

(³) Cf. SYNGE, *op. cit.*, p. 386.

où

$$\sigma = \rho - \frac{p - p_1}{2}, \qquad \pi = \frac{p + p_1}{2},$$

et où $\tau_{\lambda\mu}$ correspond au schéma champ électromagnétique, avec

$$K = \frac{p - p_1}{2}.$$

Il est à noter que l'annulation de π entraîne celle de p, p_1 et K et par suite l'évanouissement du tenseur électromagnétique $\tau_{\lambda\mu}$; le rôle fondamental joué par les pressions dans la théorie relativiste de l'électricité apparaît ainsi de la manière la plus nette. Les lignes de courant du milieu continu considéré sont les géodésiques d'un espace de Schouten-Weyl à connexion semi-symétrique (4).

III. Conditions aux limites et théories de l'électron. — Étant donné un tel fluide électrisé limité à une frontière Σ, à quelle condition peut-il être considéré comme plongé dans un champ électromagnétique extérieur ? En vertu des conditions de Schwarzschild et si l'on admet la continuité du champ électromagnétique à la traversée de Σ, la frontière devra être engendrée par des lignes de courant du fluide (5) et la pression π devra s'annuler le long de Σ. Adoptons maintenant pour Σ un tube d'univers de section très petite, correspondant à une très petite masse matérielle électrisée M. Le tenseur $\tau_{\lambda\mu}$ ne pourra être différent de zéro dans Σ que si π n'est pas nul. On peut en déduire le théorème

Théorème. — *A la traversée du tube d'univers décrit par* M, *le champ électromagnétique subit une discontinuité.*

La description de M nécessite la connaissance des trois scalaires σ, π, K. La trajectoire de M, ligne de courant du champ *intérieur*, sera déterminée quand on connaîtra Π, c'est-à-dire la discontinuité du champ électromagnétique et par suite le champ électromagnétique intérieur. Les résultats indiqués dans cette Note seront développés dans un Mémoire en préparation.

---

(4) Cf. Lichnerowicz, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 328.

(5) Cf. Lichnerowicz, *Problèmes globaux en Mécanique relativiste*, 1939, p. 33.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les formules fondamentales de la théorie des groupes finis continus.* Note de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit un groupe de transformations fini continu G, à r paramètres (a), opérant sur un espace à n dimensions (x)

$$(1) \qquad x'_i = f_i(x, a) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Soient j les valeurs des paramètres pour la transformation identique; c les valeurs des paramètres de la transformation obtenue en faisant d'abord celle qui correspond aux valeurs a, puis celle qui correspond aux valeurs b $(S_c = S_b S_a)$,

$$(2) \qquad c_k = \varphi_k(a, b) \qquad (k = 1, 2, \ldots, r).$$

Définissons les fonctions ω, ϖ (Cartan) des indéterminées $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$; $u_1, u_2, \ldots, u_r$ en posant [1]

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial a_l}(j, \lambda)\, \omega_l(\lambda, u) = u_k = \frac{\partial \varphi_k}{\partial b_l}(\lambda, j)\, \varpi_l(\lambda, u).$$

L'égalité obtenue par différentiation totale des (1) peut s'écrire

$$dx'_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_h}(x, a)\left[dx_h + \frac{\partial f_h}{\partial a_l}(x, j)\, \omega_l(a, da)\right],$$

ou encore

$$dx'_i - \frac{\partial f_i}{\partial a_l}(x', j)\, \varpi_l(a, da) = \frac{\partial f_i}{\partial x_h}(x, a)\, dx_h.$$

En opérant sur chacun des deux groupes des paramètres comme on vient de le faire sur G, on obtient quatre formules où l'on voit apparaître, comme tenant les rôles respectifs des ω et des ϖ pour G, précisément les ω et les ϖ pour le premier groupe des paramètres Γ_1, les ϖ et les ω pour le second Γ_2.

Mais *une autre formule*, obtenue elle aussi par différentiation totale de (2), sera donnée ici explicitement. C'est celle que l'on trouve en exprimant les dc_k à l'aide des $\omega(a, da)$, $\varpi(b, db)$: *les coefficients sont fonctions des* c

---

[1] Il est entendu que l'on fait toujours la sommation relativement à un indice qui apparaît deux fois dans un terme monome.

seuls. Si l'on définit les fonctions A, B par les identités en u, v, λ :

$$B_l(\lambda, v)\omega_l(\lambda, u) = u_k^l v_k = A_l(\lambda, v)\varpi_l(\lambda, u),$$

elle peut, grâce à l'introduction d'une fonction arbitraire F des c, se condenser en la suivante

$$(3) \qquad dF = \omega_l(a, da)B_l\left(c, \frac{\partial F}{\partial c}\right) + \varpi_l(b, db)A_l\left(c, \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial c}\right).$$

Elle peut encore s'écrire, sous forme abrégée (²),

$$(3') \qquad d^c = \omega(a)B^c + \omega(b)A^c.$$

En voici quelques applications immédiates :

1° Si l'on annule les ω, on trouve le système classique de Lie pour le premier groupe des paramètres; on voit que les $A(c, \partial F/\partial c)$ sont les transformations infinitésimales de ce groupe. D'une manière analogue, on voit que les $B(c, \partial F/\partial c)$ sont celles du second.

2° d^c pouvant s'écrire identiquement $\omega(c)B^c$, la formule $(3)'$ devient

$$[\omega(c) - \omega(a)]B^c = \varpi(b)A^c$$

et montre immédiatement que l'invariance des ω caractérise le premier groupe des paramètres. D'une manière analogue, on voit que celle des ϖ caractérise le second.

3° Comme $B_l(j, v)$ et $A_l(j, v)$ sont identiques à v_l, la formule appliquée au cas $c = j$ montre que, si S_a, S_α sont inverses l'une de l'autre, on a

$$\omega_l(a, da) + \varpi_l(\alpha, d\alpha) = 0.$$

4° L'égalité $S_c = S_b S_a$ pouvant s'écrire sous la forme équivalente $S_b = S_c S_\alpha$, on obtient, en utilisant le résultat qui vient d'être démontré, la nouvelle formule

$$(4) \qquad d^b = -\varpi(a)B^b + \varpi(c)A^b.$$

D'une manière analogue, on obtiendra

$$(5) \qquad d^a = \omega(c)B^a - \omega(b)A^a,$$

d^b s'écrivant d'ailleurs identiquement $\omega(b)B^b$, (4) montre que la fixité de S_c s'exprime par le système d'équations

$$\omega_l(b, db) + \varpi_l(a, da) = 0.$$

(²) Je pose $d^c = v_k dc_k$; $\omega(a)B^c = \omega_l(a, da)B_l(c, v)$, etc., les v désignant les mêmes indéterminées dans toutes ces expressions.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les domaines cerclés qui sont domaines naturels d'existence d'une fonction analytique de deux variables complexes.* Note de M. **Pierre Lelong**, présentée par M. Paul Montel.

Les résultats qui suivent concernent l'étude *locale*, dans l'espace E_4 des variables complexes x, y, de l'ensemble singulier S d'une fonction analytique $f(x, y)$. Nous nous bornons au cas où le domaine d'existence de $f(x, y)$ est un domaine cerclé de Hartogs (H), dont la frontière F est constituée par des cercles de la famille $[x, |y| = R(x)]$ dans E_4.

Quelles propriétés géométriques doit-on attribuer à cette famille pour que (H), défini dans E_4 par $[x, |y| < R(x)]$, soit un domaine d'holomorphie d'une fonction $f(x, y)$ par ailleurs non prolongeable à travers l'ensemble F ?

Nous obtiendrons le domaine (H) le plus général d'abord comme domaine de convergence uniforme :

Définition. — Appelons domaine général de Hartogs ou domaine (H) (de plan de symétrie $y = 0$) tout domaine de convergence uniforme en x, y d'une série

$$F(x, y) = \sum_{0}^{\infty} A_n(x) y^n. \tag{1}$$

Les $A_n(x)$ sont holomorphes dans un domaine ouvert D, intersection de (H) par $y = 0$. En étudiant les séries (1), F. Hartogs a montré [1] qu'on obtient la fonction $R(x)$ à partir de la suite $U_n(x) = (1/n) \log |A_n(x)|$ par les opérations

$$U(x) = \overline{\lim_{n=\infty}}\, U_n(x), \tag{2}$$

$$V(x) = \overline{\lim_{x' \to x}}\, U(x'), \tag{3}$$

où $U(x) = -\log \rho(x)$, $V(x) = -\log R(x)$. L'opération (3) sera appelée *régularisation* de la limite supérieure $U(x)$: elle supprime les portions de plans [épines extérieures de (H)] $x = x_0$, $R(x_0) < |y| \leq \rho(x_0)$.

I. *Propriétés de la suite* $U_n(x)$. — Les $U_n(x)$ forment une suite de fonctions sous-harmoniques bornées supérieurement dans tout domaine $\Delta \subset D$; par suite, celles d'entre elles, qui concourent dans Δ à la formation de $\overline{\lim}\, U_n(x)$, sont aussi de masses bornées dans leur ensemble. On évite

(1) *Math. Ann.*, **62**, 1906, p. 1.

l'emploi de $U(x)$, en général totalement discontinue, en utilisant les moyennes

$$V_n^r(x) = \frac{1}{\pi r^2}\int_0^r\int_0^{2\pi} U_n(x + t e^{i\varphi})\, t\, dt\, d\varphi \qquad (r > 0),$$

qui transforment la suite $U_n(x)$ de masse bornée en une suite $V_n^r(x)$, également continue, sur laquelle on opère

$$(4) \qquad V^r(x) = \overline{\lim_{n=\infty}}\, V_n^r(x),$$

$$(5) \qquad V^0(x) = \lim_{r=0} V^r(x).$$

THÉORÈME 1. — *Si* $U_n(x)$ *désigne une suite de fonctions sous-harmoniques de masses bornées dans* Δ, *la régularisée* $V(x)$ *de* $\overline{\lim}\, U_n(x)$ *coïncide avec la fonction* $V^0(x)$ *construite à partir des moyennes par les opérations* (4) *et* (5) *et elle est sous-harmonique* (²).

THÉORÈME 2. — *Pour qu'un domaine cerclé* $|y| < R(x)$ *soit un domaine* (H), *il faut et il suffit que* $V(x) = -\log R(x)$ *soit sous-harmonique.*

La démonstration de la seconde partie du théorème 2 utilise la construction d'une série (1) lacunaire à partir de laquelle on retrouve, par les opérations (2) et (3), la fonction $V(x)$ supposée donnée sous-harmonique au sens le plus général.

Les singularités géométriques de F sont implicitement définies par le théorème 2 qui, par ailleurs, généralise un résultat classique démontré quand $\log R(x)$ possède un laplacien continu. Il en est de même (³) pour l'énoncé suivant :

THÉORÈME 3. — *Tout domaine* (H) *est domaine naturel d'existence d'une fonction holomorphe.*

La série lacunaire construite l'est en effet suffisamment pour que le cercle $|y| = \rho(x_0)$ soit coupure pour la fonction d'*une variable* $f(x_0, y)$, ce qui conduit à la démonstration de 3. En résumé :

Pour qu'un domaine de E_4 *défini par* $|y| < R(x)$ *soit un domaine naturel*

(²) Une fonction sous-harmonique $V_1(P)$ est égale en P à sa limite supérieure en P, et, à l'intérieur de tout contour C, est inférieure ou égale à toute fonction harmonique dans C qui la majore sur C.

(³) Cf. H. BEHNKE, *Abh. Math. Seminar*, Hamburg, 4, 1927, p. 348.

d'existence, il faut et il suffit que $-\log R(x)$ *soit une fonction sous-harmonique générale.*

II. *Singularités de* F. — Les énoncés 2 et 3 donnent, dans l'état actuel de la théorie du potentiel, des propriétés géométriques précises de l'ensemble S sur F. Si le cercle C de F : $|y_0| = R(x_0)$ situé dans le plan $x = x_0$ correspond à une discontinuité de $R(x)$ en x_0, son extérieur σ dans le plan $x = x_0$ appartient à S, mais contient une région σ' (qui peut comprendre tout σ) formée de points M tels qu'une hypersphère de centre M renferme une infinité de régions γ_i qui appartiennent au domaine d'holomorphie de $f(x, y)$ (4). Cette configuration est d'autant plus remarquable que S ne peut faire pénétrer dans (H) une région du plan $x = x_0$ (épine intérieure) sans que tout le plan $x = x_0$ appartienne à S. Aussi bien la projection sur le plan des x des domaines γ_i est-elle limitée par une condition très précise qui est, par l'intermédiaire du théorème 3, la conséquence d'une propriété des fonctions sous-harmoniques obtenue récemment par M. Brelot : *l'ensemble e sur lequel* $R(x) \geqq R(x_0) + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, *est effilé en* x_0. Autrement dit (5), si $c(r)$ est la capacité du sous-ensemble de e contenu dans le cercle $|x - x_0| \leqq r$, l'intégrale $\int_0^{\eta} \frac{dr}{r \log c(r)}$ est divergente.

HYDRAULIQUE. — *Sur le fonctionnement de l'ajutage cylindrique rentrant.* Note (1) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Nous envisageons le cas où l'ajutage rentrant possède une longueur assez grande, par rapport au diamètre, pour que son extrémité aval débite à pleine section, la veine noyée subissant un élargissement brusque après la contraction initiale.

ω désignant la section droite de l'ajutage et h la charge au-dessus de son axe dans le réservoir amont, l'application du théorème d'Euler au liquide situé dans le réservoir et limité à la section de sortie de l'ajutage donne la

(4) On comparera σ' au segment $x = 0$, $-1 \leqq y \leqq 1$, frontière du domaine plan $y > \sin 1/x$.

(5) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 838.

(1) Séance du 10 mars 1941.

relation

$$\varpi\omega h = \frac{\varpi}{g}\omega V^2,$$

V désignant la vitesse de sortie, qui est ainsi égale à $\sqrt{gh}$. La formule du débit

$$Q = \omega V = m\omega\sqrt{2gh}$$

fournit ainsi la valeur théorique du coefficient de débit m

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707.$$

Soit m' le coefficient de contraction de la veine noyée, à l'entrée, et h' la dépression existant dans la section contractée S; l'application du théorème d'Euler entre la section S et la section de sortie permet de retrouver l'expression classique de Borda pour la perte de charge due à l'élargissement brusque,

$$\frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2,$$

de telle sorte que l'équation de Bernoulli, appliquée à ces deux sections et à une zone de vitesse négligeable à l'intérieur du réservoir, s'écrit

$$h = \frac{V^2}{2gm^2} + h' = \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2,$$

d'où l'on tire, compte tenu de la valeur $V = \sqrt{gh}$ de la vitesse,

$$m' = 0,50 \quad \text{et} \quad h' = -h.$$

Le coefficient de contraction de la veine noyée est le même que celui qui caractérise le fonctionnement de l'ajutage à veine dénoyée; la dépression dans la section contractée est égale, en valeur absolue, à la charge existant dans la chambre d'eau; la théorie cesse donc d'être valable, pour des valeurs de h dépassant la pression atmosphérique, du fait des cavitations.

On déduit des résultats précédents la valeur de la perte de charge à l'entrée d'un tuyau prenant l'eau dans un réservoir à l'intérieur duquel il pénètre,

$$\frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 = \frac{h}{2} = \frac{V^2}{2g}.$$

Cette perte de charge est exactement le double de celle qui correspond au cas où l'extrémité du tuyau effleure la paroi intérieure du réservoir.

Nous nous sommes proposé de vérifier expérimentalement la valeur des résultats théoriques précédents sur un ajutage rentrant de 6cm de diamètre et de 24cm de longueur totale. La mesure du débit et de la répartition des pressions, pour différentes charges h au-dessus de l'axe, dans le réservoir amont, nous a fourni pour la dépression h' et le coefficient de débit m :

h (cm)......	24,5	32,7	34,5	45,2	55,6	65,0	73,5	83,0
$-h'$ (cm)...	22,5	30,4	31,8	42,0	52,5	61,5	69,2	79,0
m..........	0,724	0,726	0,727	0,728	0,730	0,731	0,732	0,734

On voit que les valeurs expérimentales de $-h'$ sont inférieures aux valeurs théoriques, égales à h; de même le coefficient de débit est supérieur à la valeur théorique 0,707. Les divergences, bien que systématiques, demeurent limitées; elles peuvent s'interpréter, en particulier, par l'effet de l'épaisseur de la paroi du tube constituant l'ajutage (1mm dans le cas du modèle étudié), épaisseur dont ne tient pas compte la théorie.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *La seconde quantification dans la théorie du corpuscule de spin 2.* Note de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous allons passer des notations utilisées jusqu'à présent (1) aux notations suivantes :

$$\frac{W}{c}=\frac{h}{2\pi}k,\qquad \vec{p}=\frac{h}{2\pi}\vec{k},\qquad \Delta=k+\frac{2\pi\mu_0 c}{h}.$$

Nous devons aussi multiplier les potentiels $\chi_\mu^{(1)}$ et $\chi_\mu^{(2)}$, définis à une constante près, par $K=1/4\pi\sqrt{\mu_0}$ (2), les champs qui en dérivent par $K\varkappa\mu_0 c$, les potentiels symétrique $\Phi_{(\mu\nu)}$ et antisymétrique $\Phi_{[\mu\nu]}$ par K^2 et les champs correspondants par $K^2\varkappa\mu_0 c$. Enfin, nous multiplierons par i les composantes voulues pour passer de la notation en $x_\mu(1, 2, 3, 4)$ à la notation en $x_\alpha(1, 2, 3, ct.)$.

Avec ces notations, et dans le cas de l'onde plane, la densité calculée précédemment (3) devra s'écrire

$$\rho=\frac{128\pi^3\mu_0^3c^3k}{h^3\Delta^4}\sum_{i,j}|c_{ij}|^2.$$

(1) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187 et 263.
(2) L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière*, p. 155.
(3) M.-A. Tonnelat, *loc. cit.*, p. 384.

Nous serons donc conduits à la forme suivante des relations de commutation

$$\left[c_{ij}^{\star}(\vec{k'}),\ c_{pq}(\vec{k})\right] = \frac{-h^3\Delta^4}{128\pi^3\mu_0^3c^2k}\,\delta_{ip}\,\delta_{jq}\,\delta(\vec{k}-\vec{k'}).$$

Nous connaissons l'expression des potentiels $\chi_\alpha^{(1)} = A_\alpha^{(1)}$, $\chi_\alpha^{(2)} = A_\alpha^{(2)}$ et des potentiels symétrique $\Phi_{(\mu\nu)}$ et antisymétrique $\Phi_{[\mu\nu]}$ en fonction des c_{ij}, dans le cas où l'on choisit la direction de propagation comme axe Oz ([4]). Il est donc facile de former, dans ce cas, les différents crochets. Par un changement d'axes tel que :

$$\left[\Phi_{(pq)}^{\star}(\vec{k'}),\ \Phi_{(rs)}(\vec{k})\right] = \sum_1^3 \alpha_{p'p}\alpha_{q'q}\alpha_{r'r}\alpha_{s's}\left[\Phi_{(p'q')}^{\star}(\vec{k'}),\ \Phi_{(r's')}(\vec{k})\right]$$

on passe de ce système d'axes particuliers $O'x'y'z'$ à un système d'axes rectangulaires quelconques. Nous écrirons tout de suite les résultats obtenus dans ce cas.

1° Pour les quadrivecteurs potentiels $A_\alpha^{(1)}$ et $A_\alpha^{(2)}$, et pour les champs qui en découlent, on a les résultats de la théorie à 16 composantes ([5]). Nous ne les écrirons donc pas. On arrive notamment, pour les champs, aux relations d'incertitude de Heisenberg.

2° Pour le potentiel symétrique $\Phi_{(\alpha\beta)}$

$$\begin{aligned}\left[\Phi_{(\alpha\beta)}^{\star}(\vec{k'}),\ \Phi_{(\gamma\lambda)}(\vec{k})\right] &= -\frac{h^3c}{64\pi^3\mu_0k}\Big[\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\lambda}+\delta_{\alpha\lambda}\delta_{\beta\gamma}\\ &\quad + \frac{h^2}{4\pi^2\mu_0^2c^2}(k_\alpha k_\gamma\delta_{\beta\lambda}+k_\beta k_\gamma\delta_{\alpha\gamma}+k_\alpha k_\gamma\delta_{\beta\gamma}+k_\beta k_\gamma\delta_{\alpha\lambda})\\ &\quad + \frac{h^4}{8\pi^4\mu_0^4c^4}k_\alpha k_\beta k_\gamma k_\lambda\Big]\delta(\vec{k}-\vec{k'}).\end{aligned}$$

Autrement dit ([6])

$$\left[\Phi_{(\alpha\beta)}^{\star}(\vec{r'},t),\ \Phi_{(\gamma\lambda)}(\vec{r},t)\right] = -\frac{h^3c}{64\pi^3\mu_0k}(R_{\alpha\gamma}R_{\beta\lambda}+R_{\alpha\lambda}R_{\beta\lambda})\,\delta(\vec{r}-\vec{r'})$$

avec

$$R_{\alpha\gamma} = \delta_{\alpha\gamma} - \frac{h^2}{4\pi^2\mu_0^2c^2}\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha\,\partial x^\gamma}.$$

Pour les champs qui dérivent du potentiel symétrique, on trouve des

---

([4]) M.-A. Tonnelat, *loc. cit.*, p. 264.
([5]) L. de Broglie, *op. cit.*, p. 259.
([6]) Cf. Fierz, *Helvetica Physica Acta*, 12, 1939, p. 15.

formules du type

$$\left[\Phi^{*}_{[\alpha\beta]\mu}(\vec{r}, t), \Phi_{[\gamma\lambda]\nu}(\vec{r'}, t)\right]$$
$$= -\frac{h^3 c}{64\pi^3 \mu_0 k}\left\{ R_{\mu\nu}[\partial_\gamma(\partial_\alpha \delta_{\beta\lambda} - \partial_\beta \delta_{\alpha\lambda}) - \partial_\lambda(\partial_\alpha \delta_{\beta\lambda} - \partial_\beta \delta_{\alpha\gamma})] + (\partial_\gamma \delta_{\mu\lambda} - \partial_\lambda \delta_{\mu\gamma})(\partial_\alpha \delta_{\nu\beta} - \partial_\beta \delta_{\nu\alpha}) \right\} \delta(\vec{r} - \vec{r'}).$$

3° Pour le potentiel antisymétrique $\Phi_{[\alpha\beta]}$ on a

$$\left[\Phi^{*}_{[\alpha\beta]}(\vec{k'}), \Phi_{[\gamma\lambda]}(\vec{k})\right]$$
$$= -\frac{h^3 c}{64\pi^3 \mu_0 k}\left[\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\lambda} - \delta_{\alpha\lambda}\delta_{\beta\gamma} + \frac{h^2}{4\pi^2\mu_0^2 c^2}(k_\alpha k_\gamma \delta_{\beta\lambda} - k_\alpha k_\lambda \delta_{\beta\gamma} - k_\beta k_\gamma \delta_{\alpha\lambda} + k_\alpha k_\lambda \delta_{\beta\gamma})\,\delta(\vec{k} - \vec{k'})\right]$$

ou

$$\left[\Phi^{*}_{[\alpha\beta]}(\vec{r'}, t), \Phi_{[\gamma\lambda]}(\vec{r}, t)\right] = -\frac{h^3 c}{64\pi^3 \mu_0 k}(R_{\alpha\gamma}R_{\beta\lambda} - R_{\alpha\lambda}R_{\beta\gamma})\,\delta(\vec{r} - \vec{r'}).$$

et pour les champs qui en dérivent des relations de commutation analogues.

Toutes ces relations peuvent s'exprimer en fonction des crochets concernant les potentiels A_α et les champs maxwelliens $\vec{E}$ et $\vec{H}$. Citons, à titre d'exemple,

$$\left[\Phi^{*}_{(\alpha\beta)}(\vec{k'}), \Phi_{(\gamma\lambda)}(\vec{k})\right] = \frac{-hk}{4\pi\mu_0 c}\int \left[A^{*}_{\alpha}(\vec{k''}), A_\gamma(\vec{k})\right]\left[A^{*}_{\beta}(\vec{k'}), A_\lambda(\vec{k''})\right] + \left[A^{*}_{\alpha}(\vec{k''}), A_\lambda(\vec{k})\right]\left[A^{*}_{\beta}(\vec{k'}), A_\gamma(\vec{k''})\right]\overrightarrow{dk''}.$$

Les crochets pour $(\vec{r'}, t')$ et $(\vec{r}, t)$ s'obtiendraient comme dans la théorie à 16 composantes en introduisant la fonction $D(\vec{r}, t)$ qui généralise, pour $\mu_0 \neq 0$, la fonction singulière de Pauli-Heisenberg.

ASTRONOMIE. — *Sur le principe de l'application, en astronomie, d'un critérium cinématique de relativité.* Note de M. **Fernand Prunier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons montré (¹) que l'effet Sagnac, sur un disque en rotation, pouvait être, en relativité, étendu aux mobiles matériels. Deux mobiles

---

(¹) Prunier, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 46 et Langevin, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 48.

matériels circulant en sens inverse l'un de l'autre sur une même piste du disque, avec même vitesse en valeur absolue par rapport au disque, au lieu de se rencontrer toujours aux mêmes points du disque, comme en cinématique ordinaire, se rencontrent en des points variables; la différence des temps de parcours d'un point de rencontre au suivant est $2\omega A/c^2$, ω étant la vitesse angulaire du disque, et A l'aire incluse dans la piste. Nous avons montré aussi que ce résultat tient, au fond, à la formule de composition des vitesses de la relativité restreinte. Il en serait encore de même si les mobiles, au lieu d'avoir même vitesse en valeur absolue par rapport au disque, avaient des vitesses inégales. D'un point de rencontre au suivant, sur une piste supposée circulaire, concentrique au disque, l'un des mobiles aurait subi un retart de $(\varphi_1/\pi).(\omega A/c^2)$; l'autre aurait une avance de $(\varphi_2/\pi).(\omega A/c^2)$, φ_1 et φ_2 étant les angles au centre séparant les rayons vecteurs des points de rencontre. Au total le décalage serait encore de $2\omega A/c^2$.

Quand les deux pistes sont des circonférences distinctes concentriques au disque, d'aires A_1 et A_2, et qu'on cherche les époques des coïncidences des rayons vecteurs des mobiles, on trouve des avances et des retards respectivement égaux à $(\varphi_1/\pi).(\omega A_1/c^2)$ et $(\varphi_2/\pi).(\omega A_2/c^2)$. Enfin si les mobiles circulent dans le même sens, et que deux superpositions de leurs rayons vecteurs soient séparées par des nombres de tours des mobiles, sur le disque, égaux respectivement à p et q, on trouve un décalage des directions des coïncidences résultant de deux avances ou de deux retards qui sont respectivement $p.2\omega A_1/c^2$ et $q.2\omega A_2/c^2$. On voit que, jusqu'ici, la vitesse des mobiles n'intervient pas, conformément à l'expérience de Haress d'ailleurs. Le décalage en angle, sur le disque, s'obtient en faisant alors intervenir les vitesses angulaires des mobiles par rapport au disque.

Considérons maintenant deux planètes dans leur mouvement autour du Soleil. Imaginons de rapporter leur mouvement à un disque de Sagnac gigantesque constitué par le plan de l'équateur solaire supposé lié au mouvement de rotation ω du soleil. On pourra fixer à l'avance les rayons vecteurs du plan en rotation sur lesquels devraient avoir lieu les superpositions successives, en appliquant la cinématique ordinaire et les lois les mieux établies de l'astronomie, par exemple, si l'on veut, les lois astronomiques de la *dynamique* de la relativité. La précision à attendre de ce calcul pourra, croyons-nous, être très grande.

Si, de plus, la *cinématique* de la relativité est vraie, on devra, lors des superpositions successives, constater qu'elles se produisent non pas dans

les directions fixées comme ci-dessus sur le plan de l'équateur solaire en rotation, mais avec certains décalages, valables pour tous les observateurs puisqu'il s'agit bien de coïncidences réelles, et qui vont s'accumulant depuis l'origine des mouvements des corps considérés.

Des considérations analogues pourraient être formulées en substituant le disque équateur terrestre à celui du soleil, la rotation ω terrestre étant plus rapide.

Tel serait le principe d'une méthode de contrôle, par l'observation astronomique, de la cinématique de la relativité. Nous ne sommes pas en état d'affirmer qu'il soit possible d'en tirer parti, mais nous avons cru devoir le signaler.

Remarques sur la Note de M. Fernand Prunier,
par M. Ernest Esclangon.

La notion de *vitesse* d'un mobile dans un système invariable S suppose un aménagement horaire en chaque point du système et une métrique définie. Dans les systèmes galiléens en mouvement de translation uniforme, la définition de tels éléments est simple. Dans un système animé d'un mouvement quelconque, notamment dans un système en rotation, la question est plus délicate. Elle a donné lieu à bien des controverses.

On peut toutefois donner de la vitesse une définition, celle adoptée dans les Notes de M. Prunier, ne supposant pas un tel aménagement; elle reste, de ce fait, arbitraire mais logiquement admissible.

Soit m un mobile par rapport au système S, M le point de S coïncidant avec m à l'instant considéré. Imaginons un système galiléen S′ en mouvement de translation uniforme par rapport auquel, à l'instant donné, le point M de S ait une vitesse nulle. On appellera alors vitesse du point m dans le système S, sa vitesse par rapport au système galiléen S′ lequel est ainsi en quelque sorte tangent en M au système S. Enfin on pourra rapporter la vitesse ainsi définie dans le système S, à un système galiléen fondamental Σ regardé comme fixe, en utilisant les formules de la relativité restreinte entre S et S′. Cela revient à comparer, par une voie indirecte, à un système galiléen Σ, un système S qui ne l'est pas et dans lequel le mouvement fait naître des champs de forces affectant les horloges attachées au système. Il importe peu puisqu'on est ainsi en possession d'éléments de base permettant des déductions logiques et la recherche de confirmations ou d'infirmations expérimentales.

Laissant de côté toute discussion sur ces bases, examinons le *caractère pratique de vérification* par la voie astronomique ainsi qu'il est suggéré dans la Note de M. Prunier. Dans ce but nous réduirons les données au maximum de simplicité.

Supposons, pour fixer les idées, la Terre immobile, réduite à une sphère infiniment petite, entourée de deux satellites m_1, m_2, tournant à la même distance r dans le plan de l'équateur terrestre, l'observateur en occupant le centre. Les observations astronomiques donnent les vitesses angulaires de rotation, α pour la Terre, Ω_1, Ω_2 pour les satellites, vitesses rapportées à un système fixe Σ défini par les étoiles lointaines. C'est en rapportant les directions d'une ligne matérielle tracée sur la Terre (l'axe optique d'une lunette méridienne par exemple), et les droites de visée des satellites, *aux positions des étoiles*, qu'on obtiendra ces éléments, compte tenu, pour les satellites des corrections d'aberration et de parallaxe. La répétition des révolutions permettra d'avoir ces données avec une grande précision.

Soient maintenant ω_1, ω_2 les vitesses de rotation des satellites définies selon la *méthode* indiquée et par rapport à la plate-forme tournante constituée par le plan de l'équateur terrestre, supposé prolongé jusqu'aux satellites. On en déduit les relations suivantes :

$$(1)\qquad \Omega_1=\frac{\alpha+\omega_1}{1+\dfrac{\alpha\omega_1 r^2}{c^2}},\qquad \Omega_2=\frac{\alpha+\omega_2}{1+\dfrac{\alpha\omega_2 r^2}{c^2}},$$

c étant la vitesse de la lumière. On en tire

$$(2)\qquad \Omega_1-(\alpha+\omega_1)=-\Omega_1\frac{\alpha\omega_1 r^2}{c^2},\qquad \Omega_2-(\alpha+\omega_2)=-\Omega_2\frac{\alpha\omega_2}{c^2}r^2.$$

Les quantités (2) seraient nulles si l'on faisait abstraction de la relativité.

M. Prunier propose, dans sa Note, de comparer les positions calculées par la Mécanique céleste, classique ou relativiste, avec celles résultant des considérations précédentes. Il semble que la méthode à employer soit plus simple. Nous avons vu qu'on pouvait déterminer avec une grande précision α, Ω_1, Ω_2. Comment pourrait-on obtenir ω_1, ω_2? Imaginant une lunette dirigée suivant un rayon vecteur attaché à l'équateur terrestre, il suffirait d'observer les passages consécutifs d'un satellite dans cette lunette (*observations méridiennes absolues*) pour avoir sa durée de révolution T par rapport à la Terre en rotation. Mais cette durée de rotation serait exprimée en temps du système Σ; il faudrait tenir compte de la dilatation

positive ou négative de ce temps, par rapport aux systèmes galiléens tangents successifs le long de la trajectoire, de sorte que le temps T devrait être multiplié par

$$(3)\qquad \frac{\sqrt{1-\frac{\alpha^2 r^2}{c^2}}}{1+\frac{\alpha\omega r^2}{c^2}} = \frac{\Omega}{\alpha+\omega}\sqrt{1-\frac{\alpha^2 r^2}{c^2}}.$$

La précision de la détermination de ω serait augmentée par la répétition des observations de passage.

Examinons les phénomènes de *conjonction* des satellites, qui correspondraient ici à de véritables coïncidences dans l'espace. S'ils sont en conjonction à l'origine du temps, un calcul immédiat montre qu'ils seront encore en conjonction dans un rayon vecteur de l'équateur terrestre faisant avec le premier l'angle

$$(4)\qquad 2n\pi\frac{\omega_1}{\omega_1-\omega_2}\left(1+\frac{\alpha\omega_2 r^2}{c^2}\right) = 2n\pi - \frac{2n\pi\omega_2}{(\omega_2-\omega_1)}\left[1+\frac{\alpha\omega_1 r^2}{c^2}\right] \qquad (n \text{ entier}).$$

Pour fixer les idées, supposons $\omega_2 = -\omega_1$. L'angle correspondant à deux conjonctions consécutives sera, non pas π, mais $\pi[1-(\alpha\omega_1 r^2/c^2)]$. L'écart avec π sera égal à $-(\pi\alpha\omega_1 r^2)/c^2$. Si l'on envisage des éléments de l'ordre de ceux qu'on rencontre en astronomie planétaire, par exemple,

$$\alpha = \frac{2\pi}{86400},\qquad \omega_1 = \frac{2\pi}{365\times 86400},\qquad r = 150\,000\,000^{\text{km}},\qquad c = 300\,000,$$

on trouve pour l'angle d'écart, $2'',34$.

Le phénomène se *sensibiliserait*, si les vitesses $\omega_1\,\omega_2$ devenaient voisines, mais l'intervalle de deux conjonctions consécutives s'allongerait proportionnellement.

Le cas réel des planètes, comparées au mouvement de rotation de la Terre, compliquerait les formules, sans rien changer à l'ordre de grandeur des phénomènes.

Considérons, non pas les directions des conjonctions, mais les intervalles de temps séparant deux conjonctions consécutives et pour choisir un exemple précis, considérons le cas de deux satellites de la Terre dont les distances r_1 et r_2 seraient les distances de la Terre au Soleil et à la Lune avec des durées de révolution correspondant à celles de ces astres.

Dans les formules (1), il suffirait de remplacer r par r_1 et r_2 respectivement. L'intervalle de temps θ de deux conjonctions consécutives égal à

$2\pi/(\Omega_1 - \Omega_2)$, avec

$$r_1 = 15.10^7, \quad r_2 = 38.10^4, \quad \alpha = \frac{2\pi}{86400}, \quad \omega_1 = \frac{\alpha}{365}, \quad \omega_2 = \frac{\alpha}{27},$$

serait sensiblement

$$29^{\text{jrs}}\left[1 + \frac{\alpha}{c^2}\,\frac{\omega_1 r_1^2(\alpha + \omega_1) - \omega_2 r_2^2(\alpha + \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_2)}\right].$$

L'effet de relativité par rapport à la mécanique classique ($c = \infty$), dont la concordance avec les observations est déjà si grande, serait ici de $4^{\text{m}}25^{\text{s}}$, *ce qui est manifestement inadmissible*. Il est à noter qu'à la distance du Soleil, la vitesse relative, par rapport à la plate-forme entraînée par la Terre dans sa rotation, serait de l'ordre de 10000 km/sec.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la constante diélectrique des mélanges hétérogènes.* Note [1] de M. **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

La plupart des corps solides étant difficiles à obtenir sous forme de monocristaux, leur constante diélectrique n'a été étudiée souvent que sur des échantillons en poudre, les grains de poudre étant en général séparés par de l'air. On a cherché alors à calculer la constante diélectrique ε_1 qu'aurait le corps à l'état compact en partant de la valeur ε de la constante diélectrique de la poudre dont la densité relative δ est

$$\delta = \frac{\text{densité de la poudre}}{\text{densité de l'état compact}}.$$

La formule de Lorentz-Lorenz $[(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 2)](1/\delta) = (\varepsilon_1 - 1)/(\varepsilon_1 + 2)$ n'a été établie que pour des particules sphériques. De nombreux auteurs [2] l'ont cependant appliquée au calcul de ε_1 pour des poudres cristallines dont les grains sont le plus souvent polyédriques.

Même lorsqu'on ne cherche pas une grande précision pour ε_1, on ne peut utiliser la formule précédente que si la polarisation $P = [(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 2)](1/\delta)$ est inférieure à l'unité. L'expérience montre que cette condition peut n'être pas remplie. J'ai trouvé par exemple qu'à $-100°$ la constante diélectrique du phosphate diammonique $PO^4(NH^4)^2$ est $\varepsilon = 5,15$ pour $\delta = 0,43$, ce qui

---

(1) Séance du 10 mars 1941.

(2) H. Rubens, *Berl. Sitz. Ber.*, 1915, p. 4; R. Jaeger, *Ann. der Physik*, 53, 1917, p. 409; H. Joachim, *Ann. der Physik*, 60, 1919, p. 570.

donne $P = 1,35$. On pourrait trouver des exemples analogues parmi les résultats publiés.

D'autre part des traces d'humidité produisent une absorption électrique ε'' importante et peuvent fausser de plus de 100 % la valeur observée pour ε; il est donc nécessaire de contrôler que ε'' est négligeable devant la constante diélectrique ε.

J'ai repris, en les étendant à des valeurs plus faibles de δ, les mesures de Stöcker ([3]) et d'Errera ([4]) sur KCl et $PbCl^2$. Les poudres étudiées étaient placées dans le vide. L'absorption électrique ε'' de $PbCl^2$ a été inférieure à 0,005, celle de KCl inférieure à 0,003. La longueur d'onde utilisée a été de 4300^m. Les résultats observés à la température de 17° sont les suivants :

KCl	δ...	0,253	0,294	0,35 ([5])	0,356	0,467	0,500 ([5])	0,750 ([5])	1 ([5])
	ε...	1,645	1,729	1,89	1,946	2,293	2,36	3,46	4,8
	P...	0,700	0,665	0,654	0,674	0,645	0,624	0,601	0,559
$PbCl^2$	δ...	0,214	0,382	0,63 ([4])	1 ([4])				
	ε...	2,940	5,154	9,4	28				
	P...	1,838	1,518	1,170	0,9				

On voit que la polarisation P augmente quand δ diminue. Cette augmentation étant plus élevée pour $PbCl^2(\varepsilon_1 = 28)$ que pour $KCl(\varepsilon_1 = 4,8)$, j'ai pensé qu'il serait intéressant de mesurer la constante diélectrique de poudres métalliques ($\varepsilon_1 = \infty$). La difficulté est qu'un condensateur rempli de poudre métallique se comporte facilement comme un cohéreur de Branly. Cependant du fer pur réduit par l'hydrogène et bien desséché n'a présenté qu'une conductibilité négligeable et une absorption électrique très faible $\varepsilon'' = 0,02$, tant que la poudre n'était pas trop tassée. Par exemple j'ai obtenu

Fer	Valeurs expérimentales......	$\delta = 0,363$	$\varepsilon = 14,44$	$P = 2,252$
	» théoriques........	1	∞	1

Des trois exemples précédents il ressort que, lorsque δ diminue, P augmente d'autant plus que ε_1 est plus élevé. Même aux faibles valeurs

---

([3]) *Zeits. f. Physik*, 2, 1920, p. 236.

([4]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 455.

([5]) Valeurs de ε lues sur une courbe passant au mieux entre les points de Stöcker et Errera.

de δ on n'a pas $P = P_1 = (\varepsilon_1 - 1)/(\varepsilon_1 + 2)$ comme l'indique la formule de Lorentz-Lorenz. Cette formule, établie pour des particules sphériques, ne convient donc pas pour les poudres composées de grains polyédriques comme c'est en général le cas. D'autres formules ont été proposées pour des particules en lamelles [6] ou ellipsoïdales [7]. La formule de Wiener conduit à

$$\frac{P}{P_1} = \frac{(\varepsilon_1 + 2)(1 + u)}{3(\varepsilon_1 + u) + \delta(\varepsilon_1 - 1)(u - 2)},$$

u étant constant pour un corps donné. Si $u = 2$ on retrouve la loi [6] de Lorentz-Lorenz, si $u > 2$ $P/P_1 > 1$, mais l'inconvénient de cette formule est que u n'est pas connu *a priori*. Pour supprimer cet inconvénient Bruggeman [8] a calculé u en fonction de ε_1 et δ pour des grains polyédriques, mais l'expression qu'il a trouvée donne, quelque soit δ, $u = \infty$ si $\varepsilon_1 = \infty$ et par suite donnerait pour une poudre comprenant des grains métalliques ε infini quel que soit δ. Il en est de même pour l'expression

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{3 + 2\delta(\varepsilon_1 - 1)}{3\varepsilon_1 - \delta(\varepsilon_1 - 1)},$$

que Bruggeman a établie pour des lamelles orientées au hasard. Les formules de Bruggeman, qui constituent un grand progrès pour des valeurs faibles de ε, devraient être modifiées pour rendre compte de ce que, pour une poudre métallique, ε n'est pas infini, comme l'a confirmé l'expérience citée plus haut.

SPECTROSCOPIE. — *Coefficients d'absorption de l'air dans l'ultraviolet.* Note de Mme **Arlette Vassy**, transmise par M. Charles Fabry.

En collaboration avec E. Vassy, nous avons mesuré, au Maroc en 1937, le coefficient d'absorption de l'air dans le visible et le proche infrarouge [1]. Les résultats rapportés ici prolongent ces mesures précédentes.

---

(6) O. Wiener, *Abh. d. Sächs. Ges. Wiss. Math. Phys. Kl.*, **32**, 1912, p. 509.
(7) H. Fricke, *Phys. Review*, **24**, 1924, p. 574.
(8) *Annalen der Physik*, **24**, 1935, p. 636.

(1) *Journal de Physique*, **10**, 1939, p. 75, 403 et 459.

Le coefficient d'absorption de l'air dans l'ultraviolet a déjà été déterminé plusieurs fois : par Schaeffer (²) en 1922, par Dawson, Granath et Hulburt (³) en 1929, par Götz et Maier-Leibnitz (⁴) en 1933, enfin par Buisson, Lausseran et Rouard (⁵) qui, dès 1932, poussèrent leurs mesures jusqu'à 1990 Å. Tous ces expérimentateurs avaient utilisé une source donnant un spectre de raies, arc au mercure ou étincelle entre électrodes métalliques. Nous avons pensé apporter des données nouvelles sur la question en reprenant ces mesures avec une source donnant un spectre continu.

Mais la seule source de spectre continu dont on dispose, le tube à hydrogène, a une intensité lumineuse assez faible; il est nécessaire de concentrer la lumière au moyen d'une lentille et l'on doit donc se borner pour plus de sûreté à la mesure des différences de coefficients d'absorption entre deux longueurs d'onde dont l'une reste fixe; nous avons choisi pour cette dernière 4260 Å.

Nous avons repris la méthode expérimentale déjà décrite à l'occasion des mesures dans le visible (¹); les expériences ont été faites à l'Observatoire du Mont-Ventoux; les mesures s'étendent entre 4260 et 2277 Å. Elles ont été raccordées aux mesures absolues effectuées au Maroc en ajoutant, aux valeurs obtenues pour les différences, 0,0278, valeur minimum du coefficient d'absorption pour la longueur d'onde 4260 Å.

Du côté des courtes longueurs d'onde, nous avons également effectué des mesures absolues au laboratoire, soit avec un tube de $3^{m},11$, soit avec un tube de 40^{m} installé à l'Observatoire aérologique de Trappes; ces dernières mesures s'étendent entre 2150 et 1898 Å; par leur bon raccord avec les mesures précédentes, elles ont constitué une excellente vérification des mesures relatives.

Le tableau contient le coefficient d'absorption, pour les différentes longueurs d'onde, de l'air pris dans les conditions normales de température et de pression, défini d'après la formule $I = I_0 . 10^{-\alpha x}$, x étant la longueur du parcours absorbant exprimé en *kilomètres*.

(²) *Proc. Amer. Acad. Arts and Sc.*, **57**, 1922, p. 365.
(³) *Phys. Rev.*, **34**, 1929, p. 136.
(⁴) *Zeits. für Geophysik*, **9**, 1933, p. 253.
(⁵) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 808 et **194**, 1932, p. 1477.

λ.	α.	λ.	α.	λ.	α.	λ.	α.
4260...	0,0278	3030...	0,0942	2548...	0,50	2150...	2,1
4180...	0,0294	3005...	0,0971	2519...	0,60	2050...	2,65
4110...	0,0315	2980...	0,104	2515...	0,555	2037...	2,7
4035...	0,0310	2955...	0,111	2488...	0,68	2026...	3,5
3970...	0,0348	2922...	0,1205	2486...	0,62	2023...	2,8
3905...	0,0357	2902...	0,1315	2462...	0,745	2017...	3,0
3845...	0,0338	2880...	0,147	2459...	0,67	2015...	2,7
3784...	0,0353	2858...	0,160	2442...	0,75	1998...	6,0
3732...	0,0335	2838...	0,196	2440...	0,71	1997...	2,5
3680...	0,0412	2818...	0,222	2428...	0,78	1983...	9,0
3628...	0,0448	2804...	0,260	2426...	0,76	1981...	3,0
3575...	0,0465	2798...	0,249	2422...	0,81	1972...	14
3532...	0,0447	2784...	0,272	2413...	0,845	1970...	5,0
3486...	0,0492	2775...	0,266	2400...	0,855	1961...	9,5
3440...	0,0494	2762...	0,270	2392...	0,96	1959...	3,0
3400...	0,0463	2740...	0,275	2380...	0,92	1947...	50
3360...	0,0478	2720...	0,306	2369...	0,98	1946...	9,5
3322...	0,0512	2700...	0,344	2359...	1,01	1940...	24
3285...	0,0555	2684...	0,390	2348...	1,11	1939...	9,5
3248...	0,0586	2668...	0,390	2338...	1,18	1924...	80
3215...	0,0626	2652...	0,385	2327...	1,25	1922...	22
3180...	0,0658	2638...	0,458	2316...	1,27	1902...	–
3148...	0,0681	2634...	0,428	2306...	1,33	1898...	29
3120...	0,0716	2593...	0,553	2296...	1,36		
3090...	0,0766	2590...	0,493	2287...	1,34		
3060...	0,0771	2553...	0,613	2277...	1,36		

L'utilisation d'un spectre continu nous a permis de multiplier les mesures dans un intervalle spectral intéressant, ainsi que de nous rendre compte des erreurs accidentelles, qu'elles soient d'ordre photométrique, ou qu'elles soient dues à des impuretés. Elle a eu également pour conséquence de faire apparaître le détail de la courbe d'absorption; c'est ainsi que l'on voit se détacher de nombreuses bandes dont les plus importantes sont dues à l'oxygène. L'absence de lacunes dans la courbe d'absorption a également permis d'aborder l'analyse des facteurs responsables de cette absorption.

Enfin cette série de mesures a rendu possible le calcul de la répartition spectrale énergétique du rayonnement solaire pénétrant dans l'atmosphère jusqu'à différentes altitudes.

THERMOCHIMIE. — *Sur la calorimétrie des solutions aqueuses de quelques sels de sodium, de potassium et d'ammonium.* Note de M. **Jean Perreu**.

J'ai effectué, à la température ordinaire, à l'aide du calorimètre de Berthelot, l'étude thermochimique des solutions aqueuses binaires de nitrite de sodium, de phosphate monosodique, de carbonate de potassium et de bichromate d'ammonium (¹).

1. *Nitrite de sodium* NO^2Na. — Les expériences ont été faites à 14°C. La chaleur de dissolution de la mol-g de sel dans un grand excès d'eau, est égale à $-3^{cal},63$ (250 mol-g d'eau), $-3^{cal},64$ (295 mol-g), $-3^{cal},65$ (340 mol-g) et $-3^{cal},66$ (400 mol-g). A 10°,7, j'ai trouvé $-3^{cal},73$, en opérant avec 200 mol-g d'eau. La concentration finale $c' = 0,0034$; $h' = 295$, qui figure dans le tableau suivant, correspond aux mesures de la chaleur de dissolution initiale $q_0^{c'}$ et des chaleurs de dilution $L_c^{c'}$.

Concentration initiale.		γ_{moy}					a_c.	
c.	h.	(14°-16°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c (calc.).	l_c.		
0	∞		$-3^{cal},64$ ($q_0^{c'}$)					
0,0261	38,333	$0^{cal},920$	$-2,86$	$-0^{cal},57$	$-3^{cal},07$			
0,0522	19,167	0,867	$-2,53$	$-0,80$	$-2,84$			
0,1043	9,583	0,816	$-2,30$	$-1,02$	$-2,62$			
0,1565	6,389	0,780	$-2,24$	$-1,18$	$-2,46$			
0,1956	5,111	0,758	$-2,22$	$-1,23$	$-2,41$			
0,2139(C)	4,675(H)	0,748	$-2,20$ (q_C) (extrap.)	$-1,25$	$-2,39$	$-0^{cal},034$	$-0^{cal},16$ (mes.)	$-0^{cal},17$ (calc.)

Les valeurs obtenues pour la chaleur limite q_C sont $-2^{cal},20$ (extrap.) et $-2^{cal},23$ (calc.). Les chaleurs spécifiques peuvent être exprimées par la formule

$$\gamma_{moy}(14°\text{-}16°) = \frac{8,06 + h}{12,15 + h}.$$

2. *Phosphate monosodique* $PO^4H^2Na, 2H^2O$. — Ce sel a été étudié à 9°-10°C. La dissolution de la mol-g d'hydrate dans 365, 400, 550 et 722 mol-g d'eau libre, dégage respectivement $-5^{cal},18$; $-5^{cal},20$; $-5^{cal},23$ et $-5^{cal},24$. La concentration finale obtenue dans les mesures de $q_0^{c'}$ et de $L_c^{c'}$, est égale à $c' = 0,00138$; $h' = 724$.

(¹) Pour les notations, voir *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 136 et 182; *Thèse*, Paris, 1936, p. 9; série A, n° **1679**, **2545**.

Concentration initiale. c.	h.	γ_{moy} (9°-11°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.	a_c.	
		cal	cal	cal	cal	cal	cal	cal
0	∞		−5,24 ($q_0^{c'}$)					
0,0129	77,667	0,932	−4,58	−0,31	−4,93			
0,0254	39,333	0,887	−4,24	−0,58	−4,66			
0,0496	20,167	0,832	−4,01	−0,91	−4,33			
0,0726	13,778	0,792	−3,94	−1,10	−4,14			
0,0949	10,533	0,776	−3,92	−1,19	−4,05			
0,1154(C)	8,667(H)	0,746	−3,90 (q_C) (extrap.)	−1,21	−4,03	−0,019	−0,13 (mes.)	−0,15 (calc.)
0,150 (sursat.)	6,667 (sursat.)			−1,27				

On trouve

$$q_C \text{ extrap.} = -3^{cal},90; \quad q_C \text{ calc.} = -3^{cal},90,$$

$$\gamma_{moy}(9^\circ\text{-}11^\circ) = \frac{12,90 + h}{19,57 + h}.$$

3. *Carbonate de potassium* $CO^3K^2, 1,5H^2O$. — Les mesures ont été faites à 9°-10°C. L'hydrate utilisé dans la mesure des chaleurs différentielles de dissolution a été obtenu, vers 35°, par une longue dessiccation dans un courant de gaz inerte, du sel finement pulvérisé. Il correspond à la composition $CO^3K^2, 1,53H^2O$. La dissolution de la mol-g de cet hydrate, dans 366,66 et 446 mol-g d'eau libre, dégage respectivement $-1^{cal},02$ et $-1^{cal},13$. La concentration finale réalisée, dans les mesures de $q_0^{c'}$ et de $L_c^{c'}$, est égale à $c' = 0,00271$; $h' = 368,167$.

Concentration initiale. c.	h.	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.	a_c.
		cal	cal	cal	cal	cal
0	∞	−1,02 ($q_0^{c'}$)				
0,0053	184,833	−0,50	−0,24	−0,78	−0,001₆	−0,30
0,0107	93,167	0,00	−0,48	−0,54	−0,005₅	−0,51
0,0262	38,167	+0,69	−1,08	+0,06	−0,016₅	−0,62
0,0504	19,833	+0,75	−1,50	+0,48	−0,018₅	−0,34
0,0749	13,722	+0,35	−1,54	+0,52	+0,005	+0,06
0,0856	11,685	−0,03	−1,50	+0,48	+0,034	+0,35
0,0937	10,667	−0,28	−1,48	+0,46	+0,055	+0,51
0,1132	8,833	−0,77	−1,36	+0,34	+0,132	+0,97
0,1314	7,611	−1,30	−0,97	−0,05	+0,217	+1,33
0,1411(C)	7,089(H)	−1,60 (q_C) (extrap.)	−0,90 (extrap.)	−0,10 (extrap.)	+0,275 (extrap.)	+1,54 (a_C) (extrap.)

D'où

$$q_C \text{ extrap.} = -1^{cal},60, \quad q_C \text{ calc.} = -1^{cal},66.$$

Remarque. — Les graphiques $q_c = f(h)$ et $L_c^{c'} = \varphi(h)$, ne présentent plus l'allure des courbes observées pour les sels que j'ai antérieurement étudiés. Au premier de ces graphiques correspondent un maximum voisin de $+0^{cal},80$, au voisinage de $h = 25$, et deux points morts, pour $h = 93,167$ et h voisin de $11,8$. Le deuxième graphique accuse un minimum voisin de $-1^{cal},54$, pour $h = 14$ (environ). Des observations analogues peuvent être faites sur les courbes $Q_c = f_1(h)$ et $a_c = f_2(h)$.

4. *Bichromate d'ammonium* $Cr^2O^7(NH^4)^2$. — Les mesures ont été effectuées à 10-11°. En dissolvant la molécule-gramme de sel dans une grande quantité d'eau, on trouve, pour la chaleur dégagée, $-13^{cal},27$ (430 mol-g d'eau), $-13^{cal},36$ (540 mol-g), $-13^{cal},53$ (741 mol-g), $-13^{cal},63$ (850 mol-g), $-13^{cal},71$ (900 mol-g) et $-13^{cal},92$ (1166,66 mol-g). La concentration finale relative aux mesures de $q_0^{c'}$ et de $L_c^{c'}$ est $c' = 0,00086$; $h' = 1166,66$.

Concentration initiale.							a_c.	
c.	h.	γ_{moy} (11°-13°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.		
0	∞		cal $-13,92$ ($q_0^{c'}$)					
0,00357	280	cal 0,952	$-12,17$	cal $-0,80$	cal $-13,12$			
0,00714	140	0,910	$-11,48$	$-1,27$	$-12,65$			
0,01071	93,33	0,876	$-11,02$	$-1,70$	$-12,22$			
0,01428	70	0,848	$-10,75$	$-2,00$	$-11,92$			
0,01786	56	0,827	$-10,53$	$-2,22$	$-11,70$			
0,01978(C)	50,54(H)	0,812	$-10,44$ (q_C) (extrap.)	$-2,35$	$-11,57$	cal $-0,0233$	cal $-1,18$ (mes.)	cal $-1,20$ (calc.)
0,02143 (sursat.)	46,67 (sursat.)			$-2,48$				

On a

$$q_C \text{ extrap.} = -10^{cal},44; \qquad q_C \text{ calc.} = -10^{cal},39.$$

$$\gamma_{moy}(11^\circ\text{-}13^\circ) = \frac{16,754 + h}{32,131 + h}.$$

5. *Conclusion.* — En résumé, trois des sels étudiés ci-dessus se comportent, quant à la variation des chaleurs de dissolution et de dilution, suivant la règle observée dans mes recherches antérieures; par contre le carbonate de potassium fait exception au cas général et présente, en solution concentrée, des particularités intéressantes.

PÉDOLOGIE. — *Sur la régénération des allites intertropicales. Principes nouveaux sur la reconstitution minérale des sols des pays chauds.* Note de M. **Hélios Scaëtta**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Au cours de l'étude morphologique sur place des sols de l'Afrique occidentale (de 1937 à 1939) nous avons été surpris de l'aspect *anormal* (par rapport aux modes habituels d'évolution) du profil autochtone d'un sol du Dahomey septentrional et d'une allite siallitique (au sens d'Harrassowitz) de la basse Côte d'Ivoire occidentale.

1° A Guézébani (Dahomey), sur un plateau de 475^{m} d'altitude, la piste que nous suivions nous conduisit dans un îlot forestier dont la hauteur, la densité et la composition sociale ([1]) tranchaient avec la végétation tropicale environnante. Il ne s'agissait nullement d'un *bois sacré*. Des boules d'un granite à gros éléments étaient au niveau de la surface alternant avec le sol meuble.

Le profil du sol de cette forêt comprenait : une couche *organique* de couleur brun foncé de 10^{cm} d'épaisseur; une couche *éluviale* argilo-sableuse jaune rosé de 60^{cm}, suivie sans transition, d'une cuirasse latéritique dure, du type massif-alvéolé, épaisse de plusieurs mètres. Plus loin, les berges d'un ruisseau nous ont permis de constater que la roche-mère du profil en question était un granit, mais paraissant d'une autre espèce. La cuirasse gît donc directement ou par l'intermédiaire d'un illuvium kaolineux sur ce granit. L'éluvium, nous signalons ce fait, ne présentait aucune trace de latéritisation apparente; il *enrobait, sur toute son épaisseur, des éléments désagrégés et des cristaux isolés altérés du granit en surface.*

Voici un profil manifestement dérivé d'une argile résiduelle de granit, lequel a atteint le stade ultime de son évolution caractérisé par la cuirasse ([2]). Celle-ci supporte sans transition un *solum* ([3]) autochtone, jeune, stratigraphiquement complet, avec une couche organique exceptionnellement épaisse pour cette latitude, et un éluvium juvénile. La

---

([1]) Voici la composition sommaire de l'état forestier relevé par M. Demaille, Inspecteur des Eaux et Forêts du Dahomey et du Togo : *Anogeissus leiocarpus* (dominant); *Cussonia* sp.; *Ochna* sp.; *Vitex Cienkowskii*; *Diospyros mespiliformis*; *Bombax* sp.; *Butyrospermum Parkii*; *Khaya senegalensis* (Cailcédrat); *Pterocarpus erinaceus*; *Strychnos* sp. et des nombreuses lianes et épiphytes non dénombrées.

([2]) H. Scaetta, *C. R. A. S.*, 1938, p. 1222-1224.

([3]) *Solum*, la partie biogène du profil comprenant la couche organique et la couche éluviale.

succession des horizons et leur discordante maturité, pouvait faire croire que le profil était discontinu, comme si l'éluvium lui était étranger. La désintégration du granite en surface et son hydrolysation rapide, arrêtait manifestement la montée de l'horizon ferrique sous-jacent, par une reconstitution incessante du complexe adsorbant. De ce fait l'humification des matières organiques est normale, la couche humicole maintient son épaisseur avec le concours de la topographie presque tabulaire du plateau, l'éluvium est protégé, et l'on explique pourquoi une forêt aussi dense peut exister sur un solum de 70^{cm} d'épaisseur.

2° Une tranchée routière du plateau entre Man et Danané (Côte d'Ivoire) nous révéla le profil suivant : une couche éluvio-organique brune enrobant du gravillon de quartz altéré de 15^{cm} d'épaisseur; un horizon éluvial jaune ocre de 1^{m},10 d'épaisseur; un horizon illuvial jaune tacheté de rouge de 2^{m} d'épaisseur, suivi d'un deuxième illuvium kaolineux jaune clair tacheté de blanc et de rouge, d'épaisseur inconnue, reposant sur un granit gneissique (d'après Bolgarsky). Le premier illuvium localisait dans le tiers supérieur de l'horizon, une zone ferrique en voie de concrétionnement par évolution pisolithique. *L'éluvium argileux enrobait des plaques de dolérite intrusive.* Ce sol portait un lambeau de forêt ombrophile que les indigènes venaient d'abattre.

Il nous fut facile de constater que l'étonnante jeunesse de l'horizon éluvial par rapport au restant du profil déjà allitisé, que sa conservation, ainsi que celle de la couche humifère superficielle étaient dues à la présence de la dolérite. La roche sous le climat humide et chaud de cette région, s'altère très rapidement et fournit à l'éluvium l'argile sans cesse renouvelée, tandis que les horizons inférieurs sont tributaires de l'argile résiduelle de la roche-mère, c'est-à-dire le granite gneissique. On peut conclure sans hésiter, par analogie avec ce qui se passe à Guézébani que la fertilité de ce sol est due à l'arrêt de la progression vers le haut de la couche concrétionnée au niveau d'influence des diabases intrusives.

3° Un troisième cas a été observé à Koumea, dans le Togo septentrional, où un sol argileux, non allitisé, se reforme sans cesse entre des écailles de diorite verdie par altération des feldspaths, émergeant en paliers sur les pentes douces d'une colline. Ce sol entretient une population dont la densité dépasse 70 habitants au km. carré.

La latéritisation étant un phénomène irréversible, nous avons pensé que l'homme n'y pouvait exercer d'autre action que celle d'accélérer le cycle évolutif par l'implantation d'une végétation destructrice de la cuirasse [4].

([4]) H. Scaëtta, *Revue de Botanique appliquée*, **221**, 1940, p. 1-10.

Or les faits que nous venons d'exposer, prouvent que l'Homme peut modifier le cours de l'évolution du profil en l'arrêtant à une phase juvénile (la phase siallitique) ou en le rajeunissant au cours d'une phase ultérieure (phase allitique). Toutefois son intervention doit se produire avant que le stade concrétionné soit atteint. Le mode de cette intervention consistera en *l'incorporation au sol de roches altérées* (pourries) *capables d'abandonner rapidement, sous l'action énergétique du climat les composants minéraux.* Ainsi dans les sols jeunes le complexe adsorbant sera réintégré au fur et à mesure de sa destruction, tandis que, dans les sols vieux, seront reconstitués les systèmes colloïdaux dégradés.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'hydrocarbures liquides dans le Kiméridgien des anticlinaux de la bordure septentrionale de l'Aquitaine.* Note de MM. **Henri Schœller** et **Jean Estival**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Kiméridgien de la bordure Est et Nord-Est du Bassin d'Aquitaine renferme des huiles minérales, passées à peu près inaperçues jusqu'ici, car, à notre connaissance, seul Harlé [1] en fait mention en 1862 dans les termes suivants : « Au delà de la vallée de Céoux, les couches jurassiques supérieures s'étendent vers l'Ouest par Saint-Pompon où se trouvent des bancs assez bitumineux pour que la pierre puisse brûler avec flamme. »

Au cours de recherches géologiques en Dordogne, nous avons, à ce sujet, procédé à une enquête, interrompue malheureusement par les événements de l'été dernier.

Il existe déjà du Kiméridgien à hydrocarbures dans un vallon de la Dordogne, entre Saint-Vincent-de-Cosse et Saint-Cyprien.

Plus au Sud, à Saint-Pompon, dans les parages signalés par Harlé, nous avons engagé un habitant du pays à faire des recherches et il a pu ainsi découvrir des bancs renfermant une proportion intéressante d'huile.

Près de Fumel, à 1 km au Sud-Ouest de Saint-Martin de Redon, nous en avons trouvé au bord même de la route. Le Kiméridgien y est formé de calcaires gris à pâte fine, alternant en petits bancs avec des marnes schisteuses à *Exogyra virgula.* Les marnes sont assez riches en hydrocarbures pour que l'huile exsude sous l'effet de la chaleur estivale.

Enfin, postérieurement à nos travaux, un industriel nous a signalé des gisements analogues dans le Kiméridgien de Catus, ainsi que vers les Junies (Feuille de Gourdon de la Carte géologique de France au 80000e).

---

(1) *Bull. Soc. Géol. France*, 2e série, **20**, 1862, p. 121.

Nous avons effectué plusieurs distillations de 100^{kg} de ces calcaires dans un appareil très rudimentaire et obtenu, pour chaque opération, de 3 à 5^{kg} d'huile très fluide, de densité voisine de 1 et à forte odeur de pétrole.

Ainsi le Kiméridgien renferme des hydrocarbures entre la Dordogne et le Lot. Ces gisements se trouvent dans des anticlinaux, aussi bien à Saint-Cyprien qu'à Saint-Pompon, Saint-Martin de Redon et Catus. Il y a là des indices sérieux d'une grande extension du Kiméridgien huileux, qui descend vers le Sud-Ouest, sous la couverture plus récente du Bassin d'Aquitaine.

N'y aurait-il donc pas la possibilité de rechercher le pétrole dans le Kiméridgien d'une de ces rides de la bordure de l'Aquitaine?

Bien des explorations et des recherches y sont à faire, même en dehors de la région plus spécialement étudiée ci-dessus, en allant au Sud du Lot et au Nord de la Dordogne, en particulier dans les anticlinaux de Chapdeuil et de Mareuil.

POTAMOLOGIE. — *Essai de définition des vases des eaux douces.* Note de M. **Jacques Bourcart.**

La vase qui se dépose dans les estuaires a presque toujours été confondue avec de l'argile. J'ai montré précédemment (¹) qu'elle était, en réalité, un *mixte* formé d'une *phase sableuse* (grains $> 20\,\mu$) et d'une *phase pulvérulente* (grains $< 20\,\mu$ de quartz, calcite, phyllites, minéraux des argiles, frustules de Diatomées etc.) et d'un *liant*. Celui-ci est formé de produits organiques provenant de la décomposition des Algues et de fer, à l'état de FeS surtout. La vase, qui salit les grains de sable des ports et des plages abritées, a une constitution identique.

Des vases, d'aspect tout analogue, se déposent dans les mares ou étangs, dans les canaux, dans les bras morts des fleuves. La Seine, dans la traversée de Paris, dépose au voisinage des berges convexes, la même vase sur le cailloutis qui y forme son lit.

Ces vases sont grises ou noirâtres, collantes; le plus souvent, au contraire des vases d'estuaires, elles sont sans odeur sulfureuse. L'étude au microscope et l'analyse granulométrique montrent que leur composition est presque identique à celles des vases d'estuaires : 1° *phase sableuse*, à

(¹) *Comptes rendus*, **207**, 1939, p. 758; **208**, 1939, p. 542.

peu près uniquement faite de quartz; 2° *phase pulvérulente*, calcite, micas, minéraux des argiles, microfossiles, spicules monaxones d'Eponges et très nombreuses frustules de Diatomées, grains de pollen, spores et fragments de cellulose ou de lignine; 3° *liant* organique très riche en fer.

La vase ne se dépose que lorsque le mouvement des eaux est nul ou laminaire : élargissements brusques, angles morts, faibles profondeurs. Dans les réservoirs où l'eau est au repos, elle peut être *stratifiée*. Sédimentée, elle prend très rapidement, comme les vases d'estuaires, une grande rigidité qui rend le dévasement par simple chasse d'eau difficile.

Si l'on agite une certaine quantité de vase avec une quantité quelconque d'eau dans un récipient gradué, on constate d'abord une séparation en deux phases : à la partie supérieure, un liquide contenant plus ou moins de sels et de colloïdes vrais, mais toujours transparent, et à la partie inférieure, la vase proprement dite. La limite de séparation, très nette, baisse progressivement avec le temps pour atteindre une *hauteur-limite* correspondant à une certaine teneur en eau. Mesurée dans ces conditions, cette teneur en eau est caractéristique d'un matériel donné. La vase est alors rigide et, quel que soit l'angle que l'on donne au récipient, la surface de séparation reste immobile. La couche transparente étant enlevée, une simple agitation rétablit la liquidité. Abandonnée au repos, cette nouvelle suspension se sépare à nouveau en une phase aqueuse et une phase rigide et ainsi de suite, jusqu'à un état-limite où l'agitation devient impossible.

Ce phénomène, qui explique l'extraordinaire résistance à l'érosion des bancs de vase abandonnés au repos, a une analogie évidente avec les propriétés de *thixotropie* que présentent certaines suspensions d'argiles (bentonite) ou même des gels (gélatine, résine, asphaltes etc.). Une étude plus précise est nécessaire pour déterminer si les causes du phénomène sont les mêmes dans les deux cas ([2]).

Les limons ou sables limoneux déposés par les crues de la Seine ont une constitution identique à celle de la vase, mais l'importance de la phase sableuse y est beaucoup plus grande. Les proportions de la phase pulvérulente et du liant y sont également variables. Ce sont les rapports entre ces proportions qui déterminent les propriétés physiques de ces limons à

([2]) M. J. Duclaux a rappelé (*Traité de Chimie physique appliquée à la biologie*, 3, 1934, p. 21) que les *sables mouvants* de la baie du Mont Saint-Michel sont dus à un phénomène identique à la thixotropie.

l'état frais. L'analogie entre les sables limoneux des crues de la Seine et les sables vaseux des baies maritimes que j'ai étudiés avec C. Francis-Bœuf [3] est étroite.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les résorptions vasculaires dans la plantule du* Libocedrus decurrens *Torr. et l'explication de l'appareil constructeur des Sphenophyllées.* Note [1] de M. **Edmond Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

En appliquant la méthode de l'anatomie dynamique, qui a conduit G. Chauveaud à la remarquable découverte de l'évolution vasculaire, nous avons trouvé dans des plantules du *Libocedrus decurrens* les différents modes de résorption de son appareil conducteur pendant son évolution.

Ces résorptions vasculaires, dues à l'accélération basifuge, sont observables dans chacun des deux convergents de l'hypocotyle de la jeune plantule à des niveaux de plus en plus élevés ou, à un même niveau, sur des plantules de plus en plus vieilles. Elles peuvent donner successivement au faisceau de xylème :

1° *La forme d'un croissant à pointes externes.* — Les vaisseaux les plus primitifs du xylème alterne disparus (Xar.) sont remplacés par un nouveau parenchyme (P_2). Les pointes du croissant sont constituées par des vaisseaux de la phase intermédiaire (X_i) (*fig.* D et E).

2° *La forme d'une couronne de vaisseaux.* — La résorption des vaisseaux alternes primitifs (Xar.) s'avance de plus en plus. Aux vaisseaux intermédiaires succèdent des vaisseaux de xylème centrifuge (X'_a), différenciés dans le nouveau parenchyme, fermant ainsi la couronne des vaisseaux du xylème (*fig.* D et E).

3° *La forme d'un croissant à pointes internes.* — Les vaisseaux de xylème alterne les plus primitifs disparaissant par des résorptions continues, la plage du nouveau parenchyme rejoint le parenchyme médullaire. Les vaisseaux de xylème centrifuge, pseudo-alternes se différencient activement et occupent bientôt une position superposée, extension progressive des formations du phloème qui se rejoignent et forment ainsi un cercle libérien continu.

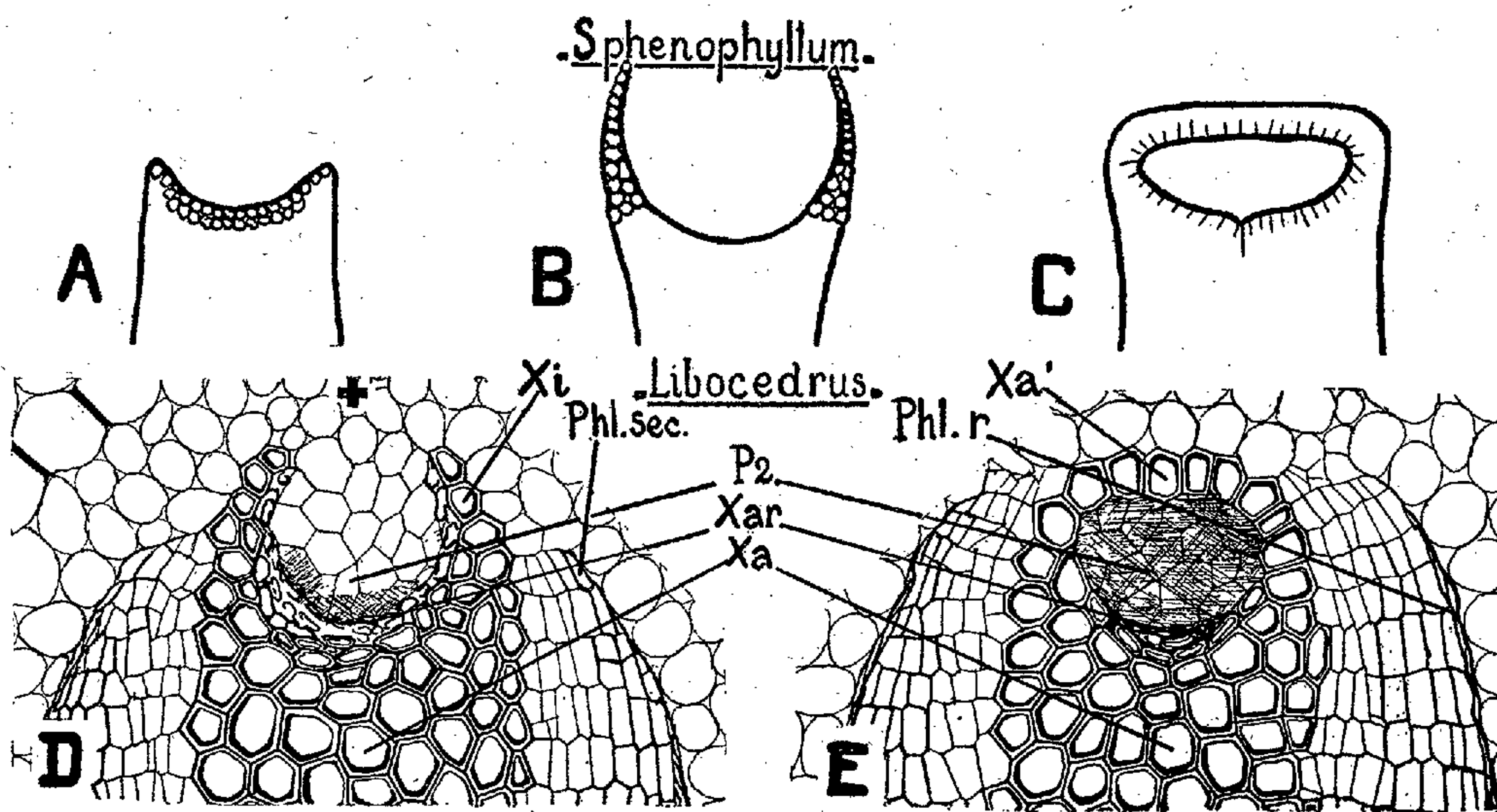
---

(3) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 568.

(1) Séance du 10 mars 1941.

Les deux premières phases sont visibles chez une plantule âgée; la moelle est alors lignifiée. Sur une plantule plus âgée, des formations de xylème secondaire indirect sont visibles, d'abord sur les deux faces du rectangle ligneux primaire, puis, après différenciation du xylème secondaire indirect devant les deux pôles trachéens, sur toute la périphérie du massif ligneux primaire.

On peut retrouver ces mêmes phases dans l'appareil conducteur de la tige de certaines plantes fossiles à formations secondaires, par exemple *Sphenophyllum*; le cylindre central est constitué par du xylème centripète autour duquel s'est différencié du bois centrifuge secondaire. Le cylindre central du *Sphenophyllum plurifoliatum* Will. du Westphalien d'Angleterre (*fig.* A), les *Sphenophyllum* du Permien d'Autun (*fig.* B), et le *Sphenophyllum insigne* du Carbonifère inférieur de Saalfeld (*fig.* C), montrent les mêmes formations vasculaires et les résorptions signalées plus haut chez le *Libocedrus decurrens*. Chez le premier, les résorptions sont commencées; chez les seconds, elles sont plus accentuées; chez le troisième, les formations centrifuges sont apparues dans la partie externe, isolant ainsi une lacune de résorption subterminale.



Chez le *Libocedrus* ces structures peuvent coexister dans un même organe. On ne saurait donc utiliser, pour séparer les espèces, ce seul caractère anatomique, de même que les modifications qui, nécessairement, en résultent dans l'insertion et la morphologie des organes foliaires.

De plus, beaucoup d'erreurs d'interprétation ont été commises dans l'examen des structures des *Sphenophyllum*. On a voulu voir dans les deux pointes du faisceau figuré en B deux pointements dits de *protoxylème*. En fait, il n'y a ici qu'un seul convergent et il n'y a eu qu'un seul pointement trachéen disparu par résorption et depuis longtemps remplacé par une lacune ou quelquefois par un nouveau parenchyme. On y a vu aussi une disposition excentrique, et l'on a prétendu que le passage de la disposition excentrique à la disposition superposée se faisait, contrairement à ce qu'avait déjà montré G. Chauveaud, sans passer par les phases habituelles alterne et intermédiaire. Il s'agit en réalité de vaisseaux alternes centripètes, partiellement résorbés et de vaisseaux centrifuges pseudo-alternes, superposés directs, séparés des précédents par des cellules parenchymateuses.

Il semble bien que l'évolution vasculaire des *Sphenophyllum* se soit faite de façon analogue à celle du *Libocedrus*. Cette manière de voir se trouve confirmée par l'examen des structures des racines attribuées à ces espèces fossiles, tout à fait comparables aux racines du *Libocedrus*. Bien que suivant un processus de différenciation analogue, ces plantes vasculaires appartiennent cependant à deux rameaux phylétiques distincts, comme le montre d'ailleurs l'étude de la structure de leurs vaisseaux. De plus, les dispositions figurées plus haut sont visibles seulement dans l'hypocotyle du *Libocedrus*, alors qu'elles sont conservées dans toute la tige des *Sphenophyllum*.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Modifications provoquées sur le bois des arbres par les injections de bichromate de potassium.* Note de M[me] **Germaine Hurel-Py**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Lorsqu'on plonge l'extrémité d'une branche fraîchement coupée dans une solution de bichromate de potassium à 5 °/₀₀, celle-ci monte dans toute la branche et se répand jusque dans les feuilles dont les nervures deviennent très visibles et se colorent en brun noir. Nous nous sommes proposé d'étudier les modifications que font subir au bois les injections de bichromate de potassium, puis le mécanisme de ces modifications. Les expériences ont porté sur dix bois différents, *Acer pseudo-platanus*, *Æsculus Hippocastanum*, *Betula alba*, *Fraxinus japonica*, *Juglans regia*, *Platanus orientalis*, *Populus fastigiata*, *Populus italica*, *Quercus ilex*, *Tilia species*, provenant de Bellevue (Station Berthelot) et injectés à la fin de l'été.

Modifications apportées au bois. — a. Modifications subies par la lignine. — Le bois paraît prématurément vieilli, son grain est plus lisse, sa couleur plus sombre. Les coupes de bois injectés et de bois témoins traités par le réactif iodo-ioduré très dilué, ont une teinte différente : les bois témoins sont acajou alors que les bois injectés sont nettement brun vert. Cette différence de coloration porte sur les parois cellulaires et se produit de même lorsque les coupes ont été vidées par l'hypochlorite de sodium. Par le carmin vert d'iode, la phloroglucine chlorhydrique, et la réaction de Maüle il n'est pas possible de faire de distinctions entre les bois témoins et les injectés. On sait que la réaction de Maüle consiste en une oxydation de la lignine par le permanganate de potassium, les produits de cette oxydation prenant une teinte rouge par l'ammoniaque. Nous avions pensé que, si le bichromate de potassium agissait lui-même en oxydant la lignine, la coloration rouge des produits oxydés pourrait peut-être s'obtenir directement sur les bois injectés ou encore que les bois injectés nécessiteraient une oxydation moins grande par le permanganate. Or nous n'avons constaté aucune différence. Du reste, des bois injectés ou non, traités par des solutions concentrées de bichromate de potassium à chaud ne donnent pas de produits d'oxydation susceptibles de prendre une teinte rouge par l'ammoniaque.

Seules les substances aldéhydiques contenues dans les parois lignifiées sont modifiées par les injections de bichromate de potassium. Cette différence est visible macroscopiquement : les coupes des bois injectés sont beaucoup plus rouges et contiennent donc plus de substances aldéhydiques que les coupes de bois témoins. Ces substances sont surtout localisées dans la cloison mitoyenne des cellules. Cependant, lorsqu'elles sont en grande quantité, elles se répandent dans la paroi même de chaque cellule, qui prend alors une teinte rose diffuse. En général les rayons médullaires n'en contiennent pas ou peu. Dans les bois témoins, c'est surtout le bois d'automne qui est riche en substances aldéhydiques. Dans les bois injectés, ces substances sont réparties d'une façon plus homogène. Signalons enfin que chez *Quercus ilex* et *Platanus orientalis* nous avons constaté, au contraire, une diminution des substances aldéhydiques dans les bois injectés.

b. Modifications portant sur le contenu cellulaire. — Ces modifications portent sur l'amidon et sur le tanin.

Tous les bois contiennent de l'amidon. Il est localisé dans les rayons médullaires et dans les cellules ligneuses. Il est en plus grande abondance dans le bois dur que dans l'aubier. Dans les bois injectés la répartition de

l'amidon demeure la même, mais la quantité est beaucoup plus grande. Seul le *Quercus ilex* possède sensiblement la même quantité d'amidon, qui est minime, que les bois aient été injectés ou non.

Tous les bois examinés contiennent des tanins. Ils sont localisés dans les rayons médullaires, les cellules ligneuses et, parfois, dans les vaisseaux. Le bois de printemps est moins riche en tanins que les bois d'automne et les rayons médullaires présentent même une hypertrophie très nette au niveau de ce dernier. Dans les bois injectés il y a nettement moins de tanins que dans les bois témoins. Les anciennes observations qui signalent dans les bois un équilibre entre les quantités de tanins et d'amidon paraissent se vérifier ici.

Mécanisme de ces modifications. — Afin d'expliquer les modifications subies par les bois injectés par le bichromate de potassium nous avons observé le mécanisme de la pénétration de celui-ci dans la plante. Ces expériences ont porté sur le Sycomore et le Noyer, où les différences entre bois injectés et bois témoins sont particulièrement nettes. Nous avons constaté les faits suivants :

1° Les tissus ne sont pas tués immédiatement par la pénétration du bichromate de potassium.

2° Les tanins ne se précipitent pas tout de suite dans toutes les cellules. Au début de l'injection, seules quelques cellules à tanins ont leur contenu précipité.

3° Au bout de deux à trois jours d'injection, alors que le bichromate de potassium s'est répandu dans toute la branche jusque dans les feuilles et que toutes les cellules à tanins ont leur contenu précipité, les tissus de l'écorce de la tige demeurent encore vivants.

4° Aucune modification cytologique n'est encore visible à ce moment.

5° Les modifications cytologiques apparaissent plus tardivement, au bout de un à deux mois. On les constate d'abord dans les petits rameaux, puis ensuite dans toute la branche. Si l'on compare alors la quantité de tanins et d'amidon contenue dans les bois témoins à celle trouvée dans les branches au début de l'expérience, on constate une forte diminution d'amidon et une augmentation des tanins. Les branches injectées au contraire ont exactement la même quantité d'amidon et de tanins que primitivement. Dès lors il est facile de comprendre le mécanisme de l'injection. Une branche, une fois coupée, se modifie peu à peu avant de mourir. Elle digère son amidon, élabore du tanin. Au contraire, lorsque la branche a été injectée par du bichromate de potassium, elle meurt plus rapidement et ne subit donc pas ces modifications ultérieures.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude caryologique et dénombrement chromosomique chez une Phaséolée*, Voandzeia subterranea *Thouars*. Note de M[lles] **Aline Dusseau** et **Clotilde Magnant**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nos observations ont porté sur les méristèmes radiculaires de deux variétés de la région du Tchad, l'une à graines rouges, l'autre à graines blanches.

Le noyau de *Voandzeia subterranea* Thouars est du type euchromocentrique. Le nucléoplasme est d'aspect grisâtre après coloration à l'hématoxyline et rosé après Feulgen. Les granulations chromocentriques au nombre de 18 à 22 sont petites, ovales ou arrondies, appliquées contre la membrane nucléaire. Le nucléole en général unique, est volumineux, souvent excentrique, vacuolisé.

A la prophase, tous les euchromocentres périphériques, bien séparés les uns des autres, sont terminés d'un seul côté semble-t-il, par un prolongement de même épaisseur mais moins chromatique. Par un accroissement assez considérable de ces prolongements il y a formation de bandes ondulées et plus ou moins parallèles les unes aux autres; en même temps la substance chromatique du nucléoplasme disparaît. En fin de prophase, les chromosomes sinueux, fortement colorés en pourpre par la méthode de Feulgen, entourent étroitement le nucléole coloré par le vert lumière.

Pendant que les chromosomes se disposent en plaque équatoriale, le nucléole diminue de volume. A la métaphase on peut compter 22 chromosomes, nombre fréquent chez les Phaséolées, la plupart avec bâtonnets courts, ovales ou arqués, avec constriction médiane, rarement deux. Le nombre 22 des plantes normales a été confirmé par l'obtention de plaques tétradiploïdes à 88 chromosomes après traitement à la colchicine. Sur des coupes longitudinales on peut voir, à la métaphase, le nucléole à mi-chemin entre l'équateur et un pôle du fuseau, comme chez *Phaseolus*. A l'anaphase le nucléole rejoint un des pôles, mais on le trouve parfois entre les deux groupes de chromosomes-fils. En fin d'anaphase il se scinde en plusieurs fragments qui disparaissent. A la télophase, les chromosomes perdent leur forme primitive et s'anastomosent par des bandes oligochromatiques tandis que la substance du fond se colore en rose pâle par la fuchsine.

Parmi les chromosomes on note plusieurs masses, colorables en vert, qui donneront les nucléoles-fils; en effet, elles se fusionnent lorsque les chromosomes sont redevenus des chromocentres petits et ovales appliqués contre la membrane nucléaire; à ce stade les images présentées par les deux noyaux-fils sont symétriques par rapport à la nouvelle cloison cellulaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le puparium des Muscides; principaux constituants et évolution de la composition chimique.* Note de M. **Max Lafon**, présentée par M. Charles Pérez.

Les travaux récents [Kühnelt (1), Wigglesworth (2)] ont mis en évidence la complexité des formations tégumentaires chez les Insectes : outre la chitine, qui avait longtemps retenu l'attention exclusive des zoologistes, les protéines insolubles et les lipides semblent jouer un rôle important dans le fonctionnement du tégument. Mais il s'agit là de notions qualitatives fondées sur l'étude histochimique et nous manquons de données numériques sur les proportions relatives des divers constituants du squelette.

Le puparium des Muscides offre un bon exemple de tégument naturellement débarrassé des tissus sous-jacents, lors de la mue imaginale : aussi me suis-je proposé d'effectuer une analyse sommaire du puparium chez quelques espèces voisines, *Phormia regina* Mg., *Lucilia sericata* Mg. et *Calliphora erythrocephala* Mg.

La teneur en eau du puparium, prélevé dès la sortie de l'imago, est obtenue par dessiccation à 105° C. La détermination de la chitine s'opère selon la technique classique (attaque par KOH à 10 % à 100° C. jusqu'à obtention d'un résidu incolore de poids constant). Tauber (3) a appliqué à l'étude du squelette de la Blatte la technique de Van Wisselingh (4) (transformation de la chitine en chitosane par KOH très concentrée à 140-150°, puis pesée du chitosane). Cette technique est très employée en histochimie, mais elle ne me paraît pas convenir à une étude quantitative, la proportion de chitosane obtenue variant en raison inverse de la durée de l'attaque; au contraire, la technique traditionnelle m'a donné des résidus constants.

L'azote total des encore pupariums est dosé par la méthode de Kjeldahl, modifiée selon

(1) *Zool. Jahrb. Anat.*, 50, 1928, p. 219.
(2) *Quart. J. Micr. Sc.*, 76, 1933, p. 270.
(3) *Journ. of Morphol.*, 56, 1934, p. 51.
(4) *Jahrb. f. wissent. Bot.*, 31, 1898, p. 619.

Parnas. Pour la détermination de l'azote des acides aminés, les upariums sont hydrolysés à l'autoclave à 120° C., d'abord pendant 4 heures par HCl à 15 %, puis pendant 6 heures par SO^4H^2 à 30 %; l'azote aminé est ensuite estimé par formoltitration sur le liquide d'hydrolyse neutralisé et filtré. Les extractifs hydrosolubles proviennent d'une extraction de 8 heures par l'eau distillée bouillante, dans l'appareil de Kumagawa. Les cendres ont été obtenues par calcination au rouge sombre, dans un four électrique. Tous les résultats numériques (sauf ceux relatifs aux cendres) représentent une moyenne de 5 déterminations portant chacune sur 200 pupariums (un puparium sec pesant de 2 à 3^{mg}.).

Eau. — A la sortie de l'imago le puparium est pauvre en eau : 15,3 % chez *Phormia*, 14 % chez *Lucilia*, 13,3 % chez *Calliphora*. Cette eau résiduelle ne doit pas être très solidement liée à la substance sèche, car elle s'élimine graduellement en quelques jours par simple dessiccation à la température ambiante.

Chitine. — Elle forme seulement 32,5 % du poids sec chez *Calliphora*, 35,1 % chez *Phormia* et 36,8 % chez *Lucilia*. Cette chitine est pauvre en azote (5,6 % seulement) : peut-être s'agit-il d'un mélange de chitine et d'une substance non azotée, présente en faible quantité.

Azote total. — La teneur en azote total est médiocre : 10,15 % du poids sec chez *Lucilia*, 11 % chez *Calliphora*. De cet azote 20 % seulement correspondent à la chitine; le reste ressortit aux extractifs et aux protéines.

Extractifs aqueux. — Ils sont abondants et l'épuisement par l'eau bouillante doit probablement séparer de la protéine insoluble, des substances qui lui sont normalement liées. Ces extractifs représentent de 25 à 30 % du poids sec, et environ 30 % de l'azote total. Pryor (5), qui a fait une étude histochimique sommaire du puparium de *Calliphora*, pense que la protéine tégumentaire subirait un tannage dû à l'adjonction de corps phénoliques. Je compte vérifier sur un matériel plus abondant la nature phénolique des extractifs du puparium.

Protéine. — Reste environ 50 % de l'azote total; cet azote est de nature protéique : en effet, après hydrolyse, l'azote aminé formoltitrable constitue 5 % du poids sec total chez *Lucilia*, 5,6 % chez *Calliphora*, soit, dans les deux cas, environ 50 % de l'azote total. Les chiffres obtenus pour les quantités totales de chitine et d'extractifs me conduisent à estimer la fraction protéique de 30 à 35 % du poids sec du puparium. Cette protéine

(5) *Proc. of the Roy. Soc.*, ser. B, 128, 1940, p. 393.

insoluble contient de 15 à 16 % d'azote; contrairement aux kératines, elle ne contient pas de quantités appréciables de soufre.

Lipides. — L'extrait alcoolique du puparium ne cède aucune fraction soluble dans les solvants des lipides (éther, benzène), même si l'extraction a été précédée d'un traitement à la potasse. Les lipides qui jouent un rôle si important dans la cuticule d'autres insectes (²) n'interviennent pas ici en quantités mesurables. Les résultats de mes dosages confirment sur ce point les observations histologiques de Pryor (⁵).

Cendres. — Le pourcentage en cendres est assez élevé (2,3 % chez *Calliphora*, 3,9 % chez *Lucilia*). Ces cendres, dont 80 % sont insolubles dans l'eau, ne contiennent ni phosphore, ni soufre; elles sont constituées surtout par des sels de calcium.

En résumé le puparium se compose, pour parties sensiblement égales, de chitine, d'une scléroprotéine et de composés solubles dans l'eau bouillante, plus un léger dépôt de sels de calcium insolubles.

Évolution de la composition chimique. — Je l'ai suivie chez les différentes espèces à une température constante de 23°C. Cette évolution consiste surtout en une déshydratation, plus ou moins forte et rapide selon l'espèce étudiée. Chez *Phormia*, le puparium nouvellement formé est peu hydraté, la vie pupale brève (7 jours) et la déshydratation rapide (la teneur en eau passe de 26 %, 5 heures après la mue de pupaison, à 17 %, 36 heures après). Chez *Lucilia*, le puparium est d'abord très hydraté (51 % d'eau), la perte d'eau est plus lente que chez *Phormia*, la teneur passe à 43 % après 15 heures, 34 % après 26 heures, 28 % après 30 heures et 16 % seulement, après 72 heures; la déshydratation est donc pratiquement terminée au tiers de la vie pupale, qui est de 9 jours à 23°. Chez *Calliphora*, dont la vie pupale est plus longue, la perte d'eau est plus lente encore et le puparium de 60 heures contient encore 27 % d'eau.

J'ai suivi sur le puparium de *Lucilia* les variations de composition de la substance sèche. Dès le début, elle est riche en protides : sa teneur en azote est même plus élevée qu'à la fin de la vie pupale; elle passe de 11,3 % (puparium blanc) à 10,6 % après 24 heures, pour atteindre la valeur définitive (10,15 %), après 36 heures. A cette diminution de l'azote total correspond une augmentation des extractifs hydrosolubles; peut-être l'hypothèse de Pryor est-elle exacte et s'agit-il d'un tannage de la protéine par des substances solubles moins azotées venant de la pupe.

La chitine ne varie guère : dans le puparium blanc, elle représente déjà 33,2 % du poids sec, contre 36,8 % à la fin de la vie pupale.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage de l'aneurine (vitamine B_1) par fermentation alcoolique.* Note [1] de MM. **Lucien Thivolle** et **Raymond Jacquot**, présentée par M. Maurice Javillier.

La cocarboxylase (aneurine estérifiée par l'acide pyrophosphorique) joue un rôle important dans la fermentation alcoolique. En présence d'un milieu fermentaire convenablement choisi, l'adjonction d'aneurine est susceptible de stimuler notablement la vitesse de fermentation.

Schultz, Atkin et Frey [2] ont utilisé cette propriété pour doser l'aneurine d'après les variations du gaz carbonique dégagé. Nous avons mis au point une technique nouvelle, basée sur le dosage de l'alcool.

Voici la façon d'opérer avec l'aneurine cristallisée : dans des matras de 150^{cm^3}, on introduit en premier lieu la solution d'aneurine (0,1 à 0,5 γ) ou un égal volume d'eau, puis 10^{cm^3} du mélange levure-milieu glucosé préparé extemporanément dans les proportions suivantes : 10^g de levure de boulangerie sont mélangés avec 10^{cm^3} d'eau et bien homogénéisés; 2^{cm^3} de cette suspension sont amenés à 100^{cm^3} avec une solution ainsi composée :

Glucose	40^g
Phosphate monoammonique	5
Phosphate diammonique	3,5
Pyrophosphate de sodium	0,2
Liquide de Czapek q. s. p.	1000^{cm^3}

La fermentation en atmosphère d'azote se poursuit pendant huit heures à 30°. Après distillation, on dose l'alcool par la méthode chromométrique de Thivolle et Sonntag [3]. Les résultats sont exprimés en centimètres cubes de bichromate de potassium. Le tableau suivant montre ce qu'on peut attendre de la méthode.

A (γ)	0	0,16	0,33	0,50	0	0,16	0,33	0,60	0	0,13	0,26	0,52
B (cm^3)	62	71	84	89	62	73	83	91	61	71	79	85

A, aneurine.
B, bichromate.

---

(1) Séance du 24 février 1941.
(2) *J. Am. Chem. Soc.*, **59**, 1937, p. 948 et 2457.
(3) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **21**, 1939, p. 1353.

On peut tracer une courbe étalon en portant en abscisses les quantités d'aneurine et en ordonnées les différences trouvées entre les fermentations témoins et celles stimulées par l'aneurine. Cette courbe servira par la suite à calculer la teneur en vitamine d'une substance inconnue. Mais, comme l'intensité de la fermentation peut varier de jour en jour, il sera toujours nécessaire d'effectuer au cours de la détermination un essai avec une quantité connue d'aneurine. Cette façon de faire est justifiée, car l'accélération demeure proportionnellement constante.

La stimulation de la fermentation alcoolique n'est pas spécifique de l'aneurine : la levure dévitaminée par passage à l'autoclave, l'aneurine détruite par ébullition alcaline demeurent des accélérateurs efficaces de la fermentation.

Schultz, Atkin et Frey ont indiqué le moyen d'améliorer la méthode et de la rendre spécifique (oxydation différentielle de l'aneurine, seuil d'action de l'acide nicotinique). Nous publions par ailleurs le détail de ces opérations ([4]). Elles rendent la méthode applicable aux substances alimentaires.

Nous l'avons nous-mêmes utilisée pour doser la teneur en vitamine B_1 de levures de bière séchées par différents procédés.

Dans l'essai d'une de nos levures, nous avons recherché si notre résultat concordait avec celui que donnait la méthode biologique; la concordance a été satisfaisante.

Une levure sèche, extraite par le procédé de Stankiewicz, a donné 66, 66, 62, 80, 60, soit une moyenne de 70^{γ}, alors que Mme Randoin a trouvé 65^{γ} par la méthode préventive chez le Pigeon.

Par contre, ce test n'est pas directement applicable aux extraits de levure, qui renferment des éléments accélérateurs que nous n'avons pu identifier jusqu'à ce jour.

La grosse difficulté de la méthode consiste à opérer toujours avec des levures de même âge et de même stade physiologique. A défaut de levure d'origine certaine, il est nécessaire d'entretenir une souche au laboratoire.

La séance est levée à 15^h35^m.

A. Lx.

([4]) R. Jacquot, Y. Armand et P. Rey, *Bull. Soc. scient. Hyg. aliment.*, 1941 (sous presse).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur un critérium astronomique de relativité.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

M. F. Prunier (¹) a indiqué un critérium astronomique de relativité, sur lequel il nous paraît utile d'apporter quelques précisions complémentaires. Dans les remarques que nous avons formulées à la suite de cette Note, nous avons montré qu'il devrait se traduire en fait par une *discordance* importante entre les *observations méridiennes* absolues des planètes et leurs observations rapportées aux étoiles.

Pour éviter toute ambiguïté concernant la définition du temps, supposons, pour fixer les idées, qu'il existe une étoile double observable dans laquelle la période de révolution de l'étoile satellite soit égale à 24 heures du temps sidéral défini en astronomie. Rapporté à cette étoile, le temps se trouve ainsi bien défini et mesuré avec nos horloges dans un système galiléen de référence Σ attaché à l'ensemble des étoiles lointaines.

Pour simplifier le problème, supposons la Terre fixe et un satellite m, décrivant autour de son centre une orbite circulaire de rayon r. En rapportant la direction apparente de ce satellite *à la sphère céleste étoilée*, on obtient sa vitesse angulaire Ω, dans le système Σ. De même les *observations méridiennes* des étoiles fournissent la vitesse angulaire de rotation α de la Terre dans le même système.

(¹) Note suivie de *Remarques* de M. Ernest Esclangon (*Comptes rendus*, 212, 1941, p. 432).

Si nous faisons maintenant des *observations méridiennes absolues du satellite m*, nous obtenons, avec nos horloges, sa vitesse angulaire ω par rapport à la Terre en rotation, vitesse exprimée toujours dans le système Σ.

En cinématique classique, on doit avoir

$$\Omega = \alpha + \omega, \tag{1}$$

relation dans laquelle toutes les données sont des éléments d'observation. Cette relation est vérifiée en fait avec une grande approximation; la cinématique relativiste, au contraire, montrerait qu'elle est seulement approchée. Il s'agit de se rendre compte *théoriquement* de son degré d'approximation en adoptant ce second point de vue.

Pour cela, considérons, avec M. Prunier, un système galiléen S' en mouvement de translation uniforme dans lequel le point M, du système S, formé par la Terre en rotation, qui coïncide avec m à l'instant considéré, a une vitesse nulle par rapport à S'. Dans ce système S', le satellite m possède, à l'instant considéré, une certaine vitesse v' qui, *divisée par r*, définit une certaine vitesse angulaire ω', *inconnue* et constante, mais qu'on peut déduire de α et de Ω par les formules de relativité restreinte attachées aux systèmes Σ et S'. On tire d'abord de ces formules

$$\Omega = \frac{\alpha + \omega'}{1 + \frac{\alpha \omega' r^2}{c^2}}. \tag{2}$$

D'autre part il faut tenir compte de la dilatation du temps quand on compare les systèmes S' et Σ. On peut dire que $2\pi/\omega$ correspond au temps de révolution par rapport à la Terre en rotation, mesuré dans le système Σ, alors que $2\pi/\omega'$ correspond au temps de la même révolution mesuré par intégration dans les divers systèmes galiléens S' tangents le long de l'orbite du point m [2], de sorte que l'on en déduit

$$\omega' = \frac{\omega\sqrt{1 - \frac{\alpha^2 r^2}{c^2}}}{1 - \frac{\alpha\omega r^2}{c^2}}, \tag{3}$$

---

[2] Ici, peut-être, pourraient se manifester certaines divergences d'interprétation dans lesquelles se retrouveraient les difficultés propres aux systèmes en rotation, telles, par exemple, que celle concernant le rapport de la circonférence au diamètre; elles ne seraient pas de nature, semble-t-il, à modifier l'ordre de grandeur inadmissible des résultats obtenus. Il n'est pas douteux toutefois que les formules (2) et (3) expriment en définitive l'application, au premier ordre, des formules de relativité restreinte au glissement d'une circonférence sur une circonférence égale.

d'où, en portant dans la relation (2) et négligeant les termes du second ordre,

$$\Omega = \alpha + \omega - \frac{3}{2}\frac{\alpha^2 \omega r^2}{c^2}, \tag{4}$$

expression donnant la valeur de l'écart qui en résulterait entre les données d'observation Ω et $\alpha + \omega$.

Pour un satellite qui serait à la distance de la Lune, avec une durée de révolution égale à celle de cet astre, l'écart angulaire en un jour serait de 0″,0006. A la distance du Soleil, avec une durée de révolution égale à 365 jours, cet écart atteindrait 7″, valeur évidemment inadmissible.

Les conjonctions ou oppositions de deux satellites, l'un à la distance de la Lune, l'autre à la distance du Soleil, avec les mêmes durées de révolution que ces deux astres respectivement, accuseraient des divergences encore plus grandes. Les conjonctions consécutives, par exemple, comporteraient dans leur intervalle un écart considérable de $6^m 37^s$.

Ces résultats montrent évidemment qu'une telle théorie est incompatible avec les faits, soit dans certains de ses points, soit dans son ensemble. Il ne serait pas déraisonnable toutefois de rechercher, par la comparaison très précise des observations méridiennes absolues de planètes avec celles rapportées à la sphère céleste étoilée, s'il est possible de mettre en évidence quelque différence entre les vitesses de rotation Ω et $\alpha + \omega$.

BIOLOGIE. — *Statistique sexuelle et parthénogenèse chez les Oribates (Acariens).* Note de M. **François Grandjean.**

La parthénogenèse n'a jamais été signalée chez les Oribates. Il suffit cependant, pour se convaincre peu à peu qu'elle existe, et même qu'elle est très commune, de relever la composition sexuelle de petits lots d'adultes, c'est-à-dire les nombres de mâles et de femelles dans chacun d'eux. On constate fréquemment, toujours pour les mêmes espèces, l'absence de mâles. Je fais ce travail depuis plusieurs années, à l'occasion d'autres recherches, mais en vue d'obtenir un résultat général sur la répartition des sexes. J'ai donc examiné beaucoup de récoltes, en variant le mieux possible les localités et les saisons et en choisissant les espèces de manière qu'elles représentent assez bien, malgré des lacunes que je comblerai plus tard, l'ensemble du sous-ordre. Aujourd'hui, le total de mes relevés dépasse un peu 6800 exemplaires. Il devient donc intéressant d'en dire quelques mots.

La méthode employée est la plus directe. Après avoir éclairci, on reconnaît l'armature génitale par transparence. S'il le faut, on enlève le notogaster. Dans les cas difficiles on extrait l'armature et on l'examine séparément.

La taille moyenne des mâles est inférieure à celle des femelles. La différence est forte ou faible, parfois presque nulle, selon les espèces. Elle ne peut pas être utilisée pour la détermination du sexe parce que les plus grands mâles sont plus grands que les plus petites femelles.

Il est assez fréquent qu'une femelle se reconnaisse à son ouverture génitale plus grande, compte tenu de sa taille. Je n'ai pas étudié systématiquement ce caractère, mais je l'ai constaté chez *Hermannia gibbus*, *H. reticulata*, *Liodes ionicus*, *Ameronothrus bilineatus*, *Metabelba papillipes*, *Caleremæus monilipes*, *Eremobelba pectinigera*, *Conoppia palmicincta*, *Edwardzetes Edwardsii*.

Dans ce qui suit le premier chiffre entre parenthèses est celui des femelles, le deuxième celui des mâles. Je donne tantôt un résultat global, parce qu'il serait trop long de donner ici le détail des récoltes, tantôt des résultats particuliers. Quand les résultats particuliers, pour une même espèce, sont très différents, je ne les additionne pas pour former un résultat global. Ce cas est d'ailleurs limité, pour le moment, à *Scutovertex minutus*. Si aucun lieu n'est mentionné, c'est qu'il s'agit de plusieurs localités françaises; si aucun mois n'est indiqué, les récoltes ont été faites à plusieurs saisons.

Les 74 espèces étudiées se répartissent en 3 groupes.

Le groupe S ou bisexué normal est le plus nombreux. Il comprend la presque totalité des Brachypylina, deux familles de Macropylina (*Liodidæ*, *Hermanniidæ*) et une partie des Ptyctima. Il faut y mettre aussi des Palæacariformes, car *Acaronychus Trägårdhi* et *Palæacarus appalachicus*, pour lesquels je ne peux pas encore donner une statistique, sont sûrement à mâles communs.

Pelops acromios (Herm.), (131, 131). — *Galumna alatus* (Herm.), Périgueux, (39, 58). — *Edwardzetes Edwardsii* (Nic.), (35, 36). — *Diapterobates humeralis* (Herm.), (42, 29). — *Oribatella calcaratus* (Koch), Périgueux, (19, 15). — *Tectoribates sp.*, Paris, (30, 31). — *Lepidozetes singularis* Berl., Chartreuse, juin, (92, 50). — *Humerobates rostrolamellatus* Grandj., Périgueux, (40, 20). — *Oribatula tibialis* (Nic.), Périgueux, (79, 47). — *Lucoppia lucorum* (Koch), Périgueux, (589, 574). — *Oppia concolor* (Berl.), Périgueux, (62, 57). — *Passalozetes sp.*, Hammam-Meskoutine (Algérie), décembre, (52, 97). — *Ameronothrus bilineatus* (Mich.) *n. subsp.*, Trégastel, juillet, (123, 101). — *Ceratoppia bipilis* (Herm.),

(19, 18). — *Conoppia palmicincta* (Mich.), Périgueux, (16, 15). — *Zetorchestes sp.*, Algérie, décembre, (9, 11). — *Eremobelba pectinigera* Berl., Périgueux, (35, 40). — *Caleremæus monilipes* (Mich.), (43, 57). — *Nellacarus petrocoriensis* Grandj., Périgueux, (18, 7). — *Porobelba spinosus* (Selln.), (9, 14). — *Metabelba papillipes* (Nic.), Périgueux, (32, 54). — *Licnobelba alestensis* Grandj., Maroc, avril, (41, 60). — *Cymbæremæus cymba* (Nic.), (16, 16). — *Xenillus tegeocranus* (Herm.), Périgueux, (32, 40). — *Liacarus nitens* (Gervais), Périgueux, (15, 36). — *L. similis* (Nic.), (17, 47). — *Adoristes ovatus* (Koch), Retournemer, juillet, (11, 15). — *Hermanniella granulata* (Nic.), Ceilhes (Hérault), août, (12, 14). — *H. punctulata* Berl., Crécy (Somme), juin, (7, 8). — *H. dolosa* Grandj., Menton, mai, (12, 12). — *Liodes ionicus* Selln., Menton, mai, (12, 13). — *Platyliodes scaliger* (Koch), Périgueux, février, (1, 5). — *Hermannia gibbus* (Koch), Retournemer, juillet, (32, 45). — *H. reticulata* (Thor.), Trégastel, juin, (28, 23) — *Steganacarus magna* (Nic.), (10, 6). — *Phthiracarus sp.*, Périgueux, mai, (45, 78). — *Mesoplophora pulchra* Selln., Mamora (Maroc), mai, (10, 13).

Des chiffres précédents on peut conclure, je crois, que les mâles et les femelles sont en égal nombre, de sorte que le sexe est probablement déterminé, dans ce groupe, par le mécanisme habituel des chromosomes. Les irrégularités numériques ne me semblent pas dépasser l'importance qu'on peut leur prévoir dans cette hypothèse. Même chez *Liacarus*, où elles sont le plus fortes, elles peuvent être dues au hasard, le nombre des exemplaires observés étant petit, ou provenir d'autres causes, par exemple de conditions éthologiques favorisant la capture de l'un des sexes.

Le groupe SP est formé par deux genres d'Oribates supérieurs à tendance parthénogénétique.

Le genre *Hydrozetes* a des espèces à mâles aussi nombreux que les femelles

H. confervæ, Camaret (Finistère), juin, (13, 13). — *H. n. sp.*, étang de Saint-Quentin (Seine-et-Oise), novembre, (34, 79),

et d'autres à mâles exceptionnels

H. lacustris, (83, 1). — *H. terrestris* [1], (408, 3).

Ces espèces ne diffèrent pas beaucoup les unes des autres. Il s'agit donc ici, très probablement, de la parthénogenèse géographique, selon la définition de Vandel, bien que la géographie n'ait pas encore à intervenir.

Chez *Scutovertex minutus* (Koch), la proportion des sexes varie beaucoup avec les récoltes :

---

[1] Dans cette Note je donne à *confervæ*, *lacustris* et *terrestris* le sens adopté par C. Willmann en 1931 (F. Dahl, *Tierwelt Deutschlands*, 22, p. 138 et 139).

Menton, mai, (10, 10). — Mamora (Maroc), mai, (44, 4). — Périgueux, août, (3, 3). — Périgueux, mélange de récoltes, (15, 2).

Peut-être y a-t-il des races à sexualité normale et d'autres parthénogéniques dans cette espèce qui est en effet très variable. Je ne la cite d'ailleurs qu'avec doute, car mes récoltes n'étaient pas riches, ni assez nombreuses. Pour le même motif, je ne peux rien dire des autres espèces de *Scutovertex*.

Le groupe P *ou parthénogénétique* est celui dont les mâles, dans une récolte quelconque, sont exceptionnels. D'après mes relevés 25 femelles existent pour un mâle, au minimum, et parfois plus de 100. Ce groupe comprend des genres isolés (*Tectocepheus*, *Epilohmannia*, *Pseudotritia*, *Parhypochthonius*), les Diagastres et la plupart des familles qui constituent les Macropylina. Il est singulier qu'une spanandrie aussi forte et aussi répandue ait échappé jusqu'ici à l'attention des observateurs.

Tectocepheus velatus (Mich.), (430,3). — *T. minor* Berl., (22,0). — *T. sarekensis* Träg., (102,0). — *Nanhermannia nanus* (Nic.), (194,0). — *N. sp.*, (27,0). — *Nothrus palustris* Koch, (41,1). — *N. silvestris* Nic., (114,1). — *N. sp.*, Périgueux, août, (48,0). — *N.*, autre espèce, Périgueux, juillet, (19,0). — *Platynothrus peltifer* (Koch), (50,2). — *Heminothrus Targionii* (Berl.), (31,0). — *Camisia segnis* (Herm.), (56,0). — *Camisia spinifer* (Koch), (25,0). — *Trhypochthonius tectorum* (Berl.), (42,1). — *Trhypochthoniellus sesotus* (Willm.), Lapalme (Aude), mai, (11,0). — *Trhypochthoniellus excavatus* Willm., Espagne, (42,0). — *Archegozetes magna* (Selln.), Puerto Columbia, août, (304, 12). — *Trimalaconothrus sp.*, Lugano, juin, (94,0). — *T.*, autre espèce, (69,0). — *Malaconothrus*, espèces mélangées, (76,1). — *Hypochthonius rufulus* Koch, (106,2). — *H. luteus* (Oud.), Périgueux, juillet, (10,0). — *Eniochthonius pallidulus* (Mich.), (100,0). — *Epilohmannia cylindrica* (Berl.), Belmez (Espagne), octobre, (20,0). — *Eulohmannia Ribagai* Berl., (17,0). — *Pseudotritia ardua* (Koch), (100,0). — *Ps. ardua*, variété monodactyle, Alger, janvier, (20,0). — *Ps. minimus* (Berl.), Périgueux, (91,0). — *Ps. sp.*, (42,0). — *Parhypochthonius aphidinus* Berl., Périgueux, août, (20,0).

Il est clair qu'en augmentant le nombre des individus observés on diminuerait celui des espèces qui paraissent dépourvues de mâles. En toute rigueur nous ne pourrons jamais affirmer que le mâle d'une espèce a totalement disparu.

C'est seulement par leur petit nombre que les mâles sont exceptionnels. Je crois donc préférable de les désigner par ataviques. Ils ont une apparence tout à fait normale et ne semblent différer en rien des femelles, sauf par leurs organes génitaux. Je n'ai pas étudié leurs organes internes, mais

on leur voit un pénis qui est semblable à celui des mâles communs d'autres espèces. S'ils appartiennent à un genre qui a des différences sexuelles secondaires, ils les possèdent aussi. Les mâles ataviques des *Hydrozetes lacustris* et *terrestris* ont au tarse I le même poil hypertrophié *it'* que les mâles nombreux de *H. confervæ*.

Les mâles ataviques sont-ils des accidents plus ou moins improbables dans le développement d'un œuf devenu thélytoque ? Sont-ils dus à un mécanisme régulier dans lequel interviendrait la fécondation de quelques femelles ? Appartiennent-ils à une race bisexuée qui existerait encore, concurremment à une race parthénogénétique de plus en plus dominante ? C'est pour résoudre ces questions capitales que les élevages sont indispensables et qu'ils seront prochainement entrepris. Je compte aussi développer les observations statistiques et faire intervenir davantage les récoltes d'hiver.

Mes observations ne sont pas en faveur, dans le groupe P, de la coexistence d'une race bisexuée et d'une race parthénogénétique. Il faudrait que la race bisexuée fût toujours ou presque toujours au point de disparaître. Elle ne devrait pas différer de la parthénogénétique par les caractères extérieurs, car les lots qui contiennent un mâle sont aussi homogènes que les lots ne contenant que des femelles. Un examen attentif ne m'a révélé aucune différence entre leurs femelles.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la stabilité des ondes de choc dans une tuyère rotative.* Note de M. **Maurice Roy**.

J'ai démontré ([1]), sous certaines conditions de définition du problème, qu'une onde de choc orthogonale en régime permanent dans une *tuyère fixe* ne peut être stable que si cette tuyère est divergente et si, par conséquent, le fluide se détend en amont de l'onde.

Le même problème sera étudié ici pour une tuyère rotative, c'est-à-dire animée d'une rotation uniforme $\overline{\omega}$, comme le cas se présente pour les canaux compris entre les pales ou ailettes des rotors des turbo-machines marchant en régime.

Supposons que le fluide soit parfait et que l'écoulement relatif soit permanent et, en outre, isentropique et irrotationnel par rapport aux axes

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 369.

absolus : ces deux dernières conditions sont, en particulier, réalisées si le fluide a été mis en mouvement sans choc à partir d'un état uniforme.

Dans ce cas, il résulte de deux Notes antérieures ([2]), dont les notations sont conservées ici, que, pour que l'hypothèse des tranches (p, ρ, w uniformes sur toute surface Σ orthogonale au courant relatif) soit applicable :

a. La vitesse relative w doit être perpendiculaire à la rotation d'entraînement (courant relatif plan et perpendiculaire à $\overline{\omega}$).

b. La surface (Σ) doit être un cylindre de révolution autour de l'axe de la rotation d'entraînement, la vitesse relative étant alors radiale, centrifuge ou centripète.

c. Le rayon de courbure $\mathcal{R}$ de la trajectoire relative doit satisfaire à la relation $\mathcal{R} = rw/2u$, la normale $\overline{n}$ à la trajectoire relative formant avec $\overline{w}$ et $\overline{\omega}$ un trièdre ($\overline{n}$, $\overline{w}$, $\overline{\omega}$) direct.

De là on conclut que, dans ces conditions, l'hypothèse des tranches n'est admissible que pour des sections orthogonales isolées et pour lesquelles la direction de w, dans un courant relatif plan et incurvé ($\mathcal{R}$ fini), coïncide avec la direction radiale.

Une onde de choc orthogonale et uniforme ne peut donc exister qu'en de telles sections orthogonales.

Supposons qu'il en soit ainsi et qu'en cas de perturbation à l'amont ou à l'aval d'une telle onde sise en une telle section, le mouvement perturbé du fluide à l'amont et à l'aval et le mouvement propre de l'onde s'effectuent *sensiblement* par tranches.

Admettons que ces mouvements restent petits, c'est-à-dire que le déplacement et la vitesse de l'onde par rapport aux axes tournants ainsi que les variations et les dérivées partielles $\partial/\partial t$ et $\partial^2/\partial t^2$ de p, ρ, w (dans tout l'espace balayé par l'onde) restent petits.

Alors les raisonnements et les calculs exposés dans ma Note précédente sont intégralement applicables, sous la seule réserve de remplacer l'abscisse x de l'onde par le rayon r du cylindre sur lequel elle s'applique, la vitesse absolue v par la vitesse relative w, enfin les expressions de $\partial v/\partial x$ et de $\partial p/\partial x$ par les suivantes, qui leur correspondent,

$$\frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial r} = -\frac{1}{w^2 - a^2}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho w(w^2 - a^2)}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{a^2 + \omega^2 r^2}{w^2 - a^2}\frac{1}{r},$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{a^2}{w^2 - a^2}\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{w}{\rho(w^2 - a^2)}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{a^2(w^2 + \omega^2 r^2)}{w^2 - a^2}\frac{1}{r}.$$

([2]) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 187 et 276.

L'équation différentielle du déplacement $r(t)$ de l'onde de choc devient

$$\frac{d^2r}{dt^2}+\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\,\frac{(a_1)_0^2+\gamma(w_1)_0^2}{(w_1)_0}\left[1+\frac{(\gamma+1)\,\omega_0^2 r_0^2}{(\gamma-1)\,(w_1)_0^2+(2a_1)_0^2}\right]\frac{1}{r_0}\,\frac{dr}{dt}=\Psi(t),$$

la fonction $\Psi(t)$ ayant mêmes propriétés que précédemment.

On en conclut que la condition de stabilité, c'est-à-dire d'un déplacement relatif indéfiniment limité à un ordre de petitesse arbitrairement choisi, de l'onde de choc se réduit à $(w_1)_0 > 0$.

En d'autres termes, dans les conditions envisagées, l'onde de choc orthogonale ne peut être stable que dans un *écoulement centrifuge*.

Ainsi, dans une tuyère plate (ou quasi plate), en rotation uniforme autour d'un axe perpendiculaire à son plan, *une onde de choc orthogonale et uniforme ne peut exister et être stable que dans une section où le courant relatif et permanent est radial, centrifuge et convenablement incurvé vers l'arrière par rapport au sens de la rotation.*

On remarquera que, comme pour la tuyère fixe, l'écoulement correspondant est *divergent*. Par contre, en régime, le fluide ne se détend pas nécessairement en amont de l'onde, tandis qu'il se comprime à l'aval.

On peut établir, en effet, que, dans l'écoulement relatif permanent et centrifuge, la transformation adiabatique du fluide en amont de l'onde de choc envisagée peut être soit une détente, soit une compression dont la *rapidité* est inférieure à une certaine limite et satisfait à la condition (la face intérieure de l'onde cylindrique étant affectée de l'indice 2 et l'indice zéro caractérisant la position de régime de l'onde)

$$\left(\frac{da_2}{dr}\right)_0<\frac{2(\gamma-1)[(a_2)_0^2+\gamma(w_2)_0^2]}{(\gamma-1)(w_2)_0^2+2(a_2)_0^2}\,\frac{\omega_0^2 r_0}{(a_2)_0}.$$

A l'aval de l'onde de choc, cette transformation débute toujours par une compression.

Les résultats précédents sont utilisables dans certaines turbo-machines à grandes vitesses d'écoulement (centrifuge ou centripète) pour y favoriser ou, au contraire, pour y éviter la production d'ondes de choc orthogonales et stationnaires dans la marche en régime.

M. **Auguste Chevalier** fait hommage à l'Académie des deux brochures qu'il vient de publier, *La culture des Plantes oléagineuses en France. Prospérité de cette culture de* 1750 *à* 1870. *La régression depuis* 1880. *Essais*

et améliorations à entreprendre (Extrait de la *Revue de Botanique appliquée et d'Agriculture tropicale*, janvier 1941) et *La collaboration nécessaire au point de vue agricole entre la France et son empire colonial* (Extrait du Procès-verbal de la séance du 12 février 1941 de l'*Académie d'Agriculture de France*).

Dans cette dernière Note l'auteur montre qu'il est impossible que la France tire de son sol tous les produits agricoles et forestiers qui lui sont nécessaires et que demanderont aussi d'autres pays d'Europe. Il est indispensable qu'elle ait comme autrefois recours à l'agriculture de ses colonies; pour cela, il faut que celle-ci s'intègre de plus en plus dans celle de la métropole en vue d'une production aussi équilibrée, harmonieuse et coordonnée que possible.

Mais dans toutes parties de l'empire il est essentiel, en outre, que les améliorations et les extensions de cultures à entreprendre soient basées sur des recherches scientifiques qu'il est urgent d'organiser et de développer.

CORRESPONDANCE.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur l'exposant du facteur b dans $A^m - 1$ et sur les développements systématiques des nombres rationnels.* Note [1] de M. **Marcel Segond**.

1. Les théorèmes suivants s'établissent très simplement par récurrence; on pourrait probablement aussi les déduire de la formule du binome. Pour $b = 2$:

L'exposant du facteur 2 dans $(4a+1)^m - 1$ est égal à son exposant dans $4am$.

L'exposant du facteur 2 dans $(4a-1)^m - 1$ est pour m pair égal à son exposant dans $4am$; pour m impair, c'est 1.

Pour $b = 3$, énonçons seulement :

L'exposant du facteur 3 dans $4^m - 1$ est égal à son exposant dans $3m$.

La proposition suivante demanderait une réciproque : *$(b+1)^m - 1$ est divisible par b^p* si bm l'est.

Il y aurait lieu de traiter entièrement la question, pour A et b

(1) Séance du 17 mars 1941.

quelconques, et d'appliquer les résultats à la démonstration de la non-existence des nombres parfaits impairs.

2. Considérons le développement d'un nombre entier dans le système de base c; si l'on y remplace c par une variable x, on obtient un polynome en x dont les coefficients sont des entiers compris entre 0 et $c-1$, et qui sera dit l'*image* de l'entier donné dans le système de base c. Le même procédé donne pour un nombre quelconque une fonction définie par son développement taylorien en $1/x$, dite encore l'*image* de ce nombre, et qui, si celui-ci est rationnel, se réduit à une fraction rationnelle.

Relativement aux images des nombres rationnels, on peut énoncer les propositions qui suivent (nous ne pouvons d'ailleurs affirmer leur entière exactitude, ne les ayant démontrées qu'en partie) :

L'image d'un nombre rationnel a/b est une fraction qui, mise sous forme irréductible, a un dénominateur de degré au plus égal à la partie entière de $1/2(b+1)$; *ce dénominateur est divisible par* $x-1$, *il n'a d'autres coefficients que* 0, $+1$ *et* -1, *les coefficients non nuls, en nombre pair, étant alternativement* $+1$ *et* -1; *les coefficients du numérateur sont des entiers inférieurs à c en valeur absolue.*

Considérons l'image, mise sous forme irréductible, de $1/b$; *son dénominateur est un certain polynome en x, dit l'*affiliateur *de b dans le système de base c. Toutes les fractions irréductibles de dénominateur b ont des images qui, mises sous forme irréductible, ont l'affiliateur pour dénominateur commun; et les fractions réductibles ont des images auxquelles on peut attribuer ce même dénominateur, chaque numérateur étant alors encore à coefficients entiers et inférieurs à c en valeur absolue.*

L'affiliateur d'un multiple d'un entier est un multiple de l'affiliateur de cet entier.

Ces énoncés se rapportent au développement systématique ordinaire de base c, c'est-à-dire à coefficients positifs; pour les $c-1$ autres développements, ils devront être sensiblement modifiés. Toutefois le dénominateur d'une image quelconque, mise sous forme irréductible, divise encore l'affiliateur unique défini ci-dessus; cela résulte de ce qu'un développement non ordinaire est lié à un développement ordinaire convenablement choisi; ainsi le développement ternaire mixte d'un nombre, augmenté terme à terme d'une unité, c'est-à-dire du développement de $1/2$, donne un développement ternaire ordinaire.

3. La théorie des images peut être explorée en partie par les méthodes de l'algèbre. Il s'agit en effet de fractions rationnelles dont le dévelop-

pement par rapport aux puissances décroissantes de la variable est à coefficients : 1° bornés; 2° entiers. Ce sont donc des fractions : 1° dont les pôles sont intérieurs au cercle-unité, ceux situés sur ce cercle étant simples; 2° qui, mises sous forme irréductible, sont le quotient de deux polynomes à coefficients entiers, le dénominateur ayant pour premier coefficient l'unité. Il est d'ailleurs évident (sans utiliser ces deux dernières propositions) que si un développement taylorien à coefficients bornés et entiers représente une fraction rationnelle, nécessairement à coefficients entiers, il coïncide, lorsqu'on y remplace la variable par un entier suffisamment grand, avec un des développements d'un nombre rationnel dans le système l'ayant pour base. Rappelons seulement comment, dans cet ordre d'idées, l'on démontre, également de manière indépendante, la proposition suivante :

Un entier algébrique dont la valeur absolue est, ainsi que celle de tous ses conjugués, au plus égale à un, est une racine de l'unité.

Considérons en effet le développement taylorien de l'inverse du polynome irréductible correspondant : il est évidemment à coefficients bornés et entiers; donc si n est le degré du polynome, les groupes de n coefficients consécutifs n'ont qu'un nombre fini de modèles; il en existe un par suite qui se rencontre une infinité de fois, donc au moins deux fois; en vertu de la récurrence, la suite des coefficients se reproduit à partir de la deuxième comme à partir de la première: elle est donc périodique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'interprétation géométrique des équations de Dirac dans le vide.* Note de M. **Jean Mariani**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous allons appliquer à la mécanique quantique relativiste le principe d'*équivalence* ou d'*identification* que nous avons utilisé récemment pour l'interprétation géométrique du champ électromagnétique [1]. D'après ce principe, le groupe de transformations fini et continu qui décrit le mouvement du point matériel libre ou l'évolution des champs dans le vide constitue une représentation particulière du groupe des changements de systèmes de coordonnées propres.

---

(1) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 430.

Considérons tout d'abord dans l'espace-temps de Minkowski les rotations spatiales propres D_3 du système galiléen de référence; nous admettrons que l'état du point matériel observé est décrit par deux grandeurs ξ et η qui, pour de telles rotations, subissent les transformations du groupe unitaire unimodulaire binaire, qui constituent effectivement une représentation de D_3 :

$$(1)\qquad \begin{cases} \xi_1 = \alpha\xi + \beta\eta \\ \eta_1 = -\beta^*\xi + \alpha^*\eta \end{cases} \qquad (\alpha\alpha^* + \beta\beta^* = 1);$$

d'après notre principe, l'évolution du point matériel libre sera donnée par les équations du même groupe (1) exprimées en fonction du temps,

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\xi}{dt} = (\mu + i\nu)\eta + i\lambda\xi \\ \quad = \left\{\mu\left[\eta\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \xi\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right] + i\nu\left[\eta\dfrac{\partial}{\partial\xi} + \xi\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right] + i\lambda\left[\xi\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \eta\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right]\right\} \\ \dfrac{d\eta}{dt} = -(\mu - i\nu)\xi - i\lambda\eta \\ \quad = \left\{\mu\left[\eta\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \xi\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right] + i\nu\left[\eta\dfrac{\partial}{\partial\xi} + \xi\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right] + i\lambda\left[\xi\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \eta\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right]\right\} \\ \qquad (\lambda,\ \mu \text{ et } \nu \text{ sont réels}); \end{cases}$$

les opérateurs $\left(\eta\dfrac{\partial}{\partial\xi} - \xi\dfrac{\partial}{\partial\eta}\right)\cdots$, etc. sont identiques, aux notations près, aux matrices de Pauli changées de signe; à chaque paramètre λ, μ, ν correspond un opérateur; la recherche des valeurs propres donne

$$(3)\qquad \frac{d\xi}{dt} = \sigma\xi, \quad \frac{d\eta}{dt} = \sigma\eta;$$

la condition (3), introduite dans (2), donne

$$(4)\qquad \sigma^2 + \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 0;$$

σ est donc purement imaginaire; elle représente, à une constante près, l'énergie du mobile; λ, μ, ν, les composantes de sa quantité de mouvement; (4) donne deux solutions possibles correspondant respectivement à $+\sigma$ et à $-\sigma$; si l'on admet que la première correspond à (2), la seconde correspondra à

$$(5)\qquad \frac{d\xi'}{dt} = -(\mu + i\nu)\eta - i\lambda\xi; \qquad \frac{d\eta'}{dt} = (\mu - i\nu)\xi' + i\lambda\eta';$$

le passage de $+\sigma$ à $-\sigma$ est donc équivalent au passage de $+\lambda$, $+\mu$, $+\nu$

à $-\lambda$, $-\mu$, $-\nu$; (5) est ainsi inverse de (2); ces deux systèmes indépendants doivent être considérés simultanément en raison du double signe de σ; ils représentent la propagation de deux ondes, l'une dextrorsum, l'autre sinistrorsum, toutes deux d'énergie positive et progressant vers les t croissants; ils sont équivalents aux équations de Dirac pour une particule de masse nulle; on vérifie aisément ce fait en remarquant que les ξ, η, ξ', η' sont des fonctions de λ, μ, ν, t et en passant à des $\varphi_k(x, y, z, t)$, fonctions des x, y, z, t par les intégrales de Fourier; les ψ_k de Dirac sont alors donnés par

$$\varphi_1 = \psi_1 + \psi_3; \quad \varphi_2 = \psi_2 + \psi_4; \quad \varphi_3 = \psi_3 - \psi_1; \quad \varphi_4 = \psi_4 - \psi_2.$$

La masse propre étant nulle et devant figurer dans les équations de propagation comme un paramètre à côté des λ, μ, ν, nous avons donc omis une transformation; effectivement, nous n'avons pas tenu compte des réflexions susceptibles d'être subies par le système de référence, ce qui fait que (2) et (5) ne sont pas invariants vis-à-vis de ces réflexions [2]; d'après notre principe, du moment qu'elles figurent comme changements de systèmes de référence, elles doivent contribuer à décrire l'évolution du point matériel en fonction du temps, par rapport à un système de référence choisi une fois pour toutes; la réflexion

$$x'_k = -x_k, \qquad t' = t \qquad (k = 1, 2, 3) \tag{6}$$

donne

$$p'_k = \frac{x}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x'k} = -p_k, \qquad \text{d'où} \quad (\lambda, \mu, \nu) \to (-\lambda, -\mu, -\nu),$$

et revient ainsi à permuter les deux paires (ξ, η) et (ξ', η')

$$\xi = \mathrm{P}\xi'; \quad \eta = \mathrm{P}\eta'; \quad \xi' = \mathrm{P}\xi; \quad \eta' = \mathrm{P}\eta. \tag{7}$$

On a également $\sigma\xi = \sigma\mathrm{P}\xi'$, ...; mais, en raison de (3),

$$\frac{d\xi}{dt} = \sigma\mathrm{P}\xi', \qquad \frac{d\eta}{dt} = \sigma\mathrm{P}\eta', \qquad \ldots, \tag{8}$$

ceci est équivalent à une transformation infinitésimale particulière; effectivement, il existe un opérateur X tel que

$$\xi = \mathrm{X}\xi', \quad \eta = \mathrm{X}\eta', \quad \xi' = \mathrm{X}\xi, \quad \eta' = \mathrm{X}\eta, \tag{9}$$

---

(2) W. Pauli, *Handbuch der Physik*, **24**, Ire Partie, p. 226.

cet opérateur est

$$X = \xi \frac{\partial}{\partial \xi'} + \eta \frac{\partial}{\partial \eta'} + \xi' \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial}{\partial \eta}; \qquad (10)$$

il définit une transformation unitaire dans le plan des (ξ, ξ') et des (η, η'); en introduisant cette transformation infinitésimale supplémentaire dans (2) et (5) et en l'affectant du paramètre $2\pi imc/h$, on obtient les équations usuelles de Dirac par les intégrales de Fourier.

ACOUSTIQUE. — *Comment caractériser physiquement les phénomènes acoustiques?* Note de MM. **Pierre Jacquinot** et **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

On a souvent cherché à identifier objectivement les phénomènes acoustiques au moyen de leur *spectre*, ce terme désignant généralement la représentation plus ou moins bien définie donnée par un analyseur physique. L'expérience nous a montré qu'en général ce type de représentation n'est ni suffisant ni caractéristique, et nous a conduits à préciser quelques notions à ce sujet.

Examinons d'abord le cas simple d'un phénomène périodique ou d'une somme de phénomènes périodiques de fréquences quelconques (sons). Suivant l'équivalence cinématique bien connue (séries de Fourier), l'énergie est alors répartie en un certain nombre de fréquences discrètes. C'est cette équivalence que l'on cherche à traduire en traçant, au moyen des analyseurs, *une* courbe énergie/fréquence. Un appareil idéal de sélectivité infinie représenterait le phénomène d'une façon caractéristique quelles que soient les fréquences N ou les différences de fréquences ΔN intervenant dans l'équivalence de Fourier. En réalité, tout analyseur physique a un *pouvoir de résolution* (P. R.) qui dépend de la largeur ΔN_0 et de la forme de sa courbe de réponse. Dès que figurent dans la représentation de Fourier des N ou ΔN inférieurs à ΔN_0, la traduction du phénomène par l'analyseur cesse de le caractériser : tel est le cas d'un mélange de deux sons dont les hauteurs diffèrent de moins de ΔN_0 ou d'un son *modulé* à une fréquence inférieure à ΔN_0.

Les choses se présentent d'ailleurs différemment suivant le type d'analyseur utilisé. Nous distinguerons deux classes d'analyseurs : 1° les appareils dits à *balayage*, qui ne possèdent qu'un résonateur, dont on fait varier l'accord de façon à balayer tout le domaine de fréquence à étudier en un

certain temps Θ qui doit être d'autant plus grand que la constante de temps du résonateur et par suite le P. R. de l'analyseur est plus grand; 2° les appareils capables de donner *simultanément* un certain nombre d'indications correspondant chacune à une étroite bande de fréquences : par exemple, un appareil comportant un grand nombre de résonateurs dont on a ajusté les fréquences et les largeurs de bandes de façon à couvrir sans interruption tout le domaine de fréquences, et dont les indications forment à chaque instant un tableau *synoptique* de l'état de l'ensemble (l'oreille paraît fonctionner d'une manière analogue). Ce tableau se modifie au cours du temps en suivant les variations de l'intensité du son. Ceci suggère tout naturellement d'utiliser une représentation à trois coordonnées : N, I indications de l'appareil, t temps. *La surface* S *ainsi définie* [1] *constitue une représentation* $f_{\Delta N_0}(N, I, t) = 0$ *parfaitement caractéristique d'un phénomène donné interprété par un appareil donné*. Par exemple, un son permanent donne une surface S composée d'une suite de vallées et de crêtes (fondamental et harmoniques) parallèles à Ot. Si le son est modulé, les crêtes sont coupées de cols écartés suivant la période de modulation.

Il est important de remarquer que nous faisons jouer un rôle différent aux N et ΔN selon qu'ils sont supérieurs ou inférieurs à ΔN_0. Dans le premier cas ils interviennent comme fréquences acoustiques, dans le second comme fréquences de variations. Bien entendu il n'existe aucune telle distinction dans l'équivalence cinématique, et la classification précédente est purement physique et fonction de la constante ΔN_0 de l'appareil. Notons d'ailleurs que l'oreille, elle aussi, opère automatiquement la même classification.

Le fonctionnement d'un appareil à balayage de largeur de bande ΔN_0 peut être compris en considérant la surface $S_{\Delta N_0}$ précédente. Une courbe donnée par l'appareil est une section de S par un plan normal à N O t, mais incliné sur le plan ION d'un angle supérieur à une valeur minima due à ce que le temps de balayage ne peut tomber au-dessous d'une certaine durée pour utiliser effectivement le P.R. de l'appareil. Ainsi, avec un analyseur que nous avons utilisé ($\Delta N_0 = 15$ périodes, $\theta = 3$ secondes pour 500 périodes), un son modulé à la fréquence 3 passera 9 fois par un minimum pendant Θ. On voit combien une section oblique de S peut être différente suivant l'instant où elle est faite. Non seulement le timbre peut y être complètement défiguré, mais la modulation n'y est pas décelable. L'insuffisance de

[1] Il est facile d'imaginer des dispositifs qui donneraient directement la surface S.

caractérisation montrée sur un son modulé devient encore plus grave s'il s'agit d'un son propagé par l'air à grande distance et arrivant à l'appareil par *bouffées* irrégulières. La représentation, insuffisante avec les deux coordonnées N, I, devient caractéristique avec les trois coordonnés N, I, t.

Il en est de même dans le cas plus courant des phénomènes non périodiques. L'équivalence cinématique (intégrale de Fourier) se traduit alors par l'existence de spectres continus : en fait, un analyseur calé sur n'importe quelle fréquence dévie lors d'une percussion (par exemple raté de moteur). Une percussion se traduit sur S par une arête parallèle au plan ION. Une série de percussions espacées régulièrement ou non donne une série d'arêtes. La forme de chaque arête dépend, pour un appareil donné, de la forme de la percussion (bruit sec ou bruit sourd etc.), leur distance parallèlement à Ot indique le rythme des percussions (marteau pneumatique, tambour etc.). On voit combien, si l'on veut étudier un son mélangé de bruits (cas des moteurs), la section oblique de S donnée par un appareil à balayage risque d'être erronée : on peut y voir des pics situés à n'importe quelle fréquence selon l'instant des percussions. Quant à l'analyseur synoptique, il donne des sections normales à Ot dont aucune, bien que suivant à chaque instant le phénomène, ne suffit à le caractériser entièrement. Au contraire, sur S, les composantes périodiques sont facilement distinguées du reste.

On voit que l'emploi des trois coordonnées N, I, t est nécessaire pour caractériser objectivement un phénomène acoustique. Cependant le phénomène est entièrement défini, avec les deux variables pression p et temps t, par la relation $p = f(t)$; l'équivalence de Fourier

$$A = \psi(N), \qquad \text{avec } f(t) = \sum_0^\infty A \cos[2\pi N t + \varphi(N)]$$

ne contient ([2]) que les deux variables A et N. Notre représentation à trois variables est intermédiaire entre les deux représentations précédentes. Imaginons en effet que le R. P. tende vers zéro ($\Delta N_0 \to \infty$), l'amortissement des résonateurs devient alors considérable et ils suivent fidèlement tous les mouvements quelle que soit leur rapidité; S tend alors vers une surface cylindrique de génératrices parallèles à ON et dont la directrice

([2]) Abstraction faite des phases $\varphi(N)$: on sait que cette omission est physiologiquement légitime dans le cas des sons; nous admettrons qu'il en est de même dans le cas des phénomènes non périodiques.

n'est autre que la courbe $p = f(t)$. Si le R. P. devient très grand, de très petits ΔN seront décelés sur l'échelle des N, mais les indications de l'appareil deviennent quasi permanentes, puisque l'amortissement devient négligeable. A la limite S devient une surface cylindrique de génératrices parallèles à Ot et dont la directrice n'est autre que la courbe $A = \psi(N)$. Il va de soi que, contrairement à S, aucune des représentations extrêmes précédentes n'est utilisable, au moins sans transformation mathématique en ce qui concerne la seconde.

CHALEUR. — *Répartition de la chaleur entre deux corps frottants.* Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Aimé Cotton.

La répartition de la chaleur dégagée par frottement entre deux corps, et l'évolution des températures en fonction du temps, est un problème réglé par les équations de la conductibilité et qui correspond à des conditions aux limites très particulières. Il importe de les préciser.

A l'instant initial, deux corps A et B, par exemple deux disques, dont la température égale celle du milieu extérieur, soit conventionnellement O, sont pressés mutuellement suivant une section droite, et l'un d'eux tourne par rapport à l'autre. Écartons la difficulté provenant du fait que les divers points ont une vitesse relative proportionnelle à la distance à l'axe. On pourra supposer les disques remplacés par deux couronnes dont les rayons intérieurs et extérieurs sont assez voisins.

Dans ces conditions, tout le travail de frottement est transformé en chaleur, et cela intéresse seulement les particules des disques A et B en contact, lesquelles particules s'échangent au cours du temps. En toute rigueur le problème est à 3 dimensions, mais si les surfaces sont bien dressées, les petites sources individuelles peuvent être considérées comme très rapprochées dans le temps et dans l'espace, d'ailleurs à peu près uniformément. Le problème est ainsi ramené à une dimension.

En résumé, le travail de frottement est dépensé dans une sorte d'intersurface dont la capacité calorifique est quasi nulle. Or l'apport de travail et par suite de chaleur est uniforme à pression et vitesse constantes.

Ceci impose comme condition à l'intersurface un flux total de chaleur constant par unité de temps, et un flux partiel de chaque côté, constant également, puisque la suite des calculs montre que le taux du partage est indépendant du temps.

Soit $-\partial t/\partial x = u_0$ pour $x = 0$ quel que soit le temps τ, la constante u_0 ayant une valeur différente vers l'un et l'autre disque. Si nous les supposons d'épaisseur illimitée,

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad x = \infty \text{ quel que soit } \tau.$$

Il est commode de prendre une nouvelle fonction u proportionnelle au flux de chaleur

$$u(x, \tau) = -\frac{\partial t}{\partial x}.$$

L'équation de conduction de la chaleur reste en u de la même forme qu'en t,

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad \left(a = \sqrt{\frac{k}{c\rho}}\right),$$

et les conditions aux limites sont en u

$$\begin{array}{lll} u = 0 & \text{pour} \quad t = 0 & \text{quel que soit } x, \\ u = u_0 & \text{pour} \quad x = 0 & \left.\right\} \text{quel que soit } \tau \text{ à partir de l'instant initial.} \\ u = 0 & \text{pour} \quad x = \infty & \end{array}$$

Ce sont les conditions d'un problème connu, celui d'un mur d'épaisseur indéfinie, de température uniformément égale à 0 et dont la face origine $(x = 0)$ est brusquement portée et maintenue à une température constante u_0.

La solution est donnée sous différentes formes, par exemple

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -u = -u_0 + \frac{2u_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz \qquad \left(z = \frac{x}{2a\sqrt{\tau}}\right).$$

D'ailleurs la température t satisfait à l'équation

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)\frac{\partial z}{\partial x},$$

c'est-à-dire

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{a u_0}{\sqrt{\pi \tau}} e^{-z^2}$$

et

$$t = \frac{a u_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{e^{-\frac{x^2}{4a^2\tau}} d\tau}{\sqrt{\tau}}.$$

Il n'y a pas de fonction de x à introduire puisque $t = 0$ pour $\tau = 0$, quel que soit x.

On voit immédiatement que la face de contact ($x = 0$) s'échauffe proportionnellement à la racine carrée du temps.

D'ailleurs la température des points situés dans l'épaisseur du métal tend à obéir à la loi précédente, au bout d'un temps d'autant plus long qu'ils sont plus loin de l'intersurface.

Considérons maintenant les deux murs différents en frottement mutuel. Les températures t doivent être les mêmes à chaque instant. Le produit au_0 doit donc avoir la même valeur des deux côtés

$$\left[a\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_0\right]_A = \left[a\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_0\right]_B$$

ou encore

$$\frac{\left[k\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_0\right]_A}{\left[k\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_0\right]_B} = \left(\frac{k}{a}\right)_A : \left(\frac{k}{a}\right)_B.$$

Les quantités de chaleur se partagent proportionnellement à l'expression

$$\frac{k}{a} = \sqrt{kc\rho},$$

résultat déjà trouvé précédemment (¹).

De nouvelles expériences faites en évitant avec le plus grand soin toutes causes d'erreur montrent que le partage se fait toujours suivant cette loi, au degré d'approximation que comportent ces expériences délicates.

OPTIQUE. — *Paramagnétisme et anomalies de dispersion rotatoire magnétique dans les liquides.* Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un exemple particulièrement net d'*effet Cotton magnétooptique* est fourni par les solutions de chlorure de cobalt (¹), pour lesquelles on observe dans la région d'absorption une anomalie de rotation magnétique et l'existence d'un dichroïsme circulaire maximum au centre de la bande.

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1794-1796.

(¹) A. Cotton, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 915; M. Scherer, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 950.

Il me semble que l'existence d'un tel phénomène peut être rattachée aux idées de Ladenburg. Celui-ci a développé ([2]) une théorie du pouvoir rotatoire magnétique des paramagnétiques, valable pour les régions de transparence. Ses idées ont été confirmées, tant au point de vue des variations thermiques que de la dispersion (Jean Becquerel et W. J. de Haas, H. Ollivier, L. H. Siertsema et J. F. Sirks, R. W. Roberts etc.); elles ont évolué à la suite des remarques de Darwin et Watson, mais le point de départ est resté le même : Le pouvoir rotatoire des paramagnétiques serait dû à l'inégalité du nombre des oscillateurs circulaires virtuels (Ersatzoszillatoren) droits et gauches due à l'orientation par le champ magnétique, et à l'action de la précession de Larmor sur ces oscillateurs. Ces actions se *séparent* en première approximation en donnant naissance aux termes dits paramagnétique et diamagnétique ([3]).

Si l'on étend la distinction entre termes paramagnétique et diamagnétique à la région d'absorption, on voit que le *terme* paramagnétique de l'anomalie serait dû à une différence d'absorption des circulaires droits et gauches, la précession de Larmor n'intervenant pas. On s'explique alors que l'effet Cotton magnéto-optique présente une grande analogie avec l'effet Cotton ordinaire observé sur les corps actifs, et l'on retrouve l'explication proposée autrefois par M. Cotton, avant la découverte de l'effet Zeeman. Les relations quantitatives entre pouvoir rotatoire et dichroïsme auxquelles on aboutit en développant par exemple le premier mode de calcul de Ladenburg, dans le cas d'une bande *simple* (pour laquelle indice et absorption satisfont aux relations de Ketteler-Helmholtz) sont tout à fait analogues à celles trouvées pour le pouvoir rotatoire naturel. On s'explique aussi que le dichroïsme soit positif, puisque en général (règle de Pauli jr) les circulaires de sens inverse des courants d'Ampère sont privilégiés dans l'orientation par le champ.

En réalité, pour expliquer complètement l'effet Cotton magnéto-optique, il faudrait faire intervenir aussi le terme dû au diamagnétisme sous-jacent. Ceci me conduit à faire quelques remarques au sujet des anomalies possibles dans les *liquides* diamagnétiques, question qui nécessite encore de nouvelles recherches. Pour une bande *simple*, le décalage des courbes correspondant aux deux vibrations circulaires

---

([2]) *Zeitschrift für Physik*, 34, 1925, p. 898 et 46, 1927, p. 168.

([3]) L'expression *terme paramagnétique* est de Ladenburg, mais l'idée revient à Jean Becquerel.

conduirait à une anomalie de rotation magnétique de même signe des deux côtés de la bande (comme dans le cas des vapeurs), et aussi, c'est là ma remarque, à un dichroïsme circulaire magnétique *changeant le signe* au centre de la bande. En fait, on doit s'attendre à des phénomènes plus complexes, car on sait que bien peu de bandes d'absorption *larges* satisfont à la théorie électromagnétique (Ribaud). MM. Bruhat et Pauthenier ont montré, par exemple, qu'il fallait considérer la bande d'absorption ultraviolette du sulfure de carbone comme la superposition de plusieurs bandes (satisfaisant individuellement aux formules de Ketteler-Helmholtz). Il n'est pas sûr, comme le remarquait déjà H. Becquerel, que l'action du champ sur les bandes composantes soit la même. C'est sans doute en relation avec ce fait qu'il faut faire intervenir dans les régions de transparence l'*anomalie magnétique* γ de Darwin et Watson (¹).

De toutes manières, l'effet Cotton magnétooptique serait dû à l'anomalie d'un terme paramagnétique, dont on peut prévoir toutes les caractéristiques et à une anomalie diamagnétique sous-jacente, dont les caractéristiques sont encore à préciser actuellement. Des études comme celles poursuivies par H. Ollivier permettraient probablement de faire le départ entre les deux termes et d'en préciser l'importance respective.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une forme nouvelle de la loi des tensions de vapeur.* Note de M. **Jean-P.-E. Duclaux**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les densités d'un liquide et de sa vapeur sont liées par la loi bien connue du diamètre rectiligne. J'ai pu trouver qu'il existait une autre relation liant ces deux quantités, d_1 et d_2, la pression de vapeur saturante p, la densité critique d_c et la pression critique p_c; cette relation s'écrit

$$\frac{d_1 d_2}{d_c^2} = \alpha\left(\frac{p}{p_c}\right)^{1-\frac{1}{n}},$$

α étant une constante caractéristique voisine de 1, n un nombre caractéristique du corps, compris entre 6 et 12 environ. L'équation ci-dessus, d'origine expérimentale, est vérifiée sur tous les corps étudiés, du point triple à quelques degrés en dessous du point critique.

Supposons cette relation valable jusqu'au zéro absolu; alors la densité

(¹) *Proceedings of the Royal Society of London*, A, 114, 1927, p. 474.

du liquide d_1 tend vers d_0 (donné par le double de l'ordonnée à l'origine du diamètre rectiligne); de même p/d_2 tend vers RT. On aurait alors

$$n \log T - \log p = n \log \frac{d_0 p_c}{\alpha d_c^2 R} - \log p_c = N_0.$$

La valeur de N_0 pouvant se calculer à partir des données expérimentales.

Aux points remarquables de la courbe des tensions de vapeur, le point triple (T_T, p_T) et le point critique (T_c, p_c), les données expérimentales permettent de calculer

$$n \log T_T - \log p_T = N_T, \qquad n \log T_c - \log p_c = N_c.$$

On constate alors que les quantités N_T et N_c sont égales; elles sont de plus peu différentes de N_0; cette quantité est, suivant le corps considéré, supérieure, égale ou inférieure aux deux premières; la différence est inférieure à l'erreur possible (cette erreur est grande par suite de la faible précision avec laquelle est connue d_0 et de la multiplication du logarithme par le nombre n).

Supposons donc que l'on ait l'égalité

$$N_0 = N_T = N_c = N,$$

la quantité $n \log T - \log p$ oscille alors autour de la valeur N.

Si l'on construit, d'après les valeurs expérimentales, la courbe donnant $n \log T - \log p - N$ en fonction de T, on obtient, entre le point triple et le point critique, une courbe ayant l'aspect d'une parabole à axe incliné (cette construction fait parfaitement apparaître les irrégularités dans la mesure de p); la fonction, définie par cette courbe, nulle pour $T = T_T$ et $T = T_c$, tend vers ces valeurs avec une dérivée finie.

D'après la seconde hypothèse faite plus haut, cette fonction tend également vers zéro pour $T = 0$. On peut donc écrire

$$n \log T - \log p = N - T(T - T_T)(T_c - T) f(T).$$

La fonction $f(T)$ reste à définir expérimentalement; on constate qu'elle décroît régulièrement avec T; d'autre part, si l'on désire avoir une relation homogène, cette fonction doit être de degré -3 en T; la forme

$$f(T) = \frac{B}{(T + A)^3}$$

donne une représentation excellente des résultats.

La relation entre p et T s'écrit donc finalement, d'une façon très générale,

$$\frac{\log p - \log p_T}{\log p_c - \log p_T} = \frac{\log T - \log T_T}{\log T_c - \log T_T} + C\frac{T(T - T_T)(T_c - T)}{(T + A)^3}.$$

Cette relation, dans tous les cas étudiés, définit p en fonction de T avec une précision égale à celle des formules d'interpolation habituelles ; elle ne contient que deux constantes arbitraires C et A.

Pour tous les corps ayant le même rapport T_c/T_T (H^2 et H^2O par exemple), les valeurs de A/T_c (ou A/T_T) sont égales; il semble bien, d'autre part, que A/T_c (ou A/T_T) varie régulièrement avec T_c/T_T; on aurait donc

$$A = \varphi(T_c, T_T),$$

cette fonction restant à déterminer. Il ne resterait plus, dans ces conditions, qu'une seule constante arbitraire C.

La relation obtenue, vérifiée du point critique au point triple et même en dessous du point triple pour la tension de vapeur du liquide surfondu, donne, près du zéro absolu, pour la pression,

$$P = KT^n.$$

Elle mènerait de même, pour la chaleur de vaporisation du liquide L, à la valeur

$$L = nRT,$$

et pour la chaleur spécifique à pression constante, à la valeur $2n$. Ces conclusions sont contraires à ce qui est généralement admis; il convient toutefois de remarquer qu'elles se rapportent à un corps à l'état liquide au zéro absolu : cet état n'a jamais été observé (sauf dans le cas de l'hélium, non encore étudié).

Quoi qu'il en soit, d'après la deuxième hypothèse, la première relation s'écrit

$$\frac{d_1 d_2}{d_0 d_c} = \frac{p_c v_c}{RT_c}\left(\frac{p}{p_c}\right)^{1-\frac{1}{n}}.$$

Pour l'eau, par exemple, la formule donne en quelques points les résultats suivants :

t	−10.	0.	50.	100.	150.	200.	250.	300.	374.
P calc. (mm)	2,15	4,58	92,5	760	3 569	11 668	29 931	64 900	165 400
P mes. (mm)	2,16	4,58	92,5	760	3 571	11 665	29 950	64 300	165 400

les constantes ayant les valeurs

$$A = 75^{\circ},5, \qquad C = 1,1071 \qquad (n = 12,165).$$

Il semble donc bien qu'on soit là sur la voie d'une loi des tensions de vapeur plus simple et plus générale que celle habituellement admise.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des pertungstates.* Note de Mme **Marie-Élisa Rumpf-Nordmann**, présentée par M. Paul Lebeau.

Comme suite à nos travaux concernant l'action de l'eau oxygénée sur certains sels des métaux des colonnes IV, V, VI de la classification périodique, nous avons étudié la formation des pertungstates. En milieu neutre, lorsqu'on verse une solution aqueuse d'eau oxygénée dans une solution d'un tungstate alcalin, on observe une coloration jaune paille, relativement stable par rapport aux colorations analogues obtenues en employant un molybdate, un vanadate ou un chromate. Toutefois, alors que les permolybdates, les pervanadates, les pertitanates et les perchromates peuvent prendre naissance pour une échelle de concentration assez étendue, la coloration jaune des pertungstates n'est observable que dans un domaine restreint.

Nous avons utilisé la méthode des variations continues de P. Job (1) comme dans nos travaux antérieurs (2) et le comparateur à cellules photoélectriques de Jouan, qui avait déjà servi à l'étude des permolybdates (3).

Les solutions de tungstate alcalin ont été obtenues par dissolution du sel pur dans l'eau; nous avions au préalable vérifié que celui-ci ne contenait aucun métal susceptible de donner une coloration avec l'eau oxygénée. Le dosage du tungstène dans ces solutions a été effectué en précipitant soit le tungstate de benzidine par une solution diluée de chlorhydrate de benzidine, soit le tungstate de phénylhydrazine par une solution de phénylhydrazine contenant du chlorure de potassium. Les précipités filtrés, lavés, calcinés en creuset de platine, fournissent l'anhydride tungstique. Les résultats obtenus ont toujours été un peu plus faibles pour la phénylhydrazine que pour la benzidine (au maximum 1 %). Les titres ont été exprimés en WO^3.

---

(1) *Ann. de Chimie*, 10e série, 9, 1928, p. 113-203.
(2) *Ann. de Chimie*, 11e série, 8, 1937, p. 456-527.
(3) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 908-910.

Pour trouver la formule du persel, il faut chercher la *composition maximum*. Celle-ci s'obtient en mélangeant des solutions équimoléculaires des deux constituants : le maximum de la propriété étudiée (intensité de la coloration jaune) doit occuper une position constante quand varie la concentration commune. Par mélange de solutions 0,59, 1,19, 1,67, 2,23*n* en WO^3 et H^2O^2, on constate que le maximum a toujours lieu pour deux molécules d'eau oxygénée et une molécule de tungstate de sodium. Dans ce cas, l'étude de mélanges non équimoléculaires permet de calculer la constante d'équilibre du persel jaune en fonction de la concentration des solutions mélangées et de la position du maximum. Si Γ est la concentration moléculaire de l'eau oxygénée, Γ' la concentration du tungstate exprimée en anhydride tungstique, p le rapport Γ'/Γ, x le pourcentage de WO^3 pour le maximum, la constante K nous est donnée par la formule

$$K = \frac{\Gamma^2[(2p+1)x-1]^3}{(1-3x)(p-1)^2}.$$

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Expérience	Γ H^2O^2.	Γ' WO^3.	p.	x.	$K_{15°}$.
1	1,99	0,41	0,206	0,63	10^{-3}. 9,506
2	1,42	1,192	0,839	0,365	10^{-3}. 9,36
3	2,49	1,478	0,593	0,437	10^{-3}. 10,76
4	0,48	1,192	2,48	0,22	10^{-3}. 9,126
5	1,245	1,478	1,187	0,304 (5)	10^{-3}. 10,52
6	2,55	0,41	0,16	0,68	10^{-3}. 9,182
				$K_{15°}$ moyen	10^{-3}. 9,74

En conclusion, le persel jaune, formé par action de l'eau oxygénée sur le tungstate de sodium en solution aqueuse, résulte de l'action de deux molécules d'eau oxygénée sur une molécule de tungstate de sodium; il correspond donc à l'acide WO^6H^2. La constante d'équilibre de son sel de sodium à 15° est $10^{-3}.9,74$. Il convient de remarquer que le tungstène appartient à la même colonne de la classification périodique que le chrome : les chromates et les bichromates alcalins donnent également des persels de l'acide CrO^6H^2; ces persels, plus instables, ont une constante d'équilibre beaucoup plus faible ([2]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparations et spectres Raman de dérivés benzéniques bromés.* Note ([1]) de M. **Roger Pajeau**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous nous sommes proposé de rechercher le spectre Raman de dérivés bromés, préparés soit par bromuration de quelques hydrocarbures benzéniques en présence de catalyseurs, soit indirectement. La méthode d'Ananthakrishnan a été appliquée à de petits cristaux : les filtres utilisés, dans ce cas, ont permis d'observer les fréquences Raman à partir de 100 cm^{-1} environ.

Préparations. — Certains dérivés ont été obtenus en étudiant l'action du brome en excès, à la lumière diffuse, sur des hydrocarbures benzéniques en présence de bromure ferrique : celui-ci était préparé extemporanément. Dans un matras, entouré d'eau froide et renfermant $0^g,1$ de fer porphyrisé et 100^g de brome sec, étaient introduits lentement et en agitant 8^g du corps à bromer (exceptionnellement 6^g dans le cas du benzène). Le contenu du matras, abandonné pendant une heure (sauf indication spéciale) à la température du laboratoire, était ensuite soumis aux traitements habituels. Avec les hydrocarbures étudiés, il s'est formé le dérivé bromé au maximum dans le noyau. Cependant, la bromuration du benzène en présence de $0^g,05$ ou de $0^g,1$ de fer n'a fourni au bout de 24 heures que du tétrabromo-1.2.4.5 benzène (13 et 18^g). Il a été nécessaire d'utiliser $0^g,5$ et 1^g de fer pour séparer 2 et 7^g d'hexabromobenzène. Avec le toluène et les trois xylènes, ont été recueillis respectivement le pentabromotoluène et les tétrabromoxylènes correspondants; le rendement est presque théorique. L'éthylbenzène et le propylbenzène ont formé, le premier, au bout de 6 heures, 20^g de pentabromo-2.3.4.5.6-éthyl-1-benzène, le second, au bout de 20 heures, 10^g de pentabromo-2.3.4.5.6-propyl-1-benzène.

Le bromure de glucinium, catalyseur moins énergique, a permis de préparer les dérivés tribromés (en 2.4.5 vraisemblablement) du toluène, de l'éthylbenzène, du propylbenzène et du butylbenzène ([2]).

Le tribromo-2.3.5-toluène a été obtenu indirectement à partir de l'orthotoluidine; le dibromo-3.5-amino-2-toluène résultant de la bromuration fut transformé en un diazoïque sur lequel réagit le bromure de

---

([1]) Séance du 17 mars 1941.

([2]) R. Pajeau, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1202.

potassium en présence de cuivre. La paratoluidine, traitée d'une façon analogue, a donné le dibromo-3.5-amino-4-toluène et enfin le tribromo-3.4.5-toluène. Une désamination par le nitrite d'amyle du tribromo-2.4.6-amino-3-toluène a fourni le tribromo-2.4.6-toluène.

Spectres Raman. — Le spectrographe utilisé, ouvert à $f/8$, avait une dispersion moyenne de 22 Å par millimètre vers 4500 Å. Les corps préparés sont en majorité des solides; ceux dont le point de fusion est peu élevé ont été étudiés fondus : ils étaient alors placés dans une petite étuve à fenêtres de verre chauffée par une résistance électrique; aux autres, qui se présentaient en petits échantillons cristallins, a été appliquée la méthode d'Ananthakrishnan. Malgré la faible intensité du spectre émis par ces molécules polybromées, il a été possible d'obtenir des clichés comprenant un certain nombre de raies Raman dont les fréquences les plus basses sont de l'ordre de 100 cm^{-1}. Nous avons utilisé comme filtres [3], les solutions suivantes sous une épaisseur de 2^{cm} :

Excitation..............	4046 Å.			4358 Å.
Durée moyenne de pose.	20 h.			35 h.
		Lumière incidente.		
Tétrachlorure de carbone..	1000^{cm^3}		Eau......................	1000^{cm^3}
Iode......................	8^g		Nitrite de sodium.........	100^g
Aldéhyde salicylique.......	$0^{cm^3},25$		Éosine sol. aqueuse à 1/1000e.	80^{cm^3}
			Eau......................	1000^{cm^3}
			Chlorure de praséodyme heptahydraté	8^g
		Lumière diffusée.		
Eau......................	1000^{cm^3}		Eau......................	1000^{cm^3}
Nitrite de sodium.........	100^g		Soude solution normale....	$0^{cm^3},2$
			Paranitrophénol	$0^g,2$

Les fréquences trouvées sont exprimées en cm^{-1}; le chiffre entre parenthèses indique l'intensité; (l) signifie large.

Tétrabromo-1.2.4.5-benzène (cristallisé). 226 (1), 422 (1), 452 (1), 669 (1), 1122 (6), 1149 (3), 1249 (1), 1278 (2), 1310 (1), 1339 (2), 1524 (3), 1539 (8), 3047 (7), 3094 (4) (l).

Hexabromobenzène (cristallisé). 230 (2), 332 (1), 665 (2), 1103 (1), 1164 (3), 1375 (2), 1441 (2), 1473 (1), 1488 (6).

---

(3) F.-J. TABOURY, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 1394; R. W. WOOD, *J. Chem. Physics*, 5, 1937, p. 287.

Tribromo-2.4.5-toluène (fondu). 128 (2), 216 (7), 278 (1), 310 (5), 692 (4), 1123 (1), 1213 (2), 1383 (3), 1526 (1), 1573 (3).

Tribromo-2.3.5-toluène (fondu). 127 (2), 188 (1), 216 (5), 264 (1), 302 (3), 455 (2), 547 (3), 995 (1), 1038 (1), 1084 (1), 1210 (1), 1522 (1), 1576 (1).

Tribromo-3.4.5-toluène (fondu). 137 (2), 192 (2), 220 (4), 324 (1), 349 (4), 434 (1), 674 (1), 952 (1), 1087 (1), 1215 (1), 1564 (1).

Tribromo-2.4.6-toluène (fondu). 120 (2), 233 (4), 314 (2), 372 (1), 727 (1), 821 (4), 1116 (1), 1207 (2), 1381 (3), 1529 (2), 1568 (3), 3071 (1).

Pentabromotoluène (cristallisé). 223 (1), 239 (1), 386 (1), 465 (2), 524 (2), 606 (2), 826 (1), 841 (1), 860 (1), 968 (1), 1191 (6), 1379 (2), 1394 (2), 1497 (3), 1514 (3), 2926 (5) (l).

Tribromo-2.4.5?-éthyl-1-benzène (liquide). 127 (4), 189 (2), 214 (8), 246 (3), 261 (3), 304 (5), 383 (1), 434 (1), 625 (3), 685 (7), 844 (1), 966 (2), 1031 (1), 1059 (4), 1120 (4), 1186 (2), 1202 (5), 1248 (1), 1270 (1), 1313 (1), 1376 (1), 1448 (2), 1530 (3), 1563 (6), 2936 (1), 2968 (1).

Pentabromo-2.3.4.5.6-éthyl-1-benzène (cristallisé). 214 (1), 233 (1), 348 (1), 833 (1), 855 (1), 971 (3), 1049 (3), 1060 (3), 1185 (8), 1210 (4), 1321 (1), 1369 (1), 1446 (3), 1494 (7), 1512 (7), 2866 (3), 2929 (5), 2966 (5) (l).

Tétrabromo-3.4.5.6-diméthyl-1.2-benzène (cristallisé). 213 (1), 343 (2), 892 (1), 983 (1), 1199 (8), 1231 (3), 1368 (4), 1385 (4), 1508 (4), 1532 (5), 2923 (7) (l).

Tétrabromo-2.4.5.6-diméthyl-1.3-benzène (cristallisé). 218 (1), 237 (3), 334 (1), 459 (2), 633 (1), 702 (1), 1077 (1), 1233 (5), 1380 (3), 1519 (3), 1536 (3), 2924 (5) (l).

Tétrabromo-2.3.5.6-diméthyl-1.4-benzène (cristallisé). 224 (2), 474 (3), 749 (1), 824 (1), 856 (1), 1226 (6), 1375 (2), 1505 (2), 1543 (2), 2923 (5) (l).

Tribromo-2.4.5?-propyl-1-benzène (liquide). 126 (3), 210 (6), 238 (2), 256 (1), 301 (1), 347 (1), 400 (1), 648 (2), 685 (6), 1031 (1), 1092 (2), 1120 (2), 1200 (4), 1447 (2), 1533 (2), 1564 (6), 2933 (1), 2969 (1).

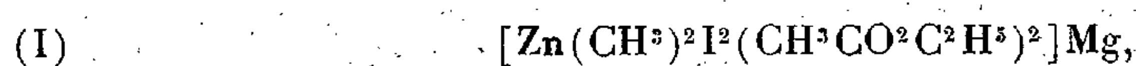
Pentabromo-2.3.4.5.6-propyl-1-benzène (cristallisé). 233 (1), 325 (1), 367 (1), 827 (1), 860 (1), 918 (1), 1090 (5), 1184 (7), 1206 (6), 1348 (2), 1449 (2), 1494 (3), 1519 (4), 2871 (5) (l), 2938 (5) (l), 2972 (5).

Tribromo-2.4.5?-butyl-1-benzène (liquide). 127 (2), 214 (6), 233 (2), 311 (2), 406 (1), 648 (2), 688 (4), 905 (1), 1103 (2), 1127 (3), 1190 (2), 1207 (4), 1254 (1) (l), 1455 (2) (l), 1535 (2), 1574 (5).

L'influence des substitutions est ici très nette : la masse atomique élevée du brome produit un déplacement notable des raies 1600 qui sont abaissées à 1480 avec l'hexabromobenzène. En outre, l'absence d'atomes d'hydrogène dans la molécule de ce corps semble bien entraîner la disparition des raies de fréquences voisines de 3000; aucune n'est pratiquement observable dans cette région particulièrement facile à étudier avec l'excitation exclusive de 4046 Å.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'iodure de méthyle sur un alliage de magnésium et de calcium.* Note de MM. **Jean Décombe** et **Clément Duval**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons décrit (¹) une combinaison organométallique peu soluble dans l'acétate d'éthyle, renfermant 1^{atm} de magnésium et 1^{atm} de zinc et possédant les propriétés des organozinciques de Blaise. Nous lui avons attribué la formule

(I) 

$$[Zn(CH^3)^2I^2(CH^3CO^2C^2H^5)^2]Mg,$$

du type de celle qui a été proposée par l'un de nous (²) pour les organomagnésiens.

En soumettant à l'action de l'iodure de méthyle un alliage atome à atome de magnésium et de calcium, nous espérions obtenir, conformément à la théorie d'Abegg et Bodländer, une molécule complexe de formule

(II) 

$$[MgI^2(CH^3)^2(\text{éther})^2]Ca,$$

devant, à priori, posséder les propriétés des réactifs de Grignard.

Mais les résultats sont assez différents de ceux que nous attendions. L'alliage utilisé est un produit industriel d'aspect blanc, brillant, cassant, susceptible d'être débité au tour en fins copeaux. Dans cet état, il s'altère assez rapidement sous l'action de l'air humide. La moyenne de plusieurs analyses a donné 62 % de calcium (théorie 62,5). Douze expériences ont été effectuées sur les quantités

Alliage .... $3^g,2\left(\frac{1}{20}\text{ at. Ca} + \frac{1}{20}\text{ at. Mg}\right)$

ICH^3 .... $14^g,2\left(\frac{1}{10}\text{ mol.}\right)$,

les volumes d'éther utilisés variant entre 50 et 200^{cm^3}.

L'amorçage s'effectue immédiatement sans le secours d'artifice. Il se forme une poudre grise presque insoluble dans l'éther, mais se détachant facilement du métal, de sorte que la réaction se poursuit régulièrement. On la termine par un court chauffage au bain-marie.

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1024.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1184.

On a constaté d'abord que le précipité est susceptible de retenir des quantités importantes de solvant ; c'est ainsi qu'en opérant avec 50^{cm^3} seulement, il se forme un magma spongieux duquel il est impossible de décanter la moindre trace de liquide. Pour des volumes de 100 à 200^{cm^3}, il se décante facilement et peut être essoré sans difficultés en atmosphère d'azote sec. Il est malheureusement difficile de recueillir correctement le filtrat qui, sous l'action de l'essorage, s'évapore et se refroidit en provoquant des précipitations. Pour étudier la phase liquide, nous avons dû nous contenter d'effectuer des prélèvements dans la couche liquide qui surnage le précipité à la fin de la réaction.

Étude du précipité. — Le poids du précipité varie avec la quantité d'éther utilisé et l'importance des lavages ; il n'est donc pas complètement insoluble. De plus il perd lentement de l'éther dans le vide sulfurique où il faut le laisser au moins 50 heures pour l'amener à composition fixe. A ce moment, il se présente sous l'aspect d'une poudre grise, relativement stable, quoique légèrement hygroscopique et ne donnant lieu sous l'action de l'eau qu'à un faible dégagement de méthane (10 à 15 % de la quantité correspondant à l'iodure de méthyle mis en œuvre). L'analyse a donné les valeurs moyennes : I % 57,60 ; Ca % 8,65 ; Mg % 0,58 [calculé pour la formule (II), I % 51,20 ; Ca % 8,07 ; Mg % 4,90]. Les poids obtenus ont varié entre 15 et $21^g,7$. Ces résultats montrent que ce produit ne contient que 7 à 10 % du magnésium total, tandis que l'iode et le calcium s'y trouvent pour 65 à 94 %.

Étude de la couche surnageante. — Par des prélèvements, on peut doser : l'iode par la méthode de Volhard, le complexe organo-métallique par la méthode de Job et Reich (formation d'iodure de méthyle) ; on trouve ainsi que cette solution contient

a. 0,009 à 0,0013 atome d'iode, soit 9 à 13 % seulement de l'iode total ;

b. 0,032 à 0,038 molécule de complexe organo-métallique. Il faut donc admettre que la solution contient de l'organomagnésien sous la forme symétrique $Mg\langle^{CH^3}_{CH^3}$.

Conclusions. — De l'ensemble de ces faits, il résulte que les produits principaux de la réaction en question sont

1° le diéthérate d'iodure de calcium, pour lequel I % = 57,50 et Ca % = 9,05, et dont le poids pour un rendement théorique serait de $22^g,1$;

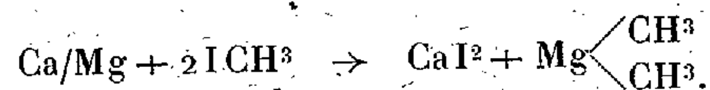
2° le diméthylmagnésium, qui se trouve dans la solution éthérée à raison de 32 à 38 % de la quantité correspondant à tout le magnésium mis

en œuvre dans l'alliage, mais qui ne peut être dosé totalement par notre mode opératoire, soit parce qu'il n'est pas suffisamment soluble dans l'éther, soit parce qu'il reste fortement adsorbé par le précipité.

Ce dernier fait résulte non seulement des analyses précédentes (puisqu'il faut bien que le magnésium se retrouve quelque part), mais encore des expériences suivantes.

Deux condensations ont été effectuées sur le produit hétérogène de la réaction étudiée, l'une avec le benzaldéhyde (à raison de 2 molécules pour 1 atome de magnésium mis en œuvre), l'autre avec le chlorure de benzoyle (à raison de 1 molécule pour 1 atome de magnésium). La première a donné le méthylphénylcarbinol avec un rendement de 67 %, la seconde le diméthylphénylcarbinol avec un rendement de 83 %. Or ces rendements sont bien supérieurs à ceux que laissaient prévoir d'une part les dosages d'organomagnésien, d'autre part le fait que la presque totalité de l'iode se trouve engagée à l'état de diéthérate d'iodure de calcium.

En résumé, l'équation de la réaction s'écrit, en négligeant les molécules d'éther liées,



$$Ca/Mg + 2 ICH^3 \rightarrow CaI^2 + Mg\langle{}^{CH^3}_{CH^3}.$$

Remarquons, en terminant, que ces résultats ne sont pas, *a priori*, incompatibles avec la formule double des combinaisons organomagnésiennes : MgR^2, MgI^2, (éther)^2, si souvent utilisée, depuis les travaux de Jolibois ([3]) et de Schlenk ([4]), et que nous nous proposions de défendre sous une autre forme. Le degré de stabilité du complexe susceptible de se former, par substitution du calcium, à l'un des atomes de magnésium pouvant être seul mis en cause et sous la dépendance des solubilités respectives des constituants.

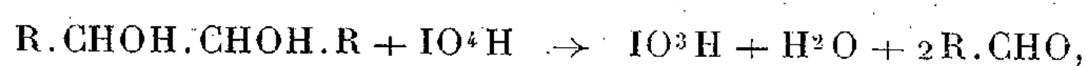
CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation des triols-1.4.5 au moyen de l'acide periodique*. Note de M. **Raymond Paul**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les travaux de Malaprade ([1]) et de Fleury ([2]) ont établi que l'acide periodique (ainsi que les métaperiodates) oxydait les glycols vicinaux

([3]) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 353.
([4]) *Ber. d. Deutsch. Ges.*, 62, 1929, p. 920, et 64, 1931, p. 734.

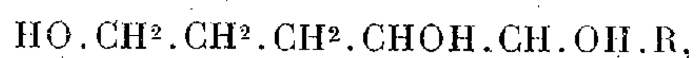
([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 863; 5e série, 1, 1934, p. 833.
([2]) Fleury et Lange, *J. Pharm. et Chim.*, 8e série, 17, 1933, p. 196, 313 et 409.

suivant le schéma



$$R.CHOH.CHOH.R + IO^4H \rightarrow IO^3H + H^2O + 2R.CHO,$$

et aussi que ce même réactif, en solution diluée du moins, était sans action sur les fonctions alcool isolées. Au cours de recherches sur l'aldéhyde γ-hydroxybutyrique, nous avons été amené à appliquer la réaction précédente aux triols 1.4.5



$$HO.CH^2.CH^2.CH^2.CHOH.CH.OH.R,$$

dont on a donné récemment une méthode de préparation à partir du furfural (³).

I. *Oxydation des triols.* — La réaction a été effectuée avec des solutions N/20 de pentanetriol ($R = H$), d'heptanetriol ($R = C^2H^5$) et de nonanetriol ($R = C^4H^9$), en suivant les indications des auteurs précités. Comme l'aldéhyde γ-hydroxybutyrique existe surtout sous la forme cyclique $\underbrace{CH^2.CH^2.CH^2.CH}_{O}.OH$, et qu'*a priori* il était difficile de prévoir l'action de l'acide periodique sur les dérivés de ce type, on a dosé également les aldéhydes formés au cours de l'oxydation. Ce dosage s'effectue d'ailleurs très simplement : une fois l'oxydation terminée, et l'acide periodique restant titré par voie iodométrique, la solution est exactement neutralisée en présence de bleu de bromophénol. On ajoute alors un léger excès d'une solution alcoolique de chlorhydrate d'hydroxylamine, et au bout de 12 heures on titre l'acide libéré (1^{mol} d'acide chlorhydrique correspondant à 1^{mol} d'aldéhyde). Voici les résultats obtenus à 10° :

Triol.	Durée de l'essai.	Mol. de IO^4H utilisées pour 1^{mol} de triol.	Mol. d'aldéhydes formées pour 1^{mol} de triol.
Pentanetriol-1.4.5....	10 min.	0,976	1,993
»	4 h.	0,985	1,993
»	24 h.	0,995	2,005
Heptanetriol-1.4.5...	10 min.	0,985	∼
»	4 h.	0,994	2,024
»	24 h.	1,023	1,986
Nonanetriol-1.4.5....	10 min.	0,956	∼
»	4 h.	0,959	1,979
»	24 h.	0,998	1,966

L'oxydation de ces triols, sensiblement aussi rapide que celle du glycol

(³) R. PAUL, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 645.

et du glycérol, se fait donc bien suivant l'équation de Malaprade et, dans les limites de précision des méthodes employées, fournit deux molécules d'aldéhydes pour une molécule de triol.

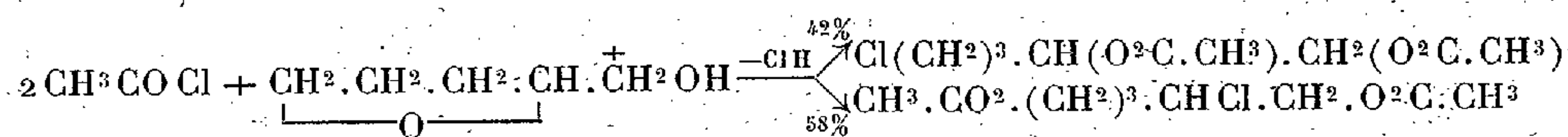
Cependant l'aldéhyde γ-hydroxybutyrique n'a pu être isolée qu'avec un faible rendement; sa solubilité dans l'eau et la nécessité d'employer des solutions periodiques diluées rendent son extraction très pénible. A ce point de vue, le tétracétate de plomb est bien préférable à l'acide periodique, comme nous le montrerons plus tard.

Par contre, en nous basant sur les résultats précédents, nous avons pu préciser la constitution de quelques dérivés de ces triols.

II. *Applications.* — *a.* Le chlorure d'acétyle réagissant en présence de chlorure de zinc sur l'alcool tétrahydrofurfurylique (ou sur son ester acétique) conduit à un chlorodiacétate auquel nous avions attribué la formule $Cl(CH^2)^3.CH(O^2C.CH^3).CH^2.O^2C.CH^3$ (3). Par alcoolyse de ce composé au moyen d'un excès de méthanol, on obtient une chlorhydrine qui ne peut être distillée sans décomposition; cependant, en agitant le produit brut de l'alcoolyse avec du charbon actif et en le séchant quelques jours dans le vide phosphorique, on arrive à un liquide ambré, correspondant bien à la formule $C^5H^{11}O^2Cl$ (D_{15}^{5} 1,194; N_D^5 1,48257. Trouvé R. M., 33,100; Cl %, 25,23. Calculé R. M., 33,20; Cl %, 25,60). L'oxydation periodique du produit a donné les résultats suivants (T = 10°) :

Durée de l'essai	10m.	4h.	24h.
Mol. de IO^4H utilisées par mol. de produit	0,402	0,410	0,422
Mol. d'aldéhydes formées par mol. de produit	0,893	0,918	0,940

Bien que la concordance entre l'acide periodique consommé et la quantité d'aldéhyde formée soit moins satisfaisante que dans le cas des triols, il semble donc que la chlorhydrine essayée était un mélange des deux isomères, $Cl(CH^2)^3.CHOH.CH^2OH$ (42 %) et $HO(CH^2)^3.CHCl.CH^2OH$ (58 %). Partant, la rupture du cycle hydrofuranique par le chlorure d'acétyle doit se représenter par le schéma



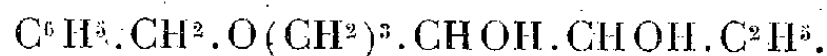
b. La dissymétrie de la molécule du pentanetriol fait prévoir une différence de réactivité entre les deux hydroxyles primaires : l'oxydation periodique va nous permettre d'évaluer cette différence.

En faisant réagir le chlorure de benzyle sur une suspension benzénique

de pentanetriol monosodé, on isole un liquide bouillant à 188°-190° sous 5^{mm}, dont la composition et les constantes (D_{15}^{8} 1,102; N_D^8 1,52752) sont celles d'un éther monobenzylique du pentanetriol. Son oxydation dans les conditions précédentes montre qu'il renferme seulement 72 à 74 % de $C^6H^5.CH^2.O(CH^2)^3.CHOH.CH^2OH$; la réactivité de l'hydroxyle-1 est donc ici *au moins* trois fois plus grande que celle de l'hydroxyle-5; il s'agit bien d'un minimum, car les 28 à 26 % restants sont constitués par un mélange, inséparable par distillation fractionnée, de benzyloxy-5 pentanediol-1.4 et de benzyloxy-4 pentanediol-1.5.

Durée de l'essai.......	10^m.	7^h.	14^h.
Mol. de IO^4H utilisées par mol. de produit.....	0,688	0,707	0,742
Mol. d'aldéhydes formées par mol. de produit..	∾	1,412	1,452

La réaction partielle de l'hydroxyle secondaire est en effet hors de doute, puisqu'en benzylant l'heptanetriol-1.4.5 monosodé, on isole un éther benzylique (Éb$_4$ 185°-187°; D_{15}^{8} 1,070; N_D^8 1,52942) qui contient seulement 90 à 92 % d'éther primaire



$$C^6H^5.CH^2.O(CH^2)^3.CHOH.CHOH.C^2H^5.$$

LITHOLOGIE. — *Sur les laves des massifs volcaniques du Cameroun Occidental.* Note (1) de Mme **Élisabeth Jérémine.**

Les résultats de l'étude microscopique et chimique des collections recueillies par M. B. Gèze dans le Cameroun Occidental (voir la Note ci-dessous) font l'objet de la présente Note.

Chacun des quatre massifs volcaniques principaux offre certains caractères particuliers intéressants au point de vue lithologique.

Le *Grand Mont Cameroun* paraît presque uniquement *basaltique*, sous la réserve de son secteur SW, où se dresse le volcan d'Étinde avec ses laves néphéliniques et leucitiques. Les basaltes ne contiennent pas de feldspathoïdes; les analyses (an. 13, 14, 15, 16) montrent qu'ils présentent un déficit de silice; dans certains d'entre eux la teneur en néphéline virtuelle atteignant presque 10 % (an. 15, 16), la roche doit être considérée comme un *basanitoïde*. Il existe des basaltes francs (le paramètre $p =$ III, an. 15), des basaltes passant aux andésites [$p =$ (II) III, an. 13] et d'autres passant aux ankaramites [$p =$ III (IV), an. 14 et 16].

(1) Séance du 17 mars 1941.

Les *Monts Manengouba* sont essentiellement *andésitiques*, avec prédominance des andésites à hornblende brune (an. 7, 8, 9); cette amphibole apparaît aussi dans les laves à faciès basaltique de volcans très récents (an. 8). Les basaltes sont rares (an. 10). Ces diverses roches calco-alcalines sont accompagnées de *rhyolite* hyperalcaline à ægyrine et ænygmatite à l'Elengoum, ainsi que de *trachyte* à barkévicite à l'Eboga (an. 3). Les andésites sont α, c'est-à-dire à excès de silice; l'olivine, toujours présente, est donc réactionnelle.

Dans les *Monts Bambouto*, un substratum de granites et de gneiss supporte une alternance d'*andésites*, de *basaltes*, de *trachytes* et de *phonolites*. Les andésites à hornblende sont identiques à celles des Monts Manengouba. Les trachytes (an. 1 et 2) et les phonolites sont hyperalcalins, riches en amphiboles ferro-sodiques variées et en ægyrine. Le basalte andésinique (an. 11) est du type β.

Les *Monts Roumpi* sont presque entièrement formés de gneiss et de granites, recouverts de *basaltes*, d'*andésites* et de cônes *trachytiques* plus récents. La roche prédominante est une andésite à grands phénocristaux de plagioclases (an. 6). Il existe aussi une andésite aphyrique, à microlites d'olivine. L'analyse montre, malgré la présence de l'olivine, une certaine quantité de silice libre (an. 5 et 6); mais au contraire un basalte (an. 12) à grands cristaux d'augite et d'olivine est à déficit de silice.

Les trachytes à faciès phonolitique contiennent de la néphéline (an. 4) et des amphiboles sodiques.

1.	Trachyte sphérolitique, Bambouto	I'.'5.1.(3)(4)
2.	Trachyte à ænygmatite, Bambouto	I(II).'5.1'.(3)4
3.	Trachyte à augite, Éboga	I'.'5.(1)2.'4
4.	Trachyte néphélinifère, Monts Roumpi	I'.5.1(2).'4
5.	Andésite (α) andésinique aphyrique, Monts Roumpi	II.(4)5.'3.4
6.	Andésite (α) labradorique, Monts Roumpi	II.5.(3)(4).4
7.	Andésite (α) à hornblende et olivine, Éboga	II.5.(2)3.4
8.	Andésite (α) pauvre en hornblende, volcan N'Dom	II'.5.3'.4
9.	Andésite (α) à hornblende et plagioclases, Élengoum	II'.5.3.4
10.	Basalte à olivine, Élengoum	'III.5.3.4
11.	Basalte (β) andésinique, Bambouto	III.5.3.4
12.	Basalte (β) labradorique, Monts Roumpi	III'.5.'4.'4
13.	Basalte (β) andésinique, Source de Mann	(II)III.5.3.4
14.	Basalte (β) labradorique passant à ankaramite, Cratère Meyer.	III(IV).5.3(4).4
15.	Basanitoïde, Sommet de Fako	III.6.3.4
16.	Basanitoïde passant à ankaramite, Isobi	III(IV).6.'3.4

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
SiO^2	64,44	63,60	63,34	59,32	54,08	48,96	53,56	47,48
Al^2O^3	16,03	15,88	18,16	18,78	16,70	17,77	16,82	16,49
Fe^2O^3	3,81	1,63	2,18	2,07	4,21	2,87	3,83	5,12
FeO	1,22	4,05	2,03	2,84	4,86	6,38	4,96	6,68
MnO	0,10	0,14	0,08	0,18	0,13	0,12	0,12	0,14
MgO	0,29	0,79	0,54	0,54	2,27	3,21	3,21	4,50
CaO	0,96	0,80	1,62	1,78	5,60	10,00	5,68	7,86
Na^2O	5,92	5,76	5,78	7,06	4,35	3,02	4,34	3,08
K^2O	5,40	4,91	4,49	5,07	2,23	1,74	2,94	1,88
TiO^2	1,00	1,04	0,82	0,41	2,04	3,64	2,40	3,98
P^2O^5	0,04	0,05	0,06	tr.	0,76	0,64	0,54	0,57
H^2O^+	0,46	1,10	0,83	1,26	2,37	1,61	1,33	1,35
H^2O^-	0,43	0,52	0,44	0,72	0,62	0,17	0,40	1,25
	100,10	100,27	100,37	100,32	100,22	100,14	100,13	100,38
SiO^2 libre	7,98	6,60	8,04	–	6,96	2,22	2,28	1,62
Néph	–	–	–	5,04	–	–	–	–
An %	2	5	12	10	35	55	32	49

	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
SiO^2	50,78	48,80	44,68	41,52	48,72	45,14	43,66	43,54
Al^2O^3	16,36	14,60	13,93	12,12	15,85	11,23	13,71	11,24
Fe^2O^3	3,15	4,44	3,33	6,40	1,69	4,15	4,48	3,15
FeO	6,98	7,28	8,29	6,68	8,91	7,69	8,41	10,07
MnO	0,12	0,13	0,16	0,13	0,11	0,14	0,11	0,14
MgO	4,68	6,48	6,80	10,73	5,51	10,39	7,13	9,57
CaO	6,74	8,32	10,74	12,26	10,26	13,38	12,50	12,38
Na^2O	3,46	3,05	3,26	1,70	3,14	1,95	2,99	2,76
K^2O	2,19	1,78	1,27	1,22	1,70	1,15	1,90	1,63
TiO^2	2,96	3,68	3,96	4,00	3,52	4,04	4,48	4,72
P^2O^5	0,63	0,42	0,71	0,64	0,23	0,39	0,63	0,74
H^2O^+	1,33	0,88	1,69	2,24	0,66	0,59	0,41	0,34
H^2O^-	0,82	0,33	0,27	0,71	tr.	0,18	0,06	0,13
	100,20	100,19	100,27 (1)	100,35	100,30	100,42	100,47	100,41
SiO^2 libre	1,44	–	–	–	–	–	–	–
Néph	–	–	1,63	2,34	1,35	2,48	9,51	9,23
An %	43	44	43	69	49	60	70	66

(1) CO^2 1,18.

Tous les basaltes analysés sont à déficit de silice. Les andésites, au contraire, sont à silice libre. Ces roches de nature calcoalcaline sont accom-

pagnées de trachytes, phonolites et rhyolites sodiques caractérisés par la présence d'amphiboles et de pyroxènes ferro-sodiques.

Pour la première fois des rhyolites, des trachytes et des phonolites contenant des minéraux ferrosodiques sont signalés dans le Cameroun. Les seules analyses des laves publiées jusqu'ici étaient celles du volcan d'Étinde (1); celles qui sont données ci-dessus sont dues à M. Raoult.

GÉOLOGIE. — *Sur les massifs volcaniques du Cameroun Occidental.* Note (1) de M. **Bernard Gèze**.

Au cours d'une mission au Cameroun Occidental (2), de juin à août 1939, il m'a été possible d'étudier les grands massifs volcaniques qui s'étendent en territoires français et britannique de l'Atlantique à la région de Bamenda (225^{km} environ).

Le premier et le plus important, le *Mont Cameroun*, se dresse brusquement au fond du Golfe de Guinée. Masse elliptique de 50^{km} du SW au NE sur 35 du NW au SE, il culmine à 4070^{m} au sommet du Fako. Une cinquantaine de petits cônes, dont les produits sont de caractère strombolien et vulcanien, y sont grossièrement alignés, et deux ou trois d'entre eux présentent encore quelques signes d'activité (solfatares, fumerolles à 80°).

Les éruptions, selon Guillemain (3), auraient commencé au Crétacé supérieur. Les plus récentes (1909, 1922, peut-être 1925) ont donné de grandes coulées de laves cordées, dont l'une a atteint l'Océan entre Isobi et Bibundi.

Quoi qu'il en soit, la partie inférieure du massif est constituée par une série basaltique ancienne, généralement latéritisée, et qui s'élève en gradins de la mer jusqu'à près de 1000^{m}. Tout à fait au SW, il est possible que l'Étinde ou Petit Mont Cameroun (1715^{m}), isolé du massif principal et caractérisé par ses roches à leucite et néphéline, soit plus ancien encore. Le Mont Cameroun proprement dit est essentiellement formé de basaltes

(1) E. Esch, *Sitzungsber. d. kön. pr. Ak. d. Wiss.*, **12**, xviii, 1901, p. 277.

(1) Séance du 17 mars 1941.

(2) B. Gèze, P. Lepesme, R. Paulian et A. Villiers, *Bull. du Muséum*, 2e série, **11**, 1939, p. 493.

(3) *Beiträge zur Geologie von Kamerun* (*Abhand. König. Preus. Geol. Landesanstalt*, Neue Folge, **62**, Berlin, 1909).

récents; cependant une curieuse rupture de pente, visible vers 3000^m d'altitude, laisse supposer que d'autres roches, de fluidité différente, ont contribué à l'édification de la montagne. Burton et Schwarz ont d'ailleurs signalé, l'un du trachyte dans le versant W, l'autre des phonolites vers le SE ([4]), mais le manteau basaltique recouvre pratiquement tout l'ensemble.

Soixante-quinze kilomètres au NE, le *Mont Koupé* (2050^m) est un horst de syénite dont la mise en place est sans doute assez récente, car il est recouvert presque en totalité de cendres, de lapilli basaltiques et de nombreux cônes subactuels issus de fractures parallèles n'ayant donné jour à aucun autre produit éruptif.

Vingt-cinq kilomètres plus loin, le *massif des Manengouba* est au contraire plus complexe. Il se compose d'une ancienne caldera, en partie démantelée, large d'environ 12 à 15^{km}, constituée d'andésite, qui culmine à l'Elengoum (2300^m), au-dessus de Nkongsamba; une aiguille de rhyolite la traverse néanmoins sans que sa position s'explique clairement. Des basaltes anciens paraissent avoir rempli l'intérieur de la caldera, mais les rapports ont été rendus confus par l'apparition d'une deuxième caldera, de nature principalement trachytique, emboîtée dans la première, mieux conservée, d'environ 4 à 5^{km} de diamètre, culminant à l'Eboga (2420^m). Au centre, se trouvent trois petits appareils basaltiques, alignés dans la direction SW-NE et dont les cratères sont agrémentés de lacs pittoresques.

Environ 75^{km} au NE, au-dessus du socle granito-gneissique déjà porté à près de 1500^m d'altitude, le *massif des Bambouto* montre une couverture basalto-andésitique ancienne qui transparaît sous une succession de plateaux en terrasses à dominance trachytique. La région sommitale (2679^m) passe progressivement à des phonolites.

En définitive, les éruptions de ces divers massifs, dont la succession demeure mal connue, semblent cependant, comme dans maints volcans africains, pouvoir être schématiquement rangées dans une *série noire inférieure basalto-andésique* très probablement tertiaire, une *série blanche moyenne trachyto-phonolitique*, peut-être déjà quaternaire, et une *série noire supérieure basaltique*, très récente, non représentée aux Bambouto, mais encore actuelle au Mont Cameroun.

L'examen des régions environnantes a montré que le volcanisme n'est pas limité à une seule grande ligne de fracture; il paraît s'expliquer, tout

---

([4]) Cf. KRENKEL, *Geologie Afrikas*, in 8°, Berlin, 3, 1934, p. 1233.

au moins à proximité de l'Océan, par la présence d'un fossé tectonique. Les grands cratères sont alignés dans l'axe de l'effondrement, tandis que les bords sont le siège d'un volcanisme atténué. L'escarpement NW, qui domine parfois de plus de 1000^m, est bien visible des Monts Nda-Ali (1212^m, trachyte sur granite), près de Mamfe, par les Monts Roumpi (1500^m, granite et gneiss couverts par une série basalto-andésitique ancienne, cônes trachy-phonolitiques, dykes basaltiques récents), jusqu'aux pointements basaltiques des Monts Oonge et du Cap Madale. L'escarpement SE, moins régulier, semble aussi moins vulcanisé et se décompose en une succession de gradins. Le Mont Nlonako, au sud-est de Nkongsamba, y est constitué par des syénites comparables à celles du horst du Koupé, situé en avant de lui dans le fossé.

Dans cette contrée, « charnière » entre Afrique Occidentale et Afrique Équatoriale, le socle granito-gneissique est donc affecté par un groupe de cassures SW-NE, grâce auxquelles les magmas éruptifs ont pu gagner la surface. La zone de faiblesse commence au moins près du Lac Tchad (pitons rhyolitiques du Hadjer-el-Khamis). Jalonnée ensuite par de petits volcans trachytiques ou basaltiques et par les horsts granitiques des Mandara et de l'Alantika, elle parvient aux massifs qui ont fait l'objet de mes observations. Elle se poursuit dans l'Atlantique par des édifices éruptifs considérables dont l'importance *au-dessus du socle sous-marin* ne semble pas avoir été justement appréciée (île de Fernando-Póo : 3300^m à 3700^m; île du Prince : 3900^m; île de São-Thomé : 5200^m; île d'Annobon : 5000^m); de telle sorte que *cette* « ligne du Cameroun » *apparaît comme l'un des grands traits tectoniques du continent africain.*

MÉTÉOROLOGIE. — *Étude des perturbations atmosphériques dans la région lyonnaise.* Note (¹) de M. **Paul Quéney**, présentée par M. Charles Maurain.

D'après les travaux de Ficker, Schedler et Dines en Europe, d'Haurwitz aux États-Unis, on sait que les perturbations de la pression et de la température, mesurées à des niveaux fixes, sont concordantes dans les hautes couches de la troposphère, et que celles de la température changent de signe à la traversée de la tropopause; en outre l'altitude de cette surface varie en accord avec la pression. Dans les basses couches, des effets secon-

(¹) Séance du 10 mars 1941.

daires multiples détruisent plus ou moins cette concordance, surtout dans les régions continentales, où les variations arrivent à être de signe contraire; on peut interpréter les résultats par un décalage de phase progressif en fonction de l'altitude.

Une remarquable série de 206 radiogonio-sondages quotidiens, exécutés et dépouillés à Lyon de novembre 1939 à juin 1940, en collaboration avec le personnel de l'Office National Météorologique, et dont 112 atteignent l'altitude de 15 km., m'a permis d'étudier le comportement de l'atmosphère dans une région jusqu'ici peu explorée. Voici un résumé des résultats statistiques obtenus :

Écart-type par rapport à la moyenne mensuelle.
(P_n, pression; T_n, température à l'altitude fixe n, exprimée en km/dyn.)

n	0.	2.	4.	6.	8.	10.	14.	16.
Écart-type de P_n (mb)	7,1	6,4	7,0	7,0	6,6	6,1		
» T_n (deg)	4,5	4,7	4,4	4,6	4,8		3,4	3,5

Écart-type de l'altitude Z_t de la tropopause (km/dyn) 1,0
» la température T_t » (deg) 3,4

Coefficient de corrélation entre les écarts interdiurnes.
(T_m, température moyenne en 1 et 9 km/dyn.)

n	0.	2.	4.	6.	8.	10.
Coefficient de corrélation $r(T_m, P_n)$ de T_m avec P_n	0,14	0,34	0,63	0,73	0,84	0,86

$r(P_0, T_0)$.	$r(T_m, T_{13})$.	$r(T_m, T_t)$.	$r(T_m, Z_t)$.	$r(T_t, Z_t)$.
−0,26	−0,40	−0,40	−0,73	−0,73

A titre de comparaison, voici des valeurs données par Dines comme moyennes de stations européennes :

$r(T_m, P_0)$.	$r(T_m, P_9)$.	$r(P_0, T_0)$.	$r(T_m, T_t)$.	$r(T_m, Z_t)$.	$r(T_t, Z_t)$.
0,47	0,95	0,16	−0,37	0,79	−0,68

Dans les hautes couches, les résultats déjà connus sont confirmés, la seule particularité à signaler étant le comportement de la variation de la température en fonction de l'altitude : amplitude sensiblement constante dans la troposphère, diminuant au passage dans la stratosphère. Dans les basses couches, le caractère continental de la région lyonnaise est assez nettement indiqué par la corrélation négative entre T_0 et P_0; d'ailleurs les trains d'ondes sont fortement déformés par le relief et ne donnent pas

lieu à un décalage net de phase. On peut signaler aussi que les écarts-types sont tous plus faibles que ceux donnés par Dines, ce qui s'explique par le fait que la région lyonnaise est relativement à l'écart des trajectoires des dépressions.

Il y a dans les sondages de Lyon une autre particularité digne d'intérêt; alors que dans 79 cas (groupe 1) il y a une seule tropopause très nette, dans 78 autres cas (groupe 2) la tropopause est surmontée d'une zone d'inversion de température, elle-même limitée en haut par une seconde surface de discontinuité, et le gradient vertical de la température, sensiblement uniforme dans la troposphère et dans la stratosphère, l'est aussi dans cette zone d'inversion. Voici les moyennes correspondantes :

Groupe	1.	2.
T_t (deg)	−56,5	−61,9
Z_t (km/dyn)	10,2	11,1
Gradient trop. (deg/km)	7,4	7,6
» strat. »	− 0,5	0,1

Gradient et épaisseur de la zone d'inversion 4,4 deg/km et $1^{km},5$.

Voici en outre des constatations complémentaires :

a. Les sondages du groupe 2 prédominent nettement au cours des phases tropicales des perturbations.

b. Au cours des jours correspondants, on observe presque toujours, lorsque cela est possible, l'existence d'une couche de cirrus.

c. Les changements brusques du vent à la traversée de la tropopause sont surtout fréquents dans les sondages du groupe 2, et il y a alors en même temps changement brusque sur la discontinuité supérieure, le vent étant presque toujours plus fort dans la zone d'inversion, généralement supérieur à 100 km/h.

d. La structure de la zone d'inversion, tout comme celles de la troposphère et de la stratosphère, est conforme au principe de moindre dissipation de Dedebant et Wehrlé, du moins au point de vue du gradient vertical de la température.

PALÉONTOLOGIE. — *Valeur stratigraphique et répartition géographique du genre* Dictyoconus *dans le Nummulitique d'Égypte*. Note de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

Les Foraminifères à forme conique appartenant au genre *Dictyoconus* Blanck. n'ont été signalés en Égypte que dans un petit nombre de localités; celles d'où proviennent les individus qui ont servi à créer le genre et la

première espèce, *D. egyptiensis* Chapm. sp., rapportée d'abord à *Patellina* puis à *Dictyoconus*, se situent dans la région de Suez; ce sont, au Nord, le Gebel Géneffé, au Sud, le Gebel Ataka. Plus près de la vallée du Nil, et plus au Sud, dans la partie basse de l'ouadi El-Cheikh, Blanckenhorn (1) a rencontré ces mêmes Foraminifères et créé une seconde espèce sous le nom de *D. coralloïdes*. Dans la région comprise entre le Gebel Ataka et le Gebel Galala El-Baharia, H. Sadek (2) a fait, depuis, une fructueuse récolte de *Dictyoconus*; il y a reconnu l'existence des deux espèces déjà citées. Ce sont essentiellement ces deux formes, assez polymorphes, souvent associées, qui représentent, en Égypte, la faune à *Dictyoconus*; pour Silvestri (3), qui les a retrouvées en Somalie italienne, elles appartiennent à un couple dont *D. egyptiensis* serait la forme à microsphère.

Au Gebel Géneffé, on rencontre déjà des *Dictyoconus* entre les calcaires à *Alveolina ovulum* St., *Orbitolites complanatus* Lmk. de l'Ypréso-Lutétien et le niveau à *Nummulites uroniensis* A. Heim qui se place, au Gebel Mokattam, au-dessus du banc à *N. gizehensis* Forsk.; ils sont donc dans le Lutétien et non dans l'Éocène inférieur, position que leur assignent J. Barthoux (4) et H. Douvillé (5).

Au Gebel Ataka, les *Dictyoconus* apparaissent aussi au-dessus des premiers *Orbitolites*; mais ils sont particulièrement abondants au niveau des calcaires qui surmontent les formations à grandes Nummulites; leur âge est ici surtout Lutétien supérieur. Telle est généralement la position qu'ils occupent dans la région étudiée par Sadek, où je les ai retrouvés un peu partout. Ces faits sont en contradiction avec les conclusions de H. Douvillé qui situe ces Foraminifères uniquement sous les bancs à *N. gizehensis*.

Dans la région de l'ouadi El-Cheikh, les *Dictyoconus* de Blanckenhorn ont été récoltés dans des terrains postérieurs aux couches à *N. gizehensis*, qui correspondent au niveau de la pierre à bâtir des environs du Caire, donc aussi au Mokattam inférieur.

Des matériaux ramenés d'Égypte et récemment étudiés me permettent d'apporter quelques éléments nouveaux relatifs à la répartition verticale et géographique de la faune à *Dictyoconus*.

(1) *Zeitsch. deutsch. geol. Gesellsch.*, 52, III, 1900, p. 434-435.
(2) *The Geography and Geology of the District between Gebel Atâqa and El-Galala El-Baharîya, Survey of Egypt*, paper n° 40, 120 p., Cairo, 1926.
(3) *Palaeontogr. Ital.*, 32, suppl. 4, 1939, p. 73.
(4) *Mém. Ins. Ég.*, 5, p. 78, Le Caire, 1922.
(5) *C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, 1924, p. 113-114.

A l'Est d'El-Fachn, en bordure de la Vallée du Nil, dans un calcaire lutétien à *N. Lucasi*, j'ai reconnu la présence de *Dictyoconus* cf. *egyptiensis*.

Un peu plus au Nord et à l'intérieur du désert Arabique, entre la naissance de l'ouadi Sannour et l'ouadi Askar El-Baharia, les calcaires rosés, à la surface du plateau, contiennent les formes A et B de *Dictyoconus egyptiensis*.

Vers le delta du Nil, à quelques kilomètres au Sud de Helouan, le couple des *Dictyoconus* est associé à de grands individus d'*Orbitolites complanatus*.

Plus près du Caire enfin, au Bir El-Fachm, puits abandonné, autrefois creusé dans l'ouadi El-Tih pour des recherches de charbon, les matériaux rejetés autour de l'orifice m'ont donné, dans un calcaire grisâtre à *Velates Schmiedelii* Chemn., fossile de l'Éocène moyen, en Égypte, nombre d'individus appartenant à *D. egyptiensis* A et B; ils sont associés à *Orbitolites complanatus* et à plusieurs exemplaires d'un autre Foraminifère, forme conique voisine, *Coskinolina liburnica* St. dont la présence, dans le Lutétien, pose la question de sa valeur stratigraphique.

On voit que l'aire de répartition des *Dictyoconus*, sensiblement élargie dans le Nord de l'Égypte, montre, comme Davies ([6]) l'a mis en évidence pour l'Asie méridionale, leur position constante dans l'Éocène moyen dont ils caractérisent même plutôt la portion supérieure. Les transgressions du Nummulitique sur les bords oriental et septentrional du continent africain ont disséminé la faune à *Dictyoconus* depuis la Somalie italienne jusqu'au golfe de Suez et à la vallée du Nil qui marquaient alors les confins occidentaux de la province Indo-érythréenne.

CHIMIE AGRICOLE. — *Influence de quelques* oligo-éléments *sur la fixation de l'azote atmosphérique au cours de la végétation d'une Légumineuse.* Note de M. **Désiré Leroux**, présentée par M. Maurice Javillier.

J'ai montré ([1]) que divers *oligo-éléments*, bore, fluor, arsenic, iode, chrome, manganèse, cuivre, zinc, plomb, introduits dans un sol en très petite quantité (2, 5, 10^{mg} par kilogramme de terre supposée sèche) et sous une forme convenable, exaltent la combustion de la matière organique et la nitrification. Il m'a paru intéressant d'examiner si ces mêmes oligo-éléments

---

([6]) *Trans. Roy. Soc. Edinburgh*, 56, part. II (n° 20), 1930, p. 485-505.

([1]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 770.

exercent aussi une action sur la fixation microbienne de l'azote atmosphérique, fixation réalisée dans les conditions naturelles par le *Bac. radicicola*, bactérie symbiotique des racines des Légumineuses, et éventuellement par certains microbes du sol, les *Azotobacter* notamment.

Plusieurs chercheurs ont précédemment abordé cette étude : Voïcu (²) a constaté l'heureuse influence du bore sur l'activité du *Bac. radicicola*; Kaserer (³), Herke (⁴), Olaru (⁵), Rocasolano (⁶), entre autres, ont observé une action favorable du manganèse sur la fixation de l'azote par ce même microbe ou par les *Azotobacter*; d'après Greaves, si l'arsenic (⁷), l'iode, le manganèse augmentent le pouvoir fixateur de ces derniers, le bore, le cuivre, le zinc ne seraient pas nécessaires à leur développement (⁸). Les expériences de ces auteurs ont été généralement exécutées sur des milieux artificiels; aussi m'a-t-il semblé utile de les reprendre et de mesurer l'activité des microbes fixateurs d'azote dans leur habitat naturel.

Il était nécessaire, pour obtenir des résultats concluants, de cultiver des plantes dans des conditions tout à fait comparables et de doser rigoureusement l'azote : 1° dans les sols avant culture et dans les graines initiales; 2° dans les sols après culture et dans les récoltes. La fixation de l'azote et son taux devaient ressortir de la comparaison entre les deux groupes de dosages.

Technique. — J'ai cultivé en vases une Légumineuse, le Pois, sur un sol additionné de 2 ou 5^{mg} par kilogramme de terre supposée sèche, de l'un des éléments suivants : Bo, F, As, I, Cr (sous forme de borate, fluorure, arsénite, iodure, chromate de sodium), Mn, Cu, Zn, Pb (à l'état de sulfates). J'ai opéré à dessein sur une terre ayant même origine que celle utilisée dans mes expériences sur la combustion de la matière organique et la nitrification (I). Prélevée dans le domaine de l'École nationale d'Horticulture de Versailles, elle était initialement riche en matières organiques (C organique 4,5%) et en azote (N organique et ammoniacal 0,455, N nitrique 0,0123 % de terre supposée sèche).

Le semis a été effectué le 6 avril 1939 avec des graines de Pois nain très hâtif d'Annonay, de même grosseur et à très peu près de même poids. Le 26 juin, il a été procédé à la récolte sur les 40 vases, dont chacun comportait 7 plantes.

(²) *Thèse Faculté des Sciences*, Paris, 1923.
(³) *Centralbl. f. Bakt.*, **28**, 1910, p. 268; **29**, 1911, p. 232; **30**, 1912, p. 509.
(⁴) *Kiserlet Kozlem.*, **16**, 1913, p. 311.
(⁵) *Comptes rendus*, **160**, 1915, p. 280.
(⁶) *Rev. R. Acad. Ciencias*, Madrid, **14**, 1916, p. 681.
(⁷) *Journ. of Agric. Research*, **6**, 1916, p. 389.
(⁸) *Soil Science*, **36**, 1933, p. 267.

Cette expérience étant celle même qui m'a permis de constater l'influence des oligo-éléments sur le développement du Pois, de plus amples détails techniques sont inclus dans ma Note se rapportant à cette question ([9]).

Sur les différentes parties des plantes (racines lavées, tiges et feuilles, gousses vidées, graines), séchées à + 100° et pesées, j'ai dosé l'azote total. J'ai prélevé soigneusement après la culture un échantillon de chaque sol, sur lequel j'ai dosé, immédiatement et séparément, l'azote organique et ammoniacal et l'azote nitrique.

Résultats. — Le tableau ci-après résume les résultats moyens et totaux des dosages et la quantité moyenne calculée d'azote atmosphérique fixée entre le 6 avril et le 26 juin 1939 par les témoins et par chaque lot ayant reçu une dose donnée d'un oligo-élément. Les écarts entre les essais identiques n'ont pas dépassé 1,5 %.

Avant culture.

Azote total	*a.* Dans le sol	Témoins 1°....	8g,404	moyenne 8g,411	N total dans sol + graines 8g,466
		» 2°....	8,410		
		» 3°....	8,419		
	b. Dans les graines	» 1°....	0,054.6	moyenne 0g,055	
		» 2°....	0,055.4		

Après culture.

	Azote total dans sol + plantes.		Azote fixé calculé.
Témoin 1°...	8g,504	moyenne 8g,492	0g,026
» 2°...	8,485		
» 3°...	8,483		
» 4°...	8,496		

Après addition de....	2mg (*).	5mg (*).	2mg.	5mg.
Bo..................	8,678 (**)	8,724 (**)	0,212	0,258
F..................	8,709	8,800	0,243	0,334
As..................	8,606	8,574	0,140	0,108
I..................	8,636	8,882	0,170	0,416
Cr..................	8,667	8,635	0,201	0,169
Mn..................	8,745	8,798	0,279	0,332
Cu..................	8,630	8,795	0,164	0,329
Zn..................	8,749	8,628	0,283	0,162
Pb..................	8,618	8,714	0,152	0,248

(*) Par kilogramme de terre supposée sèche.
(**) Chaque dose d'oligo-élément comportait deux essais

([9]) *C. R. Acad. Agriculture*, **26**, 1940, p. 480.

Conclusion. — L'examen de ce tableau montre que dans chacun des sols auxquels on a incorporé une petite dose d'oligo-élément, une fixation complémentaire d'azote a été constatée.

La quantité d'azote fixée dans les témoins, et même dans les pots pourvus d'un catalyseur, a été naturellement faible par rapport à la quantité d'azote préexistante. Mais l'accord satisfaisant des chiffres obtenus, d'une part dans les témoins, d'autre part dans chacun des vases d'un même groupe [10], fait que les résultats nous paraissent expérimentalement assurés et notre conclusion valable. La fixation de l'azote atmosphérique a bien été favorisée par l'addition au sol de petites doses des éléments étudiés.

ZOOLOGIE. — *Deux formes larvaires de* Ctenoplanidæ *du plancton des côtes d'Annam.* Note [1] de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les larves de *Ctenoplana* n'avaient jamais été observées jusqu'ici. Or j'ai trouvé, dans le plancton indochinois, trois larves appartenant à ces Platycténides. Dans deux d'entre elles j'ai reconnu une larve d'une *Ctenoplana* et la troisième appartient incontestablement au sous-genre *Planoctena*. Ces trois larves ont été pêchées dans le plancton superficiel (0 — 10^m) de la baie de Nhatrang (Sud-Annam), au commencement de la saison hivernale (novembre 1934).

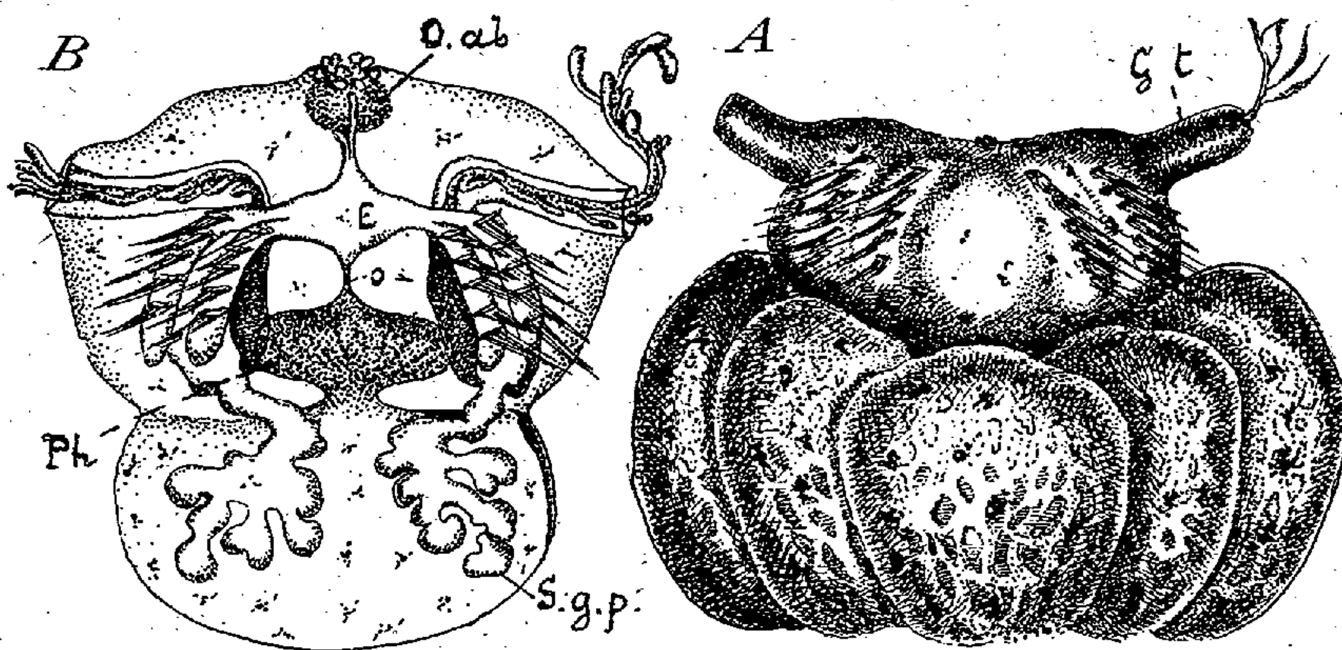
La larve de *Planoctena* (*fig.* A) montre déjà les caractères distinctifs du sous-genre : les parties extérieures de ses gaines tentaculaires sont nettement détachées du corps. Elles sont longues et orientées, soit dans un plan horizontal, soit dans un plan vertical. Ce qui frappe dans l'organisation externe de la larve, c'est la subdivision du corps larvaire en deux régions nettement délimitées : aborale et orale. Parmi les *Ctenoplanidæ*, seule *Planoctena caulleryi* Daw., en position de nage, offre une subdivision en deux zones superposées. Mais, chez cette Ctenoplanide, cette disposition ne se trouve réalisée que d'une façon très primitive, les lobes marginaux n'étant séparés de la partie aborale que par un étranglement circulaire

---

[10] Le tableau ne consigne pas tous les résultats, mais les totaux moyens pour chaque groupe.

[1] Séance du 17 mars 1941.

presque imperceptible. Or, chez la larve de *Planoctena* considérée, les deux régions superposées du corps sont séparées l'une de l'autre d'une façon très prononcée; la partie orale du corps, extrêmement élastique et mobile, pend comme une cloche très large, et la larve, en nageant, la retrousse de temps en temps très haut, prenant alors une attitude qui rappelle celle d'une dame en crinoline, qui, avant de s'asseoir, retrousse sa robe. Cette cloche orale renferme une cavité très spacieuse qui ne représente autre chose que la partie inférieure du pharynx, extrêmement distendu et qui s'ouvre au dehors par un énorme orifice buccal. La partie supérieure du pharynx, fonctionnellement digestive, est assez faiblement développée. D'après son caractère histologique, cette région du pharynx, comprimée dans le sens oro-aboral, fait un contraste très marqué avec le revêtement



A, larve de *Planoctena*; B, larve de *Ctenoplana*. *S. g. p.*, ébauches du réseau gastrovasculaire périphérique (marginal); *G. ab*, statocyste; E, entonnoir; *o*, œsophage; Ph, pharynx; G. t, gaines tentaculaires.

de sa partie inférieure. Elle est riche en éléments glandulaires et son plafond présente deux bourrelets ciliés en arceaux, disposés symétriquement en deux groupes antagonistes, des deux côtés de l'axe perpendiculaire au plan tentaculaire.

Le système gastrovasculaire a atteint déjà son plein développement, non seulement en ce qui concerne sa partie centrale (entonnoir, et vaisseaux principaux), mais aussi dans sa partie périphérique (réseau marginal).

La larve nage grâce au jeu de ses palettes vibratiles. Le déplacement par sauts, en battant l'eau par les lobes latéraux, n'est donc qu'une adaptation physiologique secondaire, acquise pendant l'évolution ultérieure de la

larve. D'ailleurs, au stade que j'ai observé, la partie orale du corps larvaire n'a pas encore la capacité de se subdiviser temporairement en deux lobes, son bord marginal restant toujours circulaire, comme chez *Beroë*.

La larve est de petite taille; à l'état vivant, elle atteignait, en complète extension, une hauteur de $0^{mm},55$. La largeur maximum de sa portion aborale était $0^{mm},25$ et celle de sa région orale $0^{mm},65$.

L'organisme est presque tout à fait opaque, étant fortement pigmenté en rose, parsemé de taches de pigment d'un blanc éclatant.

L'autre larve (*fig.* B) appartient, à en juger par la structure de son appareil tentaculaire, à une *Ctenoplana* : les parties extérieures de ses gaines tentaculaires sont à peine individualisées. D'après son aspect extérieur, cette larve ressemble à une *Ctenoplana* adulte de taille minuscule (mon exemplaire mesurait $0^{mm},75$ de hauteur).

Contrairement à ce qu'on observe chez toutes les espèces du genre *Ctenoplana* actuellement connues, le corps de notre larve se trouve subdivisé en deux parties, aborale et orale. Cette subdivision est loin d'atteindre le degré de netteté que nous avons observé chez la larve précédente, mais elle est très nette. Comme chez la *Ctenoplana* adulte, la région orale de la larve est capable de se transformer en deux lobes latéraux qui lui servent d'organes de locomotion. Mais ils n'ont pas encore acquis la capacité de se déployer dans le sens horizontal, et de se transformer temporairement en un disque de fixation et de reptation. En tout cas, pendant une journée tout entière passée à observer mes larves vivantes, je n'ai vu aucune tentative, ni chez l'une, ni chez l'autre, de se fixer et de passer à l'état planariforme.

L'organisation interne de la larve présente, par comparaison avec celle de l'organisme sexuellement mûr, quelques particularités non négligeables. Notons tout d'abord une orientation verticale des parties proximales des gaines, celles dans lesquelles se trouvent placés les massifs tentaculaires. L'orientation horizontale de ces formations, qu'on trouve chez *Ctenoplana* adulte, est le résultat d'une rotation de 90°.

L'autre particularité concerne les grandes dimensions du statocyste, qui est énorme par rapport à la taille du corps et la structure de l'appareil gastrovasculaire. La partie centrale de ce dernier est bien développée et ne se distingue presque en rien de celle de *Ctenoplana* adulte. Au contraire, le réseau gastrovasculaire périphérique reste encore dans un état primitif. Chez une de mes larves, les quatre canaux tentaculaires (deux de chaque côté de l'animal) se prolongent chacun en un diverticule

bifurqué. Chez une larve plus avancée, ces quatre ébauches conservent leur indépendance, mais deviennent arborescentes. C'est par soudures secondaires qu'elles donnent naissance au réseau gastrovasculaire marginal de l'adulte.

Les deux larves étaient presque absolument transparentes, bien que toute la surface du corps fut parsemée d'accumulations de pigment rouge et blanc, sur un fond général jaune d'ocre clair.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Teneur en sucres réducteurs du sang total de quelques Mammifères sauvages.* Note de M. **Achille Urbain** et Mlle **Marie-Antoinette Pasquier**, présentée par M. Auguste Chevalier.

La glycémie, qui a été bien précisée chez l'animal domestique et de laboratoire (Lapin, Cobaye, Chien, Porc, Poule, etc.), par les déterminations de nombreux auteurs (¹), n'est au contraire pas connue chez les animaux sauvages.

Poursuivant l'étude systématique des constituants organiques du sang de quelques Mammifères sauvages, nous avons effectué le dosage des sucres réducteurs du sang total d'animaux appartenant à divers ordres zoologiques (Ongulés, Carnivores, Primates) et à régimes alimentaires différents (Herbivores, Carnivores, Omnivores). Le sang a été prélevé sur des animaux non soumis au jeûne. Le dosage des sucres réducteurs, ainsi que la défécation préalable, a été réalisé par la méthode d'*Hagedorn* et *Jensen* (²).

Nos résultats sont consignés dans le tableau ci-contre.

L'examen de ce tableau permet de tirer les conclusions suivantes :

1° La teneur en sucres réducteurs paraît assez constante et voisine de celle de l'Homme chez certains Ongulés (*Cervidés*, *Camelidés*, *Suidés*) et chez les Primates examinés (*Lasiopygidés*).

2° Chez les Carnivores cette même teneur est légèrement plus élevée,

(¹) Schaffer, *Jour. Biol. Chem.*, **19**, 1914, p. 301; Ijuro Fujii, *Toh. Journ. Exp. Med.*, **2**, 1921, p. 20, et 3, 1922, p. 87; Barrenscheen et Willheim, *Die Laboratoriumsmethoden der Wiener Kliniken*, Leipzig u. Wien, 1923; Svedberg, *Skand. Arch. f. Phys.*, **66**, 1933, p. 113-190; Dumazert, *C. R. Soc. Biol.*, **118**, 1935, p. 570.

(²) Hagedorn et Jensen, *Bioch. Zeits.*, **135**, 1923, p. 46.

tandis qu'elle est au contraire bien moindre chez certains *Caprinés* (Mouton, 0g,59; Chèvre naine du Sénégal, 0g,57) et chez les *Antilopinés* (Gazelle de l'Inde, 0g,36).

Teneur du sang total en sucres réducteurs.
(Résultats exprimés en grammes par litre.)

Familles.		Nombre d'animaux.	Teneur en sucres réducteurs Minim.	Maxim.	Moy.
	I. — Ongulés.				
Bovidés.					
a. Caprinés.	Mouton	5	0,43	0,84	0,59
	Chèvre naine du Sénégal	12	0,37	1,82	0,57
	Mouflon de Corse (*Ovis musimon* Pallas)	6	0,88	1,08	0,80
b. Antilopinés.	Gazelle de l'Inde (*Antilope cervicapra* Pal.)	6	0,31	0,42	0,36
Cervidés.	Cerf de France (*Cervus elaphus* L.)	4	0,79	1,21	1,02
	Cerf pseudaxis (*Cervus pseudaxis* Gray)	5	1,41	1,73	1,67
	Daim (*Dama dama* L.)	6	0,94	1,10	1,04
Camelidés.	Dromadaire (*Camelus dromedarius* L.)	4	0,91	1,03	0,90
	Guanaco (*Lama glama huanacus* Molina)	4	1,02	1,14	1,05
	Lama (*Lama glama* L.)	5	0,82	1,03	0,89
Suidés.	Sanglier d'Indochine (*Sus cristatus* Wag.)	5	1,07	1,17	1,12
	II. — Carnivores.				
Félidés.	Lion (*Felis leo* L.)	5	1,05	1,38	1,20
Canidés.	Loup (*Canis lupus* L.)	3	0,91	1,30	1,14
	III. — Primates.				
Lasiopygidés.	Cynocéphale babouin (*Papio papio* Desm.)	5	0,97	1,07	1,04

3° Parmi les divers ordres envisagés, on observe chez les Carnivores une teneur en sucres réducteurs plus élevée que chez les Omnivores et que chez les Herbivores. Cependant parmi les Herbivores certaines espèces de *Caprinés* et *d'Antilopinés* se distinguent par leur glycémie notablement basse.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Sur le cycle évolutif de deux Ornithodores de grande taille*, Ornithodorus Canestrinii *Birula* 1895 *et* O. delanoei *Roubaud et Colas-Belcour* 1931. Note (¹) de M. **Jacques Colas-Belcour**, présentée par M. Émile Roubaud.

Ayant étudié comparativement le cycle évolutif de deux Ornithodores de grande taille (²), *O. canestrinii* de Perse et *O. delanoei* du Maroc, nous rapportons les résulats obtenus pour des conditions constantes de température (+ 28° C.) et d'humidité relative (environ 90 %). Le développement de ces espèces, jusqu'ici inconnu, est par lui-même remarquablement lent; il rend leur cycle d'autant plus long que des intervalles de plusieurs mois ont dû être observés souvent, avant que certaines nymphes récemment écloses veuillent reprendre le nouveau repas de sang, nécessaire pour parvenir au stade suivant. Ces Ornithodores furent nourris soit sur cobaye, soit, lorsque la taille ou le nombre des spécimens le rendaient préférable, sur lapin.

Ayant obtenu, dans ces conditions, le cycle évolutif d'*O. canestrinii*, nous avons constaté qu'une ponte, obtenue 26 jours après le repas de la femelle, a donné naissance à des larves 24 jours après l'apparition des premiers œufs. Les larves se sont *nourries sur le cobaye en* 12 *à* 19 *jours* (en moyenne 15); elles ont donné des nymphes qui, plusieurs jours après, ont repris un nouveau repas de sang en quelques instants (10 à 30 minutes), sur le même hôte. Les 2ᵉ, 3ᵉ et 4ᵉ stades nymphaux sont apparus successivement, chacun d'eux précédé du repas de sang habituel et d'un intervalle de temps de plus en plus long; en moyenne, pour ces trois, mues, nous avons relevé 18, 21 et 33 jours. Les nymphes du 4ᵉ stade, après s'être elles-mêmes nourries, donnèrent naissance, en 27 à 51 jours (en moyenne 40), soit à des mâles, soit à des nymphes du 5ᵉ stade qui, une fois gorgées, muèrent en femelles (en 37 à 40 jours).

Les larves récemment écloses d'*O. delanoei* se sont également nourries lentement sur le cobaye, ne s'en détachant qu'après un intervalle de 5 à 10 jours (en moyenne 6). Les stades nymphaux suivants furent compa-

---

(¹) Séance du 10 mars 1941.

(²) Les femelles d'*O. canestrinii* mesurent de 13^{mm},2 à 13^{mm},7, celles d'*O. delanoei* peuvent atteindre 18^{mm}; la première espèce, rapportée par M. Delpy, est conservée au laboratoire depuis 1937, la seconde depuis 1929.

rables à ceux de l'espèce précédente, à cette seule différence près que les délais observés entre les repas et les mues qui leur firent suite furent notablement plus longs que chez *O. canestrinii*; c'est ainsi que l'apparition des nymphes du 5e stade, ou des adultes, n'eut lieu que de 56 à 315 jours après le dernier repas de sang du stade précédent ([3]).

Le cycle de ces Ornithodores, au point de vue du nombre des stades nymphaux, 4 pour les mâles, 5 pour les femelles, s'apparente à ceux d'*O. rostratus* ([4]), d'*O. coriaceus* ([5]), d'*O. moubata* ([6]), d'*O. savignyi* ([7]), d'*O. coniceps* ([8]), d'*O. turicata* ([9]) et, sous certaines conditions de milieu, à celui d'*O. erraticus* ([10]). Un seul trait commun est particulier à nos deux grandes espèces, la longue durée des repas larvaires sur l'hôte : c'est là un caractère bien connu pour les larves des diverses espèces d'*Argas* ([11]), mais plus exceptionnel chez celles du genre *Ornithodorus*. Il ne s'y rencontre, en effet, que chez *O. megnini* et *O. lahorensis*, plus strictement adaptés à une vie parasitaire permanente sur leur hôte [s'étendant même à plusieurs stades nymphaux ([12])], chez *O. rostratus* et dans le groupe *O. talaje-O. coniceps*. On sait que chez ces deux Ornithodores de taille moyenne, après leur long repas sur l'hôte, les larves muent successivement deux fois, donnant naissance aux nymphes du premier et du deuxième stade, sans qu'aucun repas de sang n'ait lieu dans l'intervalle des mues; c'est là un fait notable pour ces deux espèces et qui les caractérise biologiquement. On ne peut donc comparer sous le rapport de leur nutrition larvaire, *O. canestrinii*

([3]) Dans ces expériences, nous n'avons donné à nos ornithodores qu'un seul repas de sang après chaque mue; il est possible que plusieurs repas successifs abrègent ces intervalles de temps pour ces stades de grande taille.

([4]) E. Brumpt, *Annaes Paulistas de Med. e Cirurg.*, 4, 1915, p. 25.

([5]) W. B. Herms, *Jl. of Parasitology*, 2, 1916, p. 137.

([6]) N. Cunliffe et G. H. F. Nuttall, *Parasitology*, 13, 1921, p. 327; B. Jobling, *Bull. of. Ent. Res.*, 15, 1924-1925, p. 271.

([7]) N. Cunliffe, *Parasitology*, 14, 1922, p. 17.

([8]) E. Brumpt, *Précis de Parasitologie*, 3e édit., Paris, 1922, p. 775; O. Theodor, *Zeitschr. f. Paras.*, 5, 1932, p. 69.

([9]) H. A. Kemp, W. Morsound et H. E. Wright, *Amer. Jl. of Trop. Med.*, 14, 1934, p. 479; E. Francis, *Public Health Repts*, 53, 1938, p. 2220.

([10]) E. Brumpt, *Précis de Parasitologie*, 4e édit., Paris, 1927, p. 906; J. Colas-Belcour, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 28, 1935, p. 604.

([11]) Notons qu'*O. delanoei* est apparenté morphologiquement avec certains *Argas* (*A. brumpti*). Cf. E. Roubaud et J. Colas-Belcour, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 24, 1931, p. 248; il en est de même pour *O. canestrinii*.

([12]) E. Brumpt, *Ann. de Paras. hum. et comp.*, 14, 1936, p. 632; *ibid.*, p. 647.

et *O. delanoei*, qu'avec *O. rostratus* que Brumpt a déjà rapproché d'*Argas persicus*; par contre, cet auteur a noté, chez *O. rostratus*, que la longue durée du repas larvaire n'est pas un fait constant, 25 à 30 % des larves fixées sur la crête d'une poule s'en détachaient gorgées au bout de 15 à 60 minutes.

La longue durée des repas des larves d'*O. canestrinii* et d'*O. delanoei* est, pour nous, en rapport avec le rapide accroissement de taille des premiers stades de ces deux Ornithodores. Ainsi se confirme à nouveau le rapprochement tant morphologique que biologique des deux genres *Argas* et *Ornithodorus*, confondus jadis dans la Systématique et que certains auteurs tendent actuellement d'ailleurs à refusionner ([13]).

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Absorption de solutions salines par un Réduvidé hématophage*, Triatoma infestans *Klug. Importance de la concentration.* Note ([1]) de MM. **Pierre Nicolle** et **Maurice Mathis**, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons indiqué ([2]) qu'en mettant à profit le thermotropisme alimentaire des Réduvidés hématophages, on pouvait leur faire ingérer à travers une mince membrane, non seulement du sang défibriné ou chacun de ses constituants, plasma, sérum, globules lavés, mais aussi un certain nombre de liquides naturels, sérosités, lait écrémé, ou artificiels, eau physiologique, solutions de Ringer-Locke, de Tyrode, bouillon de culture.

Nous étudierons ici plus spécialement les conditions qui déterminent l'absorption des solutions de sels neutres des métaux alcalins et alcalino-terreux par *Triatoma infestans*. Tous les stades larvaires, ainsi que les adultes se sont montrés capables d'absorber les solutions salines. Signalons toutefois que les délais normaux de jeûne après l'éclosion et après les mues doivent être sensiblement dépassés ([3]). Quand il s'agit d'un repas sur

---

([13]) G. A. H. Bedford, 18th *Rept of the Div. of Veter. Serv. and Anim. Industry, Union of South Africa*, 1, 1932, p. 275.

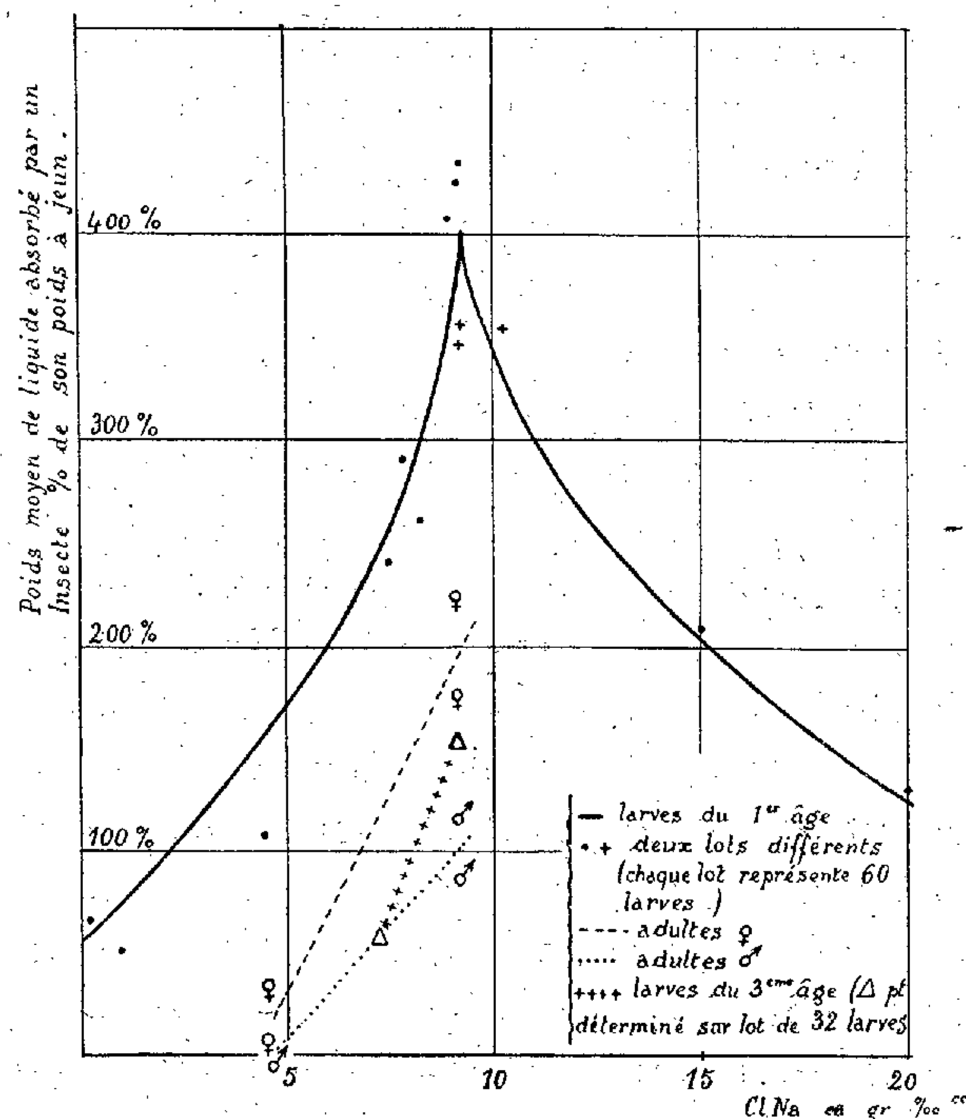
([1]) Séance du 10 mars 1941.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 25.

([3]) Wigglesworth, pour *Rhodnius prolixus*, a écrit qu'il était nécessaire d'ajouter aux solutions salines une trace d'hémoglobine pour que l'insecte les absorbe. Nous nous demandons si cet auteur n'a pas utilisé, dans ses essais négatifs avec les solutions sans hémoglobine, des insectes insuffisamment affamés. De notre côté, en observant cette condition très importante du jeûne prolongé, nos *Rhodnius* ont absorbé très complètement des solutions non additionnées d'hémoglobine.

cobaye, par exemple, les larves du premier stade sont en état de se nourrir dès le 5e ou 6e jour après l'éclosion. Pour obtenir une réplétion comparable avec les solutions salines, il est nécessaire que le jeûne ait duré au moins 30 à 35 jours à l'étuve à 30°C.

L'importance de la température des liquides offerts aux insectes, comme facteur déterminant la piqûre et la succion, est encore plus grande lorsqu'il



s'agit de repas sur membrane artificielle que dans le cas de repas sur animal. Dans les conditions naturelles, l'insecte est sollicité vers l'hôte nourricier par un certain nombre d'excitations, thermiques, olfactives, chimiques, qui agissent en synergie. Dans les conditions artificielles, où seule la température entre en jeu, il est nécessaire de compenser l'absence des autres excitations par l'élévation du degré de l'excitant thermique. Pour *Triatoma infestans*, la température optimum des repas sur membrane est de 42°C. (4).

La nature des substances salines, si l'on s'en tient aux sels neutres des

---

(4) Cette température est trop élevée pour *Rhodnius prolixus*, qui préfère les environs de 38°C.

métaux alcalins et alcalino-terreux, semble n'avoir qu'une faible importance. Aucune préférence, comme aucune aversion, n'a pu être notée pour un métal ou pour un radical acide ([5]).

La quantité de solution absorbée varie avec la teneur en sel des solutions. Très faible pour l'eau pure, elle augmente régulièrement à mesure que croît le degré de concentration. Elle atteint son maximum, pour chaque sel, aux environs de l'isotonicité au plasma des animaux à sang chaud, puis elle décroît rapidement. (Voir ci-dessus le graphique des quantités de solutions de chlorure de sodium absorbées, en fonction de la concentration, par des larves du premier âge.) L'isotonicité au plasma est donc une condition importante pour la réplétion totale des insectes dans le cas des solutions salines. Cette constatation a pu être également étendue à des substances non électrolytiques comme le glucose.

Nous avons mis également en évidence un autre facteur qui, d'importance moindre, contribue cependant à rendre plus complète la réplétion : l'isoionicité au plasma des animaux à sang chaud. Les solutions physiologiques dites équilibrées vis-à-vis des ions du plasma sont absorbées par les Triatomes en quantité notablement supérieure à celle de la solution physiologique de chlorure de sodium.

Enfin le pH des solutions joue un rôle non négligeable dans l'absorption. Une légère alcalinité (pH 7,8) favorise nettement la réplétion, tandis qu'une acidité, même faible (pH 6,4), est au contraire défavorable.

Par ces faits, on voit combien étroitement se trouve fixée l'adaptation d'un insecte hématophage à son alimentation normale, puisque c'est seulement lorsque les solutions salines possèdent les principaux caractères physiques du plasma, température, isotonicité, isoionicité et pH alcalin, qu'on observe le plus haut degré de réplétion.

Faut-il admettre que c'est l'appareil gustatif situé à l'entrée du pharynx qui renseigne l'insecte sur les qualités physiques des liquides qu'on lui offre ? Nous croyons plutôt que l'hypotonicité et l'hypertonicité des solutions produisent, dès les premières gorgées, des modifications d'ordre osmotique au niveau de l'appareil digestif, et que ces modifications, en rendant moins élastiques, par exemple, les parois de l'estomac, entravent d'autant plus rapidement sa distension que les solutions ingérées sont plus éloignées de l'isotonicité. Cette hypothèse apporterait en outre une expli-

---

([5]) A part le chlorure de sodium, la plupart des autres sels sont nocifs pour les insectes et les tuent en quelques heures.

cation au fait que les insectes, en présence d'eau pure ou de solutions hypotoniques, ne se retirent qu'après avoir fait de nombreuses tentatives d'absorption. Il semble, à voir leurs efforts et l'agitation qui s'empare d'eux, qu'une impossibilité physique vienne seule entraver le fonctionnement de l'appareil de succion.

ÉNERGÉTIQUE BIOLOGIQUE. — *La thermogenèse chez les Abeilles*, Insectes sociaux thermœciques. Note de MM. **Maurice Mathis** et **Marcel Courtin**, présentée par M. Émile Roubaud.

Au cours de ses recherches sur les sociétés primitives de guêpes sociales africaines, M. Émile Roubaud ([1]) a divisé les Insectes sociaux en deux groupes, d'après les fondements biologiques du lien social :

1° Les *trophœcies*, caractérisées par des échanges nourriciers réciproques entre larves et adultes (guêpes, fourmis, etc.) ([2]);

2° Les *thermœcies* (sociétés d'abeilles), qui ont la production de chaleur comme base de groupement. Depuis Réaumur ([3]), on sait que l'intérieur d'une ruche possédant une colonie saine et vigoureuse est à une température voisine de celle d'une poule couvant ses œufs.

Les observations que nous avons pu faire sur la température d'une ruche en saison froide à l'Insectarium de l'Institut Pasteur, au moyen d'un thermomètre enregistreur J. Richard, muni d'un plongeant à dilatation liquide, placé au centre de la colonie d'abeilles d'une manière permanente, peuvent être résumées ainsi :

1° En automne, alors que le couvain existe encore, la température intérieure de la ruche est constante aux environs de 35° C., c'est la *période d'isothermie*.

2° Dès les premiers froids et la cessation de la ponte par la reine-abeille, cette température décroît par paliers, c'est la *période d'abaissement progressif*.

([1]) *Comptes rendus*, 151, 1910, p. 553; *Ann. Sci. nat. Zool.*, 9e série, 1, 1916, 160 pages, 34 figures; *Bull. Soc. Entom. de France*, n° 4, 1929, p. 83.

([2]) En 1924 W. M. Vheeler développait les mêmes points de vue, sous le nom de *trophallaxis*. Le terme de É. Roubaud, *œcotrophobiose*, qui a la priorité, nous semble plus juste, plus précis, mieux adapté à l'objet qu'il se propose de définir.

([3]) Réaumur, *Mémoires pour servir à l'Histoire des Insectes*, Paris, 5, 1740, p. 387.

3° Le tracé de la courbe de température présente au cours des grands froids des oscillations particulières, c'est la *période de luttes fébriles*.

4° Dès les premiers beaux jours, la température remonte par paliers, c'est la *période de hausse progressive*.

Dans cette Note, nous n'envisagerons que la période s'étendant entre la fin de la ponte et sa reprise au printemps. Au cours de ces trois mois de réclusion totale, les abeilles s'alimentent uniquement du miel mis en réserve. Quel est le rendement de cette transformation dans la machine-abeille, tel est l'objet de ces recherches.

Nous avons choisi, pour établir nos données, parmi nos ruches d'expériences, trois groupes à peu près comparables, tant du point de vue de leur construction que de leur population. Du 8 octobre 1940 au 29 janvier 1941, ces ruches ont perdu respectivement :

Groupe I. — Calorifugé, ruches Dadant-Blatt à 12 cadres, de 2 à 3 kilogs.
Groupe II. — Mal calorifugé, ruches Langstroth démontables, 4 kilogs.
Groupe III. — Témoin, non calorifugé, ruche Dadant-Blatt à 9 cadres, 10 kilogs.

Si nous éliminons la ruche témoin, non calorifugée, une simple planchette de bois en guise de toit, nous pouvons considérer que la consommation moyenne de miel par colonie d'abeilles représente une moyenne de 40^g de miel par jour. Nous avons cherché à déterminer à quelles possibilités de chauffage pouvait correspondre l'ingestion de cette ration journalière. Le miel contenant en moyenne 30 % d'eau, 40^g de miel représentent 28^g d'un mélange de saccharose, glucose, lévulose, dextrose etc., la saccharose se dédoublant d'ailleurs en glucose. La chaleur d'oxydation d'un semblable mélange étant voisine de 4000 calories-gramme, ces 28^g fourniront 112.000 calories. La transformation de cette ration en chaleur, en 24 heures, équivaut à la présence dans la ruche d'une source de chaleur d'une puissance de 5,4 watts ; si cette transformation est effectuée en 1 heure, à la mise en action, pendant ce temps d'une source de chaleur d'une puissance de 130 watts.

Par ailleurs, les diagrammes de température montrent que, pendant la *période de luttes fébriles*, les abeilles peuvent, en 1 heure, relever de 10°C. la température intérieure de la ruche. De quelle puissance doivent-elles disposer pour mener cette opération à bien, c'est-à-dire pour élever de 10°C. la température du miel et de la cire contenus dans la ruche et pour compenser en même temps les pertes par rayonnement des parois extérieures ?

Dans une ruche de dimensions normales ($45 \times 45 \times 32^{cm}$) et contenant 20^{kg} de miel et de cire, les calculs montrent qu'il faut disposer de 69 watts pour élever de 10°C. en 1 heure cette masse de 20^{kg}, et de 34 watts pour compenser les pertes calorifiques par rayonnement, soit une puissance totale de 103 watts.

Il se trouve donc que la transformation du miel en calories dans l'organisme de l'abeille correspond très sensiblement au nombre de calories nécessaires pour relever en un temps donné la température de la ruche à une valeur acceptable pour ces insectes.

Ce calcul, sur des données expérimentales, démontre le bien-fondé de la conception *thermœcique* de É. Roubaud. Le miel se comporterait donc au cours du repos hivernal, alors que le couvain n'existe pas, comme un aliment énergétique, le combustible des abeilles.

La mise en réserve du miel par les abeilles, au cours de la belle saison, représenterait donc un des éléments fondamentaux de ce groupe social thermœcique par excellence. Cette accumulation du miel, d'autant plus considérable que l'on s'éloigne davantage des zones tropicales, peut être considérée comme exprimant l'adaptation des sociétés d'abeilles au refroidissement progressif du milieu.

Pratiquement, ces résultats permettent de fixer avec précision la quantité de miel que les apiculteurs doivent laisser aux abeilles, après la dernière récolte, pour qu'elles puissent hiverner dans les meilleures conditions.

La séance est levée à 15^h35^m.

A. Lx.

ERRATA.

Note de M. *Émile Borel*, Applications du calcul des probabilités aux problèmes concernant les nombres premiers. Théorème de Goldbach :

Page 319, note ([3]) au bas de la page, ligne 2, *au lieu de* l'étude des séries de ces nombres obtenus, *lire* l'étude des séries de ces nombres en modifiant les nombres obtenus.... ; ligne 4, *au lieu de* divisibles, *lire* divisible ; ligne 5, *au lieu de* par 2 etc., *lire* par 2, etc.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1941.

Flore de Madagascar (Plantes vasculaires). 49e famille. *Orchidées*, par Henri Perrier de La Bâthie. Tome I. Tananarive, Imprimerie officielle, 1939 ; 1 vol. 25cm.

Commentationes Anno III, Vol. III, Tome X. *Annélides polychètes de l'Indochine recueillies par C. Dawydoff*, par Pierre Fauvel. Roma, Pontificia Academia Scientiarum, 1939 ; 1 vol. 24cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Caramélisation des fructosanes sous l'action de la chaleur.* Note de MM. **Henri Colin** et **Henri Belval.**

Lorsqu'on chauffe le lévulose au-dessus de son point de fusion il se transforme en un anhydride, $C^6H^{10}O^5$, préparé pour la première fois en 1859, par Gélis ([1]) qui lui donna, sur les indications de Berthelot, le nom de *lévulosane*, la substance, dextrogyre, réductrice, infermentescible, régénérant le fructose par hydratation. Ce n'est que 60 ans plus tard, avec Amé Pictet ([2]), qu'on aperçut tout le parti qu'on pouvait tirer de ces anhydrides pour établir la structure des sucres; ils furent alors étudiés de très près.

Les glucides à base de lévulose, de formule $(C^6H^{10}O^5)^n$, sont nombreux et abondants dans les Angiospermes; on les considère à juste titre comme des polymères d'anhydride de fructose, des fructosanes. Leur diversité tient au nombre et à l'arrangement, en chaîne ou en cycle, des molécules d'anhydride qu'ils renferment.

L'action de la chaleur sur ces matières se traduit de la façon suivante : la substance brunit peu à peu et prend une saveur sucrée, son pouvoir réducteur, à peu près nul au début, ne cesse de croître, la rotation tend à passer à droite, en même temps la solubilité dans l'eau froide et dans l'alcool fort va en augmentant, tandis que la précipitation barytique

---

([1]) *Comptes rendus*, **48**, 1859, p. 1062; **51**, 1860, p. 333.
([2]) *Rev. Gén. Sc.*, **35**, 1924, p. 668.

devient de plus en plus difficile. Il n'y a aucune perte de poids au cours de ces transformations.

Ces effets sont d'autant plus rapides que la température est plus élevée; ils sont presque instantanés sur une platine métallique chauffée au voisinage du point de ramollissement de la substance, entre 150° et 200° suivant les cas; à 100° la transformation est beaucoup plus lente bien que fatale et régulière; l'expérience remonte à Berzélius qui, après Braconnot, soumit à l'action de la chaleur sèche la seule fructosane alors connue, l'inuline. Ils se bornèrent l'un et l'autre, de même que Payen, Waltl, Dragendorf, à observer les changements de coloration et de solubilité; c'est bien plus tard, et toujours sur l'inuline, qu'on prit garde à l'augmentation du pouvoir réducteur et de la rotation polarimétrique ([3]).

Nous avons vérifié que toutes les fructosanes se comportent, à des degrés divers, comme l'inuline, depuis la graminine, $[\alpha]_D - 45°$, formée de fructose exclusivement, jusqu'à la synanthrine, la moins lévogyre de toutes, $[\alpha]_D - 17°$, hydrolysée en un mélange de lévulose et de glucose, à 18 % de ce dernier, $[\alpha]_D - 65°$. Le pouvoir rotatoire du produit pyrogéné peut dépasser $+ 30°$, ce qui représente, pour la graminine, une variation de 80° environ. Si l'on chauffe davantage l'altération se fait de plus en plus profonde.

La variation polarimétrique ne va jamais sans augmentation corrélative du pouvoir réducteur direct. Celui-ci, évalué en glucose par le procédé de Gabriel Bertrand, peut atteindre 20 % du poids de la matière chauffée; cela dépend du mode opératoire et surtout de la nature de la substance, fructosane ou glucofructosane. On pourrait croire qu'il s'agit de fructose formé par hydrolyse, mais d'où viendrait l'eau indispensable ? Le milieu fermente à peine et par addition de phénylhydrazine il donne tout juste quelques aiguilles de glucozasone; on peut être certain qu'il ne renferme que des traces de fructose libre.

Les fructosanes ne réduisent pas, ou à peine, la liqueur cuprotartrique, il faut donc admettre que, sous l'action de la chaleur, elles subissent des remaniements qui font apparaître des fonctions réductrices sans se prêter pour autant à la formation d'osazone. Il ne saurait être question de la résolution intégrale du produit en lévulosane dont le pouvoir rotatoire ne dépasse pas $+ 18°,5$. Tant que la matière chauffée reste lévogyre il est possible d'y retrouver par précipitation à la baryte quelque chose de la

([3]) Hönig et Schubert, *Monatsh. für Chem.*, 8, 1887, p. 532.

fructosane initiale; ensuite le fractionnement devient de plus en plus difficile.

Le produit chauffé est partiellement oxydé par l'iode, d'autant plus que son pouvoir rotatoire est plus élevé. Pour la triticine amenée par la chaleur à la neutralité optique, l'iode mis en œuvre correspond à 8-9 % de glucose tandis que l'oxydule précipité de la liqueur de Fehling à l'ébullition équivaut à plus du double.

Les fructosanes ne se saccharifient plus aussi facilement après pyrogénation; dans les conditions qui suffisent à hydrolyser totalement la matière initiale on enregistre un déficit notable de sucre réducteur, et la rotation spécifique, évaluée d'après le sucre formé, est très supérieure, en valeur algébrique, à celle du lévulose. Il n'est pas admissible que la chaleur sèche cause de tels dégâts tant que le poids de la substance chauffée ne varie pas. Selon toute apparence il subsiste, dans l'hydrolysat, quelque chose du produit dextrogyre qui a pris naissance au cours du traitement par la chaleur.

C'est ce que nous avons pu constater sur l'inuline de la façon la plus certaine. La matière avait été maintenue, en couche mince, à 130°-140° pendant deux jours et offrait alors l'aspect d'une masse vitreuse très foncée. Elle était nettement dextrogyre ($[\alpha]_D + 35°$) et son pouvoir réducteur atteignait 20 %. Traitée par SO^4H^2 N/50, au B.-M. bouillant, durant un quart d'heure, elle est devenue fortement réductrice, mais le pouvoir rotatoire n'est pas descendu au-dessous de $-50°$. La déviation polarimétrique est repassée à droite après destruction du sucre par fermentation. Une seconde hydrolyse de la liqueur préalablement diluée a fourni une nouvelle quantité de sucre réducteur.

On s'efforcera d'isoler ce produit dextrogyre qui se rapporte vraisemblablement à la forme furanique du fructose et qui n'est pas sans analogie avec le dianhydride à pouvoir rotatoire élevé ($[\alpha]_D > 44°$ dans l'eau), difficilement hydrolysable, que Schlubach et Knoop ([4]) ont obtenu à partir du fructose, avec l'acétone chlorhydrique comme catalyseur.

Ces changements de structure sous l'influence de la chaleur sèche ne sont pas pour rien dans les divergences des auteurs quant aux pouvoirs rotatoires des fructosanes, surtout lorsqu'elles sont hygroscopiques comme la triticine.

([4]) *Liebig Ann. d. Chem.*, 532, 1937, p. 207.

De toute notre collection c'est l'irisine, de l'*Iris pseudoacorus*, qui s'est montrée la plus stable, restant fortement lévogyre et à peine réductrice alors que l'inuline et la graminine étaient au terme de leur évolution. C'est une preuve de plus de la spécificité chimique de ces substances.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les systèmes triples orthogonaux doublement* L.-D. Note de M. **Georges Llensa**, présentée par M. Élie Cartan.

Parmi les solutions $u(x, y, z)$ de l'équation du troisième ordre de Lamé telles que les surfaces $u(x, y, z) = C$ fassent partie d'un système triple orthogonal, Darboux a étudié celles que fournit l'équation du premier ordre [1]

$$(1)\qquad [x^2+y^2+z^2+x\varphi_1(u)+y\varphi_2(u)+z\varphi_3(u)+\varphi(u)]^2\,\overline{\text{grad}}^2\,u=1.$$

Ayant noté l'unicité d'un système triple dont deux familles (u), (v) procèdent d'équations du type (1), une fois connue l'intersection γ d'une (u_0) de la première famille et d'une (v_0) de la seconde, avec les plans tangents suivant γ, M. G. Bouligand a sollicité notre attention vers ce problème : *peut-on choisir arbitrairement la courbe* (u_0, v_0) *et, le long de cette courbe, une bande de courbure s'y adaptant, pour en déduire un système triple orthogonal contenant deux familles* L.-D. (Lamé-Darboux), *c'est-à-dire régies chacune par une équation du type* (1). Nous allons résumer une méthode qui conclut par l'affirmative.

En annulant dans (1) le crochet, on définit une sphère $\mathfrak{S}_u$ dont le centre O et le rayon R sont fonctions de u. Soit v le paramètre d'une famille de Lamé, elle-même incorporée dans le système triple dont la première famille, celle des (u), est la famille L.-D. provenant de (1).

Posant

$$\overrightarrow{M'_u}=H\vec{h},\qquad \overrightarrow{M'_v}=K\vec{k},\qquad \vec{h}^2=1,\qquad \vec{k}^2=1,$$

---

(1) G. Darboux, *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes*, Paris, 1898, chap. III, § 30, p. 52.

nous avons

$$H = \overline{MO}^2 - R^2, \qquad \vec{h}.\vec{k} = 0.$$

Une double évaluation de $\overrightarrow{h''_{uv}}$ va nous fournir pour K une relation nécessaire.

a. Nous avons

$$\overrightarrow{h'_u} = H\overrightarrow{h'_s} = H\frac{\vec{n}}{\rho}.$$

D'autre part l'orthogonalité à $\mathcal{S}_u$ du cercle osculateur à chaque trajectoire orthogonale des (u) entraîne (²)

$$2\rho\vec{n}.\overrightarrow{MO} = H.$$

En posant $\vec{h}.\overrightarrow{MO} = \alpha$ et $\vec{k}.\overrightarrow{MO} = \beta$, on obtient

$$\overrightarrow{h'_u} = 2\left(\overrightarrow{MO} - \alpha\vec{h}\right),$$

(2) $$H\overrightarrow{h''_{uv}} = -2\beta K'_u\vec{h} - 2(HK + \alpha K'_u)\vec{k}.$$

b. En calculant d'abord $\overrightarrow{h'_v}$, nous avons

$$\overrightarrow{M''_{uv}} = H'_v\vec{h} + H\overrightarrow{h'_v} = K\overrightarrow{k'_u} + K'_u\vec{k}; \qquad H\overrightarrow{h'_v} = K'_u\vec{k};$$

(3) $$KH^2\overrightarrow{h''_{uv}} = HH'_vK'_u\vec{h} + K(HK''_{u^2} - H'_uK'_u)\vec{k}.$$

L'identification des valeurs (2), (3) donne la relation

(4) $$HK''_{u^2} + (2\alpha H - H'_u)K'_u + 2KH^2 = 0.$$

Cela posé, si la famille (v) est L.-D., l'expression K représente la puissance de M par rapport à une sphère $\mathcal{S}_v$, de centre O_1 et de rayon R_1 qui dépendent de v seul. On peut alors calculer K'_u et K''_{u^2} et porter ces valeurs dans (4). On trouve

(5) $$H + K - 2\overrightarrow{MO_1}.\overrightarrow{MO} = 0.$$

Par suite $\mathcal{S}_u$ et $\mathcal{S}_v$ sont orthogonales quels que soient u et v; donc, si aucune de ces sphères n'est fixe, l'une sera dans un faisceau, l'autre dans le réseau conjugué.

Montrons maintenant que l'on peut construire un système orthogonal

---

(²) *Loc. cit.*, chap. III, § 42, p. 72.

doublement L.-D. en se donnant une bande de courbure B, dont le support ponctuel sera désigné par γ. Nous appellerons w un paramètre fixant la position d'un point variable sur γ.

Supposons donné un système de sphères $\mathfrak{S}_v$. Par la transformation de contact infinitésimale utilisée par Darboux ([3]), on peut déduire de B une famille de bandes de courbure dont les supports (u_0, v) sont les lignes de courbure d'une surface (u_0), la courbe (u_0, v_0) étant γ. Supposons maintenant donné un système de sphères $\mathfrak{S}_u$. Par la construction de Darboux, on peut déduire de (u_0) une famille L. D. de surfaces (u) qui la contient. Les trajectoires orthogonales de (u) qui rencontrent une même courbe (u_0, v) forment une surface (v) qui engendre une famille de Lamé du système orthogonal associé à la famille (u). Avec les notations déjà adoptées, K satisfait donc à l'équation différentielle linéaire du second ordre (4), où u est la variable indépendante, v et w étant deux paramètres. Mais, sur la surface (u_0), nous avons simultanément, par construction,

$$K = \overline{MO}_1^2 - R_1^2 = f(u_0, v, w), \qquad K'_u = H\vec{k}.\vec{h}'_v = g(u_0, v, w).$$

Il n'y a qu'une fonction $K(u, v, w)$ satisfaisant à (4) et à ces deux conditions. Introduisons maintenant l'hypothèse d'orthogonalité pour chaque couple $\mathfrak{S}_u$, $\mathfrak{S}_v$: alors la fonction $\overline{MO}_1^2 - R_1^2$ vérifie (4) et les deux conditions énoncées. En effet, pour $u = u_0$, on a

$$H\vec{k}.\vec{h}'_v = -H\vec{h}.\vec{k}'_v = -2H(\overrightarrow{MO_1} - \beta_1\vec{k}).\vec{h} = -2H\vec{h}.\overrightarrow{MO_1} = \frac{\partial}{\partial u}(\overline{MO}_1^2 - R_1^2).$$

Nous avons donc $K = \overline{MO}_1^2 - R_1^2$, et la famille (v) est L.-D. La surface (u_0) est bien déterminée dès qu'on s'est donné la bande de courbure B d'une part, la valeur de u_0 d'autre part. Dès lors, la famille (u), et tout le système orthogonal, sont déterminés d'une manière unique dès que l'on se donne la valeur de v_0. Nous pouvons, en définitive, énoncer la proposition suivante :

Pour qu'il existe un système orthogonal comprenant deux familles L.-D., *soient* (u) *et* (v), *il faut et il suffit : que les systèmes de sphères* $\mathfrak{S}_u$ *et* $\mathfrak{S}_v$ *soient extraits d'un faisceau et du réseau conjugué, ou bien qu'une sphère soit fixe, l'autre lui restant orthogonale.*

Alors, u_0 *et* v_0 *étant deux nombres donnés, on peut choisir arbitrairement la courbe* (u_0, v_0) *et la bande de courbure tangente à* (u_0), *ou à* (v_0), *le long de de cette courbe, et dans ces conditions la solution est unique.*

([3]) *Loc. cit.*, chap. III, § 43, p. 72-73.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension simple de la notion de contact.* Note [1] de M. **André Roussel.**

Le but de cette Note est de signaler l'existence de généralisations simples de notions élémentaires de l'Analyse coïncidant avec elles dans les cas classiques, et en permettant des généralisations étendues.

Nous avons démontré [2] que, si $f(x)$ est une fonction continue quelconque et φ une autre fonction continue telle que le rapport $h:\omega(h)$ tende vers zéro avec h, [la notation $\omega(h)$ désignant le *module de continuité* de φ, c'est-à-dire, conformément à une terminologie courante, le maximum de l'accroissement $|\Delta\varphi|$ pour un intervalle d'amplitude $\leqq h$], on peut trouver des fonctions F telles que

$$\Delta F = f\,\Delta\varphi + \varepsilon\omega(h) \qquad (\lim_{h=0} \varepsilon = 0).$$

Nous allons indiquer ici certains résultats analogues montrant l'introduction naturelle du module de continuité dans les conditions de contact quand on sort du domaine des fonctions dérivables.

I. Soit une famille de courbes planes C à un paramètre. On peut trouver des conditions étendues permettant d'affirmer l'existence de points caractéristiques M sur chaque courbe, même si celles-ci n'ont pas de tangentes. Le lieu Γ de M est une courbe qui possède en général en chacun de ses points M un contact généralisé avec la courbe C correspondante : l'erreur commise en substituant, dans le voisinage de M, la courbe C à la courbe Γ est de l'ordre de $\omega(\varepsilon h)$; ici ω désigne le module de continuité sur Γ, ε et h ayant même sens que ci-dessus.

On peut se rendre compte des faits précédents en prenant un exemple de courbes admettant une enveloppe au sens élémentaire, puis en donnant au plan une déformation d'un type très général. La *forme* que nous venons de donner à cette notion de tangence généralisée est en quelque sorte un invariant pour toutes ces déformations

II. Soit $f(x)$ une fonction continue quelconque dont nous désignons le module de continuité par ω. Il existe *pour chaque x* une fonction à variation

(1) Séance du 17 mars 1941.

(2) *Acta mathematica*, 53, Upsal, 1929, p. 87 et 131.

bornée φ telle que

$$\Delta f = \Delta\varphi + A\omega(\varepsilon h),$$

A restant borné, ε tendant vers zéro avec h.

En abrégé, nous dirons que toute fonction continue admet, en chacun de ses points, une fonction à variation bornée *tangente*.

La démonstration repose sur la possibilité de trouver pour chaque x une suite monotone (x_n) tendant vers x et telle que la série de terme général $\omega(x_n - x_{n+1})$ converge et que

$$\lim_{n=\infty} \frac{x_n - x_{n+1}}{x_n - x} = 0.$$

La ligne polygonale inscrite dans f, dont les sommets se projettent aux points x_n, a une longueur finie et représente une fonction φ possédant les propriétés indiquées.

On en tire la possibilité de représenter, pour chaque x, l'accroissement de f par celui d'une série de Fourier avec une erreur de la forme ci-dessus.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la position du pôle galactique.* Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Bernard Lyot.

I. La connaissance de la position, aussi exacte que possible, du plan de la Voie Lactée présente un grand intérêt pour l'étude de notre univers stellaire. La détermination de cette position est d'autant plus précise que les astres auxquels on s'adresse dans ce but sont plus éloignés de nous et plus concentrés vers le plan galactique. En outre, la connaissance de leurs distances, même à un facteur constant près, aide à cette détermination.

Les Céphéides de périodes supérieures à un jour, remplissent les conditions précédentes et sont particulièrement aptes à une nouvelle détermination du pôle galactique.

Je présente ici les résultats obtenus concernant la position du plan moyen de ces astres.

II. Soient oz un axe galactique provisoire, pour lequel on adoptera le pôle d'Ohlsson ($\alpha = 12^h 40^m$, $\delta = +23°$ pour 1900), ox le nœud ascendant du plan galactique sur l'équateur et

$$(P) \qquad z = ux + vy + w,$$

l'équation du plan moyen des Céphéides (unité 10^3 parsec). Ce plan

étant voisin du plan xoy, on négligera dans le calcul u^2, v^2, w^2, uv, ... En écrivant que la somme des carrés des distances des céphéides au plan P est minimum, on obtient le système

$$u\Sigma(x^2 - z^2) + v\Sigma xy + w\Sigma x = \Sigma xz,$$
$$u\Sigma xy + v\Sigma(y^2 - z^2) + w\Sigma y = \Sigma zy,$$
$$u\Sigma x + v\Sigma y + \mathrm{N}w = \Sigma z,$$

les sommes étant étendues aux N Céphéides connues. Ce système donne u et v, c'est-à-dire la position corrigée du plan galactique, et $-w$, cote du Soleil au-dessus du plan galactique.

III. Le calcul précédent exige la connaissance des distances individuelles des Céphéides. J'ai calculé ces distances en utilisant la relation période luminosité et en tenant compte de l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire. Deux méthodes d'approximations successives étaient employées suivant la distance de l'astre au plan galactique. Le zéro de la relation période luminosité adopté était $M = -0{,}32$ pour les Céphéides de période nulle. La constante d'absorption a était 0,70 magnitude photographique pour 1000 parsecs et l'absorption totale était de 0,13 magnitude pour l'hémisphère nord et 0,17 pour l'hémisphère sud. Une variation de ces données modifie du reste peu le résultat obtenu.

IV. Voici les résultats obtenus en utilisant les 243 Céphéides du Catalogue de Schneller ([1]) pour lesquelles

$$-0{,}35 < z < +0{,}30,$$

l et b désignent la longitude et la latitude du pôle galactique obtenu, rapporté au pôle d'Ohlsson.

Limites de distance.	Nombre de Céphéides.	u.	v.	w.	l.	b.
0 à 2.....	166	−0,0364	+0,0069	−0,0252	349°,2	87°,9
2 à 4.....	77	−0,0186	+0,0074	−0,0561	338,3	88,8
0 à 4.....	243	−0,0221	+0,0093	−0,0343	337,2	88,6
0 à 4.....	187	−0,0215	+0,0134	−0,0409	328,1	88,5

Le calcul a été repris en excluant les Céphéides de la Carène, qui pouvaient constituer un groupe à part; le résultat correspondant figure à la dernière ligne du tableau précédent.

([1]) *Kleinere Veröffentlichungen der Universitätssternwarte zu Berlin Babelsberg*, Nr. 20, 1938.

V. Des résultats précédents, ainsi que de ceux que j'ai obtenus en modifiant les limites imposées à z, on peut conclure que le pôle galactique des Céphéides a pour coordonnées par rapport à celui d'Ohlsson

$$l = 337^\circ,2, \qquad b = 88^\circ,6$$

et que le Soleil est à environ 34 parsecs au nord du plan moyen de ces astres.

Les coordonnées équatoriales de ce pôle rapportées à l'équinoxe 1900,0 sont

$$\alpha = 12^{h}46^{m}, \qquad \delta = +27^\circ,4.$$

OPTIQUE ASTRONOMIQUE. — *Sur un nouveau type de micromètre astronomique, utilisant la perception stéréoscopique.* Note (¹) de M. **Jean Rösch**, présentée par M. Bernard Lyot.

I. Soit à assurer la coïncidence d'un point lumineux A avec un repère R, l'un fixe et l'autre mobile dans un même plan de front. On se propose d'utiliser à cet effet la grande finesse de la perception stéréoscopique. Pour cela, on forme de l'ensemble (A, R) deux images symétriques l'une de l'autre par rapport au plan médian (plan de symétrie de la tête). On regarde celle de droite (Ad, Rd) avec l'œil droit, celle de gauche (Ag, Rg) avec l'œil gauche. Si Ad-Ag est supérieur à Rd-Rg, A paraîtra plus éloigné que R, et inversement.

L'appréciation de la coïncidence géométrique de A et R est donc remplacée par celle de leur *coïncidence stéréoscopique*.

II. Cette méthode peut s'appliquer à diverses mesures astronomiques, entre autres :

1° *Bissection d'une étoile par un fil* (à l'instrument méridien par exemple). — On remplacera le fil unique par un couple de fils parallèles $f'f''$ et l'on fera en sorte que ces fils soient parallèles au plan médian. Le fusionnement de $f'd$ avec $f''g$ et de $f'g$ avec $f''d$ fera apparaître deux fils dans un même plan de front. Le pointé consistera à amener l'étoile en coïncidence stéréoscopique avec ce plan. Elle se trouvera alors à égale distance de f' et de f''.

2° *Mesure d'une étoile double*. — On disposera sur l'axe de l'instrument un prisme réverseur permettant de faire tourner les images dans le champ,

(¹) Séance du 17 mars 1941.

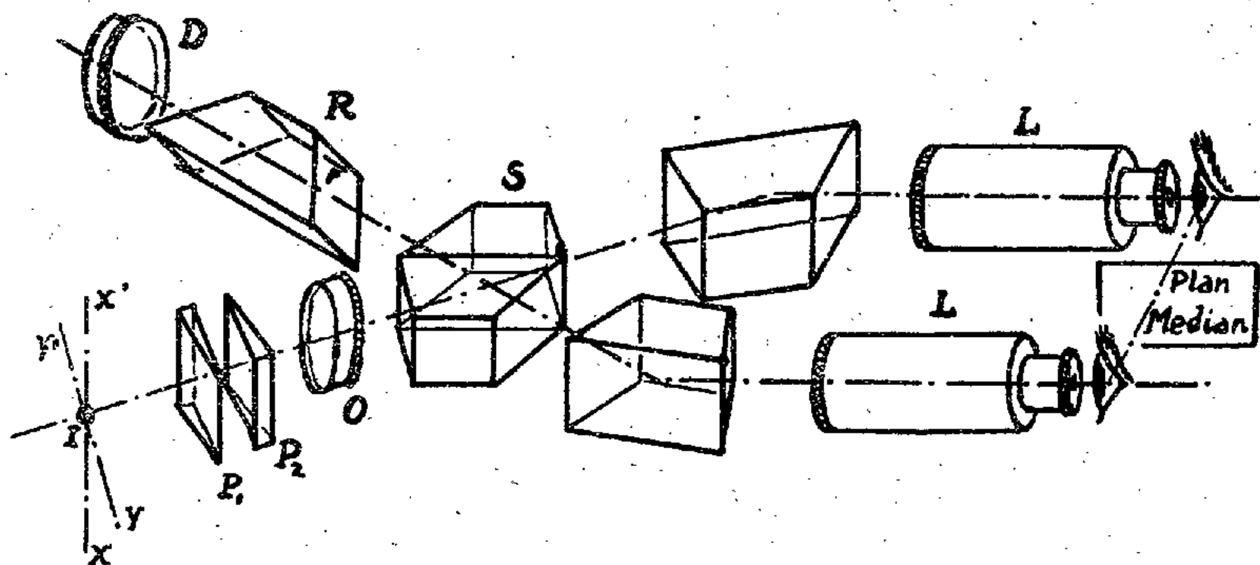
donc la *droite de position* du couple par rapport au plan médian. On fera apparaître dans le champ un repère R mobile qu'on amènera en coïncidence stéréoscopique avec chaque composante successivement. Le déplacement de R entre ces deux coïncidences est proportionnel à la distance d de ces composantes multipliée par le sinus de l'angle θ de la droite de position (dans le champ) avec le plan médian. En désignant par μ, ρ (connus) et α (qu'on veut déterminer) les angles que forment, avec la direction du mouvement diurne, le plan médian, le plan normal aux arêtes du réverseur et la droite de position, on a $\theta = 2\rho - \mu - \alpha$.

D'autre part, supprimant R, on peut obtenir l'annulation de l'angle θ (sous certaines réserves) en réalisant, par variation de ρ, la coïncidence stéréoscopique des deux composantes entre elles. On a alors $\alpha = 2\rho - \mu$. Une détermination complète exige donc :

soit deux mesures avec repère pour deux valeurs connues de ρ; les lectures donneront $d\sin(2\rho_1 - \mu - \alpha)$ et $d\sin(2\rho_2 - \mu - \alpha)$, d'où d et α;

soit une mesure sans repère, donnant directement α, et une mesure avec repère pour une valeur connue de ρ, donnant $d\sin(2\rho - \mu - \alpha)$, d'où d.

III. Pour expérimenter ces procédés, on a construit un stéréoscope de laboratoire qui permet d'observer une étoile artificielle et un repère de forme quelconque. Les images droite et gauche sont obtenues par réflexion sur la face de contact de deux prismes accolés par leur



Le foyer de la lentille divergente D coïncide avec celui de l'objectif astronomique, celui de l'objectif O avec le repère I; les lunettes L sont au point pour l'infini. Les prismes S séparent en deux faisceaux d'égale intensité les faisceaux issus de l'étoile ou du repère. La coïncidence stéréoscopique est réalisée par variation de l'intervalle des lames prismatiques P_1 et P_2, produisant un déplacement apparent YY' de I dans le plan des axes des lunettes; I est mobile selon XX' normal à YY' pour les mesures sur deux composantes; R, prisme réverseur.

base avec interposition d'un liquide d'indice tel que, sous l'incidence utilisée (60°), les faisceaux réfléchis et transmis aient même intensité. On a réalisé ainsi la coïncidence stéréoscopique :

d'une étoile avec le plan d'un couple de fils;

de deux composantes successivement avec le plan d'une petite circonférence lumineuse;

des deux composantes entre elles;

et, à titre de comparaison, la coïncidence géométrique, en vision monoculaire, d'une étoile avec le centre de la circonférence,

On détermine l'erreur probable par séries de 20 pointés.

Les mesures, encore peu nombreuses, ont donné, *du moins en ce qui concerne l'observateur qui les a faites*, des résultats en accord avec ceux de divers auteurs de recherches du même genre :

1° L'erreur probable sur la détermination monoculaire de la position d'un point est voisine de 10″, donc bien inférieure à la valeur, habituellement prise égale à 1′, de l'acuité visuelle proprement dite.

2° L'erreur probable sur la détermination binoculaire de la position d'un point est nettement inférieure et ne dépasse pas 5″. Les valeurs données par divers auteurs sont parfois inférieures et plus souvent supérieures à ce chiffre.

3° Les déterminations d'angles de position par les deux méthodes indiquées plus haut diffèrent toujours de 0°,5 à 2°, toujours dans le même sens. C'est le phénomène connu de l'obliquité des méridiens oculaires apparemment verticaux. Il intervient dans la coïncidence stéréoscopique des deux composantes, qui sont à des niveaux différents au-dessus des horizons rétiniens, et ne joue plus quand on fait coïncider une étoile avec le centre fictif de la circonférence lumineuse. On étudie actuellement les conditions de la variation, signalée par Volkmann, de cette obliquité avec la convergence des lignes visuelles, afin de préciser la valeur à attribuer aux mesures d'angles de position par coïncidence stéréoscopique des composantes entre elles.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Remarque sur les vibrations longitudinales des files de particules.* Note de MM. **Maurice Parodi** et **François Raymond**, présentée par M. Aimé Cotton.

Considérons un système de n particules disposées en ligne droite, les deux particules extrêmes ayant pour masse M et les $n-2$ autres m. A l'état d'équilibre toutes les particules sont équidistantes et nous supposons que chacune d'elles n'est influencée que par ses voisines immédiates,

la liaison élastique entre deux particules de même masse étant caractérisée par la constante K et entre deux particules de masses différentes par K'.

En désignant par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les déplacements des divers points à partir de leurs positions d'équilibre, les équations du mouvement s'écrivent

$$\begin{aligned} M x_1'' + K'(x_1 - x_2) &= 0, \\ m x_2'' + K'(x_2 - x_1) + K(x_2 - x_3) &= 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &\ldots, \\ m x_{n-1}'' + K(x_{n-1} - x_{n-2}) + K'(x_{n-1} - x_n) &= 0, \\ M x_n'' + K'(x_n - x_{n-1}) &= 0. \end{aligned}$$

Cherchons une solution de la forme $x_i = A_i \cos \omega t$. Posons $M/m = \mu$, $K'/K = \lambda$ et faisons le changement de variable $y = (m/K)\omega^2 - 2$; en écrivant pour la commodité $a = \mu y + 2\mu - \lambda$, $b = y + 1 - \lambda$, les valeurs de y sont données par l'équation de degré n

$$\begin{vmatrix} a & \lambda & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & b & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & y & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & b & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \lambda & a \end{vmatrix} = 0.$$

En posant

$$\Delta_q = \begin{vmatrix} y & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & y & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & y & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & y \end{vmatrix},$$

Δ_q étant un déterminant à q lignes et à q colonnes, l'équation précédente s'écrit

(1) $$(ab - \lambda^2)^2 \Delta_{n-4} - 2a(ab - \lambda^2)\Delta_{n-5} + a^2 \Delta_{n-6} = 0.$$

Entre les déterminants Δ_{n-4}, Δ_{n-5}, Δ_{n-6} existe d'autre part la relation de récurrence

(2) $$\Delta_{n-4} - y\Delta_{n-5} + \Delta_{n-6} = 0.$$

La relation (1) est tout à fait générale; si donc il nous est possible de déterminer λ, μ et y de façon que les coefficients des déterminants dans les équations (1) et (2) soient proportionnels, nous trouverons des racines

de (1) auxquelles correspondront des fréquences identiques, quel que soit le nombre des particules de chaque file. Ceci conduit aux relations

$$(ab - \lambda^2)^2 = p^2$$
$$2a(ab - \lambda^2) = p^2 y,$$
$$a^2 = p^2.$$

La solution $y = -2$, qui correspond à une pulsation nulle, sera laissée de côté; l'autre solution ($y = +2$) donne $\omega = 2\sqrt{K/m}$; et il lui correspond l'une ou l'autre des relations

$$\lambda = \frac{4\mu}{1 + 2\mu}, \tag{3}$$

$$\lambda = \frac{4\mu}{1 + \mu}. \tag{4}$$

Cette pulsation est égale à celle qui constitue la limite supérieure du filtre que forme l'ensemble des particules de masse m et d'autre part elle est égale à $\sqrt{2}$ fois la pulsation non nulle de vibration de deux particules de masse m mises en présence.

Quelle que soit la longueur de la file, nous aurons donc toujours une fréquence commune de vibration si l'une des relations précédentes entre λ et μ est satisfaite.

Or on a coutume ([1]) de représenter, en première approximation, certaines molécules organiques par des modèles mécaniques identiques à celui que nous venons d'étudier. Montrons à titre d'exemple que certaines paraffines possèdent bien cette propriété.

Pour les paraffines $CH^3—(CH^2)^p—CH^3$ on constate, en effet Raman, d'après Kohlrausch et Köppl ([2]), qu'il existe, pour $p = 8$, 9 et 10, des fréquences sensiblement égales (1382, 1386 et 1386 cm^{-1}). Or, en supposant la relation (3) satisfaite pour $M/m = 15/14$ (et par suite $\lambda = 1,1$), la fréquence commune *calculée* est de 1390 cm^{-1}.

([1]) Parodi, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 545.
([2]) *Zeits. phys. Chem.*, B, **26**, 1934, p. 209.

MAGNÉTISME. — *Anomalie d'élasticité corrélative de la transformation magnétique du nickel et des solutions solides riches en nickel.* Note [1] de M. **Pierre Chevenard**, présentée par M. Léon Guillet.

Dans les ferronickels du groupe de l'invar, la transformation magnétique réversible s'accompagne d'une anomalie de dilatation et d'une anomalie d'élasticité, de forte amplitude et en quelque sorte symétriques l'une de l'autre. Tout se passe comme si la réaction physicothermique qui fait passer le métal de l'état ferromagnétique à l'état paramagnétique déterminait une condensation (anomalie dilatométrique négative) et un accroissement de rigidité (anomalie thermoélastique positive), effets anomaux qui compensent en partie, ou même parfois surcompensent les effets thermiques normaux. La réaction achevée, au point de Curie, la dilatabilité se relève brusquement tandis que le coefficient thermoélastique s'abaisse.

Le nickel pur et les solutions solides Ni-Fe, Ni-Cr, Ni-Cu etc. avoisinant le nickel sont affectés d'une anomalie dilatométrique positive de faible amplitude, marquée par une chute de la dilatabilité quand la température franchit le point de Curie.

Existe-t-il une anomalie thermoélastique liée à la transformation magnétique du nickel et des solutions solides riches en nickel ? Bien que l'existence en soit très vraisemblable, on ne l'a pas encore constatée avec certitude.

L'étude thermoélastique des métaux, en effet, a été faite surtout en comparant à différentes températures les périodes d'un oscillateur, par exemple d'un pendule de Coulomb. Le rapport du carré des périodes $(T_0/T_\theta)^2$ observées à 0° et à θ° représente la variation relative du module de Coulomb μ_θ/μ_0, dans tout le domaine de température où le frottement interne est faible, c'est-à-dire où un petit cycle *couple-torsion* est assimilable à une droite parcourue réversiblement.

Or le point de Curie du nickel dépasse de plus de 100 degrés la température de rapide croissance du frottement interne. Aux difficultés d'interprétation des résultats, quand l'hystérésis élastique est notable, s'ajoute une difficulté d'ordre expérimental. En raison de l'amortissement rapide des oscillations au delà de 250°, la mesure de la période est peu précise ; la

(1) Séance du 17 mars 1941.

courbe représentant $(T_0/T_0)^2$ en fonction de la température, construite point par point, ne peut être tracée avec une exactitude suffisante pour accuser un changement de direction au point de Curie.

J'ai songé à tourner la difficulté en incorporant au nickel un peu de chrome, afin de réduire le frottement interne et d'abaisser le point de Curie, c'est-à-dire afin de placer la transformation magnétique dans le domaine de température où l'hystérésis élastique est négligeable. Mais cette addition diminue aussi l'amplitude des anomalies du nickel : la courbe *module-température* des alliages nickel-chrome, construite point par point à partir des mesures les plus soignées, n'a pas révélé la singularité prévue à la température du point de Curie.

Cette singularité apparaît nettement, au contraire, sur les diagrammes enregistrés par le *thermoélasticimètre* récemment décrit ([2]). Le graphique de la figure 1, tracé pour un alliage nickel-chrome à 2,35 % Cr, accuse un

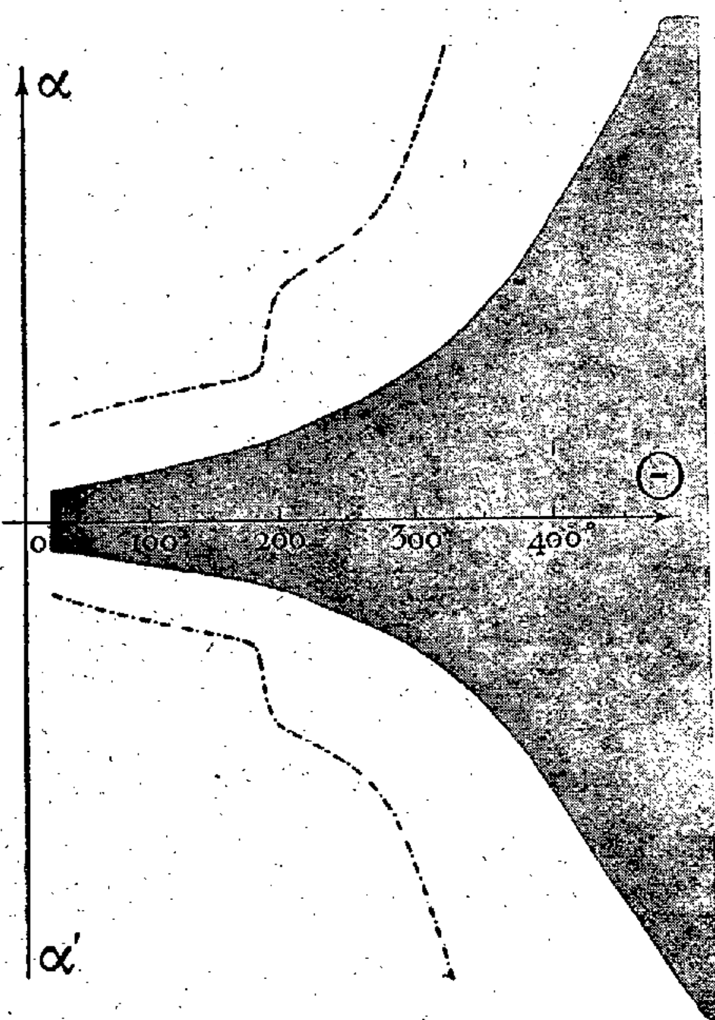


Fig. 1.

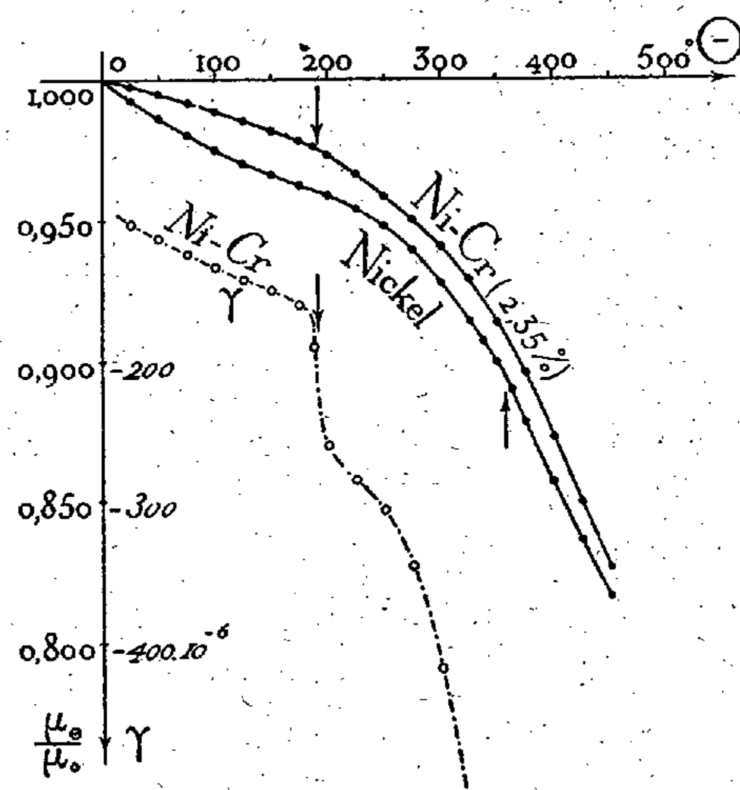


Fig. 2.

Les courbes dérivées sont tracées en traits et points.

changement de direction net à la température du point de Curie thermomagnétique (repéré par une flèche). La singularité devient tout à fait

([2]) P. Chevenard et E. Joumier, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 548.

apparente sur les courbes dérivées, que la netteté des graphiques enregistrés permet d'établir avec précision.

A partir de la dérivée, on peut calculer le coefficient thermoélastique $\gamma = (1/\mu_0)(d\mu/d\theta)$. La courbe ainsi construite pour l'alliage nickel-chrome, et portée sur la figure 2 à côté de la courbe μ_θ/μ_0 restituée, montre une chute rapide du coefficient thermoélastique à l'aplomb du point de Curie; cette chute caractérise une *anomalie d'élasticité positive*.

C'est une anomalie du même type que révèle la courbe μ_θ/μ_0 du nickel (*fig.* 2), qui subit un changement de direction net à 355°, température de transformation de l'échantillon étudié. Mais, si l'existence de cette anomalie positive est certaine, il faut attendre, pour interpréter définitivement les résultats expérimentaux, d'avoir enregistré les diagrammes *couple-torsion* du nickel dans le domaine de température où l'hystérésis élastique est notable.

En résumé, la transformation réversible du nickel et des alliages ferromagnétiques riches en nickel s'accompagne d'une *anomalie d'élasticité positive*, dont l'amplitude est relativement faible, comparée à celle des ferronickels voisins de l'invar. Grâce à l'emploi d'un appareil enregistreur, la *thermoélasticimétrie* devient capable de révéler des singularités thermiques faibles, et complète ainsi la série des méthodes physicothermiques utilisables en métallographie.

SPECTROSCOPIE. — *Application de l'autoabsorption dans les tubes longs à l'observation des radiations de faible intensité au voisinage des raies intenses*. Note de M. **Pierre Jacquinot**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. L'absorption par les gaz excités des raies qu'ils émettent (¹) peut produire de forts élargissements (²) et fausser notablement les mesures d'intensités des raies (³). L'effet produit sur les intensités relatives peut être tellement considérable que ce phénomène, considéré jusqu'ici comme gênant, peut être utilisé pour l'étude des raies faibles qu'il est impossible de voir dans les spectrographes quand elles sont trop voisines des raies

(1) Gouy, *Ann. de Phys.*, 13, 1920, p. 188.

(2) M. Hanot, *Ann. de Phys.*, 8, 1927, p. 555; Burger et Van Cittert, *Zeits. für Physik*, 51, 1928, p. 638.

(3) Buisson et Jausseran, *Rev. Opt.*, 5, 1926, p. 149; Minkowski, *Zeits. für Physik*, 63, 1930, p. 188.

intenses. La méthode proposée ici pourra utilement compléter la méthode purement optique que Couder et moi avions précédemment indiquée ([1]). Elle consiste simplement à utiliser des tubes très longs et suffisamment excités.

2. Soit en effet une raie monochromatique émise en bout par un tube de longueur Lcm. Appelons K le coefficient d'absorption pour cette raie du gaz excité et I_0L l'intensité qu'aurait la raie si K était nul. En général K est d'autant plus grand que la raie est plus forte, et croît avec l'excitation en même temps que I_0. L'intensité de la raie, quand on vise le tube en bout, est $I = I_0/K(1 - e^{-KL})$ qui devient pratiquement $I = I_0/K$ pour $KL > 4$. Pour une raie voisine très faible, donc de K' très petit, on a $I' = I'_0 L$. Le contraste I_0/I'_0 des deux raies se trouve donc divisé par un facteur $G = KL$ *dont la valeur peut facilement atteindre plusieurs centaines.*

3. Il est facile de voir qu'en effet les raies faibles sont en général peu absorbées. Pour une raie de nombre d'ondes ν, dont l'émission correspond à la transition d'un niveau b a un niveau, a on a

$$K = N_a A_{ab} \frac{g_a}{g_b} \frac{1}{8\pi\nu^2} \left[1 - \frac{N_b}{N_a} \frac{g_b}{g_a}\right]$$

(N_a et N_b nombres d'atomes sur les niveaux a et b, de poids statistiques $2j+1$, g_a et g_b; A_{ab} probabilité de transition). Le terme entre parenthèses, qui tient compte de l'absorption négative ne diffère de 1 que pour les très fortes excitations. Si, de deux raies 1 et 2, la raie faible 2 est due à un isotope rare de l'élément qui émet la raie 1 de même transition, N_{a_2}/N_{a_1} est très petit, donc de même K_2/K_1. Si la raie 2 est, par exemple, un satellite plus ou moins *interdit* de 1, c'est A_{ab_2}/A_{ab_1} qui est très petit donc également K_2/K_1.

4. En réalité les raies intenses sont élargies par l'autoabsorption alors que les raies faibles restent fines. En général la largeur d'image $\Delta\lambda_S$ du spectrographe est plus grande que la largeur $\Delta\lambda$ des raies, même élargies par l'autoabsorption, et de ce fait le facteur G se trouve diminué.

L'intensité en chaque point de la raie est $E(\lambda) = E(\lambda_0) f(\lambda)$ avec

$$\int_0^\infty E(\lambda)\, d\lambda = I_0.$$

On a de même $K(\lambda) = K(\lambda_0) f(\lambda)$ avec $\int_0^\infty K(\lambda)\, d\lambda = K$, $f(\lambda)$ étant la

([1]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1639.

fonction de forme de la raie (effet Doppler, chocs etc.). On a alors

$$G' = \int_0^\infty \frac{KL}{[1 - e^{-K(\lambda)L}]\,d\lambda}.$$

Par exemple G′, calculé pour H_α au paragraphe 7, en supposant une répartition Doppler à 100°C. avec $KL = 400$, est trois fois plus petit que G.

5. Dans certains cas on peut calculer K à partir des données sur la dispersion anormale des gaz au voisinage de la raie considérée. Les travaux de Ladenburg ([5]) ont permis de connaître la valeur de la dispersion anormale de quelques gaz (H, Ne, He) au voisinage de certaines raies. K est lié au nombre de Ladenburg $\mathfrak{N}$ caractéristique de la dispersion anormale par la relation

$$K = \frac{\pi e^2}{mc}\mathfrak{N}.$$

6. Les données sur la dispersion citées au paragraphe 5 ont montré qu'en général la dispersion croît d'abord proportionnellement à la densité de courant, puis atteint une saturation pour décroître ensuite légèrement à cause de la dispersion négative. Il en est donc de même pour K. Il y a donc intérêt à utiliser des tubes aussi longs que possible et à chercher le courant le plus favorable dans chaque cas.

7. Je donnerai comme exemple des mesures de G′ que j'ai faites sur les couples $H_\alpha - D_\alpha$ et $H_\beta - D_\beta$ de l'hydrogène et du deutérium dans leur mélange naturel dont la teneur en deutérium est 1/5000 (ainsi que je l'ai vérifié moi-même dans des conditions où l'absorption est négligeable). J'ai employé un tube de 120^{cm} de long et de $3^{mm},5$ de diamètre excité en courant alternatif avec des densités de courant de 0,4 à 9 amp./cm². Le tube était rempli de vapeur d'eau ordinaire à la pression de $0^{mm},5$. J'avais élargi la fente du spectrographe jusqu'à $\Delta\lambda_S = 1$ Å, de façon à remplir la condition exprimée au paragraphe 4 pour le calcul de G′ à partir de K. Les valeurs moyennes de G′ mesurées sont

I (amp./cm²)....	0,4.	1.	2.	4.	6.	9.
G'_α............	70	100	150	250	330	440
G'_β............	–	–	27	33	–	–

([5]) LADENBURG et LEVY, *Zeits. für Physik*, 88, 1934, p. 461 (réf. précédentes citées dans ce Mémoire).

Ladenburg et Carst [6] ont mesuré la dispersion anormale de l'hydrogène pour H_α et H_β : ils indiquent qu'il y a une saturation vers 1 amp./cm². Les G' calculés d'après les valeurs qu'ils donnent (sans indication de courant, probablement à la saturation) sont $G'_\alpha = 150$ et $G'_\beta = 30$. Les nombres ainsi calculés sont bien d'accord avec les G' mesurés ici pour 2 amp./cm², mais, contrairement aux observations de Ladenburg, il n'y a ici aucune trace de saturation. La valeur la plus grande de G' est 440 : *La raie rouge du deutérium apparaît donc ainsi seulement* 12 *fois plus faible que celle de l'hydrogène, dans le mélange naturel, et peut être observée avec un spectroscope de taille courante.*

SPECTROCHIMIE. — *Sur la recherche de l'oxyde d'ytterbium par luminescence.* Note [1] de M. **Marcel Servigne**, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous avons appliqué à l'*oxyde d'ytterbium* la méthode de microanalyse des terres rares, fondée sur la luminescence de ces oxydes dans le tungstate de calcium [2]. Un échantillon du corps, de grande pureté, nous a été obligeamment donné à cet effet par I. et W. Noddack. Après avoir tenté une nouvelle purification du composé, nous l'avons utilisé alors qu'il ne renfermait plus, pour toute impureté décelable, que de l'oxyde de lutécium (environ 0,35 %). Sa teneur en oxyde de thulium était inférieure à 0,01 %.

Cet oxyde d'ytterbium a été incorporé, dans des proportions variant entre 1 % et 0,001 %, à du tungstate de calcium spectroscopiquement pur; on a pratiqué pour cela la fusion du diluant dans une capsule de quartz. La photoluminescence des solutions solides obtenues fut ensuite examinée sous la raie λ 2537 Å de résonance du mercure, suivant le dispositif antérieurement décrit. Il n'a pas été trouvé d'émission visible nettement caractéristique du phosphorogène étudié.

Par contre, en utilisant, dans le spectrographe ouvert à $f/4$, des plaques Agfa Infrarot 1050, nous avons photographié, dans le proche infrarouge, avec l'échantillon à 1 % d'oxyde d'ytterbium, les bandes

---

(6) *Zeits. für Physik*, 48, 1928, p. 192.

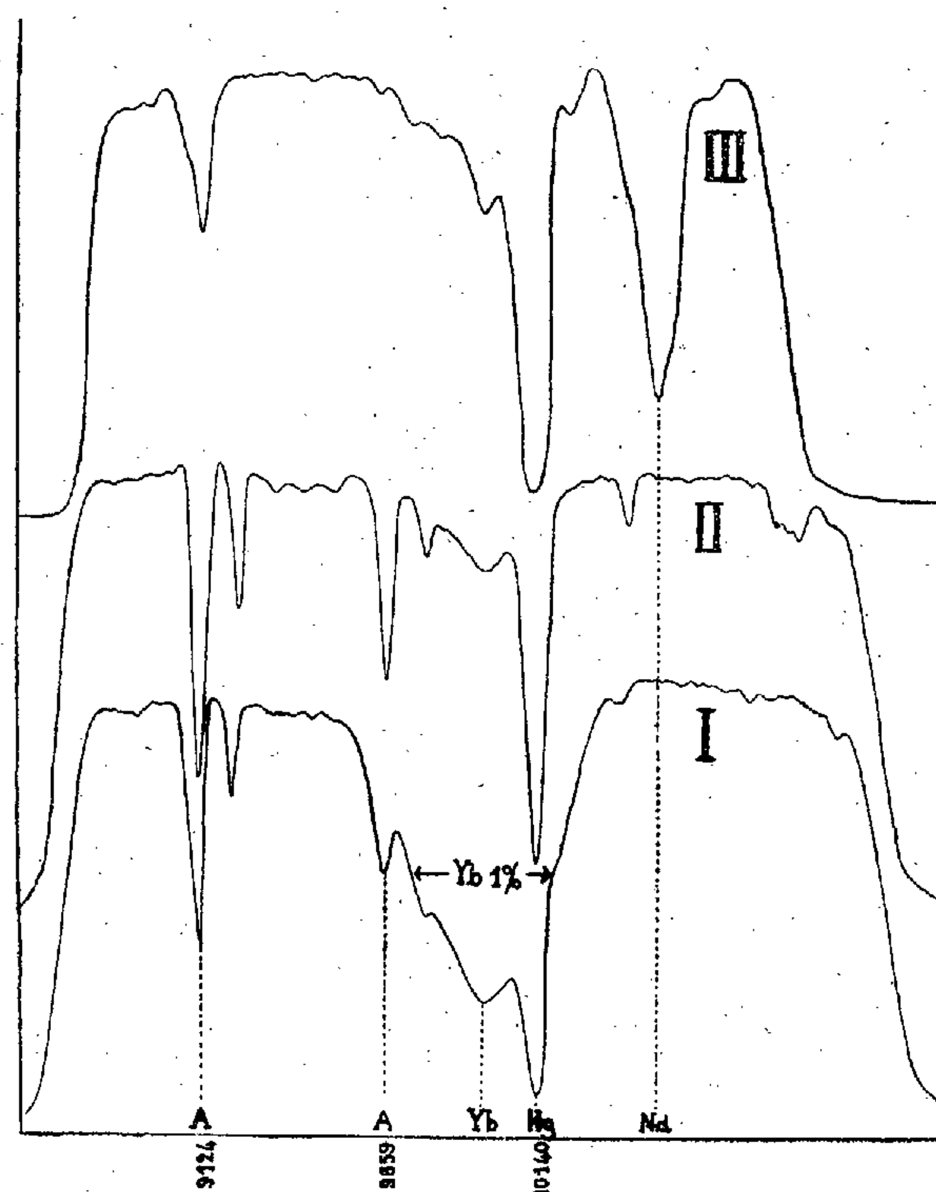
(1) Séance du 17 mars 1941.

(2) M. Servigne, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 863; *Bulletin Soc. Chim.*, 5e série, 7, I-III, 1940, p. 121.

principales dont l'enregistrement microphotométrique est reproduit sur la figure (courbe I). Le spectre d'émission de luminescence dû à l'ytterbium peut être encore fixé, avec une pose prolongée de plusieurs heures, pour une proportion de 0,005 % d'oxyde actif dans le tungstate (courbe II).

La sensibilité de ce test n'est pas diminuée par la présence d'autres terres, telles que l'oxyde de lanthane, l'oxyde de néodyme et l'oxyde de samarium.

Le présent résultat apporte une contribution à la recherche fine de la terre rare étudiée dans quelques composés du calcium, tels que la chaux, le carbonate de calcium, auxquels l'oxyde d'ytterbium ne confère pas de phosphorescence visible ([3]). La méthode proposée se prête également à la détection du même phosphorogène en solution liquide très diluée, à



défaut du procédé à la perle de borax, inapplicable dans ce cas particulier ([4]).

([3]) G. Urbain, *Ann. de Chim. et Phys.*, 8e série, **18**, 1909, p. 341.

([4]) M. Haitinger, *Wien. Akad*, Abt. II*a*, **142**, 1933, p. 339; H. Gobrecht, *Ann. d. Phys.*, **31**, 1938, p. 186,

Plus sensible que la spectrographie d'arc, cette méthode a une sensibilité comparable à celle de la recherche de l'ytterbium par radiophotoluminescence à — 180° C., qui donne, avec les fluorines et le sulfate de calcium, un spectre de bande propre à l'oxyde d'ytterbium (λ 570 mμ) [5].

Un exemple d'application à l'examen d'un minéral, la scheelite de Meymac, Corrèze, est figuré ici (courbe III). Le spectre d'émission infrarouge de l'ytterbium est distinct de celui du néodyme.

L'examen du minéral avait déjà accusé, par son spectre d'émission visible, la présence simultanée de praséodyme, de samarium, d'europium, de dysprosium, d'erbium [6]. Aucune raie ultime de ces éléments ne peut être cependant décelée dans le spectre d'arc de la même scheelite.

Tous ces résultats étendent à un nouvel élément, après le néodyme étudié dans les mêmes conditions [7], le champ d'application de la méthode générale déjà proposée pour la recherche des éléments rares.

THERMO-CHIMIE. — *Étude calorimétrique de l'adsorption d'acétone par les nitrocelluloses.* Note de MM. **E. Calvet** et **Izac**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Utilisant la méthode calorimétrique qui avait permis à l'un de nous [1] d'obtenir directement les chaleurs d'adsorption des solvants par les corps solubles, nous avons entrepris la mesure des chaleurs d'adsorption par la nitrocellulose de ses solvants.

Nos premières mesures ont porté sur l'adsorption d'acétone par la nitrocellulose à 14 % d'azote.

Travaux antérieurs. — MM. Kargin et Papkov [2] avaient évalué la thermicité de cette adsorption en plongeant de la nitrocellulose dans un vase Dewar contenant de l'acétone dissoute dans l'éther de pétrole. Cette méthode, qui fait intervenir un solvant intermédiaire, paraît peu précise et n'a pu être poussée très loin.

---

(5) H. Haberlandt, B. Karlik et K. Przibram, *Sitzunber. Akad. Wiss. Wien*, 144, III-IV, 1935, p. 135.

(6) M. Servigne, *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 440.

(7) M. Servigne, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 210.

(1) E. Calvet, *J. Chim. Phys.*, 35, 1938, p. 69.

(2) *Acta Physicochimica U.R.S.S.*, 3, 1935, p. 839.

Méthode utilisée. — L'adsorption d'acétone est suivie immédiatement de la gélatinisation; ce n'est qu'en ralentissant considérablement le phénomène d'adsorption qu'on peut l'étudier isolément. Pour cela, on a placé, dans le microcalorimètre à compensation par effet Peltier et Joule de M. A. Tian ([3]), le solvant et la nitrocellulose à faible distance l'un de l'autre afin de laisser adsorber la vapeur du premier par le second. L'effet thermique global que l'on mesure résulte de la vaporisation d'acétone et de l'adsorption de la vapeur par la nitrocellulose, on mesure donc *directement* la chaleur de fixation de l'acétone liquide sur la nitrocellulose.

A l'intérieur de la cellule du microcalorimètre était placé le solvant (acétone) et un tube de verre contenant la nitrocellulose. Ce tube était fermé par un bouchon soigneusement rodé commandé à distance. Par deux ouvertures pouvant être obturées à volonté, le bouchon permettait de mettre en communication la vapeur d'acétone et la nitrocellulose; les effets thermiques produits étant faibles, nous ne les avons pas compensés. On a enregistré photographiquement les déviations du galvanomètre relié aux thermocouples du calorimètre. On a ainsi obtenu, après étalonnage, la courbe débit calorifique-temps.

Nous avons employé de l'acétone pure et de la nitroramie à 14 % d'azote préalablement séchée très soigneusement dans le vide en présence de P^2O^5.

Forme des courbes enregistrées. — Les courbes donnant le débit de chaleur dégagée par l'adsorption en fonction du temps ont une forme identique à celles qui avaient été obtenues par M. E. Calvet dans son étude sur l'adsorption des solvants par les corps solubles; par exemple, elles sont analogues à celles correspondant à l'adsorption d'eau par l'urée ([4]).

Résultats des mesures. — Nous donnons ci-dessous les résultats d'une série de 15 mesures effectuées avec une même quantité de nitroramie : 313^{mg}. Le poids d'acétone adsorbé a varié chaque fois (de 4 à 39^{mg}). Après une durée totale d'expérience de 150 heures nous avions fait adsorber 226^{mg} d'acétone, ce qui correspond à 3,69 molécules d'acétone par chaînon C^6 (ou bien par 2,946 radicaux NO^2) et cela sans observer le début de la gélatinisation.

([3]) *J. Chim. Phys.*, 30, 1933, p. 665.
([4]) *J. Chim. Phys.*, 35, 1938, p. 72.

Quantités de chaleur dégagées par l'adsorption d'acétone par une nitroramie à 14,0 % d'azote.

[Poids m de nitroramie (adsorbant), 313mg.]

Expérience.	Poids d'acétone adsorbée dans chaque expérience x (en mg).	Quantité de chaleur dégagée Q (en cal-g).	Poids total d'acétone adsorbée Σx (en mg).	Quantité de chaleur correspondante dégagée ΣQ (en cal-g).	Rapport du poids d'acétone adsorbée x au poids de nitrocellulose m. $\frac{\Sigma x}{m}$.	$\frac{\Sigma Q}{\Sigma x}$.
1...	8,2	0,704	8,2	0,704	0,0262	85,8
2...	10,0	0,747	18,2	1,45	0,0582	79,6
3...	13,5	0,730	31,6	2,18	0,101	69,0
4...	9,1	0,556	40,75	2,74	0,130	67,2
5...	21,0	1,59	61,6	4,30	0,200	70,0
6...	6,4	0,38	68,0	4,71	0,217	69,3
7...	16,3	1,00	84,3	5,72	0,270	67,6
8...	23,75	1,35	108,0	7,07	0,345	65,4
9...	39,05	2,71	147,0	9,78	0,472	66,5
10...	10,0	0,665	157,1	10,44	0,503	66,5
11...	13,5	0,776	170,6	11,22	0,545	65,8
12...	8,4	0,572	179,0	11,79	0,572	65,9
13...	4,3	0,91	183,3	12,70	0,586	69,3
14...	8,2	0,24	191,4	12,94	0,612	67,6
15...	11,6	0,673	203,0	13,61	0,65	67,0

La ligne qui représente Q en fonction de x est une droite. Elle ne présente aucune particularité pour les valeurs de x qui correspondent à la fixation d'une molécule d'acétone par chaînon C^6 (61mg d'acétone pour 313mg de nitroramie) ni à la fixation d'une molécule d'acétone par groupe NO^2 (182mg d'acétone pour 313mg de nitroramie).

Il résulte de ces mesures que la chaleur dégagée par l'adsorption de 1g d'acétone par de la nitrocellulose à 14,0 % d'azote est de 67,5 cal.-g., *soit* 3,9.10^3 cal.-g. *par molécule-gramme d'acétone adsorbée.*

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les arséniates de calcium. Étude du système* As^2O^5—OCa—OH^2 *à* 40, 60 *et* 90°. Note de M. **Henri Guérin**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons fait connaître ([1]) les résultats de l'étude du système As^2O^5—OCa—OH^2 à 17°.

([1]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1016.

Étant donné le caractère hydrolysable de certains des arséniates caractérisés à cette température, on pouvait prévoir que l'action de la chaleur se manifesterait sur ce système, non seulement par des changements dans l'état d'hydratation des sels en équilibre, mais aussi par des variations dans leurs limites de stabilité. C'est ce que confirment diverses études opérées entre 35 et 90°, mais dont les résultats en général incomplets sont quelquefois contradictoires ([2]).

L'intérêt que présente la connaissance des diagrammes d'équilibre pour préparer, par action directe de l'acide sur la base, les arséniates de calcium, utilisés en agriculture, nous a incité à étendre notre étude aux températures de 40, 60 et 90°.

A ces températures l'équilibre des divers mélanges a été obtenu en les agitant dans un appareil constitué essentiellement par une étuve électrique, munie d'un régulateur de température ($\mp 2°$) et équipée intérieurement en agitateur mécanique.

Les arséniates caractérisés au cours de ce travail, soit par la méthode des restes complétée par l'analyse directe, soit uniquement par cette dernière, sont reportés dans le tableau ci-joint où figurent également la composition et le pH des solutions délimitant leurs domaines d'existence.

L'ensemble de nos déterminations analytiques et de nos observations permet de formuler les conclusions suivantes :

1° L'arséniate de calcium le plus acide existant entre 40 et 90° est encore l'arséniate monocalcique anhydre; toutefois, à 90°, ce sel se déshydrate au contact des solutions titrant plus de 60 % de As^2O^5, en donnant du méta-arséniate de calcium.

2° Les phénomènes qui accompagnent la formation de l'arséniate bicalcique ([1]) : apparition de cristaux d'arséniate bicalcique hexahydraté et transformation de cet hydrate en haidingérite ou en pharmacolite suivant que le pH du milieu est inférieur ou supérieur à 6, sont observables jusqu'à 60°, mais dans des limites de pH d'autant plus étroites que la température est plus élevée.

Le seul arséniate bicalcique stable à 60° est l'haidingérite. A 90°, ce sel coexiste avec l'arséniate bicalcique anhydre; toutefois, les conditions dans lesquelles il se forme, et le fait que les solutions d'un pH donné, en

---

([2]) C. M. Smith, *J. Amer. Chem. Soc.*, 42, 1920, p. 259; G. W. Pearce et L. B. Norton; *ibid.*, 58, 1936, p. 1104; G. W. Pearce et A. W. Avens; *ibid.*, 59, 1937, p. 1258; O. A. Nelson et M. M. Haring, *ibid.*, 59, 1937, p. 2216.

équilibre avec lui, sont toujours plus concentrées que celles en équilibre avec le sel anhydre, montrent qu'il est métastable à cette température.

Temp.	Phase solide.	pH.	Solution (%). As²O⁵.	Solution (%). OCa.	Rapport $\frac{\text{Mol. OCa}}{\text{Mol. As}^2\text{O}^5}$.
40°.	$(AsO^4)^2CaH^4$	–	72,0	–	–
	$(AsO^4)^2Ca^2H^2.2OH^2$	2,4	28,5	6,6	0,95
	$(AsO^4)^2Ca^2H^2.4OH^2$	6,0	0,45	0,14	1,28
	$2As^2O^5.5OCa.5OH^2$	6,4	0,23	0,09	1,60
	$(AsO^4)^2Ca^3.xOH^2$	7,4	0,63	0,03	1,90
	$As^2O^5.4OCa.OH^2$	9,0	0,008	0,006	3,1
		–	–	0,10	–
60°.	$(AsO^4)^2CaH^4$	–	75,0	–	–
	$(AsO^4)^2Ca^2H^2.2OH^2$	2,4	29,7	6,7	0,92
	$2As^2O^5.5OCa.5OH^2$	6,2	0,20	0,67	1,44
	$(AsO^4)^2Ca^3.2OH^2$	6,8	0,07	0,03	1,76
	Solutions solides	7,8	0,014	0,007	2,10
	$As^2O^5.4OCa.OH^2$	8,0	0,007	0,004	2,35
		–	–	0,08	–
90°.	$As^2O^5.OCa$	–	77,0	–	–
	$(AsO^4)^2CaH^4$	–	60,0	1,68	–
	$(AsO^4)^2Ca^2H^2$ stable	2,4	32,0	6,8	0,88
	$(AsO^4)^2Ca^2H^2.2OH^2$ métastable.				
	$2As^2O^5.5OCa.5OH^2$	5,8	0,22	0,063	1,17
	$(AsO^4)^2Ca^3.2OH^2$	6,2	0,072	0,026	1,47
	Solutions solides	6,8	0,022	0,012	2,20
	$As^2O^5.4OCa.OH^2$	8,0	0,017	0,011	2,65
		–	–	0,06	–

3° Le composé $2As^2O^5.5OCa.10OH^2$, qui apparaît encore à 40°, se transforme au contact des eaux-mères en $2As^2O^5.5OCa.5OH^2$, seul biarséniate pentacalcique stable entre 40 et 90°.

4° L'arséniate tricalcique qui prend naissance à 40° est décahydraté; mais il se déshydrate lentement dès cette température en donnant un sel dont la teneur en eau est voisine de celle du tétrahydrate. A 60 et à 90°, il est bihydraté et hydrolysable.

5° Entre 40 et 90° l'arséniate de calcium le plus basique est l'arséniate tétracalcique monohydraté.

6° L'examen des radiogrammes correspondant aux produits de l'hydrolyse de l'arséniate tricalcique à 90°, montre qu'il n'existe pas de composé intermédiaire défini entre les arséniates tri et tétracalciques. Les précipités

de composition variable en équilibre à 90° avec des solutions de pH compris entre 6,8 et 8 peuvent donc être considérés comme des solutions solides de ces deux sels.

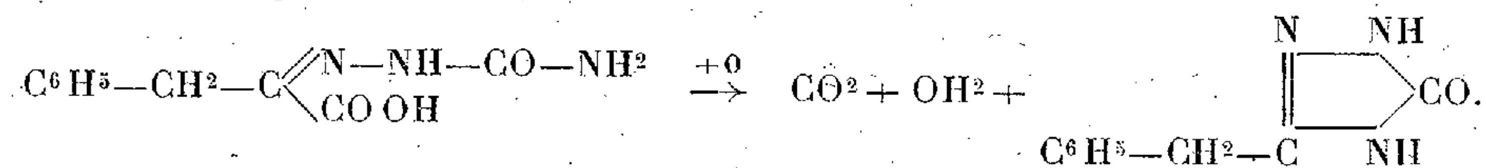
7° Du fait de l'hydrolyse, les domaines de stabilité de tous les constituants solides, à l'exception toutefois de l'arséniate monocalcique, se déplacent vers les pH décroissants lorsque la température s'élève.

En résumé, au cours de cette étude, dont une partie a fait l'objet d'une publication précédente [1], nous avons mis en évidence cinq nouveaux composés et précisé les conditions de l'équilibre du système $As^2O^5—OCa—OH^2$ entre la température ordinaire et 90°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxotriazoles et hydroxytriazoles tautomères. Méthode nouvelle de préparation des hydroxytriazoles*-1.2.4. Note de M. **Maurice Girard**, présentée par M. Marcel Delépine.

En oxydant, par l'iode et le carbonate de soude les semicarbazones d'un certain nombre d'acides α-cétoniques, M. J. Bougault [1] a obtenu des composés insolubles qu'il a supposés, sans preuves, être de nature oxotriazolique.

La semicarbazone de l'acide phénylpyruvique donnerait, dans ces conditions, le benzyl-5 oxo-3 triazole-1.2.4 :



Les composés obtenus dans cette réaction sont des corps à point de fusion élevé (voisin de 200°). Ils présentent des propriétés faiblement alcalines, permettant l'obtention de sels cristallisés.

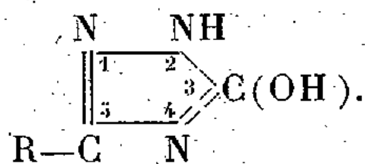
Les alcalis libres et les acides minéraux dilués et bouillants provoquent leur hydrolyse en donnant les acides libres, R—COOH. Avec le dérivé de l'acide phénylpyruvique on obtient, par exemple, l'acide phénylacétique, $C^6H^5—CH^2—COOH$.

Mais les acides R—COOH ne représentent pas les seuls produits de l'action des alcalis. Nous avons remarqué qu'il se forme en outre des composés à point de fusion élevé (voisin de 300°) qui ont retenu notre attention. Ces derniers manifestent des propriétés très différentes de celles des com-

[1] *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 21, 1917, p. 180; 25, 1919, p. 384.

posés de M. Bougault. Ils ont un caractère faiblement acide et donnent avec le nitrate d'argent des sels diargentiques. Traités par l'anhydride acétique bouillant, ils fournissent des dérivés monoacétylés, ce qui démontre la présence dans leur molécule d'un oxhydryle libre.

Or l'analyse élémentaire de ces corps révèle une composition centésimale identique à celle des composés correspondants de la série de M. Bougault. Il s'agit donc de formes tautomères de ces derniers. En admettant que ceux-ci aient bien la constitution oxotriazolique supposée plus haut, les composés tautomères qui leur correspondent sont des hydroxy-3 triazoles-1.2.4, substitués en 5,



On connaît déjà quelques hydroxytriazoles de ce type. L'un d'eux, le phénylhydroxytriazole ($R = -C^6H^5$), a été obtenu par Young et Witham ([2]) en oxydant par le perchlorure de fer la semicarbazone de l'aldéhyde benzoïque.

Or le même composé a été préparé par nous en tautomérisant par la soude le dérivé de la semicarbazone de l'acide phénylglyoxylique. Cette circonstance vient donc confirmer la nature hydroxytriazolique des produits de tautomérisation signalés plus haut.

On peut donc conclure que les composés de la série de M. Bougault subissent, par action des alcalis, la transposition céto-énolique, en donnant les hydroxytriazoles correspondants. Ce sont donc bien des oxotriazoles-1.2.4, substitués en 5, comme on l'avait supposé.

Ces preuves expérimentales apportent, en outre, une méthode nouvelle de préparation des hydroxytriazoles-1.2.4, par tautomérisation des oxotriazoles correspondants. Cette technique semble d'une application plus générale que la réaction de Young et Witham, limitée au cas presque exclusif d'hydroxytriazoles substitués en 5 par un groupe aromatique. Elle nous a permis de préparer quelques nouveaux hydroxytriazoles dérivant des semicarbazones des acides phénylpyruvique (F 225°), *p*-méthoxyphénylpyruvique (F 228°), benzylpyruvique (F 208°).

Conclusion. — Les composés résultant de l'oxydation par l'iode et le carbonate de soude des semicarbazones des acides α-cétoniques sont des

(2) *J. Chem. Soc. London*, 77, 1900, p. 226.

oxotriazoles-1.2.4, substitués en 5. Ils sont tautomérisés, par action de la soude, en hydroxytriazoles-1.2.4. Cette réaction constitue une méthode assez générale de préparation des hydroxytriazoles-1.2.4, indifférement substitués en 5 par un reste aromatique ou aliphatique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les lactones colorées. Un isomère de l'oxindigo, la dibenzo-3.4-7.8-naphtyrone.* Note de M. **Paul Chovin**, présentée par M. Marcel Delépine.

La synthèse des corps dilactoniques connus sous le nom de diaryl-naphtyrones se prête à une extension permettant d'aboutir à des dilactones d'un type nouveau, dans lesquelles un des aryles est en position *benzo*. J'en ai décrit (1) le prototype, qui est la phényl-3-benzo-7.8-naphtyrone. Je vais montrer, dans la présente Note, comment on peut, désormais, obtenir des naphtyrones où les aryles sont tous deux en benzo : ces corps sont, pour cette raison, des dibenzonaphtyrones.

D'une manière générale, pour former le squelette de la naphtyrone d'après la réaction que j'ai fait connaître (2), il suffit d'éliminer trois molécules d'eau entre deux acides ayant nécessairement la structure suivante : tous deux sont éthyléniques en Δ^β et oxhydrylés en γ, mais l'un est cétonique en α(I).

Or on peut envisager de deux manières différentes l'ensemble constitué par la double liaison et l'oxhydryle : il peut être constitué soit par la forme énolique d'un acide γ cétonique simple, ou dicétonique en $\alpha - \gamma$, soit par la fonction phénolique d'un acide *o*-hydroxyarylacétique ou *o*-hydroxyarylglyoxylique. On doit donc pouvoir disposer, d'après ces considérations, non plus de deux, mais de quatre acides de départ.

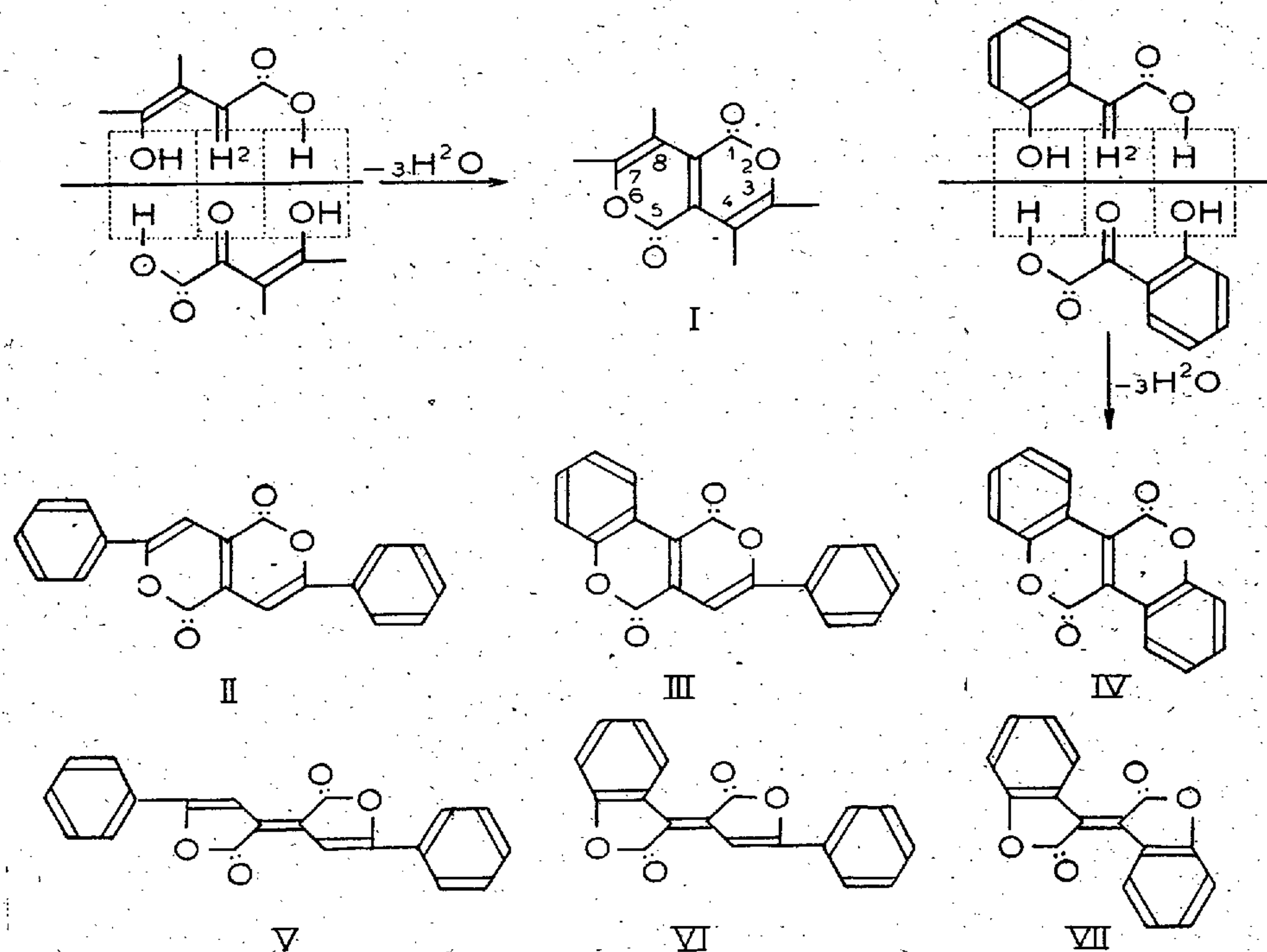
En série benzénique, les quatre acides les plus simples seront : 1° l'acide β-benzoylpropionique; 2° l'acide *o*-hydroxyphénylacétique; 3° l'acide benzoylpyruvique; 4° l'acide *o*-hydroxyphénylglyoxylique; ces deux derniers étant choisis parce qu'ils sont cétoniques en α.

La condensation par couples donnera les résultats suivants : la diphényl-3.7-naphtyrone (II)[2] à partir du couple d'acides 1 et 3, la phényl-3-benzo-7.8-naphtyrone (III)[1] à partir, indifféremment, des couples 1 et 4

(1) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 474.
(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 360.

ou 2 et 3, enfin le nouveau produit qui va être décrit ci-dessous, la dibenzo-3.4-7.8-naphtyrone (IV) à partir du couple 2 et 4.

La dibenzonaphtyrone (IV) est en cristaux (fus. inst. 283°) jaune



orangé, ce qui correspond à une régression remarquablement régulière dans l'échelle des teintes, puisque (II) est rouge violacé et (III) rouge orangé. Il avait déjà été fait mention, à propos de la phénylbenzonaphtyrone (III) de l'abaissement prononcé du pouvoir chromogène provoqué par une seule annellation angulaire ([3]). Le phénomène correspondant à deux annellations angulaires, est ici, encore plus manifeste.

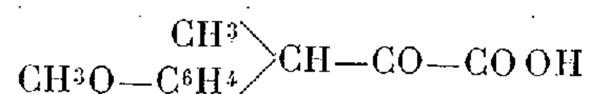
Il est à remarquer que la dibenzonaphtyrone (IV), de par sa formule $C^{16}H^{8}O^{4}$, se trouve être un isomère de l'oxindigo. Or le rapprochement entre la chimie des naphtyrones et celle de l'oxindigo est, en fait, plus étroit qu'il ne ressort de la simple identité des formules brutes. En effet, d'une part il a été décrit des isomères jaunes (V) des diarylnaphtyrones (II), qui peuvent accompagner ces dernières dans certaines conditions de

([3]) *Ann. de Chimie*, 9, 1938, p. 447.

réaction [3]; d'autre part on peut concevoir, pour les benzonaphtyrones (III) et (IV), des isomères correspondants (VI) et (VII). L'isomère (VII) n'est autre que *l'isooxindigo*, l'isomère encore inconnu de l'oxindigo. Comme (V), il aurait pu se former en même temps que la naphtyrone correspondante (IV). La cristallisation fractionnée, de même que l'analyse chromatographique, n'ont pas permis de déceler sa présence dans le produit brut de la réaction. Mais il résulte de la possibilité de sa synthèse, dans d'autres conditions expérimentales, que la chimie des naphtyrones (I), par l'intermédiaire des isomères jaunes (V), (VI) et (VII), en est arrivée à rejoindre celle des indigoïdes.

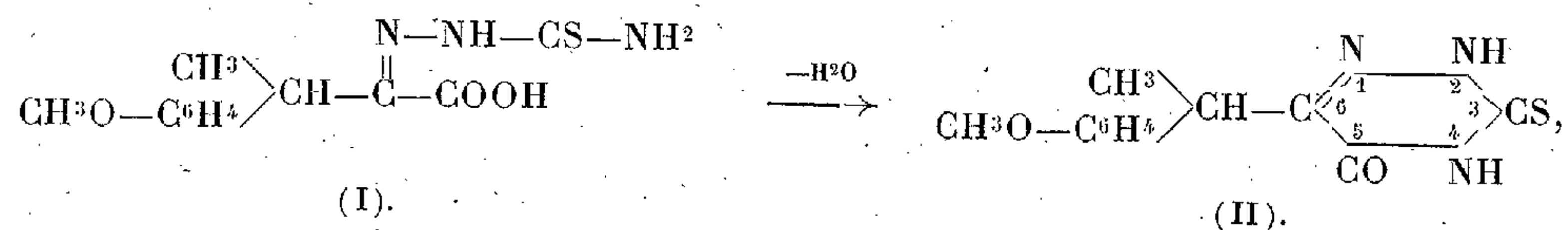
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés nouveaux de l'acide α-oxo-β [méthoxy-4-phényl] butyrique ou acide β [méthoxy-4-phényl] méthylpyruvique.* Note de M. **Eugène Cattelain**, présentée par M. Marcel Delépine.

En vue de généraliser les travaux de J. Bougault [1] sur les composés obtenus à partir des semicarbazones et thiosemicarbazones des acides α-cétoniques, nous avons préparé [2] un nouvel acide α-cétonique, l'acide α-oxo-β [méthoxy-4-phényl] butyrique



afin de déterminer l'influence des radicaux méthyle et *p*-méthoxyphényle. L'objet de cette Note est de présenter les résultats obtenus à partir de la thiosemicarbazone de cet acide.

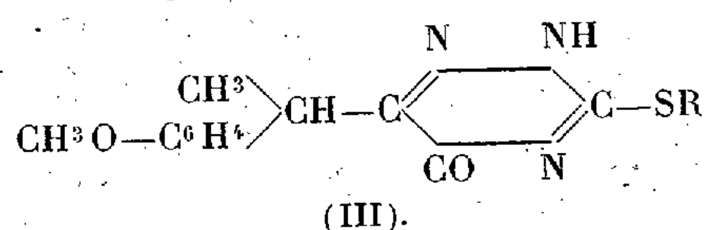
L'acide α-oxo-β [méthoxy-4-phényl] butyrique se combine avec la thiosemicarbazide en fournissant la *thiosemicarbazone* correspondante (I). Celle-ci se cyclise aisément en milieu alcalin soit à chaud, soit beaucoup plus lentement à froid en donnant la *sulfo*-3-*oxo*-5-α [*méthoxy*-4-*phényl*] *éthyl*-6-*triazine*-1.2.4 (II) :



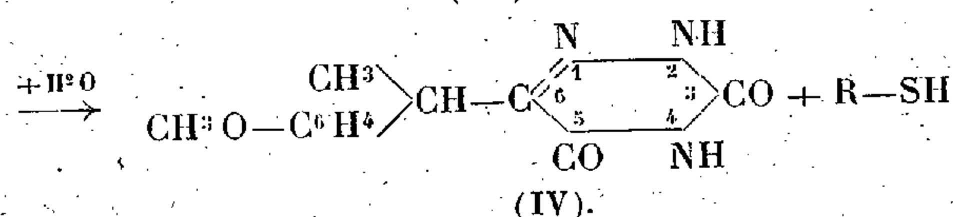
---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 151.
[2] *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 998.

dont on a préparé par alcoylation directe divers dérivés 3-substitués (III). Ceux-ci, comme nous l'avons démontré ([3]), fournissent, par hydrolyse au moyen de l'acide chlorhydrique en milieu alcoolique, la *dioxy*-3.5-α :



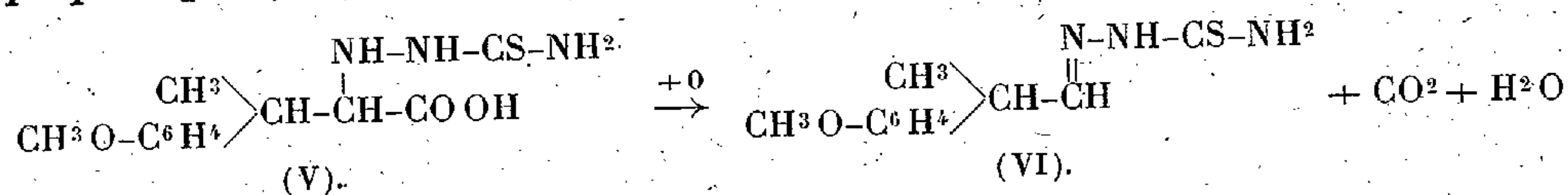
(III).



(IV).

[*méthoxy-4-phényl*] *éthyl-6-triazine*-1.2.4 et un *alcoyl-mercaptan* (IV), ce qui fixe la position du groupe alcoyle, les dérivés thioliques étant seuls hydrolysés. Ces dérivés monoalcoylés possèdent un caractère nettement acide, ce qui permet de les titrer par acidimétrie.

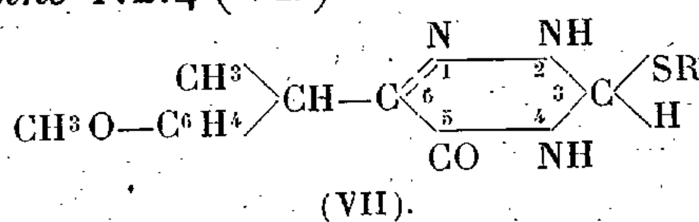
L'hydrogénation de la thiosemicarbazone au moyen de l'amalgame de sodium à 3 % conduit à l'*acide α-thiosemicarbazido*-β [*méthoxy-4-phényl*] *butyrique* (V). Celui-ci, oxydé par l'iode en milieu alcalin, fournit, après décarboxylation, la *thiosemicarbazone de l'aldéhyde* β [*méthoxy-4-phényl*] *propionique* (VI) :



(V). (VI).

Cette thiosemicarbazone a été identifiée avec la thiosemicarbazone obtenue par action directe de la thiosemicarbazide sur ce même aldéhyde (épreuve du point de fusion du mélange).

L'hydrogénation, à l'aide du même réactif, du dérivé 3-alcoylé de la sulfo-3-oxo-5-α [méthoxy-4-phényl] éthyl-6-triazine-1.2.4 s'effectue sans ouverture du cycle par fixation de 2 atomes d'hydrogène en 3 et 4; il y a formation du *dérivé* 3-*alcoylé de la dihydro*-3.4-*sulfo*-3-*oxo*-5-α [*méthoxy-4-phényl*] *éthyl-6-triazine*-1.2.4 (VII) :



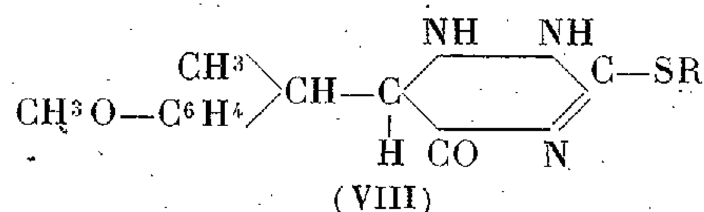
(VII).

Ce composé n'est plus acide.

([3]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1912.

Le composé initial est régénéré par oxydation au moyen de l'iode en milieu alcalin.

En outre, l'hydrolyse chlorhydrique conduit à la *dioxo*-3.5-α [*méthoxy-4-phényl*]-*éthyl*-6-*triazine*-1.2.4 (IV), avec libération d'alcoyl-mercaptan et dégagement d'hydrogène, ce qui justifie la formule (VII) plutôt que la formule (VIII), comme nous l'avions supposé précédemment ([3]),



(VIII)

Conclusions. — 1° La cyclisation, en milieu alcalin, des thiosemicarbazones des acides α-cétoniques semble toujours s'effectuer, quelle que soit la nature de la chaîne latérale; 2° on obtient, à partir de la sulfo-3-oxo-5-α [méthoxy-4-phényl]-éthyl-6-triazine-1.2.4, des réactions analogues à celles fournies par la sulfo-3-oxo-5-benzyl-6-triazine-1.2.4 ([3]).

COMPOSÉS NOUVEAUX OBTENUS. — 1° *Thiosemicarbazone de l'acide α-oxo-β [méthoxy-4-phényl] butyrique*, $C^{12}H^{15}O^{3}N^{3}S$. — F 190°,5. Poids mol. (par acidimétrie), calculé 281; trouvé 280.

2° *Sulfo-3-oxo-5-α [méthoxy-4-phényl] éthyl-6-triazine-1.2.4*, $C^{12}H^{13}O^{2}N^{3}S$. — F 171°. Poids mol. (par acidimétrie), calculé 263; trouvé 261.

Analyse. C % 54,52; H % 5,20; N % 16,09; S % 12,35 (calculé pour C % 54,74; H % 4,93; N % 15,96; S % 12,16).

3° *Dérivés S-alcoylés de la sulfo-3-oxo-5-α [méthoxy-4-phényl] éthyl-6-triazine-1.2.4.*

	F.	Poids mol. (par acidimétrie) calculé.	trouvé.
Méthylé $C^{13}H^{15}O^{2}N^{3}S$	216°,5	277	275
Éthylé $C^{14}H^{17}O^{2}N^{3}S$	126	291	290
Benzylé $C^{19}H^{19}O^{2}N^{3}S$	165,5	353	350

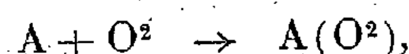
4° *Acide α-thiosemicarbazido-β [méthoxy-4-phényl] butyrique*, $C^{12}H^{17}O^{3}N^{3}S$. — F 165°,5. Poids mol. (par acidimétrie), calculé 283; trouvé 281.

5° *Thiosemicarbazone de l'aldéhyde-β [méthoxy-4-phényl] propionique*, $C^{11}H^{15}ON^{3}S$. — F 112°-113°.

6° *Dérivés S-alcoylés de la dihydro-3.4-sulfo-3-oxo-5-α [méthoxy-4-phényl] éthyl-6-triazine-1.2.4.* — Méthylé $C^{13}H^{17}O^{2}N^{3}S$, F 174°; benzylé $C^{19}H^{21}O^{2}N^{3}S$, F 135°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cinétique d'oxydation des carbures éthyléniques.* Note [1] de M. **Charles Paquot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Théorie. — Actuellement nous nous trouvons en présence de plusieurs théories relatives au mécanisme de l'autooxydation des composés organiques de l'oxygène. Moureu et Dufraisse [2] supposent que l'oxydation d'un corps A se fait suivant la réaction



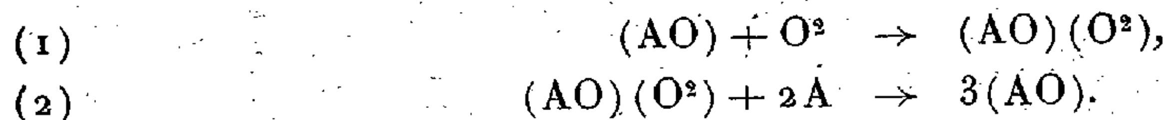
$$A + O^2 \rightarrow A(O^2),$$

et la loi d'action de masses appliquée à cette réaction s'écrit pour une réaction à volume constant où le corps oxydable A est en grand excès

$$\frac{dp_{O^2}}{dt} = kp_{O^2},$$

p_{O^2} étant la pression de l'oxygène.

M. Dupont [3], d'autre part, suppose qu'il y a autocatalyse, c'est-à-dire que l'un des oxydes intermédiaires, soit A(O), joue le rôle de catalyseur, et il écrit



$$(1) \qquad (AO) + O^2 \rightarrow (AO)(O^2),$$

$$(2) \qquad (AO)(O^2) + 2A \rightarrow 3(AO).$$

La loi d'action de masses appliquée à (1) s'écrit, dans les mêmes conditions que précédemment, en appelant P la pression initiale d'oxygène,

$$\frac{dp_{O^2}}{dt} = bp_{O^2}(P - p_{O^2}),$$

et la quantité

$$b = \frac{1}{p_{O^2}(P - p_{O^2})} \frac{dp_{O^2}}{dt}$$

doit rester constante.

Mais dans la plupart des oxydations il y a formation, outre le produit principal de l'oxydation, de produits gazeux (CO, CO^2, CH^4, C^2H^6), ou, dans certains cas, de produits à forte tension de vapeur ($HCHO$, CH^3CHO), et la pression mesurée p (compte tenu de la tension de vapeur du corps

(1) Séance du 24 mars 1941.

(2) *C. R. du 2e Congrès Solvay*, 1925, p. 526.

(3) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 47, 1930, p. 60

oxydable) n'est pas égale à la pression de l'oxygène p_{O_2}. On peut facilement montrer que, en appelant p_l la pression mesurée après que l'oxydation est terminée, la quantité

$$b' = \frac{1}{(p - p_l)(P - p)} \frac{dp}{dt}$$

remplace l'expression précédente b et doit rester constante dans l'hypothèse de l'autooxydation avec formation de composés gazeux proportionnellement au produit principal de l'oxydation.

Expériences. — Les expériences auxquelles je me suis livré ont porté sur des carbures monoéthyléniques divers. Les tubes expérimentaux, analogues à ceux déjà employés par M. Dupont ([4]), étaient placés dans une chambre à température constante réglée à 25°. Les durées d'oxydation varient alors entre 200 et 2400 heures, la pression initiale P étant voisine de la pression atmosphérique. Parmi les courbes obtenues pour divers carbures éthyléniques, en voici quelques-unes où la double liaison est diversement substituée :

Heptène-3, les 2 C sont monosubstitués.
Cyclohexène, carbure cyclique où les 2 C sont monosubstitués.
Méthyl-2 *pentène*-2, l'un des C est disubstitué par 2 CH^3.
Phényl-3 *pentène*-2, l'un des C est disubstitué par 2 radicaux différents.
Éthyl-1 *cyclohexène*-1, carbure cyclique où l'un des C est disubstitué.
α-Pinène, carbure cyclique où l'un des C est disubstitué.

Les courbes 1 à 7 représentent la pression mesurée p, les courbes 1′ à 7′ les vitesses d'oxydation dp/dt en fonction du temps.

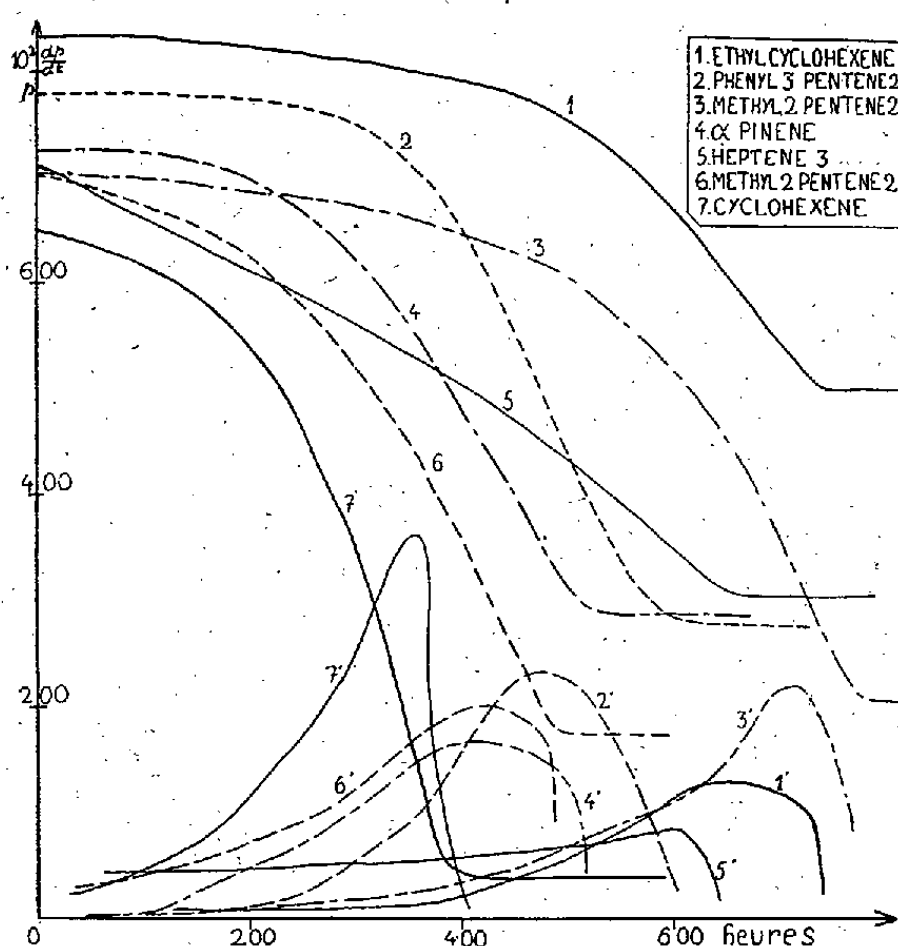
Résultats. — Des mesures faites, des courbes obtenues et des calculs qui en découlent, on peut tirer les résultats suivants :

1° Les carbures éthyléniques s'oxydent de façon régulière. Au début l'oxydation est extrêmement lente, souvent même nulle pendant un certain temps. Puis, dans une deuxième période, la vitesse de l'oxydation croît rapidement jusqu'à des valeurs parfois assez grandes. Enfin la vitesse après son maximum, décroît jusqu'à zéro d'une façon extrêmement plus rapide qu'elle n'avait crû; la pression atteint sa valeur limite de façon brutale, et non pas asymptotiquement.

2° La théorie de Moureu n'est pas vérifiée par l'expérience : en effet la vitesse d'oxydation devrait décroître constamment, ce qui n'a pas lieu.

([4]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 47, 1930, p. 62.

3° La théorie de M. Dupont est beaucoup plus voisine de la réalité, tout au moins dans toute la phase centrale de l'oxydation. Au début et à la fin elle se trouve en défaut, les rapports b et b' n'étant pas constants.



4° Le phénomène de l'oxydation est plus compliqué que ne le supposent ces théories et, à côté du phénomène principal ainsi mis en équation, viennent se greffer des réactions secondaires qui modifient l'allure du phénomène et se superposent à lui. L'étude des produits obtenus dans l'oxydation montre aussi qu'il y a formation de divers autres corps à côté du produit principal.

GÉOLOGIE. — *Sur l'Anti-Atlas.*

Note de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

L'analyse tectonique et stratigraphique des chaînes atlasiques permet d'utiles comparaisons entre elles et avec le Rif.

Pour les faire ressortir, on soulignera ici, à l'aide des travaux récents des géologues marocains [1], les phases orogéniques de ces édifices, en

---

(1) Les travaux évoqués ici étant très nombreux, on se bornera à citer les noms des auteurs, en renvoyant aux listes bibliographiques de F. Blondel, *Bureau d'études géologiques et minières coloniales*, 1937, p. 121-210 et de E. Roch, *Service des Mines et de la Carte géologique du Maroc*, Mém. 51, 1939. — Pour suivre cet exposé, on voudra bien se reporter à la *Carte géologique du Maroc* au 1/1 500 000e, 1936, Rabat.

commençant par *l'Anti-Atlas*, d'après Bondon, Bourcart, Choubert, Clariond et Neltner.

Après des dislocations algonkiennes, dont les relations spatiales et chronologiques avec les autres grands plissements anté-cambriens de l'Afrique ne sont pas encore éclaircies, le domaine anti-atlasique a connu un calme durable, sauf des mouvements locaux et réduits au Cambrien.

1° *Une première phase orogénique* s'inscrit au Carbonifère. Dans l'Ouest de la chaîne, elle a produit des plis subméridiens, qui s'harmonisent avec ceux de même orientation, révélés plus au Nord, dans le Haut-Atlas, les Djebilet et la Meseta marocaine, par Roch, Moret, Dresch, Couya-Barthoux et Yovanovitch. Mais ces accidents ne jouent qu'un rôle secondaire. L'Anti-Atlas, sans comporter lui-même des plis accusés parallèles à sa direction d'ensemble, est accompagné cependant, au Sud de la grande cuesta longitudinale du Bani, par un cortège de froncements qui sont liés à la couverture de l'Anti-Atlas et conjugués, par l'âge et l'orientation, avec les plis du Sahara occidental. Ils démontrent qu'un édifice orogénique, dirigé de l'Ouest-Sud-Ouest à l'Est-Nord-Est, a pris naissance dès le Carbonifère. Dans l'Est de l'Anti-Atlas, le grand anticlinal oblique du Grara est accompagné aussi de faibles plis marginaux qui s'articulent avec le faisceau de la Saoura. L'axe silurien d'Ahdim Filou, à 52^{km} au Sud du M'Hamid, fournit à cet égard, sinon un jalon linéaire, du moins une indication sur l'allure de cette articulation avec le pli du Bet Tadjin (Menchikoff).

L'âge relatif des plis longitudinaux et transversaux de l'Anti-Atlas n'est pas défini. On sait seulement qu'une phase anté-viséenne s'est manifestée dans la terminaison orientale ainsi que vers Taouz (Clariond, Delépine); des plis hercyniens, plus récents, se sont étendus plus loin encore que la terminaison actuelle de la chaîne, mais sur son prolongement, jusque vers Béchar, en Algérie.

Le rôle des plis hercyniens longitudinaux dans l'Anti-Atlas semble donc prédominant. Leur style montre que cette chaîne dut, dès le Carbonifère, constituer un édifice de fond, conjugué avec celui, plus atténué, du Yitti, qui s'allonge à 480^{km} au Sud-Est, à travers le Sahara (Menchikoff). Sa couverture a probablement comporté une répartition très asymétrique des plis de part et d'autre de l'axe actuel, car les froncements marginaux s'étendent jusqu'à 200^{km} au Sud, alors que la bordure nord était plus étroite.

On ne sait rien de ravivements possibles de cette chaîne durant le

Jurassique et le Crétacé, c'est-à-dire relativement au 2° *et* 3° *phases*, dont il sera question par ailleurs. Par contre, au Tertiaire, des mouvements importants se manifestent à trois reprises dans l'Anti-Atlas.

4° Dans l'Est, au Sud du Dadès, Roch a mis en évidence *un épisode antérieur aux dépôts dits oligo-miocènes*. L'homogénéité structurale de la chaîne permet d'admettre, bien que sans preuves tangibles, que l'épisode a joué aussi dans le segment occidental.

5° *Des mouvements post-oligo-miocènes* se sont produits dans le versant nord de l'Anti-Atlas à hauteur du Dadès.

6° *Une phase pliocène* ou *post-pliocène* est enregistrée dans la terminaison orientale de la chaîne. On ne sait pas encore si cet ultime plissement est indépendant des précédents, mais, par construction, on peut définir et mesurer l'importance du résultat, à savoir du bombement de fond post-pliocène.

Des coupes en série à travers l'ensemble de l'Anti-Atlas montrent que le toit du Gothlandien, s'il était conservé, y atteindrait des cotes de l'ordre de 4000 à 5000^{m}. Même si la couverture du pli a été décapée pendant son érection, cette évaluation n'en donne pas moins la mesure d'une déformation du tréfond qui s'exprime par un arc de 100^{km}, dont la flèche fut de 2500 à 3000^{m} pour l'orogénie hercynienne, puis, après une longue érosion, par un ravivement vraisemblable de la moitié de cette valeur pendant le Tertiaire.

Ces données, fournies par l'Est de l'Anti-Atlas actuel, ne sont pas valables plus à l'Est : alors que la trace des plis du Carbonifère montre l'Anti-Atlas hercynien venant mourir jusqu'aux confins de l'Algérie, le ravivement tertiaire s'est arrêté au Tafilalet, car le Cénomanien de la Hammada du Guir n'est pas déformé. Par contre, à titre d'hypothèse, il n'est pas interdit d'admettre que le ravivement du pli de fond s'est fait sentir entre le Sarrho et l'Atlantique, c'est-à-dire dans la partie au droit du tronçon d'exaltation maximum du Haut-Atlas.

L'Anti-Atlas apparaît donc, mis à part les accidents transversaux de la partie occidentale, comme une chaîne née dès le Carbonifère, sous la forme d'un pli de fond, long de 850^{km}, graduellement atténué vers l'Est, ayant évolué selon le même plan par deux ou trois ravivements tertiaires : le premier faible, les derniers très importants. L'effet des uns et des autres ne s'est pas étendu à toute la longueur de l'édifice primitif : c'est de ces mouvements et ravivements qu'a résulté néanmoins le relief actuel de la chaîne, depuis l'Atlantique jusqu'au Tafilalet, c'est-à-dire sur 600^{km}.

GÉOLOGIE. — *Sur le développement et les degrés du métamorphisme régional dans la zone paléozoïque métamorphique de la partie sud du Massif Central.* Note de M. **André Demay**, transmise par M. François Grandjean.

J'ai signalé en 1932 l'existence d'une zone de schistes et quartzites séricíteux et de micaschistes, disposée en arc convexe vers le Sud, que l'on peut suivre depuis la région d'Alès jusqu'en Corrèze et sans doute plus à l'Ouest. On peut l'attribuer par continuité au Paléozoïque, surtout au Cambro-Silurien, de manière certaine au Sud et très probable au Nord.

Pour étudier avec précision le développement du métamorphisme régional dans cet ensemble, j'ai distingué des nuances minimes de métamorphisme croissant, 0 — 1, 1 *a*, 1 *b*, 1 *c*, 2, 3, 4. 1 *a* équivaut à la zone 1 de Harker; 1 *b* et 1 *c* sont à la limite des zones 1 et 2 de Harker.

Les sédiments originels de même type prennent les aspects suivants dans trois zones échelonnées du Sud au Nord depuis la région de Montdardier au sud du Vigan jusqu'à l'Aigoual.

Dans la série de Montdardier, étudiée par M. Thoral, qui y a découvert des fossiles dans l'Acadien supérieur, les sédiments ont à l'œil nu un aspect normal : calcaire gris géorgien, schistes ou pélites acadiens, grès supérieur (arkose ou microbrèche) acadien, schiste carburé ferrugineux de la série compréhensive (acadien à ordovicien). Le *microscope décèle pourtant dans ces roches des traces de séricitisation et de chloritisation, parfois des fibres très fines et abondantes de séricité et de chlorite* (degré 0 — 1).

Dans la région comprise entre le Vigan et le granite du Saint-Guiral, on trouve les mêmes roches avec un métamorphisme encore faible de degré 1 *a* et 1 *b*, plus rarement 1 *c*.

Au degré 1 *a*, les pélites ou microgrès sont devenus des schistes grisâtres, d'aspect presque intact, pourtant un peu luisant. La séricite y est souvent à peine visible à l'œil nu. Les schistes carburés sont devenus des schistes à graphite ou graphitoïde. Le calcaire géorgien est devenu un calcaire blanc, où le microscope décèle une large cristallisation.

Au degré 1 *b*, on observe des schistes, grès quartzeux ou arkoses à *séricite macroscopique bien visible*. Au microscope les lits de chlorite et séricite apparaissent bien développés. Il y a déjà un peu de biotite brune et verte. *Les grains détritiques ont pour la plupart gardé leur forme;* il existe cependant quelques amandes de quartz polygonal. Les schistes carburés

sont devenus des schistes riches en graphite et oxyde de fer, parfois avec lentilles de quartz et de feldspath. Les calcaires blancs géorgiens sont largement recristallisés.

Au nord du Saint-Guiral, dans l'Esperou et dans l'Aigoual, le métamorphisme reste parfois aussi faible que près du Vigan. Ailleurs il y a passage à des schistes ou grès riches en séricite et gaufrés, souvent avec lentilles de quartz (1 c). *Les grains détritiques sont alors plus largement recristallisés et ont parfois complètement disparu.* Bien qu'à l'œil nu le faciès soit encore celui d'un schiste séricíteux, l'*aspect microscopique devient celui d'un micaschiste*, avec bandes et lentilles quartzeuses. Sur le versant sud de l'Aigoual, j'ai observé dans une course commune avec M. Thoral, une bande de *calcaire blanc cristallin* de faible puissance (une vingtaine de mètres), déjà notée par Bergeron, et qui est du Géorgien probable.

Cette réduction progressive des calcaires géorgiens du Sud au Nord depuis la région de Montdardier est analogue à celle signalée par M. Thoral dans les monts de Lacaune et explique la rareté ou l'absence des calcaires dans la plus grande partie de la zone métamorphique.

Plus au Nord, le métamorphisme régional s'accentue. Le passage des schistes séricíteux de la feuille d'Alès à de véritables micaschistes à muscovite (degré 2) semble se faire près de la limite des feuilles d'Alès et de Largentière. De même sur le bord sud du Rouergue, la série du Truel présente des degrés croissants du Sud vers le Nord (1 *b* à 2). Les faciès les moins métamorphiques sont identiques à ceux que nous avons décrits au nord du Vigan et dans l'Aigoual. Le type le plus commun (1 *c*) passe au degré 2, micaschistes à muscovite individualisée, visible à l'œil nu.

Plus au Nord, la série du Viala et de Montjaux, séparée de la précédente par un laccolite de granite, présente de même des types de métamorphisme assez faible (1 *c*), qui passent aux degrés 2, 3 et 4, en particulier schistes à chlorite et actinote (1 à 2), micaschistes à muscovite et biotite (2), micaschites feldspathiques à biotite et grenat (3), gneiss à biotite (4), gneiss à biotite et hornblende (4). Près du moulin de la Rode affleurent des roches, notées par Bergeron en calcaire géorgien, et que M. Thoral et moi-même avons examinées à nouveau. J'y ai distingué, au microscope, des *schistes à chlorite et actinote*, *associés à du cipolin à calcite, chlorite et actinote* (degré 1 à 2) [1]. Ce faciès accuse un degré supérieur à

[1] M. Orcel et Mme Jérémine ont bien voulu me donner leur avis sur ces roches du moulin de la Rode. La chlorite est du clinochlore.

celui des cipolins de l'Aigoual et marque le passage aux paragneiss amphiboliques à actinote de la série du Viala. L'âge en est incertain. Les gneiss à hornblende de Montjaux, qui ont la composition chimique d'une dacite, sont probablement des orthogneiss. Les gneiss d'injection et d'imprégnation du Rouergue, que j'ai décrits dans des notes antérieures, se sont formés au détriment des deux séries du Viala et du Truel et ne représentent pas des termes plus anciens.

Au Nord du massif granito-gneissique du Rouergue on retrouve des schistes séricíteux et graphiteux, par exemple à l'Est, près de Saint-Geniez et à l'Ouest près de Pléaux. Ceux-ci passent aux micaschistes et gneiss micaschisteux de la Corrèze. Enfin, au delà de la zone de dislocation d'Argentat, G. Mouret a noté une bande NW-SE de schistes et quartzites séricíteux, où M. M. Roques a découvert, en 1938, des dolomies et calcaires à entroques.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Un groupe remarquable de perturbations ionosphériques à début brusque.* Note (1) de M. **Robert Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

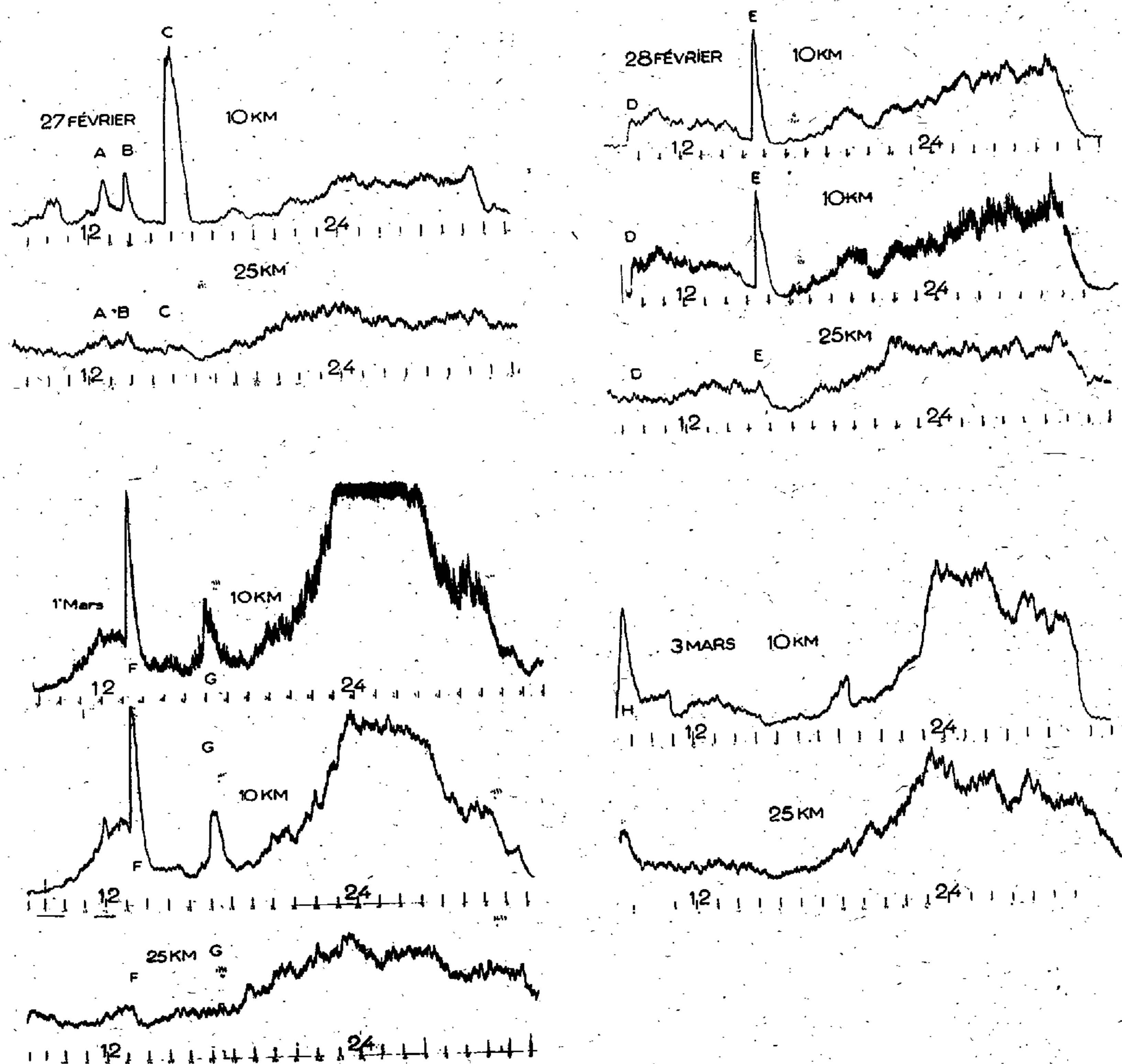
Nous avons montré (2) que les enregistreurs de parasites atmosphériques inscrivaient avec une netteté singulière l'amélioration instantanée et brutale de la propagation des ondes longues (entre 7000^{m} et 15000^{m} de longueur d'onde) qui accompagne les perturbations ionosphériques à début brusque révélées aussi par les évanouissements brusques des ondes courtes (3).

La plupart de ces perturbations brusques sont provoquées par le rayonnement ultraviolet du Soleil qui accompagne des éruptions chromosphériques intenses (3).

Les figures ci-après reproduisent des enregistrements d'atmosphériques sur 10000^{m} et sur 25000^{m} de longueur d'onde qui signalent l'existence d'un groupe très important de perturbations à début brusque (désignées sur les figures par les lettres A à H) survenues entre le 27 février et le 3 mars 1941. Les montées brusques des courbes sont parmi les plus violentes qui aient été

(1) Séance du 24 mars 1941.
(2) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1534.
(3) *Journal de Physique*, 7e série, **10**, 1939; R. Jouaust, p. 251; R. Bureau, p. 260; J. Eble, p. 271; L. d'Azambuja, p. 274.

enregistrées. Depuis décembre 1940 aucune perturbation à début brusque ne s'était manifestée. Chaque figure reproduit à la fois 1 ou 2 enregistre-



Enregistrements obtenus en 24 heures, à partir de 8h T. M. G. des quatres dates inscrites.

La courbe moyenne, pour le 28 février, la courbe supérieure, pour le 1er mars, sont relatives à l'énergie moyenne sur 10km de longueur d'onde.

Les autres courbes se rapportent au nombre d'atmosphériques en 3 minutes sur 10 et 25km.

ments sur 10000m et 1 enregistrement sur 25000m, de manière à mettre en évidence l'un des caractères de ce phénomène qui est de disparaître sur les longueurs d'onde supérieures à 17000m.

Le phénomène a été suivi sur les ondes de 5000^{m} et de 2000^{m} grâce à des enregistrements d'atmosphériques sur ces deux ondes. L'amélioration de la propagation s'est manifestée sur 5000^{m}, mais moins vigoureusement que sur 10000^{m}. Sur 2000^{m} par contre on ne note aucune amélioration de la propagation, ni aucun évanouissement.

Un orage magnétique a éclaté le 1er mars à 4^{h}, c'est-à-dire environ 39 heures après le début de la perturbation A et 36 heures après celui de la perturbation violente C. Cet intervalle correspond très bien à la différence de temps qui affecterait deux rayonnements émanant de la même source solaire, l'un ultraviolet, l'autre corpusculaire.

Perturbations enregistrées du 28 *février au* 3 *mars* 1941.
(Heures T. M. G. du début, du maximum et de la fin).

A 27 février...	1230-1244-1305	E 28 février...	1525-1535-1612
B 27 » ...	1340-1347-1415	F 1er mars.....	1314-1320-1400
C 27 » ...	1542-1603-1700	G 1er »	1654-1658-1715
D 28 » ...	0930-0933	H 3 »	0820-0842-0930

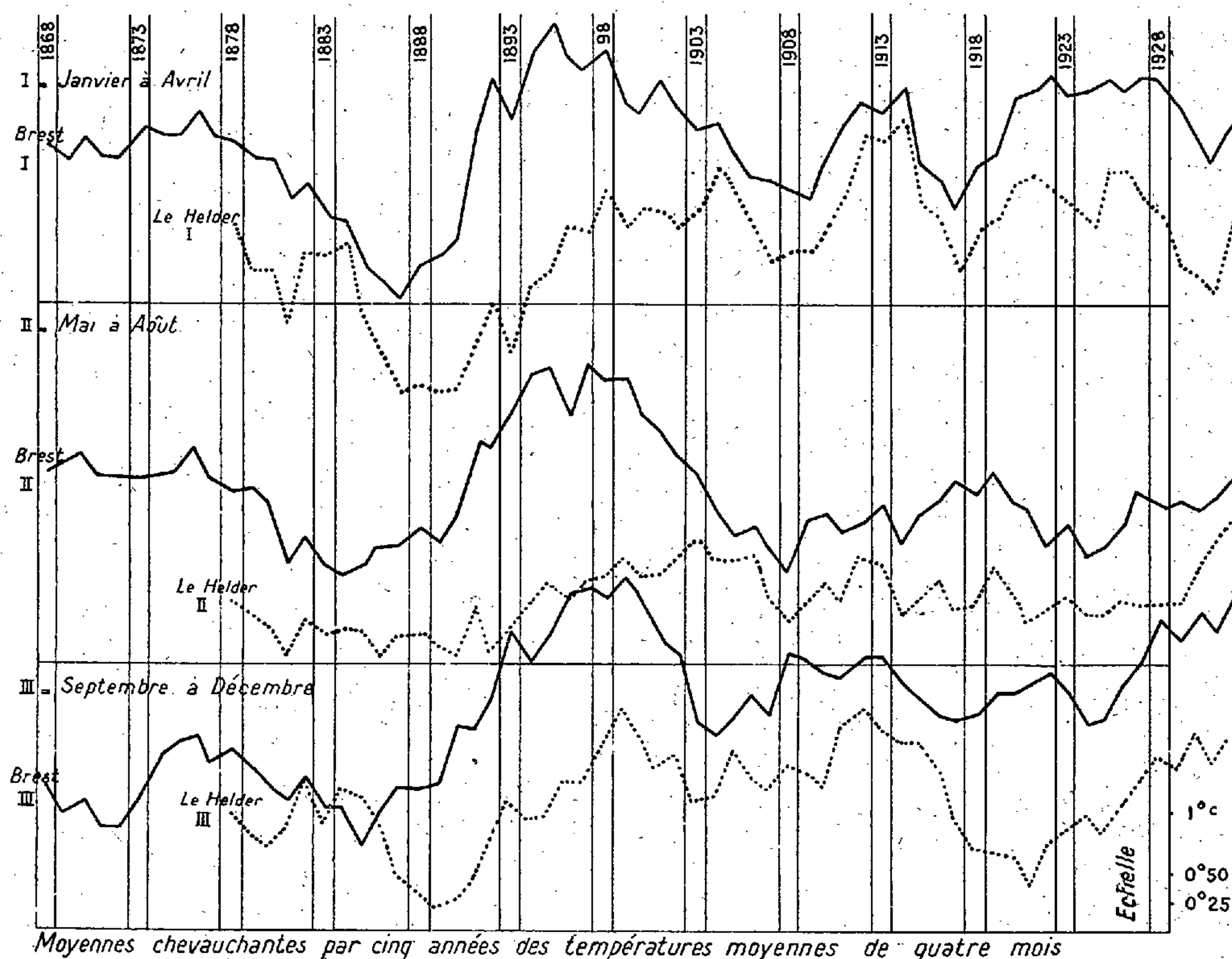
CLIMATOLOGIE. — *Sur le réchauffement du climat des côtes septentrionales de l'Europe entre* 1866 *et* 1936 *et au delà.* Note (¹) de M. **Jean Legrand**, présentée par M. Georges Perrier.

J'ai montré (²) que les moyennes quinquennales chevauchantes des températures annuelles de l'air et de la surface de la mer dénotaient un réchauffement.

Doit-il être attribué à l'adoucissement des hivers? Pour m'en rendre compte j'ai calculé pour Brest et Le Helder les températures moyennes de chacun des groupes de quatre mois suivants : I, janvier à avril, hiver conventionnel; II, mai à août, mois d'été, III, septembre à décembre, mois d'automne. D'où les moyennes chevauchantes quinquennales représentées par la planche ci-après, limitée à 1934 parce que le relevé de Brest, que je dois à M. Coutagne, ne dépasse pas 1936. Cette planche montre que l'ascendance à Brest est surtout marquée en automne et celle au Helder en hiver. En été il n'y a pas d'ascendance générale à Brest tandis qu'elle se manifeste au Helder.

(¹) Séance du 17 mars 1941.
(²) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 540-542.

Cette dernière station m'empêche de considérer le réchauffement des hivers comme un héritage de celui des automnes par inertie thermique. La différence de comportement du Helder et de Brest me paraît d'accord avec les vues de M. Ed. Le Danois ([3]) sur la transgression annuelle des eaux



Moyennes chevauchantes par cinq années des températures moyennes de quatre mois

atlantiques. Elles atteignent Brest en automne, ne peuvent forcer le passage de la Manche et doivent doubler l'Écosse pour parvenir en mer du Nord en hiver. Le point faible est qu'on ne peut les déceler avec certitude sur la côte hollandaise qu'exceptionnellement. Je me propose de faire intervenir Aberdeen, Esbjerg et des stations norvégiennes pour vérification de cette corrélation entre les données océanographiques et les données climatologiques.

([3]) *L'Atlantique. Histoire et vie d'un Océan*, Paris, 1938, p. 152, etc.

OCÉANOGRAPHIE. — *Variations, au cours du flot, de quelques facteurs physicochimiques dans l'estuaire du Bou-Regreg (Maroc Occidental).* Note [1] de M. **Claude Francis-Bœuf**, présentée par M. Georges Perrier.

Le 16 septembre 1940, j'ai effectué, au milieu de l'estuaire du Bou-Regreg, par le travers de la Tour Hassan, à Rabat, à $2^{km},200$ de l'extrémité des digues du port, une série de mesures physicochimiques.

Le Bou-Regreg est un fleuve marocain dont la source est aux pieds du Moyen-Atlas. Après un parcours d'environ 300^{km}, il se jette à Rabat-Salé dans l'Océan Atlantique. Les 20 derniers kilomètres de son cours inférieur constituent un estuaire à marées.

A cette époque de l'année, le débit du fleuve est insignifiant. La hauteur de marée était de 34^{dm}, ce qui correspond à un fort coefficient de marée.

Les méthodes de mesure utilisées ont été les suivantes :

1. *Salinité.* — Dosage des chlorures au nitrate d'argent (méthode de Knudsen).
2. *Transparence.* — Disque blanc de Secchi, de 25^{cm} de diamètre.
3. *Débit solide.* — Prise d'un litre d'eau et pesée du résidu sec après filtration.
4. *Courant.* — Mesure du temps mis par un flotteur en liège pour parcourir une distance déterminée.
5. pH. — Gamme colorimétrique utilisant comme indicateurs le bleu de bromothymol entre pH 6 et 7,6 et le rouge de phénol entre pH 6,8 et 8,4.
6. *Température.* — Thermomètre fronde, gradué au dixième de degré.

Les graphiques ont été obtenus en portant les temps en abscisses et les différentes variables physiques en ordonnées.

Ces facteurs, qui déterminent, en partie, le milieu physicochimique d'un estuaire, peuvent être divisés en deux catégories :

facteurs prédominants : courants, salinité;

facteurs secondaires : pH, débit solide et transparence, température.

Ils peuvent être analysés séparément :

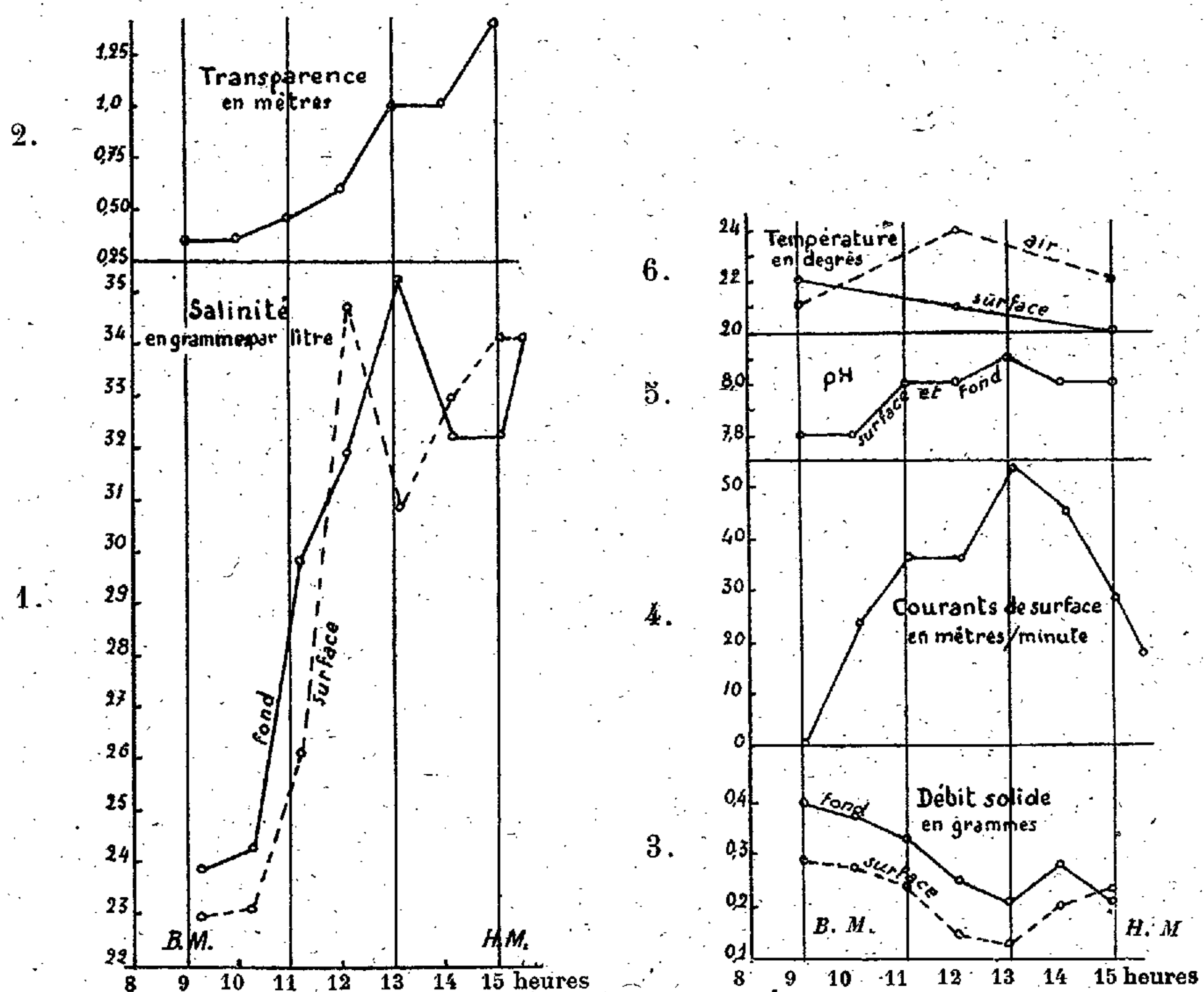
1° A l'étale de basse mer, le courant de surface a une vitesse nulle. Deux heures avant la haute mer, le courant atteint sa vitesse maxima (54 mètres/minute). Cette vitesse diminue ensuite régulièrement jusqu'à haute mer. Le régime est très turbulent et j'ai pu observer des systèmes de tourbillons à axes horizontaux ou verticaux.

2° Le degré de salinité est toujours assez élevé : le minimum (23 ‰) se

---

(1) Séance du 24 février 1941.

situe à basse mer, tandis que le maximum a lieu trois heures avant la haute mer pour les eaux de surface et deux heures avant la haute-mer pour les eaux de fond. La stratification des eaux par ordre de densité n'est pas



nette, surtout en fin de marée : elle est même quelquefois intervertie par les courants. Dans l'ensemble, courants et salinités varient de la même manière.

3° La transparence et le débit solide varient, comme il est normal, en sens inverse l'un de l'autre. Au minimum du débit solide correspond un palier dans le graphique de transparence. A mesure que les eaux marines pénètrent dans l'estuaire, la transparence augmente et le débit solide diminue en demeurant toujours plus élevé au fond qu'en surface.

4° L'accroissement de la concentration en électrolytes, par pénétration des eaux marines, conduit à une variation du pH en un point de l'estuaire, qui reste cependant toujours alcalin. De 7,8, à basse-mer, celui-ci passe à 8,1, maximum qui correspond à celui de salinité. Toutes les mesures ont indiqué un pH identique pour les eaux de fond et de surface.

5° La température des eaux de surface diminue nettement à mesure que

l'eau de mer pénètre dans l'estuaire. Il en est de même pour les eaux de fond. Fait remarquable : la température de l'air ambiant ne semble guère influencer celle des eaux.

En cette station d'observation et à cette époque de l'année, toute la physicochimie de l'estuaire est dominée par la progression du flot. Toutefois, la variation de chacun des facteurs étudiés n'est pas continue pendant toute la durée de ce phénomène : l'inversion du sens de la variation est visible presque partout deux heures avant la haute mer : la plupart des maxima et des minima se situe à ce moment. Il apparaît donc que le jusant gagne en influence sur le flot. Ce phénomène devient surtout net lorsqu'on se trouve en période de crues.

Dans l'étude du mécanisme de la sédimentation fluvio-marine, il est par conséquent nécessaire de tenir compte de l'interdépendance visible de tous ces facteurs physicochimiques.

MYCOLOGIE. — *Le parasitisme du Noyer par* Gnomonia leptostyla (*Ces. et de Not.*) Klebahn *et son cycle évolutif.* Note (¹) de MM. **A. Sartory** et **J. Meyer.**

Le Champignon de l'anthracnose du Noyer, *Marsonia Juglandis* (Leb.) *Sacc.* a été considéré jusqu'ici comme constituant une forme imparfaite d'Ascomycètes, dont la génération sexuée n'était pas connue avec certitude.

Nous avons pu étudier ce Champignon parasite à la fois *in situ* sur les feuilles et les fruits du Noyer et par la culture dans un milieu spécial à base de jus de feuilles de Noyer.

A l'examen cultural les conidies sont groupées en fascicule autour d'une cellule sphérique, leur donnant naissance, et elle-même insérée sur un pédicelle uni à tricellulaire.

Ces conidies, réunies par une gelée mucilagineuse, se détachent et présentent tous les caractères de celles de *Marsonia Juglandis*, étudiée déjà par Prillieux et par Klebahn. Nous n'insistons donc plus ici sur la génération asexuée.

Notre attention a été attirée au cours de nos recherches sur la grande fréquence de *Mercurialis perennis*, poussant dans les lieux largement ombragés par les Noyers de l'Auvergne. Les longues racines de cette

(¹) Séance du 24 mars 1941.

Euphorbiée, rampant à la surface du sol, permettent au parasite de l'anthracnose du Noyer de se perpétuer et de passer l'hiver d'une année à l'autre.

Nous avons suivi pendant plusieurs mois l'évolution de ces lésions et nous avons constaté que les périthèces s'y forment dans le parenchyme cortical de la racine de *Mercurialis perennis*; seul le col long et étiré, de teinte brun foncé, sort au-dessus de l'assise subéreuse et pilifère de cet organe. Ce col est muni à maturité de longs fulcres ondulés et soyeux. Les asques n'apparaissent qu'au printemps, ils sont cylindriques, amincis à leur partie inférieure et renferment chacun huit ascospores incolores, fusiformes, allongées, effilées aux deux extrémités et munies d'une cloison transversale. La cellule inférieure est plus petite que la cellule germinatrice supérieure.

Les dimensions de ces éléments sont

Périthèce.....	270^{μ} à 500^{μ} de long	sur 80^{μ} à 200^{μ} de large.	
Asques.......	120^{μ} à 160^{μ} »	sur 10^{μ} à 16^{μ} »	
Ascospores....	12^{μ} à 16^{μ} »	sur 4^{μ} à 6^{μ} »	

Les essais expérimentaux de contamination des feuilles de Noyer par les ascospores du Champignon provenant de la Mercuriale vivace nous ont permis de poser le diagnostic définitif de l'origine et des relations de cet organisme à reproduction sexuée avec le parasite asexué de l'anthracnose des feuilles et des fruits du Noyer.

Ces essais d'infection artificielle ont été effectués par contamination des feuilles du noyer à l'atmosphère libre sur des arbres poussant dans la campagne même et strictement contrôlés d'un côté par contamination de jeunes plants de Noyer, de l'autre côté cultivés sous la cloche dans le laboratoire.

D'autre part des cultures sur dispositifs spéciaux et sur milieu spécifique au jus de Noyer ont été pratiquées à partir de prélèvements de formes ascosporées provenant de *Mercurialis perennis*. Nous avons ainsi pu réaliser la formation des formes sexuées à périthèces sur milieu cultural.

D'après nos constatations il ne semble plus douteux que l'anthracnose du Noyer soit due à un Champignon qui habite successivement sur deux plantes très différentes; il s'agit d'un Champignon hétéroïque.

Par ses propriétés morphologiques et ses formes de reproduction, il s'agit d'un Ascomycète de la classe des Pyrénomycètes, famille des Sphériales, genre *Gnomonia* et que nous nous proposons d'appeler définitivement *Gnomonia leptostyla* (Ces. et de Not.) *Klebahn*.

Le nom donné jusqu'à présent au Champignon imparfait, se trouvant dans les macules de l'anthracnose du Noyer, *Marsonia Juglandis* (Leb.) *Sacc.*, doit être supprimé.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'absorption et l'utilisation de l'azote par les Céréales*. Note [1] de M. **Henri Burgevin**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nos recherches nous ont montré que, chez l'Orge de printemps et sans doute aussi chez toutes les Céréales, l'absorption de l'azote et la formation des protides ne sont guère conditionnées que par la quantité de cet élément dont la plante peut disposer. Dans de larges limites, la formation des matières azotées est peu influencée par certains facteurs qui, au contraire, sont susceptibles de faire varier considérablement le rendement, c'est-à-dire la quantité, grain et paille, de matière sèche formée. En particulier, ce rendement peut être fortement abaissé sans que la quantité d'azote absorbé subisse une diminution notable.

Voici quelques exemples empruntés à des expériences dans lesquelles le facteur limitant le rendement a été 1° l'époque d'application de l'engrais azoté; 2° la diminution de l'éclairement; 3° la date du semis.

I. Dans cette expérience en vases de végétation sur Orge *Sarah*, une même quantité d'azote (0g,500 par vase) a été appliquée à des dates différentes. On a obtenu

	Dates d'application...	Avant semis.	5 mai (tallage).	25 mai	12 juin (épiaison).
Récolte en grammes par vase	Grain..........	21,65	20,00	11,10	6,30
	Paille..........	40,95	35,30	19,60	16,00
	Total..........	62,60	55,30	30,70	22,30
Azote dans la récolte	Grain..........	0,700	0,187	0,172	0,159
	Paille..........	0,203	0,258	0,250	0,212
	Total..........	0,433	0,445	0,422	0,371

Le rendement a varié presque de 1 à 3 tandis que l'azote absorbé n'a diminué notablement que pour l'apport fait à une époque aussi tardive que l'épiaison.

II. Dans cette expérience le facteur limitant le rendement a été la

[1] Séance du 24 mars 1941.

réduction de l'éclairement (50 % environ par ombrage en serre). Une série de vases de végétation était ombragée, l'autre laissée dans les conditions normales d'éclairage. Le tableau suivant indique les résultats obtenus dans la récolte au 5 juillet.

Azote en grammes par vase		0,000	0,200	0,400	0,600	0,800
Matière sèche	série normale	15,8	21,9	26,6	29,6	29,3
	» ombragée	13,4	17,1	18,8	18,5	18,6
Azote „ dans la récolte	série normale	0,142	0,210	0,279	0,400	0,479
	» ombragée	0,141	0,207	0,263	0,370	0,405

Dans la série ombragée, le rendement par rapport à la série normale a été relativement beaucoup plus abaissé que l'absorption de l'azote.

III. Les essais ci-après ont été effectués en plein champ sur Orge *Kénia*. On a provoqué la diminution du rendement par des semis de plus en plus tardifs. Les résultats sont particulièrement nets dans la série qui a reçu une fumure complète comportant 30^{kg} d'azote par hectare. Les rendements ont été, en quintaux par hectare,

	Date du semis	1-3-38.	24-3-38.	15-4-38.	7-5-38.
Grain		44,6	41,5	32,6	22,5
Paille		40,85	38,9	36,1	31,45
Azote dans la récolte	Grain	61,1	61,0	53,45	41,15
	Paille	14,9	13,9	22,0	31,75
	Total	76,0	74,9	75,45	72,90

Tandis que le rendement s'est abaissé de façon continue avec l'époque du semis jusqu'à 51 % pour le grain et 77 % pour la paille dans le semis le plus tardif, l'azote dans la récolte n'a pratiquement pas varié. Des résultats analogues ont été obtenus en 1940. Les chiffres sont de même sens dans la série sans fumure azotée.

Il est à noter qu'il en est de même quand le facteur limitant est l'insuffisance d'un élément fertilisant autre que l'azote.

La conséquence d'une diminution du rendement en présence d'une absorption peu variable d'azote est un enrichissement global relatif de la plante en cet élément. Dans les conditions normales de la culture, il en résulte 1° Un accroissement relativement peu important de la teneur en azote de grain, le grain présentant une certaine résistance à toute variation de composition. En plein champ, l'azote du grain a passé de 1,37 à 1,83 % ; 2° Un accroissement centésimal de la paille en azote beaucoup plus considérable (de 0,36 à 1,00); 3° Une diminution du rapport grain/paille,

c'est-à-dire une augmentation de la proportion de paille par rapport au grain.

Cette large indépendance de l'absorption de l'azote par la plante par rapport au rendement total et sa stabilité relative montrent que la teneur en azote des Céréales est sous la dépendance de tous les facteurs qui déterminent le rendement. Ces faits permettent de mieux comprendre la variation de la teneur en azote d'une même variété suivant les sols, la fumure et les caractères météorologiques de l'année. Ils expliquent en outre l'absence de corrélation étroite entre la fumure azotée et le taux d'azote dans le grain.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'irradiation visuelle.* Note (¹) de M. **Jean Lagrula**, transmise par M. Charles Fabry.

Lorsqu'on essaye de mesurer l'irradiation visuelle, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un instrument de visée, l'œil associe l'étalon de longueur, division graduée ou distance de fils micrométriques, à l'objet étudié, de telle sorte que le phénomène semble inexistant. L'étalon de longueur subit la même irradiation que l'objet. En particulier, avec un instrument de visée, on peut obtenir, pour un objet de dimensions fixes mais de brillance variable, des résultats qui dépendent de la brillance : on mesure alors, non pas l'irradiation, mais les effets des aberrations de l'instrument et de la diffraction.

Observons, en accommodant correctement, une place circulaire dont le diamètre apparent, pour le point nodal antérieur de l'œil, est α_0. L'image rétinienne, au lieu d'avoir, pour le point nodal postérieur, le diamètre apparent α_0, a un diamètre apparent α supérieur à α_0. Pour une lumière de composition spectrale déterminée, α est fonction de la brillance de la plage et de celle du décor. Appelons coefficient d'irradiation C la dérivée de α par rapport au logarithme de la brillance dans le cas, celui des astronomes, d'un décor de brillance négligeable; nous aurons affaire à des angles assez petits pour qu'on puisse confondre avec la tangente la valeur en radians.

C'est sur la rétine, ou sur une image de la rétine, qu'il faudrait placer l'étalon de longueur destiné à mesurer l'irradiation. Autrement dit, la

(¹) Séance du 10 mars 1941.

mesure objective devrait être faite par un deuxième observateur, effectuant des pointés micrométriques, au moyen d'un ophtalmomètre, sur les images rétiniennes du premier. La difficulté d'une telle technique impose la méthode subjective suivante, où le phénomène est évalué par égalisation *au jugé*.

Deux ouvertures, de diamètres respectifs de $7^{mm},3$ et $6^{mm},3$, sont équidistantes d'une lampe qui les éclaire. Elles sont placées contre un verre dépoli. L'observateur, dont l'œil actif est à $1^{m},50$ de chacune des ouvertures, les examine à travers un filtre, rouge, jaune, vert ou bleu, de longueur d'onde effective 7 000, 5 850, 5 200 ou 4 700 Å environ. Devant l'ouverture la plus grande, on déplace un coin photométrique qui affaiblit sa brillance, jusqu'à obtenir l'égalité apparente des diamètres des plages. Pour éliminer la sélectivité, d'ailleurs peu accentuée, du coin, on compare celui-ci à un disque tournant de secteur constant, en utilisant cette fois deux ouvertures égales.

En effectuant, pour chaque filtre, 10 séries de 10 mesures, dans un ordre propre à éliminer les variations d'ordre physiologique, j'ai obtenu les résultats suivants, exprimant la valeur de la densité optique du coin qui réalise l'égalisation :

$$d_B\ 1,151,\quad d_V\ 1,161,\quad d_J\ 1,108,\quad d_R\ 1,173,\quad d_S\ 1,154.$$

d_S est la densité sans filtre et correspond à une lumière complexe, blanche. L'erreur probable de ces résultats est inférieure à 0,030. En divisant la différence des diamètres des deux plages, c'est-à-dire $\Delta\alpha = 1/1500$, par les densités optiques, égales aux variations du logarithme de la brillance, on obtient les coefficients d'irradiation

$$C_B\ 614.10^{-6},\quad C_V\ 609.10^{-6},\quad C_J\ 638.10^{-6},\quad C_R\ 603.10^{-6},\quad C_S\ 613.10^{-6}.$$

La signification de ces valeurs est assurée par le fait qu'au voisinage des brillances utilisées elles dépendent peu de la brillance. D'ailleurs, par un déplacement de la lampe, je réalisais l'égalisation hétérochrome approximative des différents cas. Seul le filtre bleu, trop absorbant, ne permettait pas de la réaliser. La valeur C_B demande à être légèrement diminuée, ce qui rend très improbable un minimum secondaire de C au voisinage du vert. On voit que l'irradiation dépend peu de la longueur d'onde; cependant le maximum de C dans le jaune, bien que peu accentué, est réel. Il était inattendu. Il n'a rien à voir avec le chromatisme de l'œil, auquel on serait tenté d'attribuer l'irradiation. En photométrie photographique, on

rencontre également un phénomène d'irradiation. On l'attribue parfois aux aberrations des objectifs. Mais, comme le montrent les clichés obtenus *par contact*, le gros du phénomène est une diffusion de la lumière dans la couche sensible. Il doit en être de même pour la rétine, dans laquelle les radiations jaunes seraient particulièrement diffusées. A l'appui de cette hypothèse, notons que le pourpre rétinien devient jaune sous l'action de la lumière blanche.

Il sera utile de compléter ces résultats par ceux d'autres observateurs, de voir s'il existe une *équation de position*, et d'étudier les variations de C en fonction de α et en fonction de la brillance. Avec cette dernière, C varie peu au voisinage de la brillance que j'ai utilisée. Les C obtenus sont comparables aux γ des émulsions photographiques. Ils concernent le phénomène de Purkinje relatif à la variable irradiation, utilisée en photométrie photographique, mais passée sous silence en photométrie visuelle.

CHIMIE PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Variation en fonction du temps de l'activité optique des protéines totales du sérum sanguin en milieu alcalin.* Note (1) de Mme **Madeleine Roy** et M. **Augustin Boutaric**, présentée par M. Charles Achard.

Nous avons exposé (2) les résultats de recherches relatives à la diminution qu'éprouve l'activité optique des diverses protéines sériques en solution alcaline; nous avons constaté que ce phénomène de racémisation se présente avec une intensité particulière pour la sérum albumine, qu'il est moins sensible pour la myxoprotéine et moins encore pour la globuline. Il nous a paru intéressant de l'envisager sur le mélange des trois protéines tel que le fournit l'extraction des protéines totales d'un sérum par la méthode de l'acétone à froid de M. Maurice Piettre.

Dans un flacon de 150^{cm^3} on introduit $3^g,190$ de protéines totales extraites d'un sérum de bœuf et on les additionne d'environ 100^{cm^3} d'eau; les protéines se gonflent et se dissolvent; la solution ainsi obtenue, toujours légèrement opalescente, devient parfaitement claire par addition de 2^{cm^3} de solution normale de soude, neutralisés aussitôt après par 2^{cm^3} de solution normale d'acide chlorhydrique; l'addition consécutive de soude et d'acide chlorhydrique revient à opérer la solution en présence de chlorure de

(1) Séance du 24 mars 1941.

(2) A. Boutaric et M. Roy, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1120.

sodium sans influence sur l'activité optique des protéines sériques, ainsi que nous l'avons signalé antérieurement. On complète ensuite le volume de solution à 150$^{cm^3}$ et l'on dilue, à volumes égaux, la solution obtenue avec des solutions de soude N, N/2,5 et N/5, ce qui fournit des solutions de protéines sériques dans des milieux alcalins dont les concentrations en soude sont respectivement N/2, N/5 et N/10.

Les activités optiques ont été mesurées au moyen du spectropolarimètre de Jobin et Yvon pour les radiations jaune et verte de l'arc au mercure. Nous donnerons seulement les résultats relatifs à la radiation verte ($\lambda = 546\,m\mu$). Avant dilution dans la soude, la rotation produite par un tube de 10^{cm} était 1°25. Les mesures sur les solutions diluées de moitié par la solution sodique ont été faites au moyen de tubes de 20^{cm} de longueur; elles ont fourni des valeurs toutes supérieures à la précédente, en accord avec l'accroissement d'activité optique qu'éprouvent les protéines sériques en milieu alcalin. Mais cette activité optique diminue ensuite en fonction du temps. Nous avons étudié le phénomène sur les trois solutions à 0°, à 15° et à 32°.

Le tableau suivant donne les valeurs du pouvoir rotatoire en fonction du temps *t* pour les diverses solutions maintenues à 0° et à 32°.

	t.....	0.	18h.	2 j.	4 j.	7 j.	10 j.	15 j.	25 j.	50 j.
$\frac{N}{2}$	0°..	86,52	»	»	77,58	»	71,37	»	61,42	58,77
	32°..	86,52	58,77	49,37	42,32	32,91	25,86	23,59	23,51	»
$\frac{N}{5}$	0°..	84,63	»	»	81,78	»	76,10	»	74,30	70,53
	32°..	84,63	70,53	65,82	56,42	54,07	47,02	39,96	37,61	»
$\frac{N}{10}$	0°..	84,63	»	»	»	84,63	82,00	»	81,78	77,58
	32°..	84,63	77,58	70,53	63,48	58,77	58,77	54,07	54,07	»

En l'absence de soude le pouvoir rotatoire moyen des protéines sériques était 58,8. La présence de soude entraîne une augmentation notable de la valeur initiale de ce pouvoir rotatoire; mais, en même temps, par suite de l'effet de racémisation, il se produit une diminution progressive du pouvoir rotatoire en fonction du temps d'autant plus rapide que la concentration en soude est plus forte et que la température est plus élevée.

Nous avons comparé la courbe représentant comment varie en fonction du temps le quotient ρ/ρ_0 du pouvoir rotatoire par sa valeur initiale aux courbes qui représentent le même quotient pour la sérum albumine, la myxoprotéine et la globuline. La courbe relative aux protéines globales est comprise entre les courbes relatives à la myxoprotéine et à la globuline;

elles-mêmes très voisines et très écartées de la courbe de la sérum albumine, protéine sur laquelle l'effet de racémisation est de beaucoup le plus intense.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'état du cholestérol dans le sérum sanguin. Destruction des cénapses cholestéroprotéidiques par les saponosides.* Note [1] de M. **Francis Tayeau**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les lipides et les stérols, substances insolubles dans l'eau, se trouvent dans le sérum sanguin à l'état de solution aqueuse, grâce aux liaisons qui les unissent aux protéides pour former des cénapses lipidoprotéidiques [2].

Les liaisons qui unissent ainsi les lipides et les protéides sont plus ou moins labiles; certains lipides sont très solidement attachés aux protéides, d'autres ne leur sont liés que peu énergiquement.

Après avoir étudié l'action sur le sérum sanguin de l'éther additionné de faibles quantités d'alcool, Machebœuf et Sandor [3] ont émis une hypothèse, basée sur les conceptions de Langmuir et Harkins [4], d'après laquelle les lipides et les protéides, dans les cénapses les moins stables, seraient liés par solvatation réciproque de leurs chaînes polyméthyléniques homologues.

Lors de récents travaux [5], nous avons pu apporter de nouveaux arguments en faveur de cette hypothèse en étudiant l'action des savons sur le sérum sanguin. Nous avons, en effet, remarqué que les savons possèdent la propriété de *décoller* une partie des substances lipoïdiques liées aux protéides pour venir se souder à leur place en formant de nouvelles cénapses protéides-savons. Les substances lipoïdiques ainsi libérées sont facilement extractibles par l'éther; elles sont constituées par des glycérides, des phosphatides, des stérides et des stérols dans la constitution desquels existent toujours des chaînes polyméthyléniques.

---

(1) Séance du 17 mars 1941.

(2) Machebœuf, *État des lipides dans la matière vivante. Les cénapses et leur importance biologique*, Paris, 1937 (*Actualités scientifiques*).

(3) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1102; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **14**, 1932, p. 1168 à 1190.

(4) *J. Am. Chem. Soc.*, **39**, 1917, p. 1848.

(5) Machebœuf et Tayeau, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 860; Tayeau, *Thèse de Doctorat ès Sciences*, Bordeaux, 1939.

Mais une partie des cénapses cholestéroprotéidiques résiste à l'action des savons et de l'éther; il faut donc admettre que les liaisons unissant le cholestérol et les protéides dans ces cénapses sont d'un autre type.

Les stérols, qui sont libérés par les savons, sont probablement liés aux protéides par solvatation de leur chaîne latérale aliphatique sur les chaînes aliphatiques des protéides, ou bien ce sont des stérols estérifiés par des acides gras et ce seraient ces acides gras qui seraient solvatés aux protéides. Au contraire, les stérols que ne libèrent pas les savons peuvent être unis par solvatation de leur noyaux cycliques eux-mêmes sur des parties de forme semblable existant dans les molécules protéidiques.

S'il en est ainsi, des substances hydrosolubles possédant dans leurs molécules des cycles cyclopenténophénanthréniques analogues à ceux des stérols doivent pouvoir prendre la place des stérols et les expulser des cénapses stéro-protéidiques. Les substances cyclopenténophénanthréniques hydrosolubles, que nous avons utilisées pour réaliser des essais sont des saponosides, et nous avons constaté effectivement que ces substances *décollent* quantitativement le cholestérol du sérum.

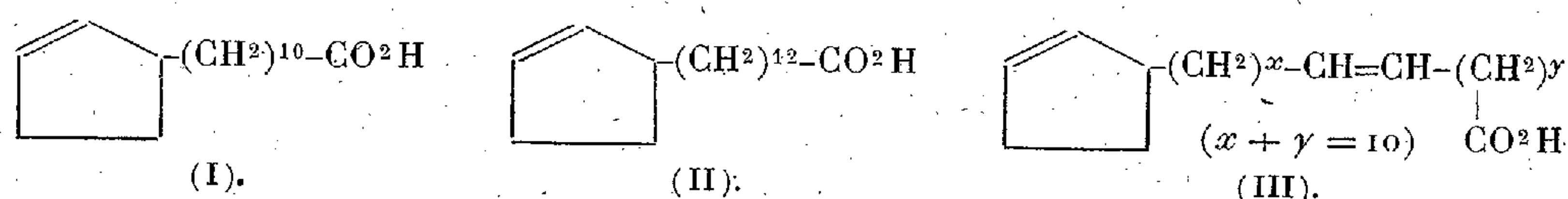
L'une de nos expériences fut par exemple conduite ainsi : deux prises d'essai identiques de 20^{cm^3} d'un sérum de cheval sont agitées avec 20^{cm^3} d'éther; à l'un des échantillons de sérum, on ajoute 1^{cm^3} d'une solution à 10 % de saponoside, ajustée au même pH que le sérum (7,4). Après huit jours de contact, on constate que l'éther, en l'absence de saponoside, n'a enlevé au sérum que des traces infimes de cholestérol ($0^{mg},5$), alors que l'éther agité avec le sérum additionné de saponoside enlève à ce sérum la totalité du cholestérol qu'il contient ($1^g,2$ à $1^g,3$).

Bien plus, l'éther, même en présence de saponosides, n'extrait pas du tout les phosphatides, qui restent intimement liés aux protéides; ceci prouve que le mode d'union des phosphatides et des protéides n'est pas le même que le mode d'union des stérols et des protéides. Pour les phosphatides que les savons décollent, la simple solvatation de chaînes polyméthyléniques doit être admise; pour les stérols, une solvatation de cycles homologues doit être envisagée.

Ces constatations nous permettent de penser que, dans les protéides, certains aminoacides s'associent en des cycles ou des noyaux (Fischer, Abderhalden, Karrer, Troensegaard, Bergmann et tout récemment Wrinch) sur lesquels le cholestérol serait solvaté, grâce à une certaine analogie existant entre ces noyaux et le cyclopenténo-phénanthrène.

CHIMIE THÉRAPEUTIQUE. — *Contribution à la chimie des huiles antilépreuses.* Note [1] de MM. **Buu-Hoï**, **Paul Cagniant** et **Joseph Janicaud**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'expérience millénaire des peuples orientaux, jointe aux résultats cliniques obtenus depuis plusieurs années par les Anglais et les Américains montre que le chaulmoogra et ses analogues (beurre de Gorli) possèdent une activité spécifique sur la lèpre. Cette propriété est due aux acides gras cyclopenténiques contenus dans ces huiles, acides hydrocarpique (I) et chaulmoogrique (II) dans celles provenant des *Taraktogenos* et *Hydnocarpus*, acide gorlique dans le beurre de Gorli (provenant du *Calonchoba echinata*). Aussi de nombreuses recherches ont-elles été effectuées sur ces



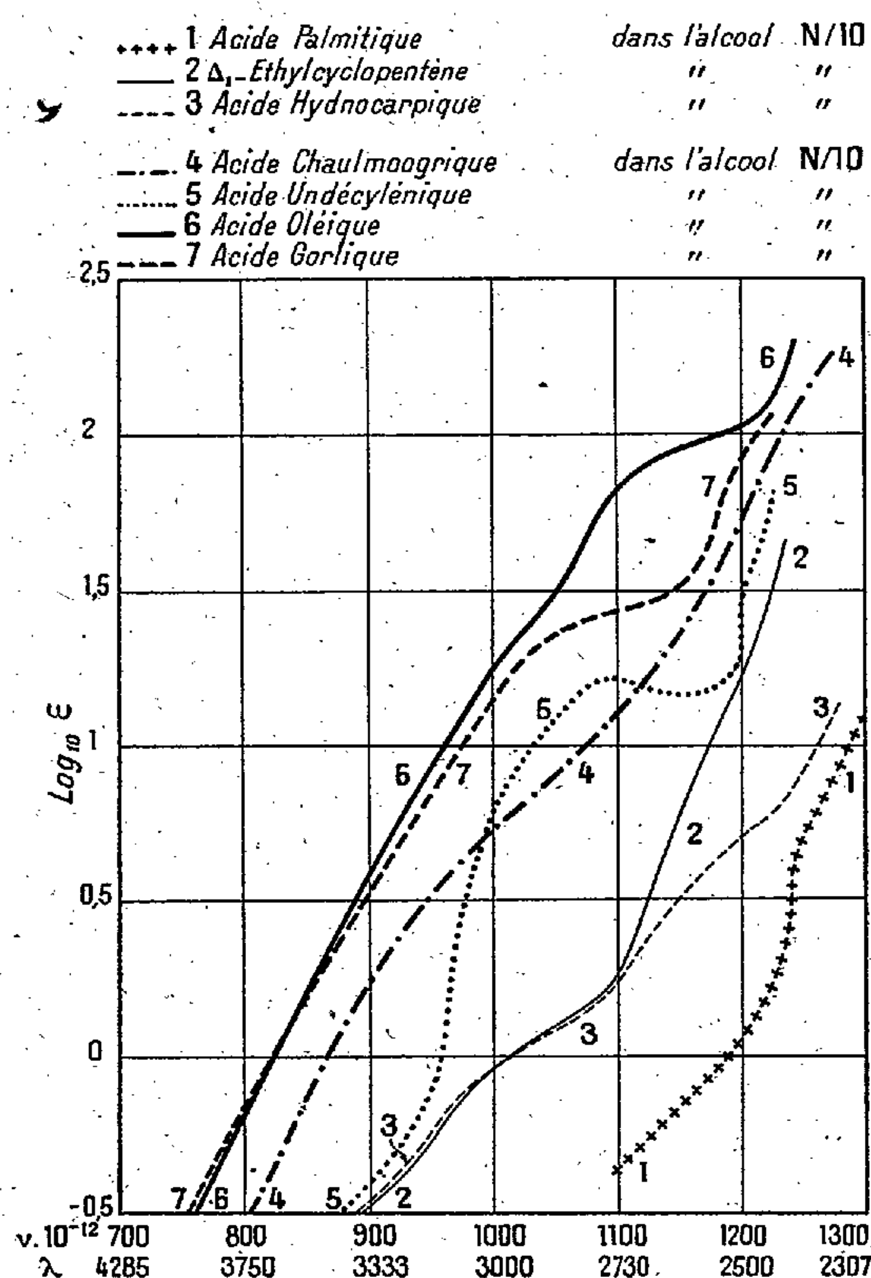
acides afin d'exalter leur activité antilépreuse par une modification convenable de leur molécule. Malheureusement ces recherches étaient généralement faites sur des mélanges d'acides gras totaux, ce qui ne fournissait que des mélanges de substances, et non des corps chimiquement définis. En effet, les acides hydnocarpique et chaulmoogrique, qui constituent la matière de départ, se laissent très difficilement séparer. La méthode de distillation fractionnée des acides libres (Dean et Wrenshall, Adams et collaborateurs) donnait des rendements infimes de 50^g d'acide (I) et 100^g de (II) pour 1000^g d'acides totaux. De même la rectification des éthers, effectuée par Dean et Wrenshall [2], ne leur a donné que des résultats peu satisfaisants. Kenner et Morton, en rectifiant les éthers méthyliques, ont pu arriver récemment à un rendement de 30 % environ en acides purs [3].

Nous avons repris cette question et réussi à élaborer une technique qui permet d'obtenir des rendements de 70-80 % en éthers éthyliques purs, à partir des acides gras totaux du chaulmoogra, et au moyen d'une seule distillation.

---

(1) Séance du 17 mars 1941.
(2) *J. Am. Chem. Soc.*, **42**, 1920, p. 2626.
(3) *Ber. d. Chem. Ges.*, **72**, 1939, p. 452.

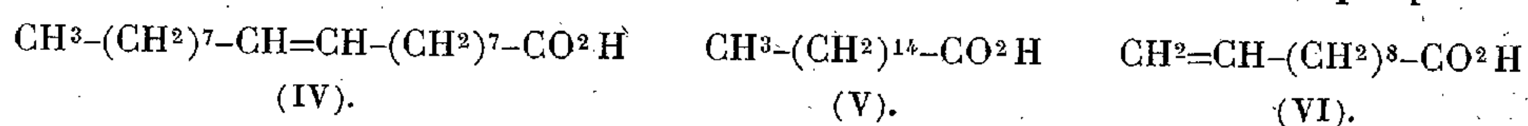
Technique. — On saponifie l'huile d'*Hydnocarpus wightiana* par la potasse hydroalcoolique à l'autoclave, et les acides totaux (1000^g) sont éthérifiés par l'alcool éthylique ($1^l,500$) et l'acide sulfurique (150^g) pendant 5 heures. On obtient alors 2 couches : la couche huileuse, insoluble dans l'alcool, est formée d'hydnocarpate et de chaulmoograte d'éthyle purs; la couche alcoolique renferme les éthers d'acides gras sans intérêt (acide palmitique). La couche huileuse est décantée, diluée avec de l'éther, lavée avec KOH diluée, puis à l'eau, séchée sur SO^4Na^2, soumise à l'évaporation et distillée dans un ballon Vigreux muni d'une colonne de 40^{cm} avec 8 plateaux pour une contenance de 1^l. La pression étant de $0^{mm},2$, et la vitesse de passage, d'une goutte toutes les 2 à 3 secondes, il passe à 158°-161° l'hydnocarpate d'éthyle sensiblement pur (environ la moitié



du volume des éthers totaux). La vitesse de la distillation et le degré de chauffe sont essentiels, car les chaleurs de vaporisation des 2 constituants sont très voisines. Après une faible fraction intermédiaire qui passe entre

162° et 170°, on obtient le chaulmoograte d'éthyle pur, bouillant à 171°-172° (1/3 du volume total). Ces éthers purs, saponifiés, fournissent les acides (I) et (II), qui, au bout de trois cristallisations dans l'éther de pétrole, sont tout à fait purs; (I) fond à 60° et (II) à 68°,5. Il est ainsi prouvé que l'huile d'*Hydnocarpus wightiana* est plus riche en acide hydnocarpique qu'en acide chaulmoogrique, ce qui n'a pas été remarqué jusqu'ici.

En ce qui concerne les propriétés physiques des trois acides cyclopenténiques actifs sur la lèpre, le spectre d'absorption de l'acide hydnocarpique est très voisin de celui du Δ_1-éthylcyclopentène, qui a le même noyau que lui. Celui de l'acide gorlique est très voisin de la courbe d'absorption de l'acide oléique (IV), ce qui confirme la formule (III) qui lui est attribuée par André et Jouatte [3]. L'acide chaulmoogrique a une absorption plus forte que l'acide hydnocarpique. Nous avons déterminé à titre de référence l'absorption de l'acide palmitique (V) et celle de l'acide undécylénique (VI). Ce dernier, qui possède



sa double liaison en ω, a une absorption nettement différente de celle de l'acide oléique, chez lequel cette double liaison est au milieu de la chaîne, ce qui indiquerait qu'une des liaisons éthyléniques de l'acide gorlique se trouve au milieu de la chaîne latérale. Les résultats de l'hydrogénation catalytique apportent une confirmation à ces vues.

PHARMACODYNAMIE. — *Étude physiologique d'un corps nouveau, le méconate double de morphine et d'urée.* Note de MM. **Alfred Daniel-Brunet** et **Mathurin Oliviero**, présentée par M. Paul Portier.

Il est actuellement admis que l'activité d'un alcaloïde est en partie sous la dépendance de l'acide qui le salifie.

Poursuivant nos travaux sur l'ensemble général de cette question, nous avons plus particulièrement étudié l'action de la morphine salifiée par l'acide *méconique*, acide originel de combinaison de cette base alcaloïdique dans l'*opium*, et aussi l'action du méconate de morphine ainsi créé, en combinaison avec la molécule urée.

Comme test de comparaison nous nous sommes adressés au chlorhydrate

---

([3]) *Bull. Soc. Chim.*, 43, 1928, p. 347.

de morphine et, afin de nous mettre dans les mêmes conditions d'expérimentation, la quantité de morphine base combinée a été la même dans tous les cas.

Pour mettre en évidence l'effet physiologique de ces combinaisons, nous avons employé la méthode inaugurée par Straub-Hermann, méthode également étudiée et perfectionnée successivement par Pulewka, Maier, Kriel, Kluge et plus récemment par Juul.

Cette méthode consiste à injecter à des Souris blanches mâles du poids de 20^g des solutions titrées des sels de morphine à étudier, à l'aide d'une seringue à microdivisions du $1/100^e$ de centimètre cube.

Au bout de peu de temps, lorsque l'on a atteint la dose active, on observe l'élévation turgescente de la queue de la Souris en expérience, dessinant plus ou moins nettement un S sur un plan vertical.

Ces différents essais réalisés, on note sur un graphique quadrillé les résultats obtenus, ce qui fournit une courbe, différente pour chaque sel alcaloïdique employé.

La conclusion de tout ce travail, c'est que la dose à laquelle 50 % des animaux injectés ont réagi à la méthode de Straub-Hermann est

$0^{mg},050$ pour le chlorhydrate de morphine,
0,040 » méconate de morphine,
0,030 » méconate de morphine et d'urée.

En comparant entre elles, non plus les valeurs fournies par les courbes, mais d'autres valeurs, en leur appliquant la méthode de calcul imaginée par Kärber, on constate qu'il y a bien parallélisme entre les variations obtenues.

Un autre point restait à élucider, à savoir si d'autres actions physiologiques pouvaient être mises en évidence par l'emploi comparatif des sels de morphine en question. Nous avons étudié l'action inhibitrice de ces différents sels sur la respiration.

Les essais, faits sur des Chiens chloralosés, ont montré que là encore le méconate de morphine d'une part, le méconate de morphine et d'urée d'autre part, avaient une action moins marquée sur le ralentissement de la respiration que le chlorhydrate de morphine pris comme test comparatif.

La séance est levée à 15^h40^m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 AVRIL 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

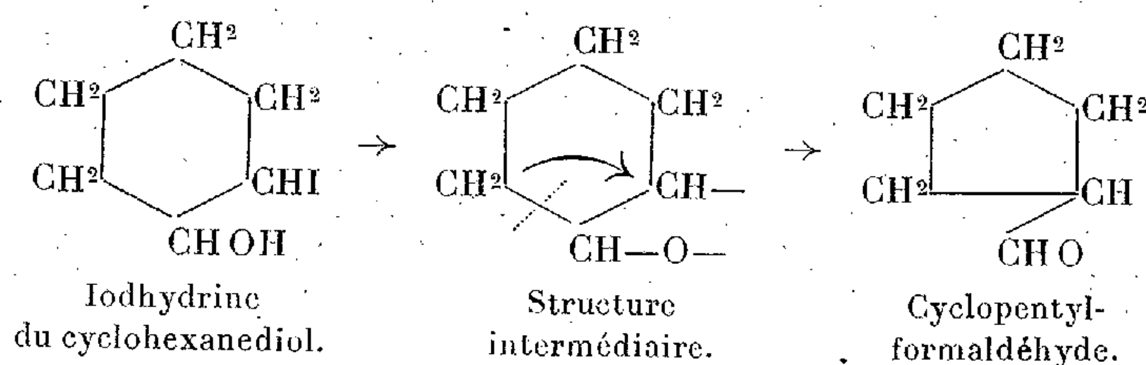
MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 16 avril au lieu du lundi 14.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Isomérisation des mono-époxydes dérivés des cyclohexadiènes* 1.3 *et* 1.4. *Formation des cyclopenténylformaldéhydes correspondants et d'une même cétone, la cyclohexénone* 1.4. Note de M. **Marc Tiffeneau** et M[lle] **Bianca Tchoubar**.

L'un de nous a montré, en 1913 (¹), que la déshalogénation argentique de l'iodhydrine du cyclohexanediol-1.2 conduit à la formation de cyclopentylformaldéhyde par une transposition du type hydrobenzoïnique



Iodhydrine du cyclohexanediol. — Structure intermédiaire. — Cyclopentyl-formaldéhyde.

Diverses autres réactions comportant le passage par une même struc-

---

(¹) Tiffeneau, *Bull. Soc. Chim.*, 4ᵉ série, 15, 1913, p. 79; *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 771.

ture intermédiaire conduisent également au cyclopentylformaldéhyde, notamment la déshydratation catalytique à 300° du *trans*-cyclohexanediol ([2]), l'isomérisation de l'oxyde de cyclohexène soit par pyrocatalyse à 330° ([3]), soit par l'éthérate de Br^2Mg ([4]), et enfin la désamination de l'amino-2 cyclohexanol ([5]).

L'étude des homologues, déjà ébauchée en 1913, a été reprise en 1932, en recourant non seulement comme alors à la déshalogénation argentique des iodhydrines des cyclanediols-1.2 méthylés en 1 ou en 4, mais aussi à l'isomérisation des époxydes correspondants et, dans ce dernier cas, on a obtenu, avec l'homologue méthylé en ortho, l'aldéhyde méthyl-2 cyclopentylformique, et avec celui méthylé en para, l'aldéhyde méthyl-3 cyclopentylformique ([6]).

Nous avons été amenés par la suite à étudier par l'une de ces méthodes, savoir par isomérisation époxydique, l'influence exercée non plus par une substitution méthylée, mais par une double liaison, celle-ci étant dans un cas placée au voisinage immédiat du groupe époxy, alors que dans l'autre elle est séparée de celui-ci par un CH^2. Nous avons utilisé à cet effet les deux époxydes que l'on obtient en soumettant à l'action de l'acide perbenzoïque les deux cyclohexadiènes isomères 1.3 et 1.4. Seule l'isomérisation du premier de ces époxydes peut, à cet égard, présenter quelque intérêt, car la structure symétrique de l'autre époxyde implique que, quel que soit le sens de la rupture de l'oxygène époxydique, les résultats sont identiques.

L'isomérisation de deux époxydes a été réalisée à la fois par pyrocatalyse vers 270-290° sur la terre d'infusoires et par chauffage au bain-marie en présence d'éthérate jusqu'à évaporation de l'éther servant de solvant. Dans les deux cas il se forme non seulement un aldéhyde cyclopenténylformique, par une réaction analogue à celle rapportée plus haut, mais aussi une cétone; toutefois, tandis que les aldéhydes formés sont distincts [β-cyclopenténylformaldéhyde (I*a*) dans le premier cas et γ-cyclopenténylformaldéhyde (II*a*) dans le second], les cétones obtenues dans les deux cas sont identiques et constituées par la même cyclohexénone-1.4 (III) transformable par hydrogénation catalytique en cyclohexanone.

([2]) TIFFENEAU et TCHOUBAR, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1625. La déshydratation du *cis*-cyclohexanediol fournit exclusivement la cyclohexanone.

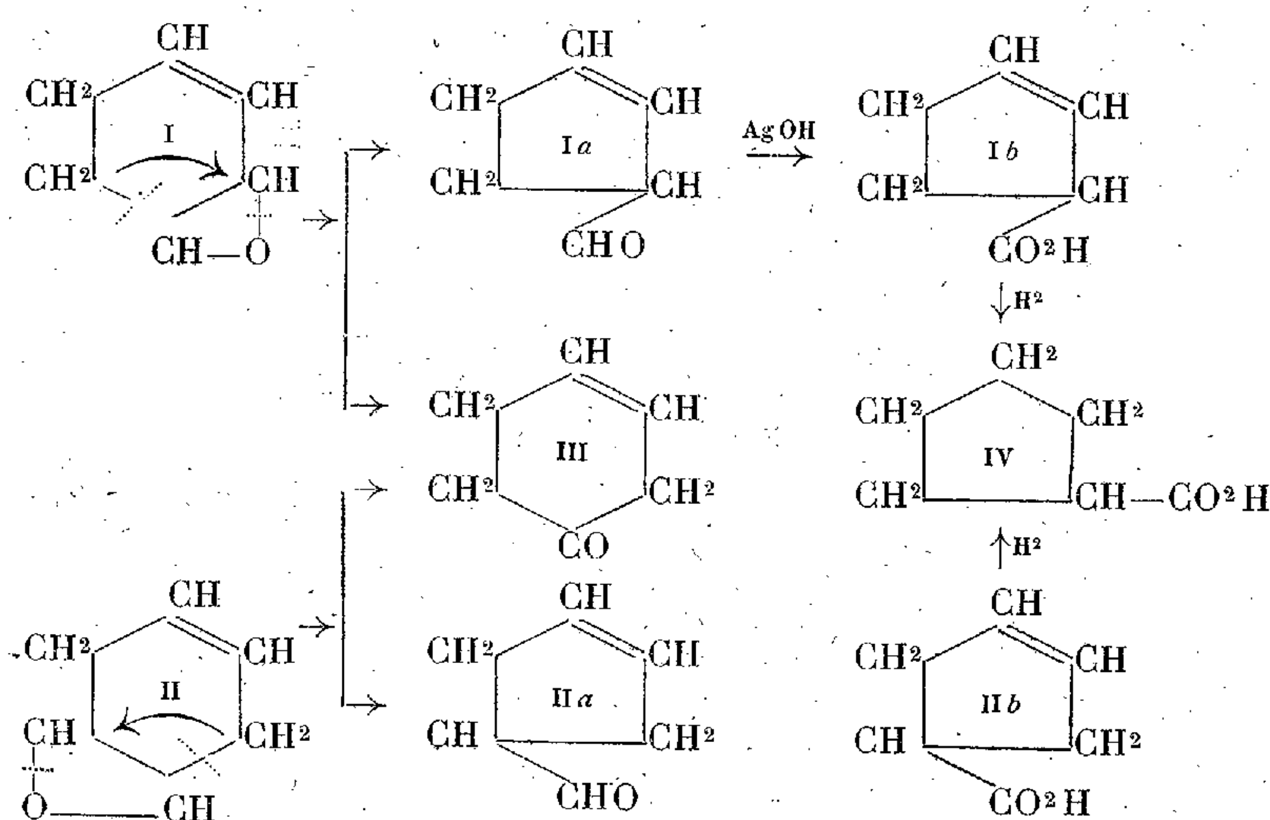
([3]) BEDOS et RUYER, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 962.

([4]) BEDOS, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 255.

([5]) GODCHOT et MOUSSERON, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 200.

([6]) TIFFENEAU, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1284.

Les deux aldéhydes cyclopenténylformiques ainsi obtenus ont été soumis à l'oxydation argentique et l'on a isolé les acides correspondants qui sont bien distincts (I*b* et II*b*); mais l'hydrogénation catalytique les transforme en un acide unique, l'acide cyclopentylformique (IV).

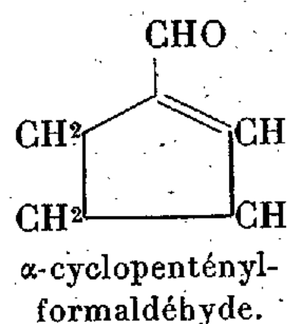


Ces résultats montrent que, dans l'isomérisation de l'époxy-3.4 cyclohexène-1, la rupture de l'oxygène époxydique a lieu du côté du carbone 3; elle est suivie d'une double migration, d'une part celle de l'atome d'hydrogène placé en 4 qui vient émigrer sur le carbone 3 avec formation de cyclohexénone-1.4 (alors que la rupture sur le carbone 4 aurait conduit à la cyclohexénone-1.3); d'autre part la migration du carbone 5 qui, après avoir rompu sa liaison avec l'atome de carbone 4, vient émigrer sur le carbone 3, ce qui produit un raccourcissement de cycle et conduit à la formation de cyclopentényl-2 formaldéhyde-1 ou β-cyclopenténylformaldéhyde (I*a*). La formation de cet aldéhyde peut résulter d'une rupture dans les deux sens, si bien que c'est seulement la formation de cyclohexénone-1.4 qui nous renseigne sur le sens de la rupture de l'oxygène époxydique.

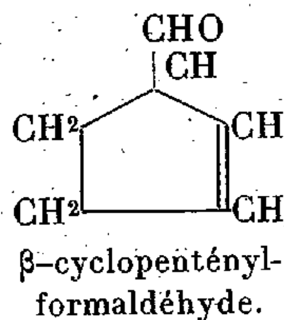
Quant à l'isomérisation de l'autre époxyde (II), dont nous avons fait déjà remarquer que la structure est symétrique, il ressort de ce tableau que le mécanisme en est analogue, et l'on voit clairement qu'elle donne lieu à la formation de cyclohexénone-1.4 et de cyclopentényl-3 formaldéhyde-1 ou γ-cyclopenténylformaldéhyde (II *a*).

Cette étude nous a ainsi permis d'isoler deux aldéhydes cycléniques qui

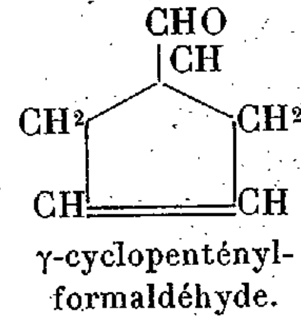
sont les isomères de position de l'α-cyclopenténylformaldéhyde obtenu par Urion ([7]) dans la déshydratation pyrocatalytique du divinylglycol



α-cyclopenténylformaldéhyde.



β-cyclopenténylformaldéhyde.



γ-cyclopenténylformaldéhyde.

Cette réaction pyrocatalytique est d'autant plus curieuse que, dans la déshydratation sulfurique du même glycol, l'un de nous ([8]) a obtenu, par une transposition s'effectuant suivant le type hydrobenzoïnique, l'aldéhyde $CH^3-CH=C(CH=CH^2)CHO$, qu'il n'a pas été possible de cycliser en l'aldéhyde d'Urion.

1° *Isomérisation de l'époxy*-3.4 *cyclohexène*-1.2 (I); *formation de cyclohexénone*-1.4(III) *et d'aldéhyde* β-*cyclopenténylformique* (I*a*). — L'époxy-3.4 cyclohexène-1.2 (oxyde de cyclohexadiène-1.3), déjà décrit par Bedos et Ruyer ([9]), a été obtenu, comme l'ont fait ces auteurs, par oxydation perbenzoïque du cyclohexadiène-1.3, mais en préparant celui-ci par décomposition pyrogénée de l'hydrate de triméthylcyclohexénylammonium ([10]). L'époxyde a été isomérisé soit en faisant passer ses vapeurs sur la terre d'infusoires portée à 270-290°, soit en chauffant au bain-marie sa solution éthérée, additionnée d'éthérate de bromure de magnésium. Dans les deux cas on obtient un mélange d'aldéhyde (semicarbazone, F 145°) et de cétone (semicarbazone, F 240°) dont on a pu séparer les constituants par cristallisation fractionnée de leurs semicarbazones. D'autre part on a soumis le mélange à l'oxydation par AgOH en présence de baryte. Le produit qui, dans ces conditions, n'a pas été oxydé, est constitué par une cétone (semicarbazone, F 240°) que l'hydrogénation catalytique sur le nickel de Raney transforme en cyclohexanone (semicarbazone, F 168°). L'acide formé dans cette oxydation argentique est liquide ($Éb_{15}$ 65°, anilide fusible à 120°) et son hydrogénation catalytique conduit à l'acide cyclopentylformique dont l'amide déjà décrit fond à 160°.

2° *Isomérisation de l'époxy*-4.5 *cyclohexène*-1.2 (II); *formation de cyclo-*

([7]) *Ann. Chim.*, 2e série, **1**, 1934, p. 5.
([8]) Tiffeneau et Weill, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 590.
([9]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 802.
([10]) Willstätter et Hatt, *Ber.*, **45**, 1912, p. 1464.

hexénone-1.4 (III) *et de γ-cyclopentényl formaldéhyde* (II *a*). — Cet époxyde ($Éb_{14}$ 41-43°) a été préparé par oxydation perbenzoïque ménagée du cyclohexadiène-1.4 obtenu lui-même en déshydratant la quinite par l'acide sulfurique dilué ([11]). On a effectué son isomérisation dans les mêmes conditions que ci-dessus, et l'on a obtenu d'une part la même cyclohexénone (semicarbazone F. 240°) transformable en cyclohexanone par hydrogénation catalytique, d'autre part l'aldéhyde γ-cyclopentényl formique (semicarbazone F. 213°); l'oxydation argentique de cet aldéhyde nous a fourni un acide ($Éb_{14}$ 67°) dont l'anilide est fusible à 140° et qui, hydrogéné par catalyse, est transformé en un acide liquide dont l'amide fusible à 160° est identique à celui obtenu ci-dessus.

Conclusions. — Les époxydes dérivés des cyclohexadiènes-1.3 et 1.4, isomérisés par pyrocatalyse à 270° ou par chauffage à 100° avec l'éthérate de bromure de magnésium en solution éthérée, sont transformés, d'une part en une même cétone, la cyclohexénone-1.4, d'autre part respectivement en les aldéhydes β- et γ-cyclopentényl formiques. La rupture de l'oxygène époxydique au cours de l'isomérisation de l'oxyde de cyclohexadiène-1.3 a donc lieu du côté de la double liaison, celle-ci exerçant, comme on le sait, son influence attractrice d'électrons.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Un nouveau succédané de l'essence, l'ammoniaque acétylénée.* Note ([1]) de M. **Georges Claude**.

La suite de travaux dont traite la présente Note n'a eu d'abord pour but que d'améliorer les qualités de l'alcool dans son rôle, si important aujourd'hui, de carburant de remplacement.

M'inspirant de mes travaux sur l'acétylène dissous, vieux de 45 ans ([2]), j'ai pensé à relever le pouvoir calorifique de cet alcool et à le rendre du même coup capable d'assurer, sans autres adjuvants, le départ des moteurs, en y dissolvant de l'acétylène sous une pression suffisante.

Bien entendu, à la différence de l'acétylène dissous classique, c'est le liquide acétyléné lui-même qu'on enverrait au moteur, et non le gaz qui peut s'en dégager par abaissement de la pression.

([11]) Senderens, *Comptes rendus*, 177, 1923, 1184.

([1]) Séance du 24 mars 1941.

([2]) MM. Georges Claude et Albert Hess, *Comptes rendus*, 124, 1897, p. 626.

Le coefficient de solubilité de l'acétylène dans l'alcool éthylique à 95° est voisin de 8. L'emploi d'une pression de dissolution de 12 atm. eff. et de 100 litres d'acétylène par litre d'alcool qu'elle permet de dissoudre est suffisant pour permettre le départ des moteurs, tout en portant le pouvoir calorifique inférieur de 6.000 cal/kg d'alcool à 95° à 6.600 cal/kg du carburant qui en résulte,

Dans ces conditions, la phase liquide contenant, pour chaque molécule de C^2H^2, quatre molécules d'alcool, contre seulement une molécule d'acétone dans le cas de l'acétylène dissous industriel sous 12 atm. eff., cette phase liquide, très diluée en acétylène, est parfaitement inexplosible.

Il n'en est pas de même pour la phase gazeuse.

Celle-ci, presque exclusivement formée d'acétylène, en raison de la tension relativement faible de l'alcool, est explosive. Sa dissociation fortuite pourrait décupler la pression. Les expériences de M. Lagarde ont même montré que, dans certaines conditions, la décomposition fortuite d'une telle atmosphère est capable de provoquer, dans les tubes étroits d'interconnexions, des ondes explosives développant de telles pressions que des tubes de cuivre de 4^{mm} extérieur et 2^{mm} intérieur éclatent au voisinage des maxima de pression. Or, on ne peut plus ici utiliser l'artifice classique du remplissage de la bouteille par une matière poreuse, puisque c'est le liquide lui-même qui est employé.

N'ayant pu triompher de ce grave défaut dans des conditions à peu près radicales que par des moyens peu admissibles pour la pratique industrielle, j'ai abandonné cette formule pour en considérer une remarquable variante, suggérée par MM. A. G. Claude, A. Étienne et Mennesson, et que la Société Alais, Froges, Camargue a de son côté étudiée.

Il s'agit de l'emploi, dans les mêmes conditions, de l'ammoniaque liquide.

Il y a quelques années, la Société Casale a très ingénieusement proposé d'utiliser l'ammoniaque anhydre pour l'alimentation des moteurs à explosion. L'ammoniaque gazeuse, qui brûle dans l'oxygène, ne brûle pas dans l'air et semble ne pouvoir être employée seule. L'idée de la Société Casale a été de dissocier partiellement cette ammoniaque et d'envoyer au moteur le mélange résultant : la dissociation serait effectuée, à l'aide de la chaleur restante des gaz brûlés, dans un petit four de catalyse installé à proximité du moteur. Cette solution a l'avantage que l'énergie de dissociation de la fraction dissociée est fournie gratuitement par la chaleur des gaz brûlés.

Or l'idée des ingénieurs que j'ai nommés a été que, si l'ammoniaque

liquide était un bon dissolvant de l'acétylène (²), on pourrait éviter cette dissociation et rendre l'ammoniaque directement utilisable en y dissolvant sous pression, comme dans le cas précédent, assez d'acétylène.

Cet espoir s'est si remarquablement réalisé que, d'après nos essais, l'ammoniaque liquide constitue de loin *le meilleur dissolvant de l'acétylène* connu à ce jour. Alors que le coefficient de solubilité dans l'acétone, toujours employée depuis mes travaux, est d'environ 25 à 15°, il est voisin de 50 dans l'ammoniaque liquide. Ce fait est très important pour le but en question.

Il résulte de là, en effet, qu'une faible pression propre de l'acétylène, soit 2 ou 3 atm., relevant très peu la pression totale supportée par le récipient, maintient en dissolution assez d'acétylène. D'autre part, en raison, à la fois, de la forte tension de l'ammoniaque et de cette faible pression partielle de l'acétylène, la phase gazeuse, quoique naturellement plus riche en acétylène que le liquide en équilibre avec elle, l'est assez peu pour être inexplosible dans les conditions d'emploi.

Il faut noter, au passif de cette solution, que l'énergie correspondant à la dissociation de l'ammoniaque vient ici en défalcation de l'énergie produite.

Les essais effectués par M. Gobert et ses assistants à la Société du Carburateur Solex ont montré que les conditions convenables au départ des moteurs, à la vigueur des reprises etc., sont largement satisfaites avec un liquide contenant en poids, sous la pression d'environ 10 atm. eff. à 15°, 78 % de NH^3 et 22 % de C^2H^2, soit, pour le gaz résultant de sa vaporisation totale, une teneur de 15 % de C^2H^2 en volume. La phase gazeuse titre 33 %. En fonction de la température, la pression dans le récipient varie de 10 atm. eff. à 15° à 30 atm. à 50°.

Voici quelques données numériques

Densité du liquide à 15°	0,59
Coefficient de dilatation	0,24 % par degré C.
Pouvoir calorifique inférieur	6000 cal : kg

Dans les essais au banc avec un moteur Citroën, on a obtenu le cheval-heure effectif à pleine charge (soit 45 chevaux contre 50 pour l'essence) par 2250^{cal}, contre 2400 pour l'essence.

(²) J'ai appris depuis qu'on le savait déjà : l'*I. G. Farbenindustrie* a utilisé cette propriété pour séparer l'acétylène de l'éthylène, au contraire peu soluble.

Une voiture Citroën capable de parcourir sans recharge 500^{km} a été équipée et fonctionne normalement.

On remarquera que les 6000 cal/kg de ce carburant ne proviennent de l'acétylène que pour 2400^{cal}. Une dotation donnée de carbure de calcium pourra donc actionner 2,5 fois plus de véhicules d'un type donné avec cette solution qu'avec l'acétylène seul.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *L'adsorption d'une couronne de molécules d'eau autour de chaque molécule d'un sel étendu en lame mince.* Note [1] de M. **Henri Devaux.**

Si, sur une surface de mercure récemment nettoyée et talquée, l'on dépose une trace d'huile de paraffine, au moyen d'un fil de verre très fin, cette huile s'étend brusquement en un petit cercle qui ne s'agrandit plus.

Si l'on dépose alors, à côté de l'huile, une trace d'une solution concentrée de sulfate de cuivre, cette solution s'étend aussi brusquement, mais le cercle formé, quoique aussi nettement limité, continue à grandir lentement jusqu'à acquérir une surface 2 à 3 fois plus grande qu'il conserve ensuite.

Cette différence singulière est due à une absorption de la vapeur d'eau ambiante, que le sel est seul à présenter. Car, si l'on envoie un peu de vapeur d'eau avec l'haleine, le cercle d'huile se couvre d'une buée mais ne s'élargit presque pas, tandis que celui de sulfate de cuivre s'élargit brusquement beaucoup, sans prendre aucune buée. Ces deux résultats prouvent que l'huile n'a pas d'affinité pour l'eau, tandis que le sel en a une très forte. Du reste, l'évaporation de l'eau condensée en buée sur le cercle d'huile ne produit aucun effet notable sur sa surface, tandis qu'à côté le cercle de sel se rétrécit brusquement en perdant l'eau qu'il avait absorbée.

On peut aussi éviter la condensation de la vapeur d'eau en confinant tout simplement de l'air saturé d'humidité au-dessus de la surface du mercure, au moyen d'une lame de verre humidifiée, maintenue à 3^{mm} de distance par des bandes de verre. Dans ce cas, aucune buée ne se dépose sur le cercle d'huile, mais le cercle de sel s'élargit encore brusquement, sous l'influence de la vapeur d'eau saturante, puis se rétrécit non moins brusquement quand il est replacé à l'air libre. Il est facile de prendre alors le contour du cercle, dans les deux cas, au moyen d'une plume, et par conséquent

---

[1] Séance du 31 mars 1941.

d'apprécier l'élargissement sous l'influence de la vapeur d'eau. Cet élargissement est variable, mais voisin du triplement, et il ne peut être dû qu'à *une intercalation de molécules d'eau entre les molécules du sel*, c'est-à-dire *à une véritable adsorption d'eau par chaque molécule individuelle de sulfate de cuivre*.

Cette interprétation intéressante est vérifiable. On calcule aisément, en effet, le diamètre théorique d'une molécule de sulfate de cuivre, $SO^4Cu + 5\,aq$, et celui de la molécule d'eau. Le premier a comme valeur $0{,}58.10^{-7}$, le second $0{,}31.10^{-7}$ cm. Le diamètre d'une molécule de sel s'entourant d'une couronne de molécules d'eau deviendrait donc

$$(0{,}58 + 0{,}31 + 0{,}31).10^{-7} = 1{,}20.10^{-7}\ \text{cm},$$

et le coefficient théorique d'agrandissement hygroscopique de la surface occupée serait

$$\left(\frac{1{,}20.10^{-7}}{0{,}58.10^{-7}}\right)^2 = 4{,}28.$$

J'ai cherché à vérifier expérimentalement si l'agrandissement hygroscopique d'une lame monomoléculaire jointive de sulfate de cuivre est de cet ordre de grandeur. La moyenne de 17 essais, exécutés du 20 au 27 janvier 1941, a donné 4,31, avec des variantes notables (3,72 à 4,78). La moyenne de 12 autres essais, faits le 10 février, à des températures variées (14 à 32°), a donné 4,30, avec des variantes plus fortes (3,18 à 6,27).

La concordance est inespérée, malgré les variantes, puisque celles-ci se compensent, de sorte que nous devons considérer comme démontré que *le sulfate de cuivre, étendu en lame monomoléculaire sur le mercure, absorbe l'eau présentée en vapeurs saturantes sous forme d'une couronne simple de molécules*. Le calcul montre qu'il y a exactement 9^{mol} d'eau adsorbées par molécule de sulfate de cuivre, le tout constituant un hydrate de ce sel plus riche en eau que les hydrates connus. Rien ne dit, du reste, que ce n'est pas une calotte plutôt qu'un cercle qui s'est déposé sur la molécule saline et, dans cette hypothèse, il y aurait environ 18^{mol} d'eau fixées.

La rétention de cette eau par le sel est du reste très peu solide, puisque l'eau s'évapore partiellement à l'air libre. Elle s'évapore encore mieux en air desséché, avec une très forte contraction. Elle est encore chassée, même en air humide, par une simple compression mécanique. Quand, en effet, on rétrécit artificiellement le voile, au moyen d'une barrière mobile, de manière à rapprocher les molécules, on constate qu'il y a bientôt contact

entre les molécules elles-mêmes par l'apparition brusque de la rigidité du voile, qui était jusqu'alors à peu près fluide, et la mesure de la surface, alors établie, montre qu'il n'y a plus d'eau intercalaire. Un autre signe, qui m'a beaucoup servi, est le rassemblement complet d'un tout petit cercle d'huile de vaseline accessoire, posé latéralement (phase de pulsation de l'huile). Ces deux réactions du rassemblement coïncident à peu près, la rigidité de la lame étant cependant un peu en retard en général sur la pulsation de l'huile.

Dans cet exposé nécessairement succinct, je n'ai pu mentionner les difficultés variées que présentent ces observations et ces mesures, surtout celles qui proviennent de l'altérabilité de la surface du mercure. C'est pourquoi j'ai dû multiplier les essais en variant les conditions d'expériences, ce qui permet d'être très affirmatif sur la conclusion donnée plus haut, *l'existence d'une adsorption périmoléculaire, distincte de l'adsorption par simple apposition.*

Cette conclusion présente ce grand intérêt qu'elle s'applique aussi, comme j'ai pu le constater expérimentalement, à un grand nombre d'autres substances pouvant s'étendre sur le mercure en lames monomoléculaires, de sorte que l'adsorption périmoléculaire d'une couronne de molécules d'eau serait un phénomène très fréquent, amenant l'isolement individuel des molécules et leur écartement par intercalation de molécules étrangères. Cette intercalation d'eau est, en réalité, un phénomène de gonflement tangentiel de la lame augmentant fortement sa surface, phénomène profondément distinct de la mouillabilité ordinaire qui est une simple adhérence n'augmentant que l'épaisseur ([2]). Et le fait que, dans une même lame, les deux modes de fixation de l'eau existent, donne la révélation, d'ordre purement physique, des polarités de la molécule dans plusieurs directions, depuis longtemps démontrée par les études des chimistes.

L'existence d'eau adsorbée par les molécules individuelles ouvre des horizons nouveaux sur la constitution probable des solutions, et sur l'état de l'*eau liée* dans les gelées et substances analogues, et dans les êtres vivants ([3]).

([2]) Devaux, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 91.
([3]) Nicloux, 6e *Congrès de Chimie biologique*, 1937, p. 346.

PLIS CACHETÉS.

M. **Xavier Séjourné** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 9 septembre 1940 et enregistré sous le n° 11721.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *Anneau de Saturne et Lumière zodiacale*.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire d'État a l'Éducation Nationale et a la Jeunesse** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la *Chaire de Chimie tinctoriale* du Conservatoire National des Arts et Métiers.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la représentation des nombres entiers par une somme de 2^m carrés et sa mise en facteurs.* Note de M. **Gaston Benneton**, présentée par M. Paul Montel.

1. Les résultats qui suivent concernent plus particulièrement le cas $2^m = 4$ et forment l'esquisse de l'étude du cas général pour une valeur quelconque de m. Le point de vue où nous nous plaçons permet de rapprocher le théorème de Lagrange (*Œuvres*, t. III) prouvant que tout nombre est représentable par une somme de quatre carrés, et le théorème de Jacobi (*Fund. Nova*) relatif au nombre de ces représentations. Nous voyons alors que la démonstration de Lagrange contient en puissance l'énoncé que Jacobi donnait cinquante ans plus tard par la théorie des fonctions elliptiques.

2. Nous appelons forme P d'un nombre entier p l'ensemble de quatre nombres entiers $[a, b, c, d]$ dont la somme des carrés égale p; inversement p est l'argument de P. (Les arguments seront écrits en minuscules et les formes en majuscules correspondantes.)

Le reste R de la forme P divisée par α est une forme R dont les quatre éléments sont congrus à a, b, c, d suivant le module α et sont, en valeur

absolue, inférieurs à $(1/2)(\alpha+1)$. Il existe alors une égalité telle que $P = \alpha Q + R$, où l'argument de R est inférieur ou égal à α^2. Si R est nulle, la forme P est divisible par α.

Définissons le produit de la forme P par la forme $Q = [x, y, z, t]$. Ce sera une forme $N = PQ$ dont les quatre éléments sont respectivement

$$ax + by + cz + dt, \quad -bx + ay - dz + ct,$$
$$-cx + dy + az - bt, \quad -dx - cy + bz + at.$$

Dès lors les deux égalités $N = PQ$, $n = pq$ traduisent l'identité d'Euler-Lagrange.

3. En désignant par I la forme-unité $[1, 0, 0, 0]$, nous avons les identités

$$QP = PQI, \qquad PQR = PIRQI = Q(PIR),$$
$$AP(BQ) = AI(BI)PQ, \qquad AP(AQ) = a PQ,$$

où nous convenons d'écrire PQR pour (PQ)R.

Soit J une quelconque des huit formes de l'unité. Les deux formes P et JP seront dites équivalentes. Deux formes équivalentes à une même troisième sont équivalentes.

Si p est premier à q, le plus grand nombre diviseur de la forme PQ est le produit du plus grand diviseur de P par le plus grand diviseur de Q. En particulier, si P et Q sont indivisibles, il en est de même de PQ, et inversement.

4. Reprenons maintenant la démonstration de Lagrange. Soit N une forme indivisible par p qui représente un multiple pq du nombre premier p (supérieur à 2). Le reste de la division de N par q vérifie $N = qU + S$. Considérons alors la forme $M = pI\text{-}UN$; elle représente aussi un multiple de p et vérifie $qM = SN$. L'argument m est donné par $q^2 m = sn$; il est positif et inférieur à n puisque s est positif et inférieur à q^2. Ainsi, à partir d'une forme N qui représente un multiple de p, nous obtenons une forme M représentant un multiple plus petit. En continuant de la sorte, et de proche en proche, nous aurons une forme P de p.

Tout nombre premier est donc une somme de quatre carrés. Le cas général se déduit par multiplication.

5. Il y a plus : la forme N, génératrice de la forme P, est le produit d'une certaine forme par P elle-même, $N = QP$; il en est ainsi des formes suivantes $M = RP, \ldots,$ jusqu'à la dernière $P = IP$.

Considérons alors les formes N qui sont du type $[x, y, 1, 0]$ ou $[x, y, 0, 0]$. On montre que deux telles formes ne peuvent conduire par le

procédé du 4 à une même forme P; qu'inversement, à toute forme P de l'entier premier p, correspond une forme $N = QP$ du type indiqué. De là résulte que le nombre des représentations inéquivalentes d'un nombre premier impair p est égal au nombre des solutions de la congruence $x^2 + y^2 + 1 \equiv 0 \bmod p$, augmenté du nombre des solutions de $x^2 + 1 \equiv 0$. On obtient ceux-ci par voie élémentaire; ils valent au total $p + 1$. Ce qui démontre le théorème de Jacobi pour les nombres premiers. Le théorème général se déduit par multiplication.

6. Voici quelques énoncés sur la décomposition d'une forme en produit de formes :

Toute forme N dont l'argument vérifie $n = uvw\ldots$ est décomposable en un produit de formes d'arguments respectifs $u, v, w, \ldots : N = UVW\ldots$

Dans le cas de deux facteurs, U, V, ceux-ci sont déterminés par N à une équivalence près lorsque $2l$, u et v sont premiers entre eux dans leur ensemble, l étant le plus grand diviseur de la forme N. Si N est divisible par u, on peut prendre pour U une forme quelconque de u.

Pour qu'on puisse obtenir par l'identité d'Euler toutes les formes de $n = uv$, sans répétition d'aucune d'elles, à partir des formes (inéquivalentes) de u et des formes de v, il faut et il suffit que u soit premier à v.

La condition nécessaire et suffisante pour que deux formes N et N_1, dont les arguments sont multiples d'un nombre u, proviennent d'une même forme U par des égalités telles que $N = UV$, $N_1 = UV_1$, est que le produit NN_1 soit divisible par le nombre u.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la définition des fonctions continues par leur accroissement infinitésimal.* Note [1] de M. **André Roussel**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit $g(x, h)$ une fonction continue nulle avec h. Nous dirons que $g(x, h)$ est la partie principale à $\varepsilon\omega(h)$ près de l'accroissement d'une fonction continue $f(x)$ si l'on a

$$f(x+h) - f(x) = g(x, h) + \varepsilon\omega(h), \tag{1}$$

où ω désigne une fonction donnée, décroissante, nulle avec h, et ε une quantité variable tendant vers zéro avec h. On pourra prendre par exemple $\omega = h^m$.

---

[1] Séance du 24 mars 1941.

Pour qu'une fonction $g(x, h)$ représente un accroissement infinitésimal ainsi défini, il suffit que l'on ait, quels que soient n et h,

$$(2) \qquad \left| g(x, h) - \sum_{i=0}^{n-1} g\left(x + i\frac{h}{n}, \frac{h}{n}\right) \right| < \varepsilon_1 \omega(h) \qquad \left(\lim_{h=0} \varepsilon_1 = 0\right).$$

Cette condition, qui exprime une sorte de *quasi-additivité* de $g(x, h)$ par rapport à h, peut d'ailleurs être modifiée, mais sa démonstration, quoique simple, est trop longue pour être donnée ici, ainsi que le processus de construction de f défini par (1). On peut, sans nuire à la généralité, supposer que g admet des dérivées partielles, *sauf peut-être pour h nul*. La différence figurant au premier membre de (2) peut alors s'exprimer par l'intégrale curviligne

$$I = \int \frac{\partial g}{\partial v}(du + dv),$$

étendue à un contour Γ du plan (u, v) qu'il serait facile de préciser; on a remplacé dans I les variables x et h par u et v respectivement, et l'on peut modifier Γ de façon à éviter les difficultés provenant des dérivations partielles pour v nul. Or, I se transforme en

$$I_1 = \iint_D \left(\frac{\partial^2 g}{\partial u\, \partial v} - \frac{\partial^2 g}{\partial v^2}\right) du\, dv,$$

étendue au domaine D de (u, v) limité par (Γ).

C'est sur une limitation convenable de I_1 que repose la propriété pour g de représenter la *partie principale* d'un accroissement de fonction. On peut d'ailleurs remarquer que si $g \equiv \varphi(x+h) - \varphi(x)$, où φ possède des dérivées des deux premiers ordres, I_1 devient nulle. Pour définir g, et par suite f, nous sommes ainsi conduits à poser

$$\frac{\partial^2 g}{\partial u\, \partial v} - \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} = \psi(u, v),$$

avec

$$(3) \qquad \left| \iint_D \psi(u, v)\, du\, dv \right| < \varepsilon_1 \omega(h).$$

On conçoit la possibilité de définir des ψ satisfaisant (3); on pourra alors prendre

$$g = \iint_\Delta \psi(u, v)\, du\, dv,$$

Δ désignant le domaine défini par

$$0 \leqq u \leqq x, \qquad (u+v-x)(u+v-x-h) \leqq 0.$$

Pour terminer, nous allons retrouver un résultat classique par la théorie générale dont nous venons d'indiquer le principe. Soit $f(x)$ une fonction dérivable jusqu'à l'ordre $n+1$ inclus. Posons

$$(4) \qquad g(x, h) = \frac{h}{1} f'(x) + \ldots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x).$$

L'étude de l'intégrale double I_1 montre immédiatement que g est l'accroissement à h^{n+1} près d'une fonction. A l'aide des seules considérations précédentes, on voit facilement que cette fonction est identique à f et que

$$(5) \qquad f(x+h) - f(x) - g(x, h) = \iint_{D'} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial u \, \partial v} - \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} \right) du \, dv,$$

D' étant le domaine

$$x \leqq u \leqq x+h, \qquad v \geqq 0, \qquad u+v-x-h \leqq 0.$$

Un calcul élémentaire donne comme valeur de la dernière intégrale double

$$(6) \qquad \frac{1}{n!} \int_x^{x+h} f^{(n+1)}(u)(x+h-u)^n \, du.$$

En rapprochant alors (4), (5), (6), on obtient la formule de Taylor.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la théorie d'Ahlfors des surfaces de Riemann.* Note de M. **Jacques Dufresnoy**, présentée par M. Gaston Julia.

Ahlfors a démontré [1] le théorème suivant :

Étant donné, sur la sphère unitaire Σ_0, $q \geqq 3$ *domaines* D_i *simplement connexes et disjoints, on peut déterminer une constante h telle que toute surface de recouvrement* Σ *de* Σ_0 *présente sur les domaines* D_i *des îles dont le nombre* $\overline{n}(D_i)$ (*une île multiple étant comptée une seule fois*) *satisfait à*

$$\sum_{i=1}^{q} \overline{n}(D_i) \geqq (q-2)S - hL,$$

où $4\pi S$ *désigne l'aire de* Σ *et* L *la longueur de son contour.*

---

[1] *Acta Mathematica*, 65, 1935, p. 157-194.

Cette relation s'applique encore lorsque les domaines D_i se réduisent à des points. Si toutes les îles situées sur le domaine D_i ont μ_i feuillets au moins, on a

$$\sum_{i=1}^{q}\left(1-\frac{1}{\mu_i}\right)-2 \leqq h\frac{L}{S},$$

inégalité encore valable lorsque les domaines D_i se réduisent à des points.

Ahlfors applique ces résultats à la surface de Riemann $\Sigma(r)$ décrite par la fonction $w=f(z)$, méromorphe dans $|z|<R\leqq\infty$, lorsque z décrit le cercle $|z|\leqq r<R$. Il en déduit, pour $R=\infty$ et pour $R<\infty$ avec

$$\overline{\lim_{r\to R}} S(r)(R-r)=\infty,$$

le théorème du défaut (le défaut étant ici obtenu à partir de $n(D_i)$ et S), le théorème des domaines (*Scheibensatz*) et leurs conséquences immédiates :

1° Il y a au moins une île sur l'un de trois domaines D_i (deux domaines D_i finis seulement pour les fonctions holomorphes);

2° Il y a au plus deux valeurs exceptionnelles (théorème de Picard);

3° Il y a au moins une île simple sur l'un de cinq domaines D_i (trois domaines D_i finis seulement pour les fonctions holomorphes);

4° Il y a au plus quatre valeurs complètement ramifiées (deux pour les fonctions holomorphes).

Nous allons montrer que cette théorie permet d'obtenir des théorèmes en termes finis, dans le cas $R<\infty$. En effet, d'après l'inégalité de Schwarz,

$$L^2(r)<8\pi^2 r\frac{dS}{dr}. \tag{1}$$

D'autre part, si l'*une* des quatre propriétés que nous venons d'énoncer n'est pas vérifiée,

$$L(r)>h\,S(r), \tag{2}$$

où h désigne toujours une constante dépendant des domaines D_i considérés (dont certains peuvent se réduire à des points a_i). Des inégalités (1) et (2), on déduit immédiatement [2]

$$S(r)\log\frac{R}{r}<\frac{8\pi^2}{h^2}. \tag{3}$$

---

[2] Ce qui nous prouve une fois encore que $R<\infty$ et que $\overline{\lim_{r\to R}} S(r)(R-r)<\infty$.

Si nous supposons de plus que $L > L_0 > 0$ dès que $r > r_0$ (³), la relation (1) nous donne l'inégalité

$$S(r) > \frac{L_0^2}{8\pi^2} \log \frac{r}{r_0},$$

qui, jointe à (3), conduit, après avoir choisi $r = \sqrt{R r_0}$, à

$$\log \frac{R}{r_0} < \frac{16\pi^2}{h L_0}.$$

Il est possible de se ramener à ce cas si l'on connaît $|f'(0)|/1 + |f(0)|^2 \neq 0$. On peut toujours supposer $f(0) = 0$. Choisissons alors $r_0 = 1/|f'(0)|$ et considérons les deux calottes de Σ_0 définies par

$$|w| \geqq 1 \qquad \text{et} \qquad |w| \leqq \cot\left[\frac{\pi}{4} + \frac{h}{2(4+h)}\right].$$

Il résulte du lemme de Schwarz que $\Sigma(r)$ présente des points sur ces deux calottes dès que $r > r_0$. L est alors supérieur au double de la distance $h/4 + h$ des deux calottes, sauf, peut-être, si $\Sigma(r)$ couvre complètement l'une des calottes; mais alors $S > 2/4 + h$, de telle sorte que, dans tous les cas, $L > L_0 = 2h/4 + h$. Et, finalement, en désignant par h une nouvelle constante dépendant uniquement des domaines D_i, nous arrivons à

$$R \frac{|f'(0)|}{1 + |f(0)|^2} < h. \tag{4}$$

Nous retrouvons ainsi, en particulier, la généralisation connue du théorème de Bloch (condition 3°) et le théorème de Schottky (condition 2°).

Remarques. — Dans ce dernier cas, nous avons démontré, à partir de la théorie d'Ahlfors, que h peut être évalué à l'aide de la distance minima δ_0 des points a_1, a_2 et ∞. Il en résulte aussitôt qu'une fonction $w = f(z)$, holomorphe univalente dans $|z| < R$, couvre complètement le cercle $|w| \leqq 1$, par exemple, dès que (4) n'est plus remplie. D'où l'on peut déduire le théorème de Kœbe sous sa forme classique.

Dans le cas général, on ne peut exprimer la constante h du théorème d'Ahlfors uniquement à l'aide de la distance minima des domaines D_i et des aires de ces domaines, car, sinon, le théorème entraînerait l'existence d'une *île* au moins sur l'un de trois *domaines annulaires* disjoints dès que (4) n'est plus satisfaite. Et en choisissant convenablement ces domaines on arriverait à la conclusion absurde que toute fonction entière couvre complètement le cercle $|w| \leqq 1$.

(³) Nous serons, en particulier, dans ce cas si pour $r = r_0$ on a $S > S_0 > 0$, car $L_0 > h S_0$; mais une utilisation directe de (3) donne alors une borne plus précise.

Une transformation homographique du cercle $|z| < R$ en lui-même donne, à partir de (4), une limitation de la dérivée sphérique en tout point du cercle $|z| < R$; et par intégration

$$S(r) < \frac{h^2 r^2}{R^2 - r^2}, \tag{5}$$

relation intéressante par elle-même et qui conduit au théorème suivant :

THÉORÈME. — *Lorsque $w = f(z)$ est holomorphe dans $|z| < R$ et que l'une des quatre conditions suivantes est remplie :*

1° *$w = f(z)$ ne présente aucune île sur deux domaines D_i finis;*

2° *$w = f(z)$ ne prend pas deux valeurs finies a_i;*

3° *$w = f(z)$ ne présente aucune île simple sur trois domaines D_i finis;*

4° *$w = f(z)$ a trois valeurs finies a_i complètement ramifiées, on a*

$$\log|f(z)| < \frac{2R}{R-r}\left[h^2 \log\frac{R}{R-r} + \log(1 + |f(0)|^2)\right] \quad \text{pour} \quad |z| \leqq r,$$

h étant une constante dépendant uniquement des domaines D_i (ou des points a_i).

En particulier, avec la condition 2°, nous retrouvons le théorème de Landau.

HYDRAULIQUE. — *L'étude sur modèles réduits des problèmes d'hydraulique fluviale.* Note de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans cette Note nous indiquons le sens dans lequel il conviendrait d'orienter l'étude sur modèles réduits des problèmes d'hydraulique fluviale pour réaliser simultanément la similitude de Reech-Froude et celle des phénomènes de viscosité et de rugosité, dans le cas des systèmes inaffouillables.

Pour plus de généralité, nous envisagerons en premier lieu les modèles réduits à *distorsion*, c'est-à-dire établis à une échelle verticale différente de l'échelle horizontale, en vue de concilier un encombrement admissible du modèle avec des tirants d'eau et des vitesses correspondant à un nombre de Reynolds suffisamment élevé. Nous verrons ensuite comment les mêmes considérations s'appliquent aux études effectuées sur des modèles à échelle de réduction unique.

1. Nous ferons tout d'abord observer que les études avec distorsion ne

fournissent d'indications suffisamment approchées que sur certains points limités, en dehors desquels peuvent se produire des divergences très importantes. Ce résultat, que nous avons mis en évidence par des expériences précises, M. Camichel, M. Fischer et moi-même ([1]), peut être prévu à priori en raisonnant sur des cas particulièrement suggestifs à cet égard : ainsi un déversoir à mince paroi, fonctionnant sous une charge h, avec des vitesses d'approche négligeables, pourrait être considéré comme son propre modèle réduit dans une transformation qui affecterait uniquement l'échelle horizontale sans modifier les dimensions verticales; cette transformation n'altérant évidemment en rien la forme des trajectoires, la constance de celles-ci serait en désaccord avec la variation d'échelle admise pour toutes les dimensions horizontales.

2. Ces réserves étant faites, nous allons établir la relation à laquelle doit satisfaire la rugosité d'un modèle réduit d'hydraulique fluviale, réalisé à une échelle verticale λ_v et une échelle horizontale λ_H, c'est-à-dire avec une distorsion $D = \lambda_v/\lambda_H$.

D'après la loi de similitude de Reech-Froude, les vitesses homologues doivent être dans le rapport $U_2/U_1 = \sqrt{\lambda_v}$.

D'autre part l'expérience montre que, lorsque la viscosité de l'eau et la rugosité des parois ont une influence prédominante sur la valeur des vitesses, celles-ci sont données par des expressions du type des formules de Bazin

$$U = C\sqrt{Ri} \# C\sqrt{hi}, \quad \text{avec} \quad C = \frac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \# \frac{87}{1+\frac{\lambda}{\sqrt{h}}},$$

i désignant la pente, en remarquant que le rayon hydraulique R est assimilable à la profondeur h dans les systèmes plats de l'hydraulique fluviale.

On doit donc avoir

$$(1) \qquad \frac{C_2\sqrt{h_2 i_2}}{C_1\sqrt{h_1 i_1}} = \sqrt{\lambda_v},$$

ce qui donne, compte tenu de la relation $i_2/i_1 = \lambda_v/\lambda_H = D$,

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{\sqrt{D}},$$

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 594.

ou encore

(2) $$\frac{\gamma_2}{\sqrt{h_2}}=\sqrt{\mathrm{D}}\left[1+\frac{\gamma_1}{\sqrt{h_1}}\right]-1.$$

3. Dans certains cas, par exemple pour comparer divers profils à donner à un canal de section transversale régulière, on peut avoir intérêt, si la réalisation pratique de la condition (2) se heurte à des difficultés, à adopter une *distorsion des pentes*, en choisissant pour le modèle une pente longitudinale i'_2 différente de la pente transversale i_2, de telle sorte que, i_2 restant déterminé par la condition $i_2/i_1=\mathrm{D}$, i'_2 permette de réaliser la condition

(3) $$\frac{\mathrm{C}_2\sqrt{\mathrm{R}_2 i'_2}}{\mathrm{C}_1\sqrt{\mathrm{R}_1 i_1}}=\sqrt{\lambda_v}.$$

4. Les mêmes considérations sont valables pour un modèle réduit à échelle unique $\lambda_v=\lambda_\mathrm{H}=\lambda$, pour lequel $\mathrm{D}=1$ et $i_2=i_1=i$. La relation (2) devient

(4) $$\gamma_2=\gamma_1\sqrt{\lambda}.$$

Dans le cas où la valeur ainsi calculée serait difficile à réaliser pratiquement, on pourrait, comme pour les modèles à distorsion, adopter une pente longitudinale i' du modèle réduit différente de la pente transversale i et donnée, d'après la relation (3), par

(5) $$i'=i\left(\frac{\mathrm{C}_1}{\mathrm{C}_2}\right)^2.$$

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'interaction réciproque des hélices d'un tandem tournant en sens inverse.* Note [1] de M. **Robert Silber**, présentée par M. Henri Villat.

Une maquette au 1/7e du Caudron C.-714 a été équipée successivement de différentes hélices entraînées par un ou deux moteurs électriques enfermés dans le fuselage et munis de mesureurs du couple moteur C.

Des résultats remarquables ont été obtenus pour des hélices à pas variable montées en tandem, c'est-à-dire placées immédiatement l'une derrière l'autre et tournant en sens inverse. Les hélices employées étaient

---

[1] Séance du 31 mars 1941.

des hélices Ratier bipales de $0^m,290$ de diamètre homothétiques d'hélices de $2^m,15$. Leur calage est défini par une section de référence située à $0^m,60$ de l'axe dans l'hélice grandeur. Les essais ont été effectués à égalité de régime des deux hélices en faisant varier le calage de l'hélice avant α_{AV} pour divers calages de l'hélice arrière α_{AR}.

Le coefficient de puissance χ (2) *de chacune des hélices paraît indépendant du calage de l'autre* pour une large variation dépassant de beaucoup celle qui est actuellement utilisée en pratique.

La figure 1 montre en fonction de γ (3) les faibles variations de χ_{AR} pour des variations de α_{AV} autour des calages à égalité avec α_{AR}.

Le coefficient χ_{AV} paraît aussi indépendant du calage de l'hélice arrière.

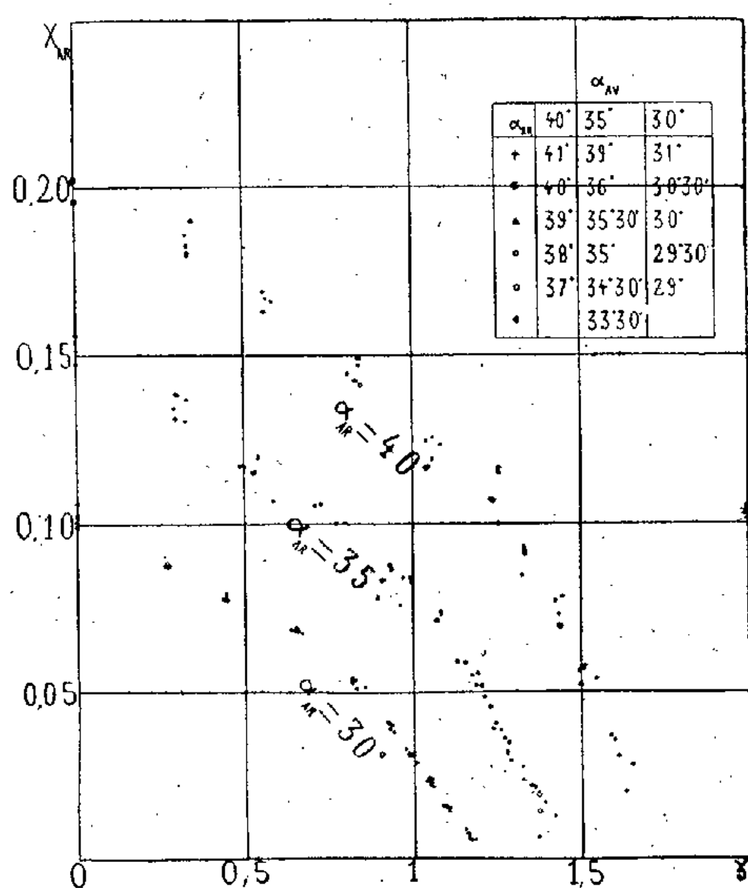


Fig. 1.

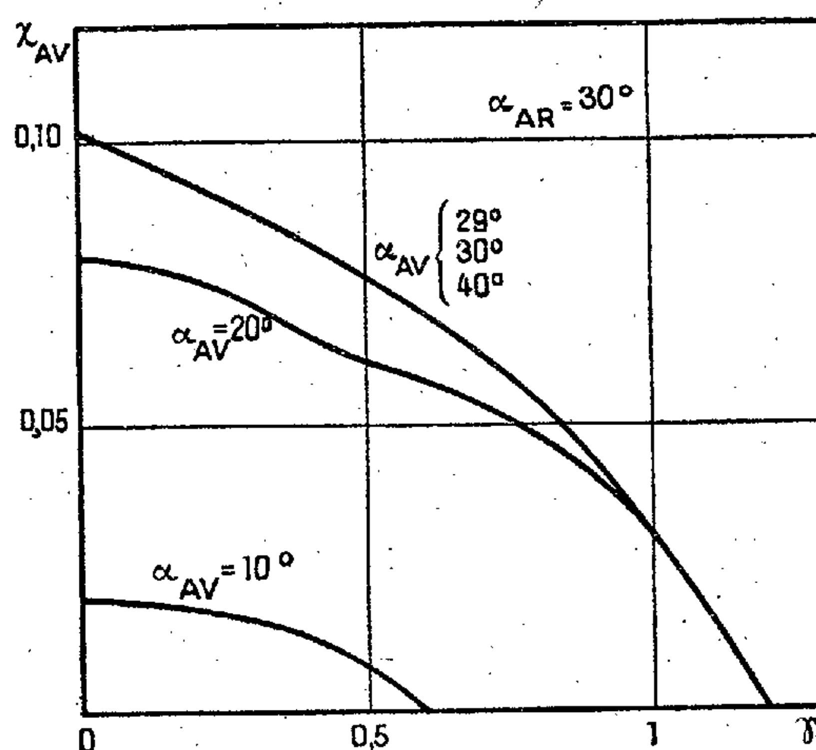


Fig. 2.

Des variations de calage plus étendues ont été ensuite réalisées pour établir dans quel domaine de variation cette indépendance pouvait être considérée comme admissible.

La figure 2 montre quelques-uns de ces résultats.

L'étude des hélices, d'abord fonctionnant séparément, puis toutes ensemble, permet de mettre en évidence leur interaction, qui se traduit par

(2) $W = \chi \rho n^3 D^5$; ρ, densité de l'air en atmosphère standard; W, puissance motrice.

(3) $\gamma = V/nD$; n, nombre de tours par seconde de l'hélice; D, diamètre de l'hélice.

une augmentation de la qualité de propulsion η (4), ou *rendement de l'ensemble* qui a été de l'ordre de 3 à 4 %, et par une variation apparente du pas des hélices au point de vue des coefficients de puissance.

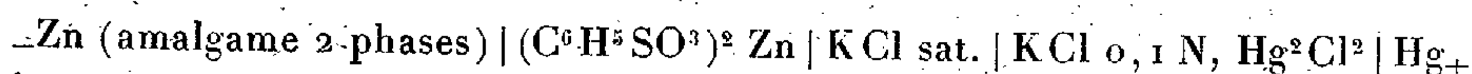
En résumé, *les caractéristiques de puissance de chacun des éléments du tandem d'hélices étudié ne dépendent que du calage de l'hélice intéressée et semblent pratiquement indépendants de celui de l'autre élément dans de larges limites.*

Leur interaction peut se traduire d'une façon globale par une pseudo-augmentation du pas de l'hélice arrière et une pseudo-diminution du pas de l'hélice avant par rapport aux coefficients de puissance des hélices travaillant isolément.

ÉLECTROCHIMIE. — *Influence de la température sur l'activité et le rayon de l'ion zinc dans les solutions de benzène-sulfonate de zinc.* Note de Mme **Marie-Louise Brouty**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons fait connaître (1) les coefficients d'activité de l'ion Zn^{++} dans des solutions de benzène-sulfonate de zinc ainsi que le potentiel normal et le rayon ionique à 25°. Depuis, nous nous sommes proposé d'étudier les variations de ces grandeurs avec la température.

Les mesures ont été faites sur la chaîne



$-$Zn (amalgame 2 phases) | $(C^6H^5SO^3)^2$ Zn | KCl sat. | KCl 0,1 N, Hg^2Cl^2 | Hg_+

aux températures de 5°, 15°, 25° et 35°.

La f. é. m. de cette pile est, en négligeant le potentiel de jonction liquide,

$$E = E_0 - \frac{RT}{2F} \operatorname{Log} cf_+ + E_{cal}. \tag{1}$$

Les lettres ont les mêmes significations que précédemment (1).

Les courbes $E = \varphi(\log c)$ sont des droites pour toutes les températures et pour tout le domaine des concentrations étudiées (0,04 à 0,001 M). Pour chaque concentration, la courbe représentant les variations de la f. é. m.,

---

(4) $\eta = TV/W$; V, vitesse de l'avion; T, traction de l'hélice.

(1) M. L. Brouty et A. Ghiggino, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 298.

observée en fonction de la température de la pile, est une droite de coefficient angulaire négatif dont la variation avec la concentration vérifie une relation de la forme

$$(2)\qquad \frac{dE}{dt} = -a \log c + b \qquad [a = 1,0;\ b = -12\ (10^{-4}\ \text{volt par degré})]\ \ (^2).$$

Comme nous l'avons déjà montré, la méthode d'extrapolation de Lewis ne conduit pas à des résultats satisfaisants pour la détermination de E_0. Il faut avoir recours à la théorie de Debye-Hückel, dans sa forme généralisée par Gronwall, La Mer et Sandved.

L'ensemble du calcul a été mené comme précédemment ([3]). Les valeurs obtenues pour E_0 et a sont

t	5°.	15°.	25°.	35°.
E_0 (10^{-4} volt)	7840	7720	7598	7479
a (Å)	2,1	2,4	2,8	3

La variation de E_0 en fonction de t est linéaire :

$$\frac{dE_0}{dt} = -12\ (10^{-4}\ \text{volt par degré}).$$

Le rayon de l'ion Zn^{++} varie légèrement avec la température et dans le même sens que celle-ci. M. Quintin ([4]) avait trouvé une variation identique pour le rayon moyen de SO^4Cu et Cl^2Cd.

Connaissant E_0, $-\log f$ et f ont été calculés pour les différentes concentrations et pour chaque température étudiée. Il n'est pas possible de reproduire ici les valeurs obtenues. Il paraît cependant intéressant de comparer les valeurs expérimentales $-\log f_{\text{exp.}}$: 1° aux valeurs calculées $-\log f_{D}$, par la formule simplifiée de Debye

$$-\log f_D = -Bz^2\sqrt{\mu}$$

(B est fonction croissante de T, z la valence de l'ion considéré, μ la force ionique du milieu); 2° aux valeurs $-\log f_{L.M}$ calculées d'après la relation (3) de la Note précédente (formule de La Mer). Les valeurs de $-\log f_{L.M}$, pour toutes les températures, sont en accord satisfaisant avec les valeurs

---

([2]) On peut, par un raisonnement simple, interpréter ces coefficients : a n'est autre que la constante 0,4343 (R/2F) et b la valeur de dE_0/dt, ce que nous vérifions expérimentalement plus loin.

([3]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 298.

([4]) *Thèse*, Paris, 1935, p. 65 et 78.

de $-\log f_{\text{exp.}}$ dans un domaine de concentration allant des solutions les plus diluées jusqu'à 0,01M environ, tandis que $-\log f_{\text{D}}$ présente des écarts notables, même pour les grandes dilutions, et les écarts pour une même concentration varient avec la température. Tandis que $-\log f_{\text{D}}$ croît avec T, pour tout le domaine des concentrations étudiées, les valeurs de $-\log f_{\text{exp.}}$ vérifient la relation

$$-T \log f = \text{const.}$$

pour une concentration donnée.

Ces résultats, malgré leur apparence, ne sont pas incompatibles avec la théorie de Debye-Hückel, mais le domaine des concentrations accessibles à l'expérience est trop éloigné du domaine limite des solutions diluées dont rend compte la théorie dans sa forme approchée, et cela d'autant plus que l'ion étudié est plus petit (ce qui est le cas de l'ion Zn^{++}). Ces résultats sont au contraire en accord avec l'esprit même de la théorie, puisque la forme généralisée que lui ont donnée Gronwall, La Mer et Sandved, en élargissant son domaine de validité, rend compte des résultats expérimentaux d'une manière satisfaisante.

RADIOCHIMIE. — *Sur la cristalloluminescence du chlorure de sodium.* Note de M. **Charles Racz**, présentée par M. Charles Mauguin.

On sait depuis longtemps que la précipitation de certaines substances est accompagnée d'une émission de lumière visible [1]. Mais, à cause de la faible intensité et de la courte durée du phénomène, les méthodes d'observation habituelles (œil ou plaque photographique) ne permettent pas une étude quantitative, et les conclusions de plusieurs études sont nettement contradictoires [2].

En employant des compteurs photoélectriques à CuI, dont la sensibilité correspond à quelques photons par seconde au voisinage de 2300 Å [3], j'ai pu constater que la cristallisation par précipitation de plusieurs sels est également accompagnée d'une émission de rayonnement ultraviolet.

---

(1) Bandrowski, *Zeit. phys. Chem.*, **15**, 1894, p. 323; Trautz, *ibid.*, **53**, 1905, p. 1.

(2) Weiser, *J. Phys. Chim.*, **22**, 1918, p. 480; Longchambon, *Thèse*, Paris, 1925; Kusnetzov et Kotler, *Phys. Zeit. U. R. S. S.*, **5**, 1934, p. 40.

(3) Audubert, *Jour. de Phys.*, **6**, 1935, p. 451; *Jour. Chim. Phys.*, **33**, 1936, p. 507.

Des résultats positifs ont été obtenus avec NaCl, KCl, NaBr, $BaCl^2$, NO^3Na. Le plus souvent, en raison de la grande absorption des solutions utilisées, l'intensité de la lumière ultraviolette observable est très faible. Par contre, dans le cas de la précipitation de NaCl par HCl, le processus photogénique donne lieu à une augmentation de plusieurs centaines de décharges par minute. Ceci permet de mesurer non seulement l'intensité et la durée de la luminescence ultraviolette, mais aussi de suivre la cinétique du phénomène.

D'une manière générale, j'ai utilisé des solutions de HCl saturées de NaCl, de concentrations comprises entre 6 et 11 N, placées dans un cristallisoir, dans lequel on ajoute à l'aide d'une microburette des volumes connus d'une solution saturée de NaCl. La quantité d'acide étant toujours en grand excès, la variation de volume et de concentration était donc négligeable. Dans les cas où l'addition est suffisamment rapide, les expériences et les courbes obtenues sont parfaitement reproductibles. La cinétique, du processus émetteur est suivie en traçant en fonction du temps les courbes représentant le nombre total des décharges obtenues, c'est-à-dire, à une constante près, le nombre total des photons émis.

Quelles que soient les conditions expérimentales, on distingue sur ces courbes trois domaines distincts : une période d'induction, une période de vitesse d'émission constante, puis une saturation. Les caractéristiques de ces différentes portions peuvent changer fortement avec la concentration, le volume, l'épaisseur et le rapport des volumes des solutions, l'agitation, la température et la présence des cristaux préalablement ajoutés. L'étude séparée de ces différents facteurs conduit aux résultats suivants :

1° L'agitation continuelle du mélange diminue et peut même arrêter complètement l'intensité de l'émission, de même qu'elle diminue sa durée; elle a un effet d'autant plus marqué que la solution de HCl est elle-même plus concentrée.

2° La période d'induction dépend de la concentration de HCl, de même que la vitesse de précipitation; mais elle dépend aussi fortement de l'épaisseur du mélange dans la direction d'observation et également des cristaux préalablement ajoutés.

3° La durée de l'émission est en général de l'ordre de 5 minutes, mais pour des grandes quantités mélangées, elle peut largement dépasser une dizaine de minutes.

Il m'a semblé intéressant de suivre la vitesse de précipitation en mesurant l'opacité du mélange à l'aide d'une cellule photoélectrique à sélénium.

Autant que l'on peut en juger, la durée de la précipitation est incomparablement plus courte que celle de la luminescence, surtout pour des fortes concentrations d'acide.

4° L'intensité totale émise, c'est-à-dire le rendement quantique apparent, n'est une fonction additive de la quantité ajoutée que dans le cas où l'épaisseur de HCl est petite et où le rapport des volumes mélangés et la quantité des cristaux en présence sont également petits.

5° Si l'on ajoute successivement à une même solution de HCl des quantités relativement faibles d'une solution saturée de NaCl et si l'on porte en abscisse le nombre des additions successives et en ordonnée la totalité des décharges, c'est-à-dire des photons émis, on obtient une courbe en S. Cette courbe présente encore une période d'inertie, suivie d'une partie rectiligne assez courte, correspondant à un rendement quantique maximum, puis une saturation qui est atteinte avant que la dilution de HCl supprime la précipitation. Si, dans une solution ayant atteint par additions progressives la saturation, on ajoute une quantité massive de solution de NaCl, on obtient encore une nouvelle émission.

Tous ces faits sont assez contradictoires en apparence et, dans l'état actuel de la question, il est difficile de préciser le mécanisme responsable de la luminescence ultraviolette. Cependant, d'une part l'existence d'une période d'inertie conduit à penser que la présence des cristaux est nécessaire pour obtenir la luminescence; comme le montre d'ailleurs le fait qu'une solution précipitée et filtrée présente de nouveau une période d'inertie. D'autre part l'existence d'une saturation pouvant être suivie d'une nouvelle émission, indique que les cristaux formés peuvent jouer un rôle inhibiteur d'émission. On le vérifie d'ailleurs en ajoutant préalablement des petits cristaux de NaCl à une solution dont l'émission peut ainsi être presque totalement supprimée.

Signalons enfin qu'une théorie rendant la sursaturation seule responsable du rayonnement n'est pas capable d'expliquer ces résultats expérimentaux.

Néanmoins, j'ai pu démontrer que la dernière partie de la courbe cinétique correspondant à l'extinction de la luminescence, suit avec une bonne précision la formule de désactivation simple $N = N_\infty\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, où N est le nombre total des photons émis. La vie moyenne τ pouvant varier suivant les conditions de 10 à 100 secondes. Résultat qui suggère qu'au moins une partie de la luminescence aurait le caractère d'une fluorescence ou phosphorescence. Dans cette hypothèse, au cours de la précipitation, il

se formerait sur les germes cristallins des molécules qui resteraient un certain temps dans un état facilement excitable, sans la présence d'une impureté. Cette hypothèse permet d'expliquer, d'une façon qualitative, plusieurs anomalies apparentes du phénomène, comme sa longue durée, l'optimum de sursaturation, l'effet d'agitation et des cristaux, si l'on envisage la possibilité d'une désactivation sans émission de lumière.

L'étude de la première partie, c'est-à-dire de la période d'induction de la cristalloluminescence, permettra peut-être de préciser le processus d'activation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibres dans les déplacements de métaux au sein des solutions de silicates fondus. Cas du plomb, du thallium et de leurs silicates.* Note [1] de M. **Marc Foëx**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les équilibres et déplacements d'équilibre entre les sels métalliques fondus et les métaux correspondants ont été étudiés en particulier par Jander et ses collaborateurs [2] et par l'auteur [3] (dépôt de cuivre fondu sur le fer).

Cette Note a pour objet l'étude de l'action du plomb métallique fondu sur les bains de silicate thalleux fondu, ainsi que celle de l'action du thallium métallique fondu sur les bains de silicate de plomb fondu.

Les opérations ont été effectuées dans des creusets de silice afin d'éliminer l'influence du récipient (action réductrice ou introduction de nouveaux éléments). Le chauffage électrique en atmosphère d'azote permet d'éviter les modifications que l'oxygène de l'air pourrait apporter à la composition du bain. Ce dernier est constamment agité à l'aide d'une tige en silice.

Le bain contenant le silicate de thallium est traité, à 900°, par une masse de plomb métallique; une partie de ce métal réduit une certaine quantité de silicate de thallium et le reste forme un alliage avec le thallium ainsi déplacé. En effectuant, à l'aide d'une boucle de platine, des prélèvements successifs de 0,1 à 0,25 g sur la masse de silicates fondus, il est possible de suivre la réaction. La courbe A de la figure représente en

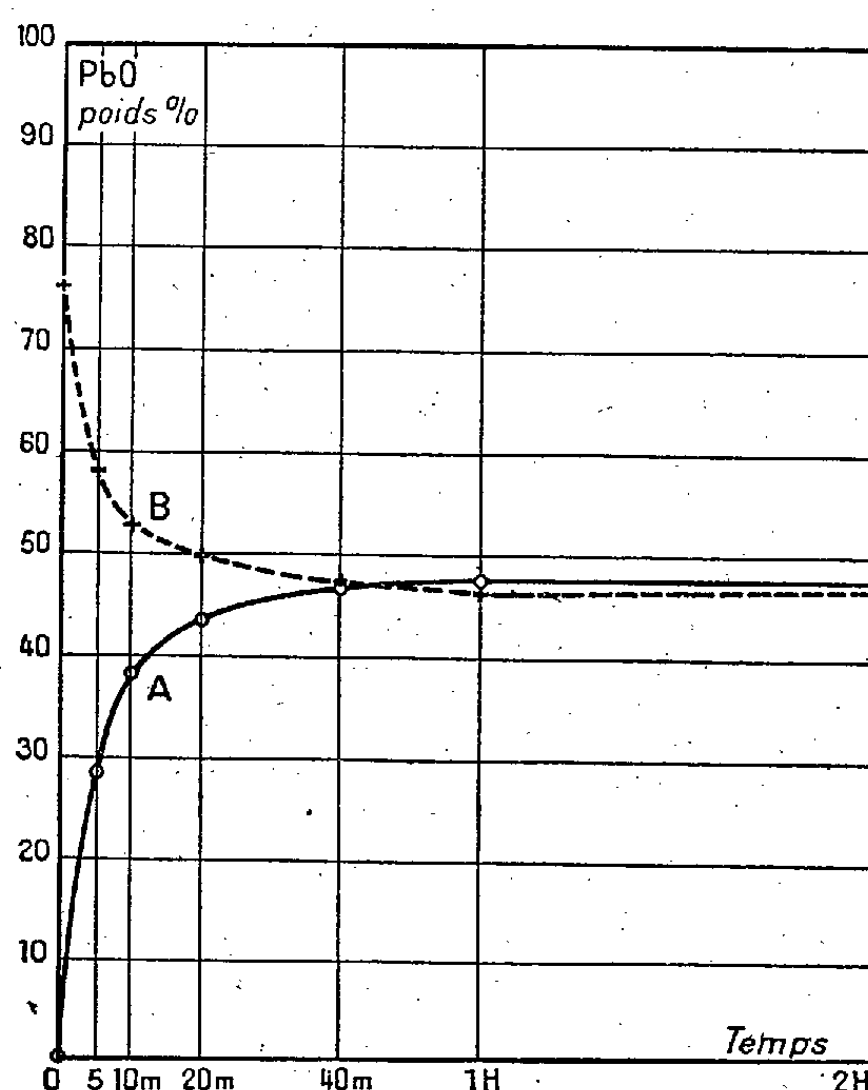
---

(1) Séance du 31 mars 1941.

(2) W. Jander et H. Senf, *Zeit. anorg. Chem.*, 217, 1934, p. 48; W. Jander et A. Krieger, *Zeit. anorg. Chem.*, 232, 1937, p. 39.

(3) 72e *Congrès des Sociétés savantes*, Bordeaux, 1939.

fonction du temps, les teneurs en oxyde de plomb d'un bain formé initialement par 13,541 g de silicate de thallium de composition moléculaire 115 SiO^2-100 Tl^2O (essai n° 9 du Tableau), traité par 14,836 g de plomb métallique. La quantité d'oxyde de plomb contenue dans le bain sous forme de silicate (dosage du plomb à l'état de sulfate) augmente d'abord



rapidement, puis tend vers une limite pratiquement atteinte au bout d'une heure.

En traitant de la même manière, par 10,676 g de thallium métallique, 20,537 g de silicate de plomb de composition initiale 115 SiO^2-100 PbO, la composition globale du système (métal et solution) étant sensiblement la même que précédemment (essai n° 10), il se produit également un déplacement limité. La quantité d'oxyde de plomb contenue dans le bain sous forme de silicate (courbe B) diminue et tend vers une limite qui est aux erreurs d'expérience près celle obtenue en sens inverse dans le traitement du silicate de thallium par le plomb.

Les alliages ainsi formés sont homogènes et ne subissent pas dans les conditions de l'expérience de pertes sensibles par volatilisation. D'autre part il n'y a pas d'action réductrice décelable de la silice par les métaux envisagés. Les résultats suivants ont été obtenus à 900° :

	a.			b.			c.	d.	e.		f.
	SiO^2.	Tl^2O.	PbO.	SiO^2.	Tl^2O.	PbO.			Tl %.	Pb %.	
	Durée du traitement 30 minutes.										
1...	60	100	–	69,5	24,9	75,1	10,429 g Pb	0,6540	56,5	43,5	1,299
2...	60	–	100	69,8	25,6	74,4	9,734 g Tl	0,6787	58,0	42,0	1,381
3...	60	100	–	70,7	63,9	36,1	3,314 g Pb	3,491	89,9	10,1	8,901
4...	60	–	100	71,2	64,5	35,5	10,719 g Tl	3,584	90,4	9,6	9,417
	Durée du traitement 2 heures.										
5...	116	100	–	124,1	5,8	94,2	16,211 g Pb	0,1215	12,25	87,75	0,1396
6...	116	–	100	125,3	5,7	94,3	4,752 g Tl	0,1192	12,3	87,7	0,1403
7...	115	100	–	125,3	12,1	87,9	12,454 g Pb	0,2715	24,3	75,7	0,3210
8...	115	–	100	126,1	12,6	87,4	7,631 g Tl	0,2843	24,8	75,2	0,3298
9...	115	100	–	125,9	25,2	74,8	14,836 g Pb	0,6645	44,5	55,5	0,802
10...	115	–	100	126,4	25,9	74,1	10,676 g Tl	0,6991	45,5	54,5	0,835
11...	114	100	–	124,8	43,8	56,2	6,586 g Pb	1,537	66,3	33,7	1,967
12...	114	–	100	125,9	44,6	55,4	10,431 g Tl	1,588	67,5	32,5	2,077
13...	113	100	–	126,1	64,4	35,6	4,310 g Pb	3,568	83,4	16,6	5,024
14...	113	–	100	126,5	63,6	36,4	10,425 g Tl	3,446	82,6	17,4	4,747
15...	112	100	–	127,2	77,1	22,9	2,288 g Pb	6,641	90,6	9,4	9,638
16...	112	–	100	126,9	77,8	22,2	12,347 g Tl	6,912	91,0	9,0	10,111

a. Composition initiale du bain en molécules. — *b.* Composition finale du bain en molécules. — *c.* Quantité initiale en grammes du métal utilisé (plomb ou thallium). — *d.* Rapport des poids de thallium et de plomb dans la solution de silicates. — *e.* Composition de l'alliage en poids. — *f.* Rapport des poids de thallium et de plomb dans l'alliage.

Si l'on admet l'ionisation des solutions de silicates fondus, les proportions de métaux déplacés indiquent que l'équilibre se présente sous la forme $2Tl^{+} + Pb \rightleftharpoons Pb^{++} + 2Tl$.

La composition de l'alliage en équilibre avec la solution dépend en particulier des proportions de silice contenues dans le bain. Une addition de silice augmente la teneur en plomb de l'alliage. Les modifications ainsi apportées sont surtout importantes si la proportion de silice est inférieure à 100^{mol} pour 100^{mol} d'oxydes métalliques. Ces changements d'équilibre sont probablement dus à la formation entre la silice et les oxydes de composés de stabilités différentes; le silicate le plus stable ayant, toutes choses égales par ailleurs, moins tendance que les autres à donner par réduction le métal correspondant.

Des équilibres semblables ont été obtenus par l'auteur au sein des solutions de silicates ou borates fondus en utilisant d'autres systèmes métalliques (plomb et bismuth en particulier).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Cinétique de l'oxydation du lévulose par le sulfate cupri-ammonique.* Note [1] de M. **Jacques Parrod**, présentée par M. Paul Lebeau.

J'avais étudié jusqu'ici les produits de l'oxydation des sucres par différents complexes cupri-ammoniques [2]; afin d'obtenir quelques indications sur le mécanisme de ces réactions, je me suis proposé de rechercher comment varie Cu^+ à température constante, en fonction du temps et des concentrations des réactifs. Les résultats qui font l'objet de cette Note concernent le système lévulose et sulfate cupri-ammonique.

Il suffit de décrire sur un exemple précis la technique employée, car elle reste la même, dans ses traits essentiels, au cours de ce travail. Dans un tube à essai on introduit 1^{cm^3} d'une solution de lévulose à 5 %, puis 4^{cm^3} d'une solution contenant par litre 5/8 mol.-g. $SO^4Cu(NH^3)^4$, et en outre 2,5/4 mol.-g. NH^3, de façon que la teneur finale en Cu soit 1/2 atome-g. par litre. Le tube à essai est fermé par un bouchon de caoutchouc traversé d'un tube à robinet; celui-ci permet, grâce à des manipulations faciles à imaginer, de faire le vide au-dessus du mélange, puis d'introduire de l'azote pur, cela cinq fois de suite. Après le séjour fixé au thermostat à 50°, on acidifie, verse dans 150^{cm^3} d'eau additionnée de 3^g IK; l'iode est déterminé par l'hyposulfite de sodium $n/10$, et Cu calculé par différence.

Les points représentant Cu^+ en fonction du temps se placent sur des courbes régulières; au bout d'une vingtaine d'heures, Cu^+ atteint un maximum qu'il ne dépasse pas, même après plusieurs jours. Il serait fastidieux de construire une telle courbe pour chaque ensemble de valeurs des paramètres variables; aussi me suis-je borné à déterminer deux grandeurs caractéristiques, la quantité maxima de Cu^+ et celle obtenue après 30 minutes de chauffage.

A un accroissement de la concentration en ammoniac, correspond, dans toutes les expériences, un accroissement de Cu^+ d'autant plus sensible que le sel cuivrique est plus dilué. Pour une solution contenant 1/20 ion-g. Cu^{++} par litre, l'augmentation relative du cuivre réduit au bout de 30 minutes atteint le maximum observé, 20 % seulement, alors que la concentration moléculaire en ammoniac passe de 0,5 à 2. Il est donc légitime de comparer

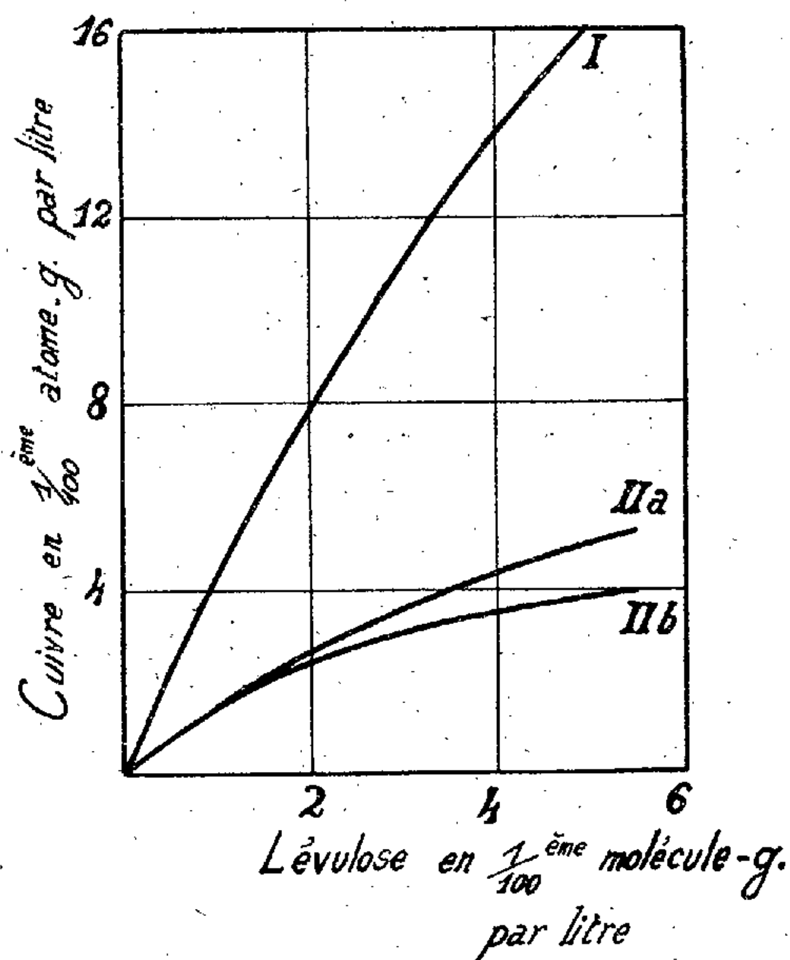
---

(1) Séance du 24 mars 1941.

(2) *Annales de Chimie*, **19**, 1933, p. 205-262; *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 5e série, **3**, 1936, p. 1126-1135; *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 871.

des mélanges également riches en NH^3, par exemple 0,5 mol.-g./l. en sus de la quantité nécessaire à la formation de $Cu(NH^3)^{4++}$.

La courbe I, relative à une solution de 1/2 ion-g. de métal par litre, montre que le poids maximum de Cu^+ croît presque en raison directe du



poids de lévulose. A des solutions plus diluées en cuivre (1/4 à 1/20 ion-g./l.) correspondraient des segments de cette même courbe issus de l'origine. Ce résultat signifie que les réactions demeurent les mêmes, quelles que soient les quantités de réactif mises en œuvre.

Il est beaucoup plus inattendu que la comparaison des chiffres obtenus pour une durée de chauffage de 30 minutes fasse apparaître une invariance analogue. La courbe II*a* est en effet valable pour les concentrations 1/2, 1/4, 1/10 ion-g. Cu^{++} par litre. Lorsque la teneur en métal s'abaisse à 1/20 ion-g./l., la courbe obtenue II*b* diffère un peu de la précédente.

Deux hypothèses simples permettraient d'expliquer pourquoi la vitesse de réduction du cuivre est, dans une large mesure, indépendante de ce constituant. En milieu ammoniacal, le lévulose se transformerait lentement en un produit rapidement oxydable; or, si l'on répète quelques-unes des expériences décrites plus haut, avec du lévulose chauffé préalablement une demi-heure dans l'ammoniaque normale, l'allure du phénomène de réduction demeure sensiblement le même. Cette première supposition doit donc être rejetée. Il apparaît plus probable que la vitesse de réaction se

trouve déterminée par celle de l'autodestruction d'une combinaison instantanée du lévulose et des ions cuivriques, dans laquelle entrerait pratiquement la totalité du sucre en présence d'un excès de cuivre. Une nouvelle étude montrera si cette deuxième hypothèse doit être retenue.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Résultats obtenus dans l'étude de la diffusion métallique par la méthode des multilames.* Note (¹) de MM. **Pierre Chevenard** et **Xavier Waché**, présentée par M. Léon Guillet.

L'attention a déjà été attirée (²) sur les avantages de la méthode thermomagnétique quand l'un au moins des constituants ou le produit de leur diffusion est ferromagnétique. Appliquée à des *agrégats multilames*, constitués par des feuilles alternées et soudées de deux solutions solides, elle permet de suivre avec sensibilité les progrès de l'homogénéisation par recuit, d'après les aspects successifs de la courbe *aimantation-température*.

Comme les résultats de l'étude quantitative des multilames confirment avec une bonne précision les conséquences de la théorie de la diffusion, nous croyons intéressant de les communiquer, en raison de la délicatesse de la méthode expérimentale.

Cette Note concerne plus spécialement deux multilames A et B d'alliages fer γ-nickel. Dans l'une et l'autre, les feuilles alternées ont même épaisseur; celles de A contiennent respectivement 33,2 et 72,4 % Ni, et celles de B 35,8 et 50,0 %. La préparation des multilames, leur soudure par laminage à chaud, leur élaboration par laminage à froid, la technique des recuits d'homogénéisation seront exposées en détail dans un Mémoire d'ensemble.

Après recuit, on essaye chacun des échantillons au thermomagnétomètre. Afin de caractériser par un nombre le degré d'avancement de la diffusion, on superpose la courbe *aimantation-température* à la courbe obtenue après homogénéisation parfaite, et l'on mesure l'aire qui les sépare, en formant le total σ des deux aires de part et d'autre du point d'intersection. Quant on fait croître la duré du recuit, l'indice d'hétérogénéité σ ainsi défini tend vers zéro d'autant plus vite que la température est plus élevée : nous convenons de traduire cette plus ou moins grande rapidité par la durée τ du recuit nécessaire pour réduire l'indice σ à la

(¹) Séance du 24 mars 1941.

(²) P. Chevenard et A. Portevin, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 71.

moitié de sa valeur initiale, c'est-à-dire pour atteindre une *étape expérimentalement bien déterminée dans la marche de l'homogénéisation.*

D'après la théorie de la diffusion, dont le point de départ est l'équation différentielle $\partial c/\partial t = D(\partial^2 c/\partial x^2)$, la concentration c de la solution solide en un point d'abscisse x mesurée parallèlement à la direction de la diffusion, au bout d'un temps t, est fonction du rapport $x/2\sqrt{Dt}$. Le paramètre D est le coefficient de diffusion. Il varie probablement avec la concentration et croît très vite avec la température : Duschmann et Langmuir représentent cette croissance par $D = (Q/Nh)\delta^2 e^{-\frac{Q}{RT}}$, formule dans laquelle Q est la chaleur de diffusion relative à un atome-gramme, N le nombre d'Avogadro, h la constante de Planck, δ la distance entre atomes et R la constante des gaz parfaits. D'où les prévisions que nous avons soumises au contrôle de l'expérience.

1° Si le coefficient D varie proportionnellement à $e^{-\frac{Q}{RT}}$, il doit en être de même de l'inverse de la durée τ définie plus haut. En d'autres termes, les

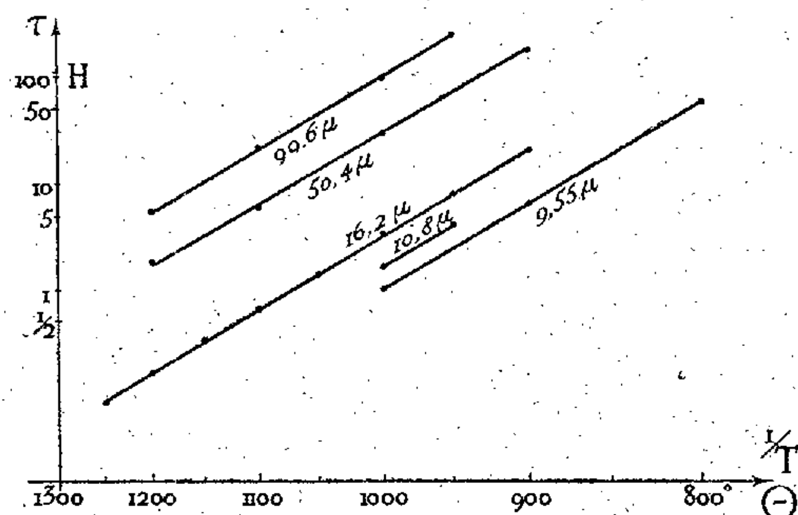


Fig. 1.

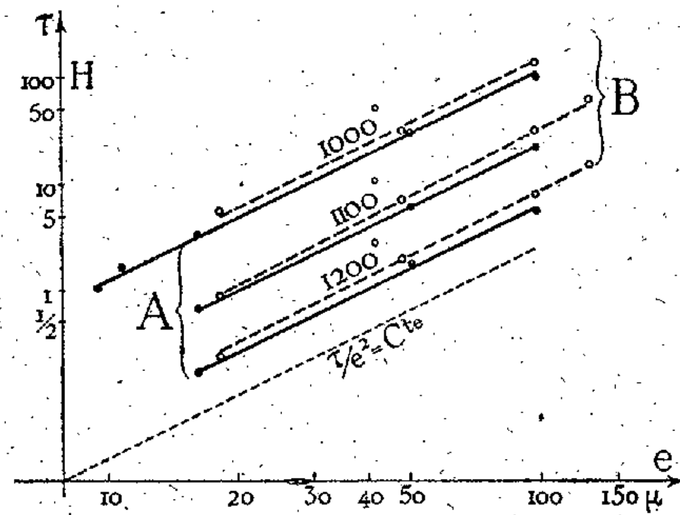


Fig. 2.

courbes construites avec $1/T$ pour abscisse et $\log \tau$ pour ordonnée sont des lignes droites dont le coefficient angulaire ne dépend ni de l'épaisseur des lamelles, ni de leur concentration initiale. En fait, comme le montre le diagramme de la figure 1 établi pour la multilame A, les points relatifs aux différentes épaisseurs de lamelles ($9^{\mu},55$; $10^{\mu},8$, ..., $99^{\mu},6$) s'alignent sensiblement, et les droites obtenues sont quasi parallèles entre elles. Avec la même approximation, elles sont également parallèles aux droites de la multilame B.

2° Pour une même multilame et une même température de recuit, la durée τ doit varier proportionnellement à la racine carrée de l'épaisseur e des lamelles. Si, en effet, on construit le diagramme logarithmique repré-

sentant τ en fonction de e (*fig.* 2), les points obtenus pour les deux multilames, à 1000°, 1100° et 1200°, se disposent à peu près sur des droites quasi parallèles à la droite $\tau/e^2 = \text{const.}$

3° Si la réduction de l'indice d'hétérogénéité σ à la moitié de sa valeur initiale traduit, pour les deux multilames, un même degré d'avancement de la diffusion, et si le coefficient D varie peu avec la concentration, on prévoit, à températures et à épaisseurs identiques, les mêmes durées τ pour A et pour B : ces deux hypothèses sont approximativement vérifiées, car, sur la figure 2, les droites A et B, quoique nettement distinctes, se placent près l'une de l'autre.

La marche de la diffusion par recuit a été également étudiée au microscope. Le grossissement des grains nous est apparu bien antérieur à l'homogénéisation, au point qu'on voit des grains envahir trois ou quatre lamelles, alors que la courbe thermomagnétique accuse encore une hétérogénéité nette.

Nos expériences ont porté en outre sur des multilames formées d'alliages nickel-chrome et fer-nickel-chrome. Dans l'ordre scientifique, elles vérifient avec une bonne approximation les conséquences de la théorie de la diffusion. Dans l'ordre pratique, elles éclairent la technique de l'homogénéisation par recuit des produits métallurgiques, en précisant les températures où la diffusion est active et en indiquant l'ordre de grandeur des durées de chauffe nécessaires.

CHIMIE MINÉRALE. — *Attaque des minerais et séparation du niobium et du tantale*. Note [1] de M. **Raymond Rohmer**.

Devant l'insuffisance partielle des procédés indiqués jusqu'ici, nous avons essayé de trouver une méthode ou une combinaison des méthodes déjà employées qui permette l'extraction et la séparation du niobium et du tantale de leur minerai.

La fusion du minerai avec le fluorure acide de potassium serait avantageuse en raison de la température de fusion peu élevée de KF, HF (239°) et de l'obtention directe du niobifluorure et du tantalifluorure de potassium ; mais nous avons toujours retrouvé plus de la moitié du minerai non attaqué, quels que soient la durée de chauffe et l'excès de fondant.

---

[1] Séance du 31 mars 1941.

L'attaque la plus complète est obtenue par fusion des minerais finement pulvérisés avec trois fois leur poids de bisulfate de potassium ([2]). Nous avons opéré en présence d'acide sulfurique, ce qui évite la prise en masse par refroidissement et la pulvérisation. On aboutit à un produit vert clair qu'on hydrolyse par ébullition dans l'eau.

Le précipité ainsi obtenu est généralement souillé de fer, d'étain, de titane, de tungstène, de silicium et d'un peu de minerai non attaqué. On décante et on lave plusieurs fois à l'eau chaude, contenant 1 % d'acide acétique ou chargée de gaz sulfureux, ce qui permet d'éliminer presque entièrement le potassium, le fer et le manganèse. L'étain et le tungstène, s'ils sont en quantités appréciables, sont éliminés par lavage au sulfure d'ammonium; à l'état de traces (moins de 3 %), ils disparaissent automatiquement dans la suite des opérations.

On ajoute au précipité un grand excès d'eau (environ dix fois son volume), 5 % d'eau oxygénée à 100 volumes et ensuite de l'acide sulfurique, à chaud, jusqu'à dissolution complète de la partie blanche. On sépare par filtration l'insoluble : silice et minerai non attaqué, que nous avons jugé avantageux de traîner jusqu'à ce moment du traitement.

Le titane accompagne encore le niobium et le tantale qu'on précipite par l'anhydride sulfureux. Le titane est partiellement entraîné; mais il passe entièrement en solution après une ou plusieurs redissolutions par l'eau oxygénée acidulée et précipitations par SO^2.

Nous avons constaté que son élimination était superflue, si l'on ne recherche que le tantale, car le titane se dépose seulement dans les queues avec le niobium, lors de la cristallisation des fluosels.

La séparation la plus avantageuse du niobium et du tantale, abstraction faite de quelques procédés analytiques très coûteux, se fait par cristallisation fractionnée des fluosels, d'après la méthode de Marignac ([2]) : dissolution des oxydes dans l'acide fluorhydrique, première addition d'une partie de fluorure acide de potassium pour quatre parties d'oxydes, concentration par ébullition jusqu'à 7^{cm^3}, pour 1^g d'oxyde, cristallisation par refroidissement de longues aiguilles fines de tantalifluorure : TaF^7K^2, soluble à 1 pour 200 à la température ordinaire, qui entraîne la presque totalité du tantale.

Une deuxième addition à chaud de fluorure acide de potassium, triple de la première, précipite alors le niobium. On fait divers lots par décan-

---

([2]) MARIGNAC, *Ann. Chim. Phys.*, 4e série, 8, 1866, p. 62.

tation des premiers cristaux déposés au refroidissement et qui peuvent encore être souillés de fluotantalate. Ces lots sont repris par l'eau bouillante, qui donne l'oxyfluoniobate de potassium, NbF^5OK^2, H^2O, en petites tablettes qu'il est impossible de confondre avec les aiguilles du tantalifluorure restant. Nous déterminons donc par examen microscopique la fin de la précipitation du tantale, quitte à reprendre ultérieurement les dépôts mixtes qui forment une très faible partie du total.

A notre avis, aucun des réactifs différenciant le niobium du tantale n'offre la garantie du contrôle microscopique des fluosels, surtout lorsqu'il s'agit de reconnaître la présence simultanée des deux éléments.

Au lieu d'éliminer les dernières traces de tantale par cristallisation fractionnée, Marignac indique qu'on peut les précipiter sous forme d'oxyfluotantalate insoluble $Ta^4O^5F^{14}K^4$, en faisant bouillir pendant plusieurs heures la solution étendue d'oxyfluoniobate souillé de fluotantalate. Cette méthode est longue et coûteuse.

Nous aboutissons enfin aux oxydes de niobium et de tantale par évaporation des fluosels en présence d'acide sulfurique, suivie d'une hydrolyse. Foote et Langley ([3]) signalent encore qu'on peut précipiter directement les oxydes par l'ammoniaque à chaud. Demarçay ([4]) pense même qu'en opérant de cette façon il est superflu d'éliminer auparavant le titane qui resterait en solution. Nous ne sommes pas arrivé à ce résultat.

CHIMIE ORGANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la chimie du caoutchouc; action particulière de divers agents non saturés.* Note de MM. **Patrice Compagnon** et **Jean Le Bras**, présentée par M. Marcel Delépine.

La copolymérisation est une réaction qui a pris, au cours de ces dernières années, une place importante dans la chimie des matières plastiques et des caoutchoucs artificiels; elle met en jeu des dérivés vinyliques polymérisables, mais peut faire intervenir aussi des produits qui ne sont pas, en eux-mêmes, polymérisables, tel l'anhydride maléique.

Nous nous sommes demandé si l'hydrocarbure caoutchouc n'était pas susceptible de se prêter à une telle réaction. *Effectivement, nous avons constaté qu'il pouvait former des copolymères avec d'autres produits non*

([3]) *Amer. J. Sc.*, 4e série, 30, 1911, p. 38.

([4]) *Comptes rendus*, 100, 1884, p. 740.

saturés, et plus particulièrement avec les monomères vinyliques dont le reste vinyle est attaché à au moins un atome, ou groupe d'atomes, à caractères électronégatifs. Cette copolymérisation peut être effectuée indifféremment sur le caoutchouc brut ou sur le latex lui-même.

1. *Réaction en émulsion.* — Son principe est d'amener l'hydrocarbure caoutchouc, en suspension dans le latex, à se combiner chimiquement, en présence d'un colloïde protecteur et d'un catalyseur approprié, avec des dérivés vinyliques.

Par exemple, du latex dilué, exempt d'ammoniaque, est additionné d'un agent stabilisant-émulsionnant (alcool gras sulfoné 1 à 2 %), d'un colloïde protecteur (gélatine 1 %), de nitrile acrylique (50 p. pour 100 p. de caoutchouc sec) et d'hydroperoxyde d'éthyle (10 vol. de O^2). Le mélange, soigneusement émulsionné, est maintenu à une température de 50 à 60° pendant 24 heures. Le produit de la réaction, constitué par une gelée homogène, est traité par de l'acide acétique dilué, puis essoré et séché. La masse obtenue fournit, après passage au malaxeur, un crêpe translucide tout à fait analogue à du crêpe ordinaire.

La même réaction s'effectue avec d'autres monomères polymérisables, tels le styrolène, l'acide acrylique, l'acroléine, les esters acryliques ou méthacryliques etc., seuls ou en mélange.

La copolymérisation ainsi réalisée a entraîné une modification profonde des propriétés du produit obtenu, modification due à des variations de la structure chimique et qui se traduit souvent par une insolubilité presque complète dans les solvants usuels du caoutchouc. Dans le cas du nitrile acrylique, par exemple, nous avons pu clairement prouver, par le fait suivant, sa combinaison chimique avec l'hydrocarbure caoutchouc : les deux corps, traités séparément de la façon indiquée ci-dessus, puis intimement mélangés, fournissent un produit dont la tenue vis-à-vis des solvants n'est en rien comparable à celle du copolymère (1).

2. *Réaction au malaxeur.* — Une réaction analogue à celle que nous venons de décrire est susceptible de se produire par simple mélange du caoutchouc brut et du dérivé vinylique sur un malaxeur à cylindres étroitement serrés. En outre, elle rend possible l'emploi de certains corps, tel l'anhydride maléique, qui ne pourraient être utilisés dans les conditions précédentes.

(1) Cela ne fait d'ailleurs que confirmer les résultats de Bacon et Schidrowitz (*Trans. I. R. I.*, 15, 1939, p. 153), qui ont mélangé du latex et des émulsions de dérivés vinyliques sans constater d'amélioration notable des produits obtenus.

Par exemple, si, sur un malaxeur à cylindres étroitement serrés, on introduit 5 % d'anhydride maléique dans du caoutchouc convenablement mastiqué, celui-ci perd de sa plasticité, devient plus nerveux et donne une feuille sèche d'apparence crêpée. La réaction est accompagnée d'un bruit de crépitement intense. Au fur et à mesure que la réaction progresse, l'insolubilité du caoutchouc dans le benzène s'accroît, et son gonflement dans ce solvant diminue; la modification de la structure chimique est si nette qu'il suffit de la fixation au malaxeur de 1 % d'anhydride maléique ([2]) pour que le caoutchouc ainsi modifié, bien qu'apparemment semblable à un caoutchouc mastiqué ordinaire, soit en majeure partie insoluble dans le benzène.

Cette réaction peut être accélérée par l'addition de catalyseurs peroxydiques. Toutefois, même en leur absence, il est probable qu'en fait interviennent les peroxydes dont la formation, au cours du malaxage du caoutchouc, est bien connue ([3]); en effet, un grand nombre de substances agissent comme inhibiteurs, entre autres, des antioxygènes couramment utilisés dans l'industrie du caoutchouc.

Des résultats analogues sont obtenus en remplaçant l'anhydride maléique par d'autres dérivés vinyliques. Ainsi l'acide ou le nitrile acrylique se combine au caoutchouc en présence de peroxyde de benzoyle; toutefois la volatilité de ces produits rend difficile leur mise en œuvre.

Remarque. — Les modifications de la structure chimique doivent être de natures très variées selon les conditions opératoires ([4]).

Ces caoutchoucs modifiés sont aptes à être travaillés et vulcanisés par les procédés ordinaires et jouissent en outre de propriétés spéciales : un copolymère de nitrile acrylique fournit un vulcanisat dont le gonflement dans l'essence est de 100 %, alors que celui du témoin est de 300 % ; un copolymère d'anhydride maléique, moins sensible que le témoin à l'action

---

([2]) Une interaction du caoutchouc et de l'anhydride maléique a été décrite par Bacon et Farmer (*Proc. Rub. Techn. Conférence, Londres*, 1938, p. 256); elle a lieu en phase benzénique et fournit des composés essentiellement différents des nôtres, puisque des termes contenant 10 à 20 % d'anhydride se dissolvent facilement dans le benzène.

([3]) Voir Ch. Dufraisse et R. Vieillefosse, *R. G. Caout.*, **12**, cxiv, 1935, p. 3.

([4]) Nous avons observé, dans certains cas, une véritable vulcanisation, vraisemblablement lorsque la réaction a eu pour conséquence la formation d'un réseau tridimensionnel.

des solvants, est aussi moins thermoplastique. Il est ainsi permis d'envisager, par un choix convenable du monomère, l'amélioration de propriétés très diverses du caoutchouc.

OCÉANOGRAPHIE. — *Isohalines de flot et isohalines de jusant dans l'estuaire du Bou-Regreg (Maroc Occidental), en période d'étiage.* Note [1] de M. **Claude Francis-Bœuf**, présentée par M. Georges Perrier.

La pénétration de l'eau de mer, et son mélange avec l'eau douce fluviale dans un estuaire, peut être utilement étudiée à l'aide de *courbes isohalines*.

La marée, en tant que phénomène dynamique, en période d'étiage, se fait sentir dans l'estuaire du Bou-Regreg jusqu'à 20^{km} en amont.

J'ai effectué des prélèvements d'eau aux points suivants : Tour Hassan ($2^{km},200$ en amont des digues du port de Rabat); Villa d'été du Pacha (6^{km}); Ferme Gilbert (14^{km}); Pont de l'Oued Akrech (18^{km}).

Les valeurs de la salinité, mesurées toutes les heures, au milieu de l'estuaire, en surface et au fond, permettent de construire des courbes qui expriment la variation de la salinité, à un moment donné, le long du cours de l'estuaire. Les points de chacune de ces courbes sont projetés sur le profil du lit où de la pente d'eau du fleuve. Puis, en joignant les points d'égale salinité, on obtient les courbes isohalines.

Ce mode de représentation permet les observations suivantes :

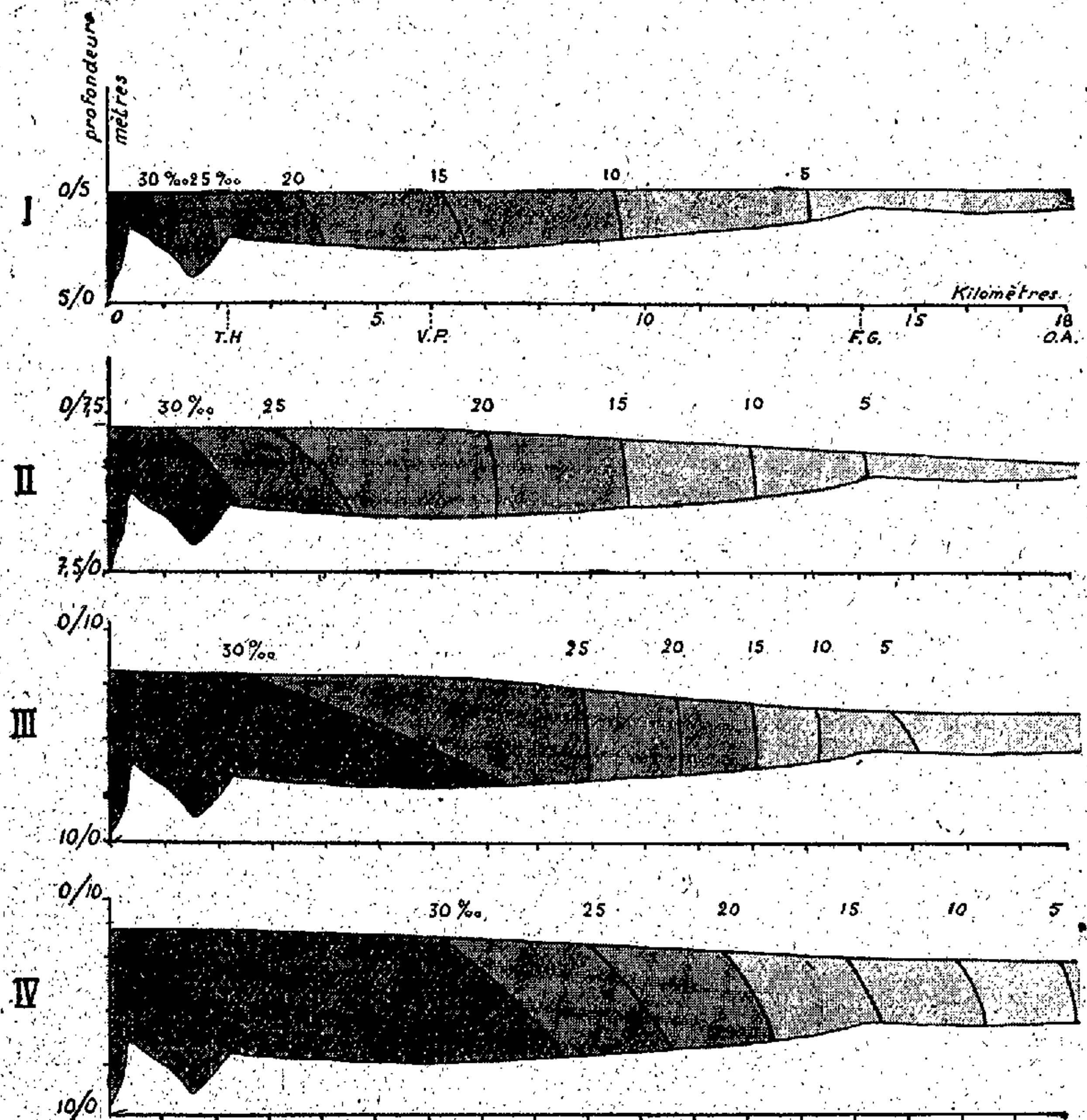
Flot. — L'isohaline de 30 ‰ (salinité voisine de celle de l'eau de mer) se situe à basse mer à 1^{km} de l'extrémité des digues du port de Rabat; au cours du flot, elle évolue vers l'amont de telle sorte qu'à haute mer, elle dépasse la Villa d'été du Pacha. La variation de pente de cette isohaline indique que la pénétration des eaux marines commence par le fond : il en résulte une stratification densimétrique, qui est surtout nette deux heures avant la haute mer.

Les autres isohalines varient sensiblement de la même manière. Notons cependant qu'à mesure que le flot progresse, les isohalines de 5, 10, 15, 20 ‰, largement espacées à basse mer, de manière à occuper la majeure partie de l'estuaire, sont refoulées en amont en même temps qu'elles se resserrent.

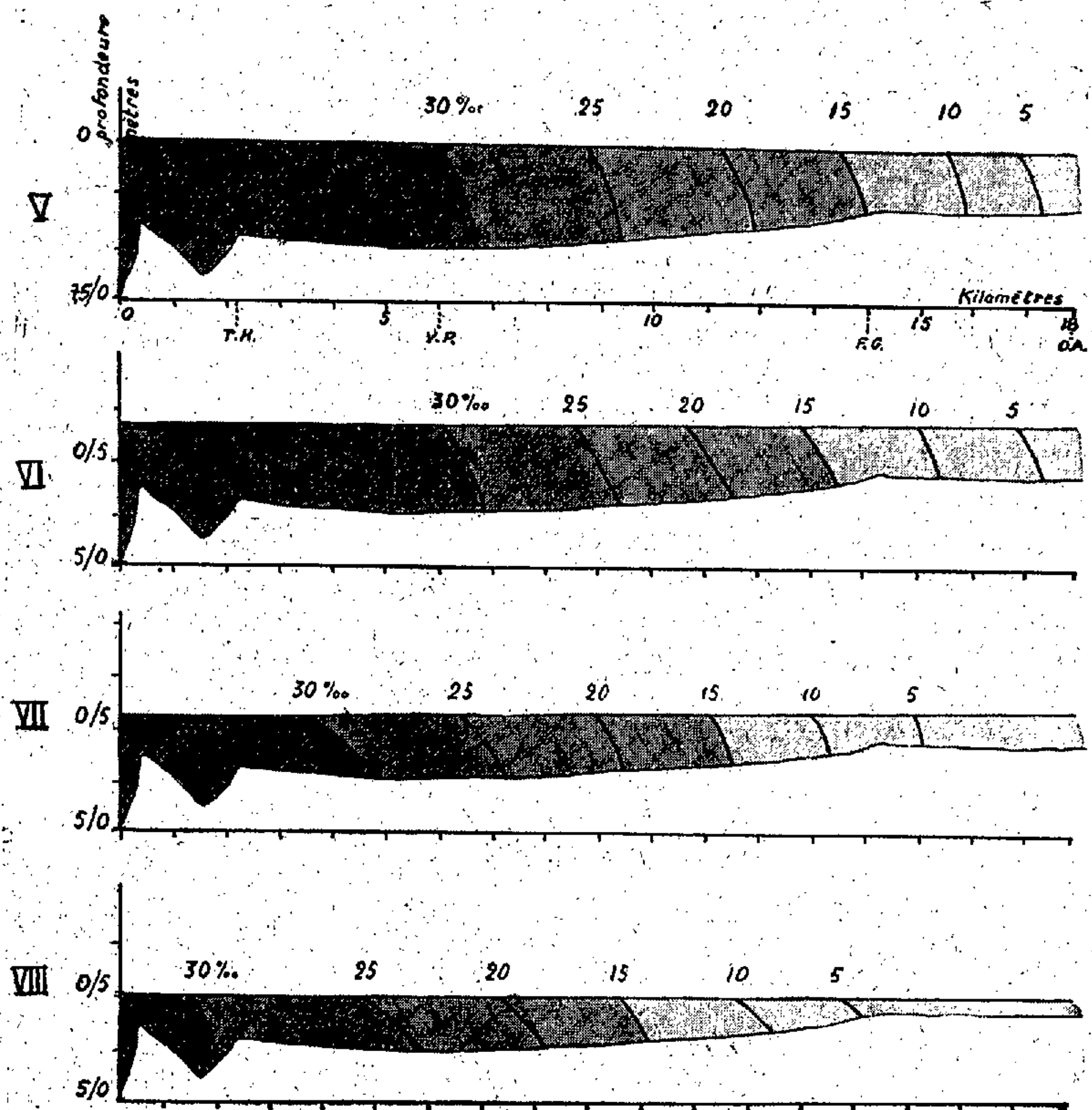
Jusant. — La figure V montre une situation identique à la figure IV :

---

(1) Séance du 17 mars 1941.



Pénétration des eaux marines avec le flot dans l'estuaire du Bou-Regreg.
I, basse mer; II, 2 heures après B. M.; III, 2 heures avant H. M.;
IV, Haute mer.



Départ des eaux marines avec le jusant.
V, haute mer; VI, 2 heures après; VII, 2 heures après; VIII, 1 heure avant basse mer.

l'isohaline de 30 ‰ se situe un peu plus en aval (coefficient de marée moins élevé). Les isohalines sont partout faiblement inclinées : le régime de l'estuaire est calme. On peut même dire que la caractéristique de l'évolution des isohalines, au cours du jusant, est ce calme et cette régularité qui demeure jusqu'à la basse mer suivante. Cette physionomie du jusant peut donc s'opposer à celle plus tourmentée du flot. En effet, pendant le flot, le courant de marée bute contre le courant fluvial et la turbulence est maxima; au contraire, durant le jusant, les deux courants se confondent et la turbulence diminue.

Les huit figures successives ci-contre permettent de situer des zones géographiques d'influence marine, d'ailleurs vérifiées par l'étude de la faune et de la flore :

1. *Zone strictement marine* (entre l'extrémité des digues du port et la Kasbah des Oudaïas) : présence de *Mytilus galloprovincialis*, sur les rochers des Oudaïas.

2. *Zones à influence marine dominante* (entre la Tour Hassan et la Villa d'été du Pacha) : végétation très halophile à *Spartina stricta* [1], salinités de l'ordre de 15 ‰ à basse mer, supérieures à 30 ‰ à haute mer.

3. *Zone à faible influence marine* (entre la Villa d'été du Pacha et l'Oued Akrech) : la salinité y varie entre 5 ‰ à basse mer et 20 ‰ à haute mer, valeurs qui diminuent en allant vers l'amont; la végétation perd progressivement ses caractères halophiles.

4. *Zone où la marée n'est plus que dynamique* (en amont de l'Oued Akrech jusqu'à l'Oued Grou) : salinités inférieures à 5 ‰ à haute mer; dès l'Oued Akrech, apparition de *Melanopsis Bedei*.

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Sur la réflexion du proche infrarouge par les surfaces végétales.* Note de M. **Fernand Obaton**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait que les photographies de paysages prises sous un écran rouge, laissant passer peu de radiations visibles et, sur une émulsion sensible à l'infrarouge, traduisent les masses de verdure par des images beaucoup plus claires qu'elles n'apparaissent à l'œil, grâce à la réflexion des rayons de grande longueur d'onde par les feuilles. Dans les mêmes conditions, les

[1] Observations communiquées par M. Charles Sauvage.

Mousses fournissent des épreuves nettement plus opaques : les feuilles de Graminées se trouvant parmi un peuplement de Muscinées forment autant de lignes brillantes sur plage sombre. Cette observation constitue le point de départ de nos recherches, mais, dans le cas des Bryophytes, la multiplicité des plans de réflexion et la formation par chaque tige d'une ombre transparente sur le cliché augmentent le contraste qui existe entre les deux types de végétaux.

Pour étudier le pouvoir réflecteur de différentes feuilles, nous en avons photographié de petits fragments placés l'un après l'autre à côté d'une surface jouant le rôle de référence, derrière deux diaphragmes voisins. La substance choisie est le carbonate de magnésie, étalon constant et facile à reproduire dont on connaît le coefficient de réflexion pour les radiations visibles : 0,98 en lumière diffuse. La source d'infrarouge est une lampe électrique, et la sélection est effectuée avant l'objectif par un écran qui arrête toutes les radiations en dessous de $0^{\mu},72$. Le rayon incident fait avec le rayon réfléchi un angle de 35°. L'émulsion employée est sensible entre $0^{\mu},698$ et $0^{\mu},867$. L'image est agrandie 10 fois par rapport à l'objet dont les dimensions n'excèdent pas 1^{mm}-$1^{mm},5$. La transparence des clichés est mesurée au moyen d'un densitomètre à cellule à couche d'arrêt, mis au point pour ces recherches.

Les résultats expriment le pouvoir réflecteur des faces supérieures des feuilles ou des organes chlorophylliens des végétaux acotylédones, par rapport à la surface du carbonate de magnésie, dont le coefficient est considéré comme égal à l'unité.

Prunus Laurocerasus L.	0,103	*Hedera Helix* L.	0,115
Buxus sempervirens L.	0,126	*Ilex Aquifolium* L.	0,103
Aucuba japonica Thunb.	0,114	*Saxifraga crassifolia* L.	0,155
Rumex Patientia L.	0,138	*Arum maculatum* L.	0,129
Ulva lactuca L.	0,028	*Pellia epiphylla* Corda	0,026
Mnium punctatum L.	0,031		

Les végétaux chlorophylliens se classent ainsi en deux catégories, d'après l'importance de leur coefficient de réflexion dans le proche infrarouge qui montre des différences dans le rapport de 1 à 3 ou même 5.

La couleur apparente de l'organe a peu d'importance. *Beta vulgaris* L., l'une à feuilles rouges, l'autre à feuilles vertes, fournissent des images identiques. *Buxus sempervirens*, variété panachée, donne pour les parties vertes 0,133 et pour les jaunes 0,109. De même, pour *Fittonia argyroneura* Coem. panaché, on note 0,109 dans la région verte et 0,121 dans la blanche.

On peut se demander si le pouvoir réflecteur n'est pas dû à la présence d'un épiderme. En disposant un épiderme d'écaille d'*Allium Cepa* L. sur une feuille de *Mnium punctatum*, on ne modifie que très peu son pouvoir réflecteur, 0,029 contre 0,028. D'autre part, il est facile de supprimer un épiderme cutinisé et de comparer le parenchyme découvert à une région intacte; dans le cas de *Viscum album* L. les coefficients de réflexion sont alors 0,256 et 0,218. Nous considérons donc que ni l'épiderme ni la cuticule n'interviennent dans le phénomène.

L'épaisseur de l'organe peut jouer un rôle, les feuilles des mousses ou les thalles des algues étant généralement plus minces que les limbes des feuilles de plantes cotylédonées. En repliant deux fois sur elle-même une lame mince peu réfléchissante, comme celle de l'Ulve, on trouve des coefficients de 0,028 pour une lame et de 0,039 pour quatre. L'épaisseur n'intervient même pas pour un organe intact; un thalle de *Pellia* épais de $0^{mm},2$ à $0^{mm},5$ peut se comparer au limbe de *Rumex Patientia*, $0^{mm},36$, ou de Houx $0^{mm},48$, alors que les coefficients de réflexion infrarouge sont dans le rapport de 1 à 5.

M. Henri Devaux [1] a mis en évidence une différence physique marquée entre les portions externes des mousses, suivant qu'il s'agit du sporophyte ou du gamétophyte. Dans ses expériences la capsule, sporophyte, se comporte au point de vue de la mouillabilité comme les plantes supérieures. Il eût été curieux de constater entre les deux générations une semblable opposition dans le phénomène étudié ici. Pour le pied du sporogone de *Polytrichum formosum* Hedw., dans sa région verte, le coefficient a été trouvé égal à 0,048, un peu plus grand que celui de l'Ulve ou du *Mnium*, mais il ne présente pas une valeur assez élevée à notre point de vue pour rapprocher le sporophyte des mousses des plantes supérieures.

Une remarque s'impose : les végétaux qui réfléchissent davantage les rayons de grande longueur d'onde sont également ceux qui en reçoivent le plus par leur exposition normale à la lumière solaire directe. Les mousses, dont le développement s'effectue généralement à l'ombre des autres plantes, ou les algues, qui vivent dans la mer, ne présentent pas le même moyen de défense contre des radiations, peu intenses dans leurs stations.

---

(1) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1260.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Coefficient d'action du magnésium vis-à-vis d'*Aspergillus niger; *variation linéaire de ce coefficient avec la concentration en phosphore.* Note [1] de Mme **Françoise Laborey**, MM. **Jean Lavollay** et **Joseph Neumann**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le poids P de la récolte d'*Aspergillus niger*, obtenue en un temps donné, sur un milieu liquide gardant une composition pratiquement constante, est fonction de la concentration x en magnésium [2]. En prenant pour unité de poids la valeur du maximum de récolte obtenu sur une surface de 100^{cm^2}, l'expression $P = 1 - e^{-cx}$ rend compte des variations de P en fonction de x (e, base des logarithmes népériens; c, coefficient d'action du magnésium).

Il était intéressant de rechercher si le coefficient d'action du magnésium est une constante indépendante de la composition du milieu ou si au contraire ce coefficient change de valeur lorsque l'on fait varier les proportions d'autres constituants.

Un milieu de culture étant préparé, la méthode consiste à rechercher d'abord, en faisant varier la concentration en magnésium, quelle est la récolte maxima que l'on peut obtenir en un temps donné sur une surface de 100^{cm^2}. Le poids de la récolte maxima est pris comme unité et la valeur du coefficient d'action c du magnésium, propre à ce milieu, est obtenue en cherchant la concentration en magnésium qui conduit à une récolte égale à 0,63. On a alors en effet $c = 1/x_c$ [3].

En étudiant ainsi l'effet de la variation de certains constituants du milieu, on constate en général une variation, parfois importante, de la valeur de la récolte maxima. Mais la valeur du coefficient d'action du magnésium, déterminée en prenant pour unité de poids la valeur du nouveau maximum, n'est pas nécessairement modifiée.

Nous avons établi que le coefficient d'action du magnésium est très peu sensible à la variation de concentration de l'aliment glucidique [4], mais qu'il est multiplié sensiblement par 2 lorsque le taux des constituants salins du milieu est diminué de moitié. Sur un tel milieu, un pourcentage

---

(1) Séance du 17 mars 1941.

(2) J. Lavollay et F. Laborey, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1686.

(3) J. Lavollay et F. Laborey, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1357.

(4) Ce qui signifie qu'on obtient deux courbes à très peu près superposables par un simple changement de l'échelle des poids.

donné du nouveau maximum (63 % par exemple) s'obtient avec une concentration en magnésium deux fois plus faible que la concentration conduisant au même pourcentage de l'ancien maximum.

Ces résultats nous ont conduits à l'étude des variations du coefficient d'action du magnésium lorsque varient un à un les autres éléments du milieu. Les résultats obtenus avec le phosphore nous semblent dignes d'intérêt.

Notre liquide de culture normal contient $10^{mg},8$ de phosphore pour 100^{cm^3}; les milieux, établis pour l'étude présente, contiennent des quantités de phosphore égales à 1/4, 1/2, 1 et 2 fois cette quantité. Les expériences comportent trois jours de culture à 34° sur milieu de composition pratiquement constante ([2]). Les résultats sont d'ailleurs très sensiblement identiques lorsque les cultures sont faites en ballon, c'est-à-dire sur milieu limité.

Nous avons trouvé que les concentrations en Mg, x_c, qui conduisent à 63 % des maxima respectifs, présentent des valeurs qui augmentent avec la concentration en phosphore.

En outre, les valeurs de x_c augmentent proportionnellement à l'accroissement de la concentration en phosphore. Autrement dit, pour des milieux dont la concentration en phosphore p varie, un pourcentage donné de chacun des maxima de récolte s'obtient avec des concentrations en magnésium liées à celles du phosphore par la relation

$$\Delta x = k\,\Delta p \quad (1)$$

ou

$$x = a + kp \qquad (a,\ \text{const.}). \quad (2)$$

Dans deux séries de déterminations, où le sucre était du glucose et où le phosphore était sous forme de $PO^4H^2NH^4$, nous avons trouvé respectivement les relations $x_c = 0,1 + 0,022p$ et $x_c = 0,1 + 0,023p$; x_c, concentration en magnésium conduisant à 63 % du maximum, et p, concentration en phosphore, étant exprimés en milligrammes pour 100^{cm^3}.

x_c est donc, à une constante près, proportionnel à la concentration en phosphore.

Les variations du coefficient d'action du magnésium $c = 1/x_c$ sont par conséquent inversement proportionnelles aux variations de concentration en phosphore.

La relation (1) peut s'écrire : Δ phosphore/Δ magnésium $= 1/k$.

En prenant pour k la valeur trouvée 0,022, le rapport atomique phosphore/magnésium est 36.

Donc, pour obtenir un pourcentage quelconque de la nouvelle récolte maxima, par exemple 99 %, il faut, chaque fois qu'on ajoute au milieu 36 milli-atomes-g de phosphore, y ajouter 1 milli-atome-g de magnésium.

Tandis que le magnésium est nécessaire à la phosphorylation des sucres dans les fermentations alcooliques et dans la fermentation lactique du muscle, nous trouvons ici phosphore et magnésium liés par la relation stœchiométrique 36 P, 1 Mg dans un milieu où ces deux éléments collaborent à l'édification de matière vivante; cette relation suffit à déterminer, toutes choses égales d'ailleurs, l'activité relative des synthèses cellulaires.

Bien que la relation du phosphore au magnésium apparaisse comme très simple, elle ne se résout pas à la constance d'un simple rapport. On a en effet $(x_c - a)/p = k$ et non pas $x_c/p = k$. La droite représentant x_c en fonction de p ne passe pas par l'origine.

La signification de a, dans l'expression (2), bien que l'on puisse faire à ce sujet des hypothèses plausibles, n'est pas encore éclaircie.

Dans une série d'expériences où le phosphore était apporté sous forme de PO^4H^2K, nous avons trouvé un facteur de proportionnalité k sensiblement différent $\Delta x_c = 0{,}027\,\Delta p$.

En résumé, il y a entre les concentrations en phosphore et en magnésium conduisant à une récolte égale à 63 % du maximum (ou à un taux aussi proche que l'on veut de ce maximum, par exemple 99,99 %) [3] une relation simple de la forme : Magnésium $= a + k$ Phosphore.

Dans les phénomènes chimiques qui conditionnent le développement de l'*Aspergillus niger*, 36 molécules d'acide phosphorique sont associées à un atome de magnésium et déterminent l'activité relative des synthèses cellulaires. On est ainsi conduit à penser que phosphore et magnésium sont tous deux impliqués dans un processus primordial et simple de ces synthèses, probablement une réaction de phosphorylation.

La séance est levée à $15^h 30^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 17 mars 1941.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur les formules fondamentales de la théorie des groupes finis continus :

Page 425, ligne 5, *au lieu de* $A_l\left(c, \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial c}\right)$, *lire* $A_l\left(c, \frac{\partial F}{\partial c}\right)$.
» , ligne 7, » $+\omega(b)A^c$, » $+\varpi(b)A^c$.

(Séance du 24 mars 1941.)

Note de M. *Roger Servant*, Paramagnétisme et anomalies de dispersion rotatoire magnétique dans les liquides :

Page 482, ligne 3, *au lieu de* changeant le signe, *lire* changeant de signe.

(Séance du 31 mars 1941.)

Note de M. *Maurice Girard*, Oxotriazoles et hydroxytriazoles tautomères Méthode nouvelle de préparation des hydroxytriazoles-1.2.4 :

Page 547, lignes 11 et suivantes, *au lieu de* Oxotriazoles, *lire* Oxotriazolines.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1941.

Académie d'Agriculture de France. *La collaboration nécessaire au point de vue agricole entre la France et son empire colonial*, par AUGUSTE CHEVALIER. Alençon, maison Poulet-Malassis, 1941, 1 fasc. 21^{cm}.

Revue de Botanique appliquée et d'Agriculture coloniale. *La culture des plantes oléagineuses en France. Prospérité de cette culture de 1750 à 1870. La régression depuis 1880. Essais et améliorations à entreprendre*, par AUGUSTE CHEVALIER. Extrait de la *Revue de Botanique appliquée*. Paris, Laboratoire d'Agronomie coloniale, 1941, 1 fasc. 24^{cm},5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 16 AVRIL 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *L'effet Sagnac en astronomie.* Note de M. ERNEST ESCLANGON.

M. Prunier a montré que, par application des formules de relativité restreinte, l'*effet Sagnac* devrait exister, non seulement pour les rayons lumineux, mais pour des mobiles matériels; il énonce la possibilité éventuelle d'une vérification astronomique ([1]). Réduite à sa plus grande simplicité, la question se pose ainsi : Deux mobiles, partant d'une même origine P et suivant en *sens inverse* une piste circulaire sur un disque tournant (avec la même vitesse relative par rapport au disque), se rencontreront en un point P′ qui n'est pas diamétralement opposé à P. Le problème est du domaine expérimental aussi bien que théorique; la confrontation reste difficile dans le cas général.

Pour l'examiner du point de vue astronomique, empruntons une image à l'astronomie. La plate-forme tournante est la Terre, supposée fixe et prolongée dans l'espace; les mobiles sont des satellites tournant dans le plan de l'équateur. Un système fixe galiléen Σ est représenté par l'ensemble des étoiles; l'aménagement du temps y est simple. Une étoile double lointaine, dans laquelle la durée de révolution est égale au jour sidéral définira, avec nos horloges, le temps au centre O de la plate-forme, et par suite en tout point du système Σ.

Soit α la vitesse angulaire de rotation de la Terre (c'est-à-dire, pour éviter toute ambiguïté, le nombre de degrés parcourus par unité de

---

([1]) *Comptes rendus,* 200, 1935, p. 46; 212, 1941, p. 432.

temps); elle est donnée par les observations méridiennes des étoiles. Soit m un satellite, décrivant une orbite circulaire à la distance r. L'observation de son mouvement par *rapport aux étoiles* donne sa vitesse angulaire Ω (en degrés) dans le système Σ et par conséquent sa vitesse linéaire U dans le même système, à savoir $U = 2\pi r\Omega/360$. Son observation méridienne absolue donne sa vitesse angulaire ω (en degrés) par rapport à la Terre, le temps étant compté dans Σ. Soit m une position du satellite, M le point fixe de la plate-forme qui coïncide à cet instant avec m. Considérons, avec M. Prunier, un système galiléen S' en mouvement uniforme, par rapport auquel, au même instant, le point M a une vitesse nulle. Dans ce système S', le point m a une vitesse linéaire u', correspondant, par rapport au centre de la plate-forme, à une certaine vitesse angulaire ω' (en degrés), le temps étant celui du système S' et nous poserons

$$(1) \qquad u' = 2\pi' r \frac{\omega'}{360},$$

π' étant un paramètre pour l'instant indéterminé.

La vitesse v du point M est égale $v = 2\pi r\alpha/360$. Entre les vitesses U, u', v, on aura, d'après les formules de la relativité restreinte, la relation

$$(2) \qquad \left(1 - \frac{vU}{c^2}\right)\left(1 + \frac{vu'}{c^2}\right) = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

D'autre part, les vitesses ω et ω' étant comptées l'une dans le système Σ, l'autre dans le système S' tangent au disque en M, on aura $\omega t = \omega' t'$, t et t' désignant les temps correspondants dans Σ et S', de sorte que

$$(3) \qquad \begin{cases} \dfrac{t}{t'} = a\left(1 + \dfrac{vu'}{c^2}\right) = \dfrac{1}{a\left(1 - \dfrac{vU}{c^2}\right)}, \\[2ex] \omega' = \dfrac{\omega}{\left(1 - \dfrac{vU}{c^2}\right)}, \qquad u' = \dfrac{2\pi' r}{a}\,\dfrac{\omega}{360}\,\dfrac{1}{\left(1 - \dfrac{vU}{c^2}\right)}, \end{cases}$$

où l'on a posé $a = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

En portant dans (2) les valeurs de U, u', v exprimées en fonction des vitesses angulaires Ω, ω, α, on obtient

$$(4) \qquad \Omega = \alpha + \frac{\pi'}{\pi}\,\omega\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \alpha + \frac{\pi'\omega'}{a^2\pi}\,\frac{1}{\left(1 + \dfrac{4\pi\pi' r^2}{c^2 . 360^2}\alpha\omega'\right)}.$$

Or la quantité $(\pi'/\pi)\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ne peut pas être différente de l'unité sous peine d'impossibilité logique. En effet, supposons le satellite *fixe* dans l'espace. On a alors $\Omega = 0$, mais aussi nécessairement $\omega = -\alpha$, car les passages successifs, au méridien, d'une étoile située dans la direction du satellite, donneraient, par les mêmes mesures d'angles et de temps à la fois, α et $-\omega$. On devrait donc avoir nécessairement

$$(5) \qquad \pi' = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = a\pi.$$

Il est du reste facile de voir par ailleurs que la valeur de π' est indépendante de ω.

La longueur du chemin décrit par le satellite en un tour complet, dans son mouvement par rapport à la plate-forme, serait, non pas $2\pi r$, mais $2\pi r/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. C'est l'expression même du paradoxe d'Ehrenfest ([2]), d'après lequel le rapport de la circonférence au diamètre n'est pas le nombre π sur les divers cercles concentriques d'un disque tournant, pour les observateurs cheminant sur ces cercles.

Cette hypothèse est donc ici absolument nécessaire sous peine de contradiction logique dans l'application des formules. La formule (4) s'écrit, dans ces conditions,

$$(6) \qquad \Omega = \alpha + \omega,$$

Ω, α, ω étant des données d'observation, formule qui ne diffère pas de celle de la Cinématique classique. On tire de (3), en remplaçant U en fonction de $\alpha + \omega$,

$$(7) \qquad \omega = \frac{\omega'}{a}\,\frac{1}{\left(1 + \frac{4\pi^2 r^2}{c^2 . 360^2}a\alpha\omega'\right)}, \qquad \omega' = \frac{a\omega}{\left(1 - \frac{4\pi^2 r^2}{c^2 . 360^2}a^2\alpha\omega\right)}.$$

Si nous considérons deux mobiles, partant à l'instant $t = t' = 0$ de la même origine sur le disque mais cheminant *en sens inverse* avec les mêmes vitesses ω' et $\omega'_1 = -\omega_1$, la rencontre se fera en un point du disque déterminé par la condition $(\Omega - \Omega_1)t = 360°$, et qui ne sera pas

([2]) Ce paradoxe apparaît ainsi comme une conséquence de l'application des formules de relativité restreinte au problème d'un disque tournant. Sa réalité ne paraît concevable que par une modification de la métrique sous l'effet de la rotation.

diamétralement opposé à l'origine. Le premier mobile de vitesse $+\omega'$, par exemple, aura parcouru un angle égal, non pas à 180° mais à

$$(8) \qquad 180^\circ\left[1-\frac{4\pi^2 r^2}{c^2.360^2}\,a\alpha\omega'\right], \quad \left(a=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{4\pi^2 r^2\alpha^2}{c^2.360^2}}}\right).$$

Peut-on contrôler ces résultats par des moyens astronomiques? Les seules quantités mesurables sont U, α, ω, mais u' et par suite ω' est astronomiquement inaccessible, de sorte que les relations telles que (7), obtenues dans l'hypothèse de relativité, sont invérifiables.

On ne pourrait reconnaître, par exemple, que deux satellites m et m' ont, par rapport à des systèmes S' tangents à la plate-forme tournante constituée par la Terre, des vitesses égales et de sens contraire ω' et $-\omega'$. Si ces vitesses étaient égales, les vitesses angulaires apparentes et correspondantes ω, les seules mesurables, ne le seraient pas et l'intervalle des conjonctions notamment ne serait pas altéré.

En d'autres termes, soit par application de la cinématique classique, soit par celle de la relativité, à laquelle il faudrait joindre nécessairement le paradoxe d'Ehrenfest, les apparences restent identiques, indépendamment de l'existence de l'effet Sagnac. Toutefois, comme la relation $\Omega=\alpha+\omega$ est liée à la forme et aux éléments des équations exprimant un effet de relativité, on pourait considérer comme utile de vérifier astronomiquement qu'elle a lieu effectivement pour toutes les valeurs de ω.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rapport entre la tubérisation du* Crepis bulbosa *Cass. et l'obscurité.* Note de M. **Marin Molliard**.

J'ai montré [1] qu'on peut obtenir des tubercules chez le *Crepis bulbosa* à partir de graines cultivées aseptiquement sur du sable imbibé d'une solution purement minérale (liquide normal de Knop étendu de son volume d'eau et additionné de 0,1 % de chlorure de sodium). Le milieu était contenu dans des tubes de verre d'environ 5^cm de diamètre et, lorsque la plantule se développait suivant l'axe, il se constituait un tubercule au bout d'environ 6 mois, la culture étant effectuée à la lumière diffuse pendant la belle saison; ce tubercule se formait à l'extrémité d'un stolon implanté

(1) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 365.

verticalement dans le milieu, mais en outre il apparaissait, à l'aisselle de certaines feuilles constituant la rosette initiale, 1 ou 2 autres stolons de nature foliacée et dépourvus de tubercule terminal; il était vraisemblable que l'apparition de ces stolons était en relation avec le fait que de la lumière filtrait à travers le sable; celui-ci présentait fréquemment, du fait de la stérilisation à l'autoclave, en présence du liquide, une répartition irrégulière, se traduisant par la formation d'une série de canaux aérifères facilement traversés par la lumière, en particulier lorsque la plante se trouve se développer à une faible distance de la paroi de verre.

J'ai cherché à écarter ces conditions qui rompaient l'homogénéité du milieu, en opérant sur des tubes de plus grand diamètre (10^{cm}), en évitant tout brassage du sable par le liquide lors de la stérilisation à l'autoclave et en effectuant les semis au centre même du milieu de culture. On obtient alors à coup sûr le développement des stolons tubérifères, qui nous apparaissent en conséquence sous la dépendance de l'obscurité. Mais il n'était pas inutile de chercher un contrôle à cette conclusion et j'ai effectué, à cette fin, une série de cultures dans un milieu restant uniformément éclairé par la lumière du jour; parallèlement aux cultures sur sable j'ai opéré de nombreuses germinations du *Crepis bulbosa* sur un milieu transparent, constitué par de la gélose solidifiant le même liquide minéral que précédemment.

Les plantules obtenues présentaient le même développement que sur le sable; les feuilles de la rosette, en particulier, avaient des surfaces et des poids au moins égaux à ceux qui étaient réalisés pour les plantes végétant sur le sable; or je n'ai dans aucun cas observé la formation de tubercules sur le milieu gélosé où il ne s'est constitué que deux ou trois stolons, inclus d'abord dans le milieu, puis se recourbant pour apparaître à la surface où ils ne tardaient pas à se développer dans l'atmosphère.

Les résultats obtenus pour le *Crepis bulbosa*, dans des cultures réalisées aseptiquement à partir de la graine, se trouvent donc cadrer avec les recherches expérimentales que Vöchting [2] a poursuivies dans des cultures ordinaires et qui se rapportent à diverses plantes tuberculeuses et plus particulièrement à la Pomme de terre. L'auteur a pu provoquer chez cette dernière plante la production de tubercules à divers niveaux de la tige; il suffisait d'amener celle-ci à se développer à l'abri de la lumière sur une partie de sa longueur; les figures 2 (p. 18) et 3 (p. 34) données par l'auteur

---

[2] *Uber die Bildung der Knollen* (*Bibliotheca botanica*, 1887, fasc. IV).

sont à cet égard très démonstratives et sont devenues vite classiques; ainsi le facteur obscurité apparaît, pour le *Crepis bulbosa* comme pour la Pomme de terre, comme déterminant la localisation des tubercules; tout se passe dans les deux cas comme si les matériaux élaborés dans les parties éclairées se condensaient dans des organes restant à l'abri de la lumière.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Familles de courbes sur certaines surfaces.* Note de M. **Georges Bouligand**.

1. Sur une surface S, à paratingent plan en chaque point, sans plus, (donc, continu d'éléments de contact du premier ordre), appelons par extension *bandes asymptotiques*, *bandes de courbure*, *bandes géodésiques* des arcs simples formés d'éléments de contact de S et vers lesquels convergent uniformément, dans l'espace, des bandes de même nom, sous les conditions de dérivabilité requises à pareil titre dans les applications de l'Analyse à la Géométrie. On peut, au même point de vue, étendre la notion des *réseaux conjugués*. On complète d'ailleurs les définitions posées par cette condition de *régularité* : l'existence sur une de nos bandes de toutes dérivées utiles à cet égard, doit avoir pour effet que cette bande, dans la catégorie considérée, satisfait à la définition classique correspondante.

2. Pour les surfaces isométriques aux surfaces de révolution, existent des bandes géodésiques au sens précédent, vérifiant la relation de Clairaut, et dont chaque arc suffisamment petit, sur le support ponctuel, donne le chemin minimum entre ses extrémités.

3. Dans le champ ci-dessus, les résultats d'existence exigent des conditions supplémentaires, comme le montrent des exemples. Sur la surface S, lieu des courbes

$$(\Gamma_u) \qquad y = y(x, u), \qquad z = z(x, u),$$

les conjuguées de ces courbes dépendent du système (γ) suivant :

$$d\mu = \frac{z'_u(x, u)}{y'_u(x, u)}, \qquad \lambda = y'_x(x, u), \qquad \mu = z'_x(x, u).$$

La méthode de ma Note précédente (¹) ne peut complètement s'y étendre, car la recherche des conjuguées des courbes $x = \text{const.}$ (²),

(¹) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 415.

(²) Ce problème deviendrait, après transposition des notations, un cas particulier du précédent.

conduit, conformément au théorème de Kœnigs, à l'équation $y'_u = Cz'_u$. Et les propriétés de convergence uniforme alors invoquées ne s'appliquent pas au cas actuel où les ensembles de niveau de $(y'_u : z'_u)$ peuvent entre autres éventualités, offrir des points intérieurs. Pour pousser plus avant, il faudrait introduire des conditions impliquant, au moins localement, la résolubilité en u. — *Autre exemple.* — Des S_n de révolution ou de translation, à courbures continues, tendant vers une S de même nom et sans courbure, se fragmentent indéfiniment en régions où la courbure totale garde un signe, ce qui exclut en définitive, pour les asymptotiques, les extensions analogues à celles des réglées. Car, pour les surfaces de révolution, par exemple, on serait conduit à faire intervenir des bandes disposées le long des parallèles, bandes qui, relativement à la notion des asymptotiques, ne satisfont pas à la condition de régularité.

4. Des résultats positifs prennent ainsi du prix. Sur S, supposons que chaque (Γ_u) ait en tout point un plan osculateur tangent à S; de plus, qu'existent et soient continues, les dérivées secondes de y, z, sauf celles prises deux fois par rapport à u. Admettons enfin qu'il y ait une borne inférieure positive pour $y'^2_u + z'^2_u$, deux bornes de même signe (sens strict) pour $z'_u y''_{ux} - y'_u z''_{ux}$; ma méthode antérieure justifie l'existence de bandes asymptotiques (seconde famille) pour S, par l'entremise du système (α) suivant [3]

$$y'_u = z'_u \operatorname{tg} \zeta, \qquad \frac{d\zeta}{dx} = \frac{y'_u z''_{ux} - z'_u y''_{ux}}{y'^2_u + z'^2_u}.$$

Dans le cas particulier des surfaces réglées, nous avions obtenu de plus un résultat d'unicité qui ne subsiste pas ici nécessairement.

5. Pour une S sans plan tangent, mais engendrée toujours par les (Γ_u), on peut chercher à généraliser les *trajectoires orthogonales* des (Γ_u). On est conduit au système (ω) suivant

$$1 + y'_x \frac{dy}{dx} + z'_x \frac{dz}{dx} = 0, \qquad y = y(x, u), \qquad z = z(x, u),$$

où y'_u, z'_u cessent d'exister. La méthode d'égale continuité, qui moyennant restrictions, pouvait s'amorcer au n° 3 sur la première équation de (γ), ne

(3) On opère dans l'espace (x, u, ζ). On notera que les sens de variation de ζ en fonction de x, d'une part le long d'une courbe $u = \text{const.}$ sur la surface $y'_u = z'_u \operatorname{tang}\zeta$, d'autre part le long d'une des courbes cherchées sont permanents et opposés sur chacune de ces courbes.

peut convenir à celle de (ω), où figurent à la fois les dérivées de y et de z. La nécessité de conditions supplémentaires apparaît dans le cas d'une réglée. Étudions le cas où chaque génératrice est issue d'un point $[x(s), y(s), z(s)]$ d'un axe rectifiable, la réglée R s'offrant comme lieu du point

$$x(s)+ua(s), \qquad y(s)+ub(s), \qquad z(s)+uc(s),$$

a, b, c étant les cosinus directeurs. La méthode de convergence uniforme étend alors la notion des trajectoires orthogonales des génératrices, avec unicité, et d'après l'équation

$$u-u_0+\int_{s_0}^{s} a\,dx(s)+b\,dy(s)+c\,dz(s)=0.$$

Soient des réglées (R_n) possédant des éléments du premier ordre et tendant vers (R), de manière qu'*avec convergence des longueurs d'arcs*, leurs courbes $u=0$ tendent vers la courbe $u=0$ de (R); la convergence uniforme des trajectoires orthogonales des génératrices, obtenues pour un même couple u_0, s_0, résulte de la convergence en mesure de x'_n-x', y'_n-y', z'_n-z' vers zéro.

6. Revenons aux bandes remarquables sur des surfaces Σ *à courbures bornées*. Pour un déplacement fini ΔM de M sur Σ, soit $\Delta\nu$ l'accroissement géométrique de la normale unitaire. Posons $\mathcal{A}=\Delta M.\Delta\nu$ et $\mathcal{C}=(\Delta M, \Delta\nu, \nu)$. Il se peut qu'on connaisse, dans chaque plan tangent deux pinceaux directionnels E, F, séparés par deux pinceaux analogues G, H tels que pour ΔM assez petit et projeté dans E, F, une des expressions $\mathcal{A}$ ou $\mathcal{C}$ ait un signe permanent sur E, le signe opposé sur F. La méthode d'égale continuité, lorsque E, F dépendent continûment de M, réussit de nouveau à définir des bandes remarquables au sens du n° 1 (asymptotiques avec $\mathcal{A}$, lignes de courbure avec $\mathcal{C}$), à supports ponctuels rectifiables. Le cas des asymptotiques sur une surface de révolution non convexe à courbure bornée, cas où ces courbes se déterminent par une intégrale de Lebesgue, montre la possibilité d'unicité [1] malgré la présence d'une infinité de paratingentes secondes. Mais cette unicité, dans les cas les plus généraux, sera généralement compromise.

---

[1] Toutes réserves étant faites au sujet des deux parallèles susceptibles de jouer le rôle de bords pour la surface.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la représentation des nombres entiers par une somme de 2^m carrés et sa mise en facteurs.* Note [1] de M. **Gaston Benneton**, présentée par M. Paul Montel.

1. Dans l'étude de la représentation par une somme de 4 carrés nous avons défini [2] le produit de deux formes. Donnons maintenant des résultats sur le nombre des décompositions d'une forme en produit de deux formes.

Un cas restreint, déjà énoncé, est celui-ci : Si N est une forme indivisible par le nombre premier p et si $n = pq$, on peut décomposer N en produit PQ de huit manières : les formes P et Q sont définies à une équivalence près.

A partir de ce cas particulier, un ensemble de propositions conduit au résultat général : Soit N une forme de $n = uv$ qui a pour plus grand diviseur l. Le nombre des décompositions de N en produit UV est égal au nombre des formes du p. g. c. d. $(u, v, 2l)$. A l'exception d'un cas, la solution générale des décompositions est $U = DU_0$, $V = DV_0$, D étant une forme quelconque de $d = (u, v, l)$ et $U_0 V_0$ étant une décomposition particulière de N/d suivant des formes d'arguments u/d, v/d. Le cas d'exception est celui de l impair, u et v doubles de nombres impairs, simultanément. La solution est alors $U = PDU_1$, $2V = PDV_1$, P étant une forme quelconque de 2, PD étant une forme quelconque de $2d$, et $U_1 V_1$ étant une décomposition particulière de N/d suivant les arguments $u/2d$, $2v/d$.

2. *a*. Étant donné un nombre e et une forme X indivisible, le nombre des formes E de e qui rendent indivisible le produit EX dépend de x et non de X. Ce nombre est égal à $\theta(e, x) = 8Ke\Pi[1 + (1/p)]$, produit étendu à tous les nombres premiers qui divisent e sans diviser x, le facteur K valant l'unité si ex est impair et sinon valant $1/3$, 1 ou zéro. En particulier $\theta(e, 1)$ est le nombre des formes indivisibles de e.

b. Le nombre des formes de e qui rendent EX exactement divisible par un nombre donné l est en général $\theta(ed/l^2, x/d)$, où d est le p. g. c. d. (x, l)

(1) Séance du 7 avril 1941.

(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 591.

et où il faut que l^2 divise (e^2, ex) et que ex/l^2 ne soit pas multiple de 8. Lorsque e, $x/2$, et l sont en même temps doubles de nombres impairs, θ doit être triplé.

c. Étant données deux formes X, Y dont le produit est indivisible le nombre des formes E qui rendent EX et EY tous deux indivisibles est

$$\theta(e, x, y) = 8\mathrm{K}e\Pi\left(1+\frac{1}{p}\right)\left(1-\frac{1}{q}\right),$$

produit étendu à tous les nombres premiers p qui divisent e sans diviser xy, et à tous les nombres premiers q qui divisent le p. g. c. d. (e, x, y); le facteur K vaut l'unité si e, x, y sont impairs, sinon il vaut 1, 1/3 ou zéro.

3. Les résultats précédents conduisent au nombre des décompositions d'une forme N de plus grand diviseur l en produit de deux formes indivisibles d'arguments u et v $(n = uv)$. Ce nombre n'est pas nul si l divise u et v et si aucun des deux arguments u, v n'est multiple de 8; il vaut alors $\theta(l, u/l, v/l)$, nombre qui doit être triplé lorsque $2l$, u, v sont doubles de nombres impairs simultanément.

On peut aussi calculer le nombre des décompositions de N en produit de deux formes de plus grands diviseurs respectifs λ et μ. Signalons que le cas de la moindre divisibilité des facteurs correspond à $\lambda = 2^k a$, $\mu = 2^{k'} b$, où l'on pose : $u = 2^{2k} u'$, $v = 2^{2k'} v'$, $kk' \geqq 0$, u' et v' non multiples de 8, $l = 2^{k+k'} l'$, $(u', l') = a(u', v', l')$, $(v', l') = b(u', v', l')$.

Les plus grands diviseurs λ et μ ont une seule valeur possible lorsque le p. g. c. d. (u', v', l') est un produit de nombres premiers dont aucun ne divise uv/l^2.

4. Examinons quelques éléments du problème de la décomposition en produit de trois formes et plus.

a. Soit encore N une forme de plus grand diviseur l dont l'argument vérifie $n = uvw$. Le nombre ω_3 des décompositions de N en produit de formes d'arguments respectifs u, v, w, est donné après un long calcul par l'expression

$$\omega_3 = 64\,\mathrm{K}\Pi(p-1)^{-2}[(\beta-\gamma+1)p^{\gamma+2} - (\beta-\gamma-1)p^{\gamma+1} - p^{\alpha+1} - p^{\alpha'+1} - p^{\alpha''+1} + 1],$$

produit étendu à tous les nombres premiers impairs p diviseurs de n; les nombres α, α', α'', β, γ sont les exposants positifs ou nuls de p qui figurent respectivement dans les décompositions en facteurs des p. g. c. d. (uv, w, l), (uw, v, l), (vw, u, l), $1/l(u, l)(v, l)(w, l)$, (uv, uw, vw, l); le coefficient K vaut 9, 3 ou 1 suivant qu'il y a 3, 2 ou moins de 2 nombres pairs parmi u, v, w.

b. Considérons enfin le nombre ω_k des décompositions de la forme N en produit de k formes d'arguments $u, \ldots, v, w$; ce nombre est une fonction factorable de $u, \ldots, v, w, l$, symétrique en $u, \ldots, v, w$.

Le cas du minimum du nombre des décompositions a lieu lorsque $n/u, \ldots, n/v, n/w, 2l$ sont premiers entre eux dans leur ensemble. Il y a alors 8^{k-1} décompositions. Si $N = UR \ldots SVW$ est l'une des solutions, la solution générale s'écrit : $U' = J'J''U$, $R' = J'J'''R, \ldots, S' = J^{(k-3)}J^{(k-1)}S$, $V' = J^{(k-2)}V$, $W' = J^{(k-1)}W$, où les J sont des formes quelconques de l'unité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le système arsenic-vanadium. Arseniure de vanadium AsV.* Note [1] de M. **André Morette**, présentée par M. Paul Lebeau.

Ayant soumis à l'action de la chaleur, en présence d'arsenic, dans des tubes de silice scellés sous vide, des fragments de vanadium sur lesquels étaient pratiquées des surfaces polies, nous avons observé que, vers 375°, il se fait une attaque du métal, nettement visible au microscope. Du vanadium pulvérulent [2] a alors été substitué aux échantillons précédents et chauffé au contact d'un excès d'arsenic à diverses températures; après un temps déterminé, l'arsenic non entré en combinaison était distillé vers l'extrémité du tube opposée à celle où était rassemblé le produit fixe; ce dernier était ensuite analysé. Les résultats montrent qu'entre 600° et 1000°, après un temps suffisamment long, on obtient un corps de composition constante :

Conditions expérimentales.	Arsenic.	Vanadium.
72 heures à 710°	58,4 %	41,6 %
» 800°	58,5	40,8
» 920°	58,2	41,7
» 1000°	57,6	42,1
15 heures à 800° et distillation de As à 1050°	57,1	42,9
Théorie pour AsV	59,49	40,51

A 1000° et au-dessus, il y a tendance à la perte d'arsenic. Ainsi, par cette

(1) Séance du 7 avril 1941.

(2) Ce métal provenait de la réduction du dichlorure par le magnésium et était déshydrogéné préalablement par chauffage dans le vide (*Thèse Doct. ès Sc.*, Paris, 1937; *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1110).

méthode, dans les limites de température indiquées, on obtient un arséniure de vanadium dont la composition répond à la formule AsV.

Nous avons, d'autre part, fait passer un courant d'hydrogène arsénié ou d'hydrogène entraînant des vapeurs d'arsenic soit sur de l'iodure de vanadium I^2V (³), soit sur du chlorure Cl^2V chauffés à une température donnée; après ce traitement, la substance formée était maintenue dans un courant d'hydrogène pur jusqu'à ce qu'on n'observât plus de condensation d'arsenic. Les produits résultants ont été analysés :

Conditions expérimentales.	Arsenic.	Vanadium.
Dichlorure, 8 heures, 600°.........	60,3 %	39,7 %
» 3 » 1000°.........	58,0	42,0
Diiodure, 4 » 575°.........	59,3	40,7
Théorie pour AsV.................	59,49	40,51

On obtient donc encore par ce procédé l'arséniure AsV.

L'arséniure de vanadium AsV provenant de l'une ou l'autre de ces méthodes est une poudre gris ardoise.

Sa densité est

$$D_4^0 = 6,30 \pm 0,01, \qquad D_4^{15} = 6,28 \pm 0,01.$$

Il est paramagnétique; sa susceptibilité massique, mesurée par comparaison avec celle de l'eau à la balance de Curie et Chèneveau, est, à la température ordinaire,

$$\chi = 1,55.10^{-6} \pm 0,05.$$

Chauffé dans le vide au-dessus de 1000°C., il se dissocie et perd de l'arsenic; le corps résultant fond à 1345°C. L'analyse du culot obtenu dans plusieurs essais montre qu'il s'agit là d'une substance possédant une composition fixe qui est celle de l'arséniure AsV^2; cette formule est analogue à celle du phosphure PV^2 signalé par Chêne (⁴).

Lorsqu'on chauffe l'arséniure de vanadium AsV dans l'air ou dans l'oxygène, il brûle avec incandescence; de l'anhydride arsénieux et, quand la température est élevée très rapidement, de l'arsenic se subliment et le résidu gris marron est constitué par un mélange de produits d'oxydation de l'arsenic et du vanadium.

L'eau, froide ou bouillante, est pratiquement sans action sur lui.

---

[3] A. Morette, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 1218.
[4] *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1144.

L'acide chlorhydrique, concentré ou dilué, à froid ou à l'ébullition, ne l'attaque pas non plus sensiblement.

L'acide sulfurique concentré chaud est réduit avec production d'anhydride sulfureux.

L'acide azotique, concentré ou dilué, solubilise complètement l'arséniure de vanadium à la température du bain-marie. Le produit de cette réaction, après dessiccation, est l'arséniate vanadique As^2O^5, V^2O^5.

En résumé, l'action de l'arsenic sur le vanadium ou, en présence d'hydrogène, sur le dichlorure ou le diiodure conduit, selon la température, aux arséniures de vanadium AsV et AsV^2; leurs formules sont comparables d'une part à celles de l'azoture NV et du phosphure PV (1) et (2) d'autre part à celle du phosphure PV^2.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Le dosage du phosphore par microsédimentation. Application aux liquides biologiques.* Note de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En s'inspirant des travaux de Marignac et de Drechsel relatifs aux complexes du molybdène et du tungstène, Copaux a mis au point une méthode qui permet le dosage rapide de l'acide phosphorique (1).

Le principe de cette méthode est le suivant : l'acide phosphorique en solution, additionné d'un acide minéral (sulfurique ou chlorhydrique) et agité ensuite avec de l'éther et un molybdate alcalin, donne un complexe se présentant sous la forme d'un liquide dense, de couleur jaune. Ce complexe n'est pas miscible à son eau-mère si le mélange est suffisamment acide et saturé en éther. Quant à sa constitution chimique, Copaux lui attribue la formule $P^2O^5.3H^2O + 96H^2O + 37(C^2H^5)O$. Sa séparation des autres phases du système (solution aqueuse et éther) se réalise spontanément à la longue, mais beaucoup plus rapidement par centrifugation. La méthode de Copaux a été appliquée à plusieurs reprises et par différents auteurs. La technique établie par Mme Hinglais (2), en vue du dosage du phosphore dans les tissus animaux, a contribué dans une large mesure à la généralisation de cette méthode. Avec l'appareillage imaginé par cet auteur, on peut très facilement doser des quantités de phosphore descendant même jusqu'à $0^{mg},1$ dans la prise d'essai.

L'application de la microsédimentation, dont il a été question maintes fois ici même (3), laissait prévoir *a priori* une sensibilité plus grande encore.

---

(1) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 656.
(2) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **9**, 1927, p. 540.
(3) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 260, 642 et **212**, 1941, p. 238, 394.

Les essais faits, dans cette direction ont pleinement confirmé cette prévision. En utilisant des tubes capillaires d'un diamètre de $0^{mm},41$ environ, nous sommes arrivé à doser jusqu'à 1/100e de milligramme de phosphore dans une dilution de 1 à 150000. L'étalonnage du tube capillaire avec une solution titrée de phosphate monobasique d'ammonium nous a donné les chiffres suivants :

P......	9,81	12,31	14,77	17,23	19,69	22,15	24,61	27,07	29,53	32
H.....	1	4	5,25	9,25	12,75	14,87	17	17,75	20,25	22,55

P, phosphore en millièmes de milligramme; H, hauteur de la colonne du complexe en millimètres.

Il n'est pas besoin, dans le cas du dosage du phosphore par cette méthode, de tenir compte de la vitesse et de la durée de la centrifugation. Par contre il est nécessaire que les réactifs soient préalablement débarrassés des impuretés qu'ils peuvent contenir en suspension, afin d'éviter l'obstruction éventuelle du tube capillaire. Il arrive quelquefois (surtout dans les cas de très faibles quantités de phosphore) que la colonne du complexe soit interrompue par des bulles de gaz. C'est un accident qui rend difficile, sinon impossible, la mesure de la colonne. Par une nouvelle centrifugation, sous une plus grande vitesse, cet inconvénient est supprimé sans aucune difficulté. Voici en quelques mots les détails techniques du dosage : dans la fiole ayant le tube capillaire rempli d'eau, on introduit la solution à doser, un volume égal de solution d'acide sulfurique à 20 % (en volumes) et 8 dixièmes du même volume d'éther exempt d'alcool ([1]). A la fin on introduit en trois ou quatre fractions le même volume d'une solution de molybdate de sodium à 14 % (le mélange des réactifs doit être toujours fait dans l'ordre indiqué).

Après chaque addition de molybdate il faut secouer vigoureusement le mélange, après avoir obstrué avec le pouce l'ouverture de la fiole. Le complexe se formant immédiatement, on n'a qu'à le séparer par une centrifugation de quelques minutes et sous une vitesse suffisante, afin que la colonne de liquide jaune séparée ne soit pas interrompue par des bulles gazeuses.

La technique exposée a été appliquée au dosage du phosphore total dans

---

([1]) L'éther exempt d'alcool s'obtient de la façon suivante : on mélange un volume d'éther avec un volume égal d'une solution d'acide sulfurique à 39 % dans un entonnoir à séparation. Après une heure, durant laquelle on agite de temps en temps le mélange, on sépare l'éther surnageant.

le lait de vache. Ces liquides ont été d'abord minéralisés par incinération, parce que les méthodes habituelles de déprotéinisation à l'acide trichloracétique, au ferrocyanure de cuivre, ne sont pas appliquables. (La première parce que l'acide trichloracétique empêche la formation du complexe, la seconde parce que le ferrocyanure de cuivre retient partiellement les phosphates.) Quant à l'acide tungstique (méthode de Folin) il est exclu par sa nature même.

Trois essais, portant sur des fractions des cendres issues de 1^{cm^3} de lait, ont donné :

Fraction des cendres	1/33,3	1/38,5	1/71,4 (*)
P^2O^5 (grammes par litre).....	1,784	1,733	1,760 (**)

(*) avec addition de 12,3 millièmes de milligramme de phosphore.
(**) après soustraction du phosphore introduit.

Ces chiffres, assez rapprochés entre eux, se trouvent compris entre 1,50 et 2,05, teneurs moyennes du lait de vache en acide phosphorique (exprimée en P^2O^5), la première d'après Clark, la seconde d'après Porcher.

Ainsi la microsédimentation donne des résultats tout à fait satisfaisants lorsqu'il s'agit du microdosage du phosphore dans les liquides biologiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle série d'esters-aldéhydes correspondant au propanol-3-al.* Note de MM. **Santiago Rovira** et **Alexandre Halasz**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Après avoir étudié ([1]) un certain nombre de nouveaux esters de l'aldéhyde glycolique de formule générale R—COO—CH²—CHO, nous nous sommes adressés à la série homologue supérieure, du type R—COO—CH²—CH²—CHO, totalement inconnue à notre connaissance.

Tout d'abord nous avons préparé comme point de départ le chloro-3-propanol, pour passer de là aux monoesters du propanediol-1.3, qui, par

([1]) L. Palfray, A. Halasz et S. Rovira, *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 765. Ces nouveaux esters complétant la série des alcools-aldéhydes en C², la présente Note concerne la série homologue supérieure en C³, inconnue jusqu'ici, et doit se continuer par l'étude des séries homologues supérieures.

oxydation, doivent nous permettre de passer aux aldéhydes correspondants.

I. *Préparation du chloro-3-propanol* $ClCH^2—CH^2—CH^2—OH$. — Cette chlorhydrine est bien connue. Les principales méthodes de préparation sont rappelées dans *Synthèses Organiques* (²). Mais les meilleures supposent un mécanisme assez délicat et le rendement ne dépasse pas 50-60 %.

Nous avons préféré faire agir le chlorure de thionyle sur le propanediol-1.3 (triméthylèneglycol). On fait tomber, goutte à goutte et en agitant au sein de l'eau froide, 1^{mol} de chlorure dans 1^{mol} du diol. On termine la réaction sur bain-marie, puis on isolé la chlorhydrine par fractionnement sous vide. Nous avons ainsi isolé la fraction E_{14} 64-66° avec un rendement de 65 % en produit pur.

II. *Passage aux monoesters* $R—COO—CH^2—CH^2—CH^2OH$. — N'ayant à notre disposition, dans les circonstances actuelles, que des quantités insuffisantes de propanediol-1.3, nous avons dû nous limiter à la préparation de deux esters, l'hexanoate et le benzoate, par action du sel de potassium de l'acide sur la chlorhydrine. Dans le cas de l'hexanoate, la condensation s'opère assez bien dans le sens prévu, on obtient surtout le monoester à côté d'un peu de diester. Mais, dans le cas du benzoate, c'est l'inverse et c'est le diester qui domine de beaucoup. Ce fait est d'ailleurs sans importance, car ce diester peut être facilement ramené à l'état de monoester en suivant la méthode indiquée par E. Fischer (³) pour l'obtention du monobenzoate du glycol à partir du dibenzoate, c'est-à-dire en chauffant le diester avec un excès de propanediol-1.3 en présence de CO^3K^2 anhydre.

On a ainsi trouvé :

Hexanoate............	E_{15} 134°	$n_D^{18°,5}$ 1,4374
Benzoate............	E_3 151°	$n_D^{17°,5}$ 1,5253

III. *Passage aux esters aldéhydes* $R—COO—CH^2—CH^2—CHO$. — Les quantités de produit dont nous disposions étant trop faibles pour nous permettre de faire des essais systématiques d'oxydation, nous avons dû nous borner à l'emploi de la méthode d'oxydation chromique, qui nous avait spécialement réussi dans le cas de la série glycolique correspondante.

(²) Trad. L. Palfray et J. Tréfouël, Paris, 1935, p. 217

(³) *Ber. der Chem. Ges.*, 53, 1920, p. 1634.

De fait, à mesure que l'oxydation se poursuit, l'odeur caractéristique de l'aldéhyde se développe dans le mélange réactionnel. L'oxydation terminée, on extrait à l'éther pour enlever le mélange aldéhyde + alcool restant. La solution éthérée est lavée et séchée, et l'on chasse l'éther.

Le fractionnement se révèle difficile, car l'aldéhyde et l'alcool ont évidemment des points d'ébullition très voisins. Il y a trop peu de produit pour qu'on puisse faire plusieurs tours de distillation. Aussi, avons-nous dû nous borner à séparer deux fractions : la fraction de tête contenant l'aldéhyde nettement caractérisé par une 2.4-dinitrophénylhydrazone qui se forme immédiatement et la fraction de queue, plus riche en alcool.

Par traitement à la 2.4-dinitrophénylhydrazine, le produit total donne immédiatement une dinitrophénylhydrazone ayant le même point de fusion que celle de la fraction de tête.

Nous espérions pouvoir revenir des dinitrophénylhydrazones aux aldéhydes correspondants, mais malheureusement la fonction ester s'hydrolyse plus vite que la fonction dinitrophénylhydrazone.

Nous nous bornons donc à caractériser les fractions insuffisamment pures, mais où se trouve cependant l'ester aldéhyde nettement caractérisé par sa dinitrophénylhydrazone.

On a ainsi trouvé :

	Ébullition.	Odeur.	2.4-dinitro-phénylhydrazone.
Hexanoate........	E_{14} 119-126°	grasse, puissante, caractéristique	F 88-89°
Benzoate.........	E_2 139-145°	pastèque, fruitée	F 150-151°

L'analyse élémentaire des dinitrophénylhydrazones correspond aux formules prévues, $C^{15}H^{20}O^6N^4$ et $C^{16}H^{14}O^6N^4$.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Diffusion moléculaire de la lumière dans les cristaux; structure fine et interprétation des raies Raman de faible fréquence du naphtalène cristallisé.* Note de MM. **Alfred Kastler** et **Auguste Rousset**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. Nous avons montré (²) que les raies Raman de faible fréquence des cristaux de naphtalène sont dues à des pivotements des molécules autour

(¹) Séance du 7 avril 1941.

(²) A. Kastler et A. Rousset, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 191; A. Rousset, *ibid.*, p. 354.

de leurs axes principaux d'inertie. La rectification d'une erreur de signe qui s'était glissée dans nos calculs, en nous obligeant à préciser notre hypothèse, nous a conduits à la découverte et à l'interprétation d'une structure fine des raies 45 et 75 cm^{-1} du naphtalène-cristal.

La molécule est définie par les cosinus directeurs (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3), (c_1, c_2, c_3) de ses axes principaux d'inertie U, V, W, par rapport au trièdre formé par les axes 1, 2, 3 de l'ellipsoïde des indices du cristal et par les réfractivités principales g, g' g'' comptées suivant les axes U, V, W (³).

Si le vecteur électrique $\vec{E}$ de l'onde incidente de fréquence N est supposé parallèle à l'axe 1 du cristal, ses composantes E_u, E_v et E_w suivant U, V, W, d'amplitudes respectives a_1, b_1, c_1, induisent dans la molécule pivotante des moments $\vec{M_u}$, $\vec{M_v}$, $\vec{M_w}$ de fréquences modifiées $N \pm u$, $N \pm v$, $N \pm w$, dont la direction et l'amplitude sont reportées dans le tableau ci-dessous.

	$\vec{M_u}$.	$\vec{M_v}$.	$\vec{M_w}$.
E_u.....	o	$a_1(g''-g)$ [// à W]	$a_1(g-g')$ [// à V]
E_v.....	$b_1(g'-g'')$ [// à W]	o	$b_1(g-g')$ [// à U]
E_w.....	$c_1(g'-g'')$ [// à V]	$c_1(g''-g)$ [// à U]	o

Si le vecteur électrique $\vec{E}$ est parallèle à l'axe 2 ou 3 du cristal, il suffit dans le tableau précédent de remplacer l'indice 1 par l'indice 2 ou 3.

On obtient, pour chacune des fréquences Raman de pivotement (u par exemple), le tenseur (U) qui relie le vecteur électrique $\vec{E}$ de l'onde incidente et le moment induit $\vec{M_u}$ qui émet la raie Raman, rapportés aux axes 1, 2, 3 du cristal :

(U).	E_1.	E_2.	E_3.
M_1.....	$2b_1c_1(g'-g'')$	$(b_1c_2+b_2c_1)(g'-g'')$	$(b_1c_3+b_3c_1)(g'-g'')$
M_2.....	$(b_1c_2+b_2c_1)(g'-g'')$	$2b_2c_2(g'-g'')$	$(b_3c_2+b_2c_3)(g'-g'')$
M_3.....	$(b_1c_3+b_3c_1)(g'-g'')$	$(b_3c_2+b_2c_3)(g'-g'')$	$2b_3c_3(g'-g'')$

Les tenseurs relatifs à $\vec{M_v}$ et $\vec{M_w}$ se déduisent du précédent par une permutation circulaire de a, b, c et de g, g' g''.

(³) Nos notations sont légèrement différentes de celles utilisées dans une Note précédente. Le choix du trièdre 1, 2, 3, *lié aux axes des indices principaux*, est judicieux à cause de la biréfringence du cristal.

Dans le cas du cristal de naphtalène, les corrections à faire subir aux anciennes valeurs numériques sont faibles dans les tenseurs (W) et (V) relatifs aux pivotements autour de W (normale au plan moléculaire) et autour de V (petit axe de la molécule), de sorte que l'accord précédemment signalé entre les intensités théoriques et les mesures expérimentales sur les raies 45 et 75 cm^{-1} est conservé. Mais, pour le pivotement de la molécule autour de son grand axe U, aux termes diagonaux importants du tenseur rectifié ne correspond aucune diffusion observée sur la raie 127 cm^{-1}, que nous avions attribuée à ce pivotement. Par contre ces termes diagonaux rendent compte des intensités et des polarisations de la raie 109 cm^{-1} que nous avions proposé d'interpréter comme une vibration *cohérente* symétrique des deux molécules de la maille autour de l'arête de leur dièdre qui est sensiblement parallèle à l'axe U.

II. *Supposons cohérents tous les pivotements des différentes molécules du cristal*[4]. — Comme la maille du cristal de naphtalène contient deux molécules orientées symétriquement par rapport au plan de symétrie et à l'axe binaire (axe 2), l'ajustement des phases des pivotements de ces deux types de molécules peut se faire de deux manières différentes : combinaison symétrique (U_S) ou antisymétrique (U_A) par rapport à ces éléments de symétrie.

Le calcul montre que le tenseur primitif se dédouble :

$$(U)\left|\begin{array}{ccc}\star&\star&\star\\\star&\star&\star\\\star&\star&\star\end{array}\right| \rightarrow (U_S)\left|\begin{array}{ccc}\star&\cdot&\star\\\cdot&\star&\cdot\\\star&\cdot&\star\end{array}\right| \quad \text{et} \rightarrow (U_A)\left|\begin{array}{ccc}\cdot&\star&\\\star&\cdot&\star\\\cdot&\star&\cdot\end{array}\right|.$$

Nous retrouvons pour nos pivotements les résultats généraux établis par J. Cabannes [5] pour les oscillations symétriques et antisymétriques des cristaux du système monoclinique.

Les intensités et les polarisations mesurées sur la raie 109 cm^{-1} correspondent exactement aux valeurs déduites du tenseur (U_S), les mesures relatives à la raie 127 cm^{-1} s'accordent avec le tenseur (U_A). Ces deux raies

---

(4) La cohérence de ces pivotements explique la forte intensité des raies Raman correspondantes : l'un de nous (Rousset, *Thèses*, Paris, 1935; *Ann. de Phys.*, 5, 1936, p. 60) avait en effet montré que l'intensité de la diffusion due à des pivotements incohérents n'est qu'une faible fraction du spectre Raman de rotation et de l'effet Cabannes-Daure des liquides.

(5) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 625.

correspondent donc respectivement aux pivotements *cohérents* symétriques et antisymétriques des molécules autour de leur grand axe U. Par contre, les données expérimentales sur les raies 45 et 75 cm^{-1} correspondent aux tenseurs non dédoublés (W) et (V). *L'hypothèse de la cohérence suggère donc que chacune de ces raies doit être en réalité un doublet* dont les composantes (symétrique et antisymétrique) n'avaient pas été séparées jusqu'à présent.

Sur les spectres obtenus avec une grande dispersion, *nous avons pu mettre effectivement en évidence une structure fine de ces deux raies* : la raie 45 cm^{-1} est un doublet de composantes 46 et 54 cm^{-1} ; la raie 75 cm^{-1} se dédouble en 74 et 76 cm^{-1}. Les intensités et états de polarisation observés sur les composantes 46 et 74 cm^{-1} correspondent aux termes antisymétriques, celles des composantes 54 et 76 cm^{-1} aux termes symétriques des tenseurs respectifs (W) et (V).

En conclusion, les six raies observées se classent en trois paires : U_S (109 cm^{-1}) et U_A (127 cm^{-1}); V_S (76 cm^{-1}) et V_A (74 cm^{-1}); W_S (54 cm^{-1}) et W_A (46 cm^{-1}). Chaque paire est due à des pivotements des molécules autour d'un même axe U, V ou W. Les deux fréquences d'une même paire (U par exemple) se rapportent, l'une à une vibration symétrique (U_S), l'autre à une vibration antisymétrique (U_A) de l'ensemble des deux molécules de la maille par rapport à l'axe binaire.

GÉOLOGIE. — *Sur le Haut-Atlas marocain.*

Note (¹) de M. Paul Fallot, présentée par M. Charles Jacob.

Beaucoup plus long que l'Anti-Atlas, le *Haut-Atlas* mesure, de l'Océan au Tamlelt, plus de 800^{km}. Il revêt les apparences d'un édifice de fond, avec culmination du substratum paléozoïque à des cotes qui ont dû dépasser largement 5000^{m} dans son tronçon principal, l'Atlas de Marrakech. Vers l'Est, il perd graduellement les caractères d'une chaîne de fond. Le changement, qui donne le pas aux plissements de couvertures affectant l'enveloppe de sédiments secondaires, se produit à peu près depuis le méridien de la terminaison de l'Anti-Atlas. Les plis de couverture, prolongés par les coulisses de l'Atlas saharien, s'étendent ensuite sur plus de 1500^{km}, jusqu'en Tunisie.

(¹) Séance du 31 mars 1941.

Le Haut-Atlas porte la trace de plusieurs paroxysmes, révélés par les travaux de Bourcart, Choubert, Dresch, Dubar, Moret et Roch (²) :

1° *La phase hercynienne*, encore mal connue, n'apparaît avec ampleur que dans l'Atlas de Marrakech. On lui rapporte une série de plis subméridiens. En outre von der Weid attribue à l'orogénie hercynienne la naissance des grandes flexures Est-Ouest, décrites par Moret, qui se parachèveront au Tertiaire. Plus à l'Est, l'exiguité des boutonnnières atteignant le Paléozoïque n'a pas encore permis de préciser l'allure des plissements anciens. Par contre, les phases récentes apparaissent de façon suggestive dans les terrains de couverture. On y connaît, notamment, depuis longtemps, des dislocations anté-cénomaniennes, dont l'âge peut maintenant être précisé.

2° *Des mouvements jurassiques* sont en effet enregistrés par des discordances. A l'Ouest, Roch a souligné celle du Kiméridgien sur le Stéphano-Trias (Si Allal Keroumi). Aucune déformation notable ne se manifestant ici du Lias à l'Oxfordien, le mouvement se situe entre l'Oxfordien et le Kiméridgien. Dans l'Atlas de Midelt, la récente carte de Dubar souligne la discordance du Crétacé moyen rouge sur des plis antérieurs. Plus à l'Est les discordances signalées par G. Choubert, vers Talsint, à la base de la série crétacée, sont probablement dues au même cycle orogénique. Enfin, en Oranie (Oued Foufot) (il est vrai sensiblement au Nord des coulisses de l'Atlas saharien qui prolongent le Haut-Atlas marocain), Flamand a décrit la discordance angulaire du Portlandien sur le Jurassique plus ancien.

Vu l'homogénéité structurale de l'édifice atlasique, il semble permis de relier tous ces jalons, et d'admettre que la phase anté-cénomanienne se place en réalité au Jurassique supérieur, ainsi que Roch l'a pressenti. Elle paraît avoir été annoncée au Dogger, par les phénomènes de subsidence de l'Atlas de Midelt et par les petits mouvements dont témoignent les discordances locales du Bajocien.

3° *Phase crétacée.* — Une période de calme suit ce premier paroxysme. La répartition des mers du Crétacé supérieur, notamment dans la zone synclinale Sous-Dadès, montre déjà, cependant, l'ébauche du sillon qui sépare, encore aujourd'hui, l'Anti-Atlas du Haut-Atlas. La période s'achève au Sénonien supérieur. Roch a montré qu'au Sud, dans le pays de Skoura

(²) En ce qui concerne les références bibliographiques, voir la note infrapaginale, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 556.

et le Dadès, puis au Nord-Ouest, vers Chichaoua, de faibles mouvements se produisent ensuite avant le Maestrichtien. Ils sont suivis d'une nouvelle période de calme qui dure *jusqu'à la fin de l'Éocène supérieur.*

4° *Une phase orogénique majeure* se place avant le dépôt de l'Oligo-miocène, *donc pendant l'Oligocène*. D'importants reliefs prennent alors naissance selon le tracé du Haut-Atlas, depuis l'Océan jusqu'au méridien de Midelt. Au moins dans la partie occidentale de la chaîne, un réseau hydrographique complet s'y établit, fournissant les matériaux détritiques du complexe dit *oligo-miocène* (Dresch).

Ainsi datée, cette phase serait un peu postérieure au paroxysme que Laffitte [3] place à l'Éocène supérieur dans l'Atlas saharien. De l'Atlas marocain à la Tunisie, la chaîne est si homogène que l'on hésite à y admettre cette dualité dans l'orogénie nummulitique. Les coupes figurées par Laffitte ne paraissent d'ailleurs pas interdire d'attribuer aussi un âge oligocène aux plissements algériens.

5° Les dépôts dits *oligo-miocènes* ont été affectés à leur tour par une *phase miocène* que, par comparaison avec le Moyen-Atlas on pourrait, avec Gentil et Joleaud, placer au Vindobonien. Ce paroxysme s'est étendu à l'Atlas saharien.

6° La discordance de formations rapportées au Pliocène, aux abords immédiats du Haut-Atlas occidental, puis la discordance d'alluvions quaternaires sur ce Pliocène, malgré qu'elles n'apportent pas grande précision, établissent cependant que d'ultimes rejeux ont affecté les marges, et au moins la terminaison Ouest de la chaîne (Roch, Boucart).

C'est aux phases 4 à 6 ci-dessus qu'est dû le Haut-Atlas actuel.

Dans l'intérieur de la chaîne, faute de connaître des dépôts tertiaires, il est encore impossible de distinguer ce qui revient à l'une ou à l'autre d'entre elles. Mais il apparaît que, au moins dans les parties occidentales et centrales, le vaste édifice de fond, froncé par d'irréguliers plis de couverture, est essentiellement d'âge oligocène et miocène, puis qu'il a été ravivé par des mouvements plio-quaternaires, peut-être à grand rayon de courbure et accidentés de dislocations de détail.

Sans doute ces conclusions pourront-elles être étendues au reste du Haut-Atlas marocain, puisque les parties datées de l'Atlas saharien qui le prolonge en Algérie témoignent aussi de phases orogéniques récentes.

---

(3) *B. S. G. F.*, 5e série, 9, 1939, p. 135-139; *Bull. Soc. Géol. Algérie*. 2e série, n° 15, Alger, 1939.

POTAMOLOGIE. — *Sur les boues et limons déposés par les cours d'eau.* Note (¹) de M. **Jacques Bourcart.**

Un certain nombre de cours d'eau calmes comme la Seine, l'Eure et la Somme, abandonnent, le long de leurs rives, de véritables *vases*, identiques à celles des mares et des étangs, très analogues à celles des estuaires (²). Dans d'autres cas, particulièrement en crue, les mêmes rivières déposent des *sables vaseux*, qui ne diffèrent des vases que par la prédominance de la phase sableuse.

De nombreux fleuves, en revanche, comme ceux du bassin méditerranéen, de la côte atlantique du Maroc ou de l'Afrique occidentale transportent *en suspension* des produits fins, jaunes, oranges ou rouges (³) qui se sédimentent dans les zones de calme sous forme d'une *boue* visqueuse. La charge de ces matériaux et, par conséquent, l'importance de leurs dépôts ne dépendent pas essentiellement du débit du moment (étiage ou crue), mais de l'importance et de la nature des pluies qui lessivent les versants. L'éboulement des berges verticales des plaines alluviales fournit aussi une proportion notable de boues. Des pluies violentes peuvent également transformer la couverture pulvérulente des pentes en coulées de boue très visqueuse : ce sont les *laves* ou *mürren* des Alpes.

La différence entre ces dépôts de boue, auxquels il convient de réserver, en bonne langue, le nom de *limons*, et les vases réside dans la nature de leur *liant*. Au lieu d'être essentiellement formé de colloïdes organiques, celui-ci est presque exclusivement constitué par de fins granules d'hydroxydes ferriques, la matière organique n'y jouant qu'un rôle peu important. Cette caractéristique explique leurs colorations jaune, orange ou rouge au lieu de grise ou noire.

Les autres phases constituantes, sable et poudre, sont analogues à celles des vases. Parallèlement aux *sables vaseux*, il existe des *sables limoneux*, quand la teneur en sable augmente par rapport à celle en poudre et en colloïdes.

Si l'on recueille dans un récipient les boues fraîchement déposées, main-

---

(¹) Séance du 7 avril 1941.

(²) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 448.

(³) Le Rhône jurassien et beaucoup de fleuves glaciaires déposent des craies blanches, presque exclusivement faites de CO^3Ca.

tenues à l'abri de l'évaporation, elles prennent, au bout d'un certain temps, comme les vases, une *rigidité* mesurable avec la cuve à inclinaison ([3]). A ce moment l'indice des vides E*d* et la teneur en eau restent constants. Vivement secouée ou agitée, cette boue *rigide* se convertit en un liquide visqueux qui, au repos, redevient *rigide*, et ainsi de suite, après chaque nouvelle agitation. Mais, à chaque prise en masse, correspond une diminution de l'indice des vides, jusqu'à ce qu'un indice minimum E*a* soit atteint. Celui-ci correspond au tassement maximum possible dans l'eau; ce tassement ne se modifie que très peu par dessèchement.

Si, au contraire, les boues sont desséchées aussitôt après leur première prise en masse, des fentes de retrait y apparaissent. Quand l'épaisseur du dépôt est faible, les fragments ainsi isolés se roulent comme des feuilles mortes. L'enroulement se produit par suite d'un plus fort retrait de la pellicule colloïdale, sédimentée en dernier lieu, qui forme comme un vernis à la surface de la boue. Les possibilités de gonflement ou de retrait de la matière constituant cette pellicule sont beaucoup plus grandes que celles des boues; son indice des vides, après dépôt sans agitation, est bien plus grand.

La boue desséchée est une véritable roche (pélite), présentant une grande cohésion. Elle est *microporeuse* et imperméable.

Le nom de limons est aussi donné par les géologues à une formation très différente par ses propriétés physiques, mais analogue par ses compositions minéralogique et chimique, les *limons des plateaux*. L'origine première de ceux-ci semble aussi être due à des inondations; ils couvrent toutes les surfaces plates de la France, à l'exception des régions de montagnes ou de la zone méditerranéenne.

Les *limons des plateaux*, et les formations qui en dérivent, comme la *terre à brique*, se distinguent des boues fraîchement déposées et desséchées par leur *macroporosité* et par leur perméabilité capillaire. Celles-ci sont dues à la formation d'*agrégats* de l'ordre de dimension des grains de sable.

Cette structure et la perméabilité qui en résulte se maintiennent lors des pluies normales. L'effet mécanique des pluies d'orage, le gel prolongé, le piétinement et le roulage détruisent les structures; le limon en grain se

---

([3]) J. Duclaux, *Méthode de l'étalement libre horizontal* (*Traité de Chimie physique appliquée à la Biologie*, 3, 1934, p. 11).

transforme alors en une vraie boue, stable, *rigide* et *thixotropique*, identique à celle déposée par les rivières.

Le chauffage à 400° modifie déjà profondément les propriétés du liant de ces limons. A 800°, ils ne peuvent plus être transformés en boue visqueuse, stable dans un large intervalle de teneur en eau.

EMBRYOLOGIE. — *Sur l'embryologie de* Ctenoplana. Note (1) de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'embryologie de *Ctenoplana* reste absolument inconnue et son étude présente des difficultés exceptionnelles, non seulement en raison de la rareté de l'animal, mais aussi parce que tous les exemplaires de *Ctenoplana* observés jusqu'ici ne possédaient que des gonades mâles. Mes recherches méthodiques, pendant six ans de mon séjour en Indochine, ne m'ont permis de rencontrer qu'une seule femelle sexuellement mûre (*Planoctena Yurii* Daw.).

La ponte que j'ai obtenue était libre. Elle contenait 34 œufs, irrégulièrement agglutinés de façon lâche par une substance visqueuse peu épaisse, incolore et transparente. Les œufs sont petits ($0^{mm},45$-$0^{mm},50$), sphériques, colorés en jaune, mais transparents. L'œuf présente la même structure que ceux des Cténophores typiques; il est entouré par une membrane très fine et comprend deux zones concentriques : l'ectoplasme, finement granuleux, et l'endoplasme alvéolaire riche en vitellus. L'espace entre la cellule ovulaire et la membrane qui l'entoure est rempli par une substance gélatineuse, transparente. Cette dernière est presque aussi bien développée que dans les œufs de Cténophores typiques et, en tout cas, son épaisseur est sensiblement plus considérable que dans les œufs des *Cœloplana*.

Le développement a la forme typique de tous les Cténophores (les *Cœloplana* n'y faisant pas exception). Le premier stade que j'ai pu observer comprenait 46-54 blastomères, et j'ai pu constater qu'à ce stade l'embryon ne diffère que par des détails de celui de *Cœloplana*. On y voit le complexe de 8 macromères disposés d'une façon bisymétrique (typique pour les Cténophores), coiffé d'une calotte de micromères. Comme chez les Cténophores typiques, cette dernière n'est pas continue, les micromères qui la constituent étant répartis en un anneau irrégulier. L'embryon

(1) Séance du 7 avril 1941.

présente donc, à son pôle aboral, un large orifice faisant communiquer l'espace blastocœlien avec le dehors.

A partir du stade 54 (8 macromères, plus 46 micromères), les macromères cessent de bourgeonner des micromères vers le pôle animal de l'ébauche. Ils se divisent et deviennent pour quelque temps inactifs. A ce stade 62 (auquel le complexe de macromères vient de doubler le nombre de ses composants), la différenciation des feuillets blastotermiques se trouve déjà effectuée et le processus de la gastrulation (c'est-à-dire le recouvrement du complexe entoblastique à 16 cellules par la calotte annulaire des micromères ectodermiques) commence. L'anneau ectodermique s'étend très vite autour du complexe des entoblastes, en réalisant un processus d'épibolie. Ce mouvement épibolique de la calotte ectodermique n'est pas régulièrement concentrique; le bord supérieur (oral) de cette calotte présente, dans chaque quadrant de l'embryon, un foyer de prolifération plus intense que dans les autres régions marginales. Il en résulte que le bord de la calotte des ectoblastes n'est pas régulièrement circulaire, mais se trouve subdivisé en quatre festons, un pour chaque quadrant de l'ébauche, de sorte que l'épibolie suit nettement le plan biradiaire.

Le blastopore se ferme (comme chez *Cœloplana*) et, presque immédiatement (ou en tout cas, après une pause très courte), en ce point l'ectoderme légèrement épaissi s'invagine pour donner le stomadeum, d'abord cupuliforme, ensuite tubuliforme. Avant que le processus du recouvrement du complexe 16-cellulaire des entoblastes soit achevé, ces derniers reprennent subitement leur activité prolifératrice, en produisant de nouveau, sur la face orale de l'embryon, un lot de micromères, dont quelques-uns se divisent à leur tour. L'évolution de cette dernière génération des micromères, incontestablement entoblastiques (puisqu'ils se forment très tardivement, après que les macromères ont isolé tout leur matériel formateur de l'ectoderme et sont devenus purement entoblastiques) mérite une attention tout à fait spéciale. Après la fermeture du blastopore, ce lot de micromères entodermiques, dans lequel j'ai compté 19-22 cellules, ne s'enfonce pas profondément dans la cavité gastrale, comme cela a lieu chez les Cténophores typiques, mais *reste appliqué à l'apex du stomodeum*. On le trouve dans cette position à des stades très avancés de l'évolution de l'appareil digestif et je me crois autorisé à affirmer que ce complexe de microentablastes ne prend aucune part à la formation de la partie centrale du système gastrovasculaire (des

canaux tentaculaires), comme cela a été admis pour les Cténophores typiques par Hatschek, Spek et Korschelt. Tout me porte à croire que, chez *Ctenoplana*, l'ébauche en question participe plutôt à la constitution de la partie supérieure du pharynx embryonnaire, appelée à donner chez l'adulte le pharynx définitif, qui joue le rôle essentiel (sinon principal) dans les processus digestifs de l'animal.

Après la formation du stomodeum, le pseudoblastopore, qu'on a vu persister au pôle animal de l'embryon, se ferme, et, à sa place, se forme une sorte de plaque syncipitale, une portion de l'ectoderme située à son niveau s'épaississant considérablement et se couvrant de cils. D'ailleurs cet état de choses ne dure pas longtemps : ladite plaque apicale s'invagine pour donner naissance au statocyste. Des deux côtés de l'embryon, des proéminences ectodermiques (qui apparaissent avant même la fermeture de pseudoblastopore) indiquent les deux ébauches de l'appareil tentaculaire. Somme toute, l'embryon de *Ctenoplana* ressemble à celui de *Cœloplana*. Mais les différences sont considérables. Notons tout d'abord l'apparition très tardive des palettes natatoires chez *Ctenoplana* et, ensuite, *le développement des cils sur toute la surface de l'embryon*. Ce dernier caractère mérite une mention spéciale. Les cils très fins apparaissent au moment de l'achèvement de la gastrulation et ne disparaissent qu'avec l'apparition des palettes natatoires. Le revêtement général de cils, chez l'embryon de *Ctenoplana*, présente un intérêt non négligeable. C'est sans doute un caractère primitif, qui jusqu'à présent n'a été observé, parmi les Cténophores, que chez les embryons d'*Eucharis multicornis* (Chun, 1880). On trouve aussi ce revêtement chez deux espèces de *Cœloplana* adultes (*C. Metschnikovi*. Kow. et *C. Perrieri* Daw.), mais jeunes.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 24 mars 1940.)

Note de Mme *Élisabeth Jérémine*, Sur les laves des massifs volcaniques du Cameroun Occidental :

Page 498, ligne 6, *au lieu* d'Etinde, *lire* d'Étinde et du Grand Mont de Cameroun (2).

(2) D. Mesch, N. *Jahrb. f. Miner.*, Beil. 40, 1916, p. 457.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 AVRIL 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL dépose sur le bureau le tome soixante-troisième (deuxième série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur l'interprétation de certaines équations dans la théorie des particules de spin* 2. Note (¹) de M. **LOUIS DE BROGLIE**.

Grâce aux travaux effectués cet hiver à l'Institut Henri Poincaré par Mme M.-A. Tonnelat et par M. Gérard Petiau, la théorie générale des particules de spin quelconque a considérablement progressé. Il paraît maintenant certain que l'on obtient cette théorie sous sa forme la plus générale en construisant la particule de spin $n/2$ par la *fusion* de n corpuscules de spin $1/2$, c'est-à-dire en prolongeant le procédé qui nous avait permis en théorie du photon de passer du spin $1/2$ au spin 1. Ainsi paraît entièrement confirmée l'idée générale que nous avions proposée dès 1939 comme guide pour la résolution de ce problème (²).

En particulier, l'étude de la particule de spin total maximum $J = 2$ obtenue par la fusion de quatre corpuscules de spin $1/2$ a abouti à des résultats qui correspondent exactement au programme que nous avions tracé dans la Note citée plus haut. Les équations d'ondes de cette particule se divisent, en effet, en plusieurs groupes indépendants (³).

(¹) Séance du 16 avril 1941.

(²) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 265.

(³) Voir M.-A. TONNELAT, *Comptes rendus*, 212, 1939, p. 187.

L'un d'eux correspond à la valeur $j=2$ du spin total et, en précisant d'une façon très ingénieuse une suggestion due à MM. Pauli et Fierz, Mme Tonnelat a pu montrer qu'il paraît lié aux équations de la gravitation écrites à l'approximation linéaire. Deux autres groupes correspondent au cas $j=0$ et leur forme coïncide avec celle des équations non maxwelliennes de la théorie du photon. Enfin trois groupes d'équations correspondent au cas $j=1$ et doivent par suite être apparentés à la théorie du champ électromagnétique. C'est sur l'interprétation de ces trois derniers groupes que nous voulons insister.

Deux des trois groupes d'équations en question sont de la même forme et font intervenir un tenseur de rang un, un tenseur général de rang deux, un tenseur antisymétrique de rang deux et un tenseur de rang trois qui est antisymétrique pour une paire d'indices. Avec des notations usuelles dans cette théorie, on peut écrire chacun des deux groupes d'équations de la manière suivante :

$$(1) \qquad \begin{cases} \partial_\mu \chi_\nu - \partial_\nu \chi_\mu = k\chi_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho \chi_{[\rho\nu]} = k\chi_\nu; \\ \partial_\mu \chi_\nu = k\chi_{\mu\nu}, & \partial_\rho \chi_{[\mu\nu]} = k\chi_{[\mu\nu]\rho}, \end{cases}$$

avec $k=(2\pi/h)\mu_0 c$, μ_0 étant la masse propre de la particule. Si nous définissons, à partir des χ, un potentiel d'Univers $\vec{A}$ et un champ électromagnétique d'Univers $\vec{\vec{F}}$ par les formules

$$(2) \qquad A_\nu = K\chi_\nu, \qquad F_{[\mu\nu]} = Kk\chi_{[\mu\nu]},$$

où K est une constante bien connue en théorie du photon, nous trouvons les équations

$$(3) \qquad \begin{cases} \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = F_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho A_\rho = 0; \\ \partial_\rho F_{[\rho\nu]} = k^2 A_\nu, & \partial_\rho F^+_{[\rho\nu]} = 0, \end{cases}$$

où $F^+_{[\mu\nu]}$ représente la grandeur *duale* de $F_{[\mu\nu]}$.

Or les équations (3) ont la même forme que les équations maxwelliennes de la théorie du photon. Ce sont des équations de Maxwell complétées par des termes de masse. Ceci éclaire la signification des équations (1).

Ce que nous venons de dire est déjà connu, mais passons maintenant au troisième groupe d'équations correspondant à $j=1$. Ce groupe fait intervenir un tenseur antisymétrique de rang deux, un tenseur de rang trois antisymétrique sur une paire d'indices et un tenseur de rang quatre antisymétrique sur deux paires d'indices. Avec les mêmes notations que plus

haut, il s'écrit

$$(4)\quad \begin{cases} \partial_\mu \Phi_{[\nu\rho]} - \partial_\nu \Phi_{[\mu\rho]} = k\Phi_{[\mu\nu]\rho}, & \partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu} = k\Phi_{[\mu\nu]}; \\ \partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu} = k\Phi_{[[\mu\nu][\rho\sigma]]}, & \partial_\rho \Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu]]} = k\Phi_{[\mu\nu]\sigma}. \end{cases}$$

Au premier abord, ce groupe peut paraître très différent du groupe (1). Il n'en est rien cependant, comme nous allons le montrer en introduisant un potentiel d'Univers $\vec{\mathcal{A}}$ et un champ électromagnétique d'Univers $\vec{\vec{\mathcal{F}}}$ par les définitions

$$(5)\qquad \mathcal{F}_{[\mu\nu]} = \mathrm{K}k\Phi^{+}_{[\mu\nu]}, \qquad \mathcal{A}_\sigma = \mathcal{A}_{\mu\nu\rho} = \frac{\mathrm{K}}{2}[\Phi_{[\mu\nu]\rho} + \Phi_{[\nu\rho]\mu} + \Phi_{[\rho\mu]\nu}].$$

Dans la seconde de ces définitions, la suite $\mu\nu\rho\sigma$ forme une permutation *paire* des indices 1, 2, 3, 4. Avec ces définitions, on tire aisément du système (4) les équations

$$(6)\quad \begin{cases} \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu = \mathcal{F}_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho \mathcal{A}_\rho = 0; \\ \partial_\rho \mathcal{F}_{[\rho\nu]} = k^2 \mathcal{A}_\nu, & \partial_\rho \mathcal{F}^{+}_{[\rho\nu]} = 0, \end{cases}$$

et le système (6) est visiblement identique au système (3). Le groupe d'équations (4) n'est donc qu'en apparence différent du groupe d'équations (1). Les trois groupes d'équations du cas $j = 1$ sont au fond identiques et se ramènent aux équations maxwelliennes avec termes de masse déjà rencontrées en théorie du photon.

La théorie des particules de spin total maximum 2 paraît ainsi constituer une synthèse de la Gravitation et de l'Électromagnétisme. Il est inutile de souligner combien cette circonstance la rend intéressante.

GÉODÉSIE. — *Nouvelles déterminations de la pesanteur dans le Sud de la France.* Note (¹) de M. **Pierre Lejay**.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus au cours d'une campagne entreprise dans le Sud de la France, d'octobre à décembre 1940, avec les gravimètres Holweck-Lejay n°s 42 et 622. On a conservé les valeurs des coefficients des formules d'étalonnage des campagnes précédentes. Toulouse, où des déterminations antérieures avaient été faites par M. R. Goudey, a servi de station de référence; la valeur de base adoptée est 980,437 gals.

(¹) Séance du 16 avril 1941.

TABLEAU DES OBSERVATIONS.

Stations.	Longitudes.	Latitudes.	Altitudes.	g adopté.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ_{52}.	Δ_{622}.
	° ′	° ′	mètres	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
Les Regners.........	0. 9,9	44.48,5	15	980,574	980,579	980,577	980,613	— 34	— 36	—1	0,9
Laissac..............	2.49,2	44.23,2	640	,412	,609	,537	,574	+ 35	— 37	—1	0
Saint-Genis-Laval....	4.47,1	45.41,7	299	,614	,707	,673	,692	+ 15	— 19	0	—4
Châteauroux	1.40,2	46.48,7	154	,744	,792	,774	,794	— 2	— 20	+2	—2
Clermont-Ferrand ...	3. 5,0	45.46,2	386	,577	,696	,651	,699	— 3	— 48	0	—1
Toulouse............	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+1	+3
Auch................	0.35,4	44.39,0	166	,445	,496	,477	,507	— 11	— 30	+1	—1
Mirande.............	0.24,2	43.31,1	174	,431	,485	,465	,496	— 11	— 31	0	+1
Rabastens	0. 9,1	43.23,3	217	,405	,472	,447	,484	— 12	— 37	—0,5	0
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	0
Chiroulet	0. 5,7	42.58	1068	,138	,468	,347	,446	+ 22	— 99	+2,5	—2
Masseube............	0.34,7	43.25,9	208	,409	,473	,450	,488	— 15	— 38	0	0
Trie................	0.22,3	43.19,3	250	,385	,462	,434	,478	— 16	— 44	—1	+1
Tarbes	0. 4,2	43.14,1	306	,359	,453	,419	,470	— 17	— 51	+1	—4
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	0
Pic-du-Midi.........	0. 8,5	42.56,3	2850	979,743	,618	,300	,443	+175	—143	—2	+1,5
Tourmalet...........	0. 9,0	42.54,7	2114	,940	,593	,353	,440	+153	— 87	–	–
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	980,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	+1
Tarbes..............	0. 4,2	43.14,1	306	,359	,453	,419	,470	— 17	— 51	+2	—1
Lannemezan..........	0.23,1	43. 7,6	585	,301	,481	,414	,461	+ 20	— 47	+1	—1
Saint-Gaudens.......	0.43,4	43. 6,5	405	,340	,465	,419	,455	+ 10	— 36	0	0
Aulon...............	0.49,3	43.11,5	347	,350	,457	,418	,466	— 9	— 48	0	0
Sarremezan..........	0.39,9	43.12,5	399	,337	,460	,415	,468	— 8	— 53	–	–
Saint-Gaudens.......	0.43,4	43. 6,5	405	,340	,465	,419	,455	+ 10	— 36	+3	—1
Aspet...............	0.48,2	43. 1,0	482	,327	,475	,421	,451	+ 24	— 30	+1,5	—1
Gardeilhac..........	0.40,9	43.12,0	443	,324	,460	,411	,467	— 7	— 56	—1	+2
Saint-Plancard......	0.33,9	43.10,4	366	,341	,455	,413	,464	— 9	— 51	0	—1
Arreau..............	0.21,8	42.54,4	704	,219	,436	,357	,440	— 4	— 83	0	—1
Peyresourde.........	0.27,4	42.48,2	1563	,061	,543	,366	,431	+112	— 65	–	–
Bagnères-de-Luchon .	0.35,7	42.47,4	620	,180	,373	,301	,430	— 57	—129	—0,5	0
Saint-Béat..........	0.41,8	42.54,7	501	,289	,443	,387	,441	+ 2	— 54	0	—1
Portet-d'Aspet......	0.51,0	42.56,7	1069	,210	,540	,408	,444	+ 96	— 36	–	–
Audressein..........	1. 1,7	42.55,8	504	,290	,445	,389	,443	+ 2	— 54	–	–
Massat	1.20,9	42.53,5	650	,239	,439	,365	,439	0	— 74	–	–
Col de Port.........	1.27,2	42.54,2	1248	,122	,507	,366	,440	+ 67	— 74	(—4)	+1
Mercus..............	1.38,1	42.53,1	518	,246	,406	,348	,439	— 33	— 91	–	–
Foix	1.36,8	42.57,8	384	,290	,409	,365	,446	— 37	— 81	+4,5	—3
La Bastide	1.25,8	43. 0,7	432	,305	,439	,389	,450	— 11	— 61	—1	+1
Le Pigailh..........	1.32,4	43. 9,9	360	,335	,447	,406	,464	— 17	— 58	–	–
Mas d'Azil..........	1.21,8	43. 5,0	292	,330	,421	,387	,457	— 36	— 70	–	–
Saint-Girons	1. 8,9	42.58,9	391	,309	,430	,385	,447	— 17	— 62	—0,5	+1
Sainte-Croix	1.10,6	43. 7,7	310	,339	,435	,399	,461	— 26	— 62	—0,5	—2
Lézat...............	1.20,4	43.17,0	220	,384	,452	,427	,474	— 22	— 47	—1	0
Toulouse............	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+2	0
Rieumes.............	1. 7,1	43.24,7	290	,388	,478	,445	,486	— 8	— 41	–	–
Lasserre............	1.10,1	43. 4,3	575	,266	,444	,378	,455	— 11	— 77	+0,5	0
Montesquieu.........	1.14,1	43.12,5	231	980,360	980,432	980,405	980,468	— 36	— 63	+1	0
Daumazan............	1.18,4	43. 8,8	249	,343	,420	,392	,462	— 42	— 70	–	–
Le Plan	1. 7,2	43.10,1	262	,352	,434	,403	,464	— 30	— 61	—1	—0,5

Stations.	Longitudes.	Latitudes.	Altitudes.	g adopté.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ_{42}.	Δ_{622}.
	° ′	° ′	mètres	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
agne	1. 3,6	43. 9,4	395	,323	,446	,400	,463	— 17	— 63	–	–
quefort	0.58,6	43. 9,7	275	,346	,432	,400	,463	— 31	— 63	+1	—1
llies	0,57,7	43. 6,5	310	,330	,426	,391	,458	— 32	— 67	+0,5	—1
at	1. 1,2	43. 1,7	320	,322	,421	,385	,451	— 30	— 66	–	–
ermont	1.18,1	43. 2,3	405	,302	,428	,381	,452	— 24	— 71	–	–
ulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+1	—1
ilhes	1.26,6	43. 6,2	287	,330	,419	,386	,458	— 39	— 72	–	–
lzen	1.45,2	42.55,1	637	,224	,420	,348	,442	— 22	— 94	–	–
ontségur	1.50,1	42.52,1	912	,167	,449	,345	,437	+ 12	— 92	0	0
velanet	1.51,0	42.55,8	517	,245	,404	,346	,442	— 38	— 96	+1	—1
lesta	1.56,3	42.54,3	494	,247	,400	,344	,441	— 41	— 97	+1	—0,5
lail	1.52,2	42.51,5	606	,217	,404	,335	,437	— 33	—102	–	–
rrineuf	1.53,4	42.52,7	549	,235	,404	,342	,438	— 34	— 96	–	–
inte-Colombe	1.58,2	42.57,1	420	,268	,398	,350	,445	— 47	— 95	+1	0
rroque	1.52,2	42.58,5	443	,263	,400	,350	,446	— 46	— 96	–	–
rol	1.45,4	42.57,8	478	,256	,405	,349	,446	— 41	— 97	–	–
int-Jean-de-Verges	1.36,4	43. 0,7	353	,295	,405	,365	,449	— 44	— 84	–	–
marade	1.16,7	43. 5,0	517	,279	,438	,380	,457	— 19	— 77	–	–
ulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	—1	0
aulhet	1.59,5	43.45,9	166	,460	,512	,492	,518	— 6	— 26	–	–
almont	2.11,5	43.46,6	212	,457	,523	,498	,519	+ 4	— 21	0	–
ulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	—2	—1
bi	2. 8,4	43.55,6	174	,497	,551	,531	,532	+ 19	— 1	+1	—1
almont	2.11,5	43.46,6	212	,457	,523	,498	,519	+ 4	— 21	–	+1
bessonié	2.19,3	43.43,3	536	,391	,556	,495	,514	+ 42	— 19	–	–
bre	2.25,3	43.41,6	370	,391	,506	,463	,511	— 5	— 48	–	–
assae	2.30,0	43.37,9	487	,360	,511	,455	,506	+ 5	— 51	—3	+2
rat	2.51,1	43.40,9	836	,301	,559	,464	,511	+ 48	— 47	—1	+0,5
malou	3. 5,1	43.35,5	181	,420	,476	,455	,502	— 26	— 47	–	–
darieux	3. 9,5	43.36,8	196	,425	,486	,463	,504	— 18	— 41	–	–
vene	3. 6,2	43.45,5	370	,396	,511	,468	,518	— 7	— 50	—1	+1
ilhes	3. 6,7	43.48,4	443	,391	,528	,478	,521	+ 7	— 43	–	–
queredonde	3.12,7	43.48,0	680	,346	,555	,478	,521	+ 34	— 43	–	–
dève	3.18,7	43.43,9	165	,446	,498	,478	,515	— 17	— 37	+1	—1
gnac	3.33,0	43.39,0	93	,466	,495	,484	,508	— 13	— 24	–	–
int-André	3.30,1	43.38,8	66	,469	,490	,482	,507	— 17	— 25	0	—1
ermont	3.25,9	43.37,6	90	,465	,493	,482	,505	— 12	— 23	–	–
bian	3.16,5	43.31,0	120	,458	,495	,481	,496	— 1	— 15	—1	0
rviel	3. 8,8	43.26,4	98	,443	,474	,462	,489	— 15	— 27	–	–
rvian	3.18,0	43.25,7	63	,457	,477	,470	,488	— 11	— 18	–	–
int-Thibery	3.25,2	43.23,9	10	,473	,476	,475	,485	— 9	— 10	–	–
de	3.28,1	43.18,8	5	,473	,475	,474	,477	— 2	— 3	+1	—0,5
ontignan	3.45,4	43.26,9	4	,496	,497	,497	,489	+ 8	+ 8	–	–
stries	3.59,4	43.40,9	60	,499	,518	,511	,510	+ 8	+ 1	–	–
jargues	4. 7,4	43.47,1	77	,501	,525	,516	,520	+ 5	— 4	–	–
moulins	4.33,7	43.56,6	27	,509	,517	,514	,534	— 17	— 20	–	–
uzilhac	4.34,8	44. 2,5	224	,482	,551	,526	,543	+ 8	— 18	–	–
gnols	4.37,3	44. 9,8	55	,522	,539	,533	,554	— 15	— 21	–	–
errelatte	4.41,9	44.22,7	60	,531	,550	,543	,573	— 23	— 30	–	–
int-Genis-Laval	4.47,1	45.41,7	299	,614	,707	,673	,692	+ 15	— 19	(—2)	(—6)

Plusieurs stations de recoupement ont été réoccupées : on a retrouvé à Bagnères-de-Bigorre la valeur admise précédemment $g = 980,288$ gals; et à Albi, 980,497 gals, au lieu de 980,496 gals.

Nous conservons dans le tableau les notations internationales; les valeurs normales et les anomalies ne sont données que par rapport à l'ellipsoïde international; les mêmes quantités, sur l'ellipsoïde de Helmert (1901), s'obtiendraient, en effet, pour toutes les stations, en retranchant pour les valeurs normales, en ajoutant pour les anomalies, la même quantité, 14 milligals.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une nouvelle démonstration d'un théorème d'Ahlfors.* Note de M. **Jacques Dufresnoy**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous avons établi ([1]) certaines propriétés des fonctions méromorphes à partir de la théorie d'Ahlfors des surfaces de Riemann. Ces propriétés sont telles que, si l'une d'entre elles n'est pas vérifiée, on a $L > hS$. Les considérations faites peuvent être étendues à des propriétés dont la non-vérification entraîne $L > h(S - l)$. Nous sommes ainsi conduit au théorème :

Si $w = f(z)$ est méromorphe dans tout le plan et jouit de l'une des propriétés suivantes :

1° *elle ne prend qu'un nombre fini l de fois trois valeurs distinctes;*

2° *elle présente cinq valeurs ramifiées complètement, sauf un nombre fini l de fois;*

3° *la surface de Riemann décrite par $w = f(z)$ ne présente qu'un nombre fini l d'îles situées sur trois domaines simplement connexes et disjoints;*

4° *cette surface de Riemann ne présente qu'un nombre fini l d'îles* SIMPLES *situées sur cinq domaines simplement connexes et disjoints;*

Alors la fonction $w = f(z)$ est une fraction rationnelle dont le degré est au plus égal à l dans les cas 1° *et* 3° (où l est obtenu en ne comptant qu'une seule fois chaque valeur ou chaque île multiple), *à $2l$ dans les cas* 2° *et* 4°.

([1]) *Comptes rendus,* 212, 1941, p. 595. On trouvera dans cette Note références et notations.

On parvient à des théorèmes en termes finis en faisant des hypothèses supplémentaires pour écarter polynomes et fractions rationnelles.

Exemple. — *Si $w = f(z)$ est méromorphe dans le cercle $|z| < R$ et n'y prend pas deux valeurs données; si, de plus, la surface de Riemann décrite par $w = f(z)$ ne présente que l îles* SIMPLES *sur un domaine D simplement connexe laissant à son extérieur les deux valeurs non prises, on a*

$$R \frac{|f'(0)|}{1 + |f(0)|^2} < K,$$

K étant une constante dépendant de la position relative du domaine D et des points interdits, ainsi que du nombre l.

Comme cas particulier, lorsque D est réduit à un point, on retrouve une extension du théorème de Landau. De cette inégalité on peut déduire une limitation de la dérivée sphérique en tout point de $|z| < R$, une limitation de $S(r)$ pour $r < R$; d'où des théorèmes du type de celui de Schottky.

Dans le même ordre d'idées nous avons démontré que :

Si $w = f(z)$ est une fonction holomorphe dans $|z| < R$, ne s'y annulant pas et dont la dérivée $f'(z)$ a un module moindre que M aux points où la fonction prend la valeur 1, on a

$$R \frac{|f'(0)|}{1 + |f(0)|^2} < K(MR^2),$$

$K(MR^2)$ étant une fonction de MR^2 que l'on peut expliciter.

Cette dernière fonction croît rapidement avec R de telle sorte que l'on ne peut obtenir une borne supérieure de R à partir de $f(0)$ et $f'(0)$, c'est-à-dire un théorème du type de celui de Landau. C'était à prévoir puisqu'il y a des fonctions entières répondant aux conditions du théorème, à savoir $w = \lambda e^{\mu z}$; la théorie actuelle montre d'ailleurs que ce sont les seules. Par contre, on peut obtenir une limitation de la dérivée sphérique, de $S(r)$ et un théorème, dû à M. Valiron ([2]), du type de celui de Schottky.

Dans la Note déjà citée, nous avons parlé d'une estimation du coefficient de L figurant dans le théorème d'Ahlfors. Ceci se rattache à une démonstration nouvelle de ce théorème que nous allons maintenant esquisser. Considérons, sur la sphère unitaire Σ_0, q domaines D_i simplement connexes et disjoints, dont certains peuvent se réduire à des points. Nous dési-

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1825-1828; 205, 1937, p. 890-892.

gnerons par $4\pi S_0$ l'aire de la sphère trouée Σ_0^* (sphère Σ_0 de laquelle on a retranché les domaines D_i), par δ_0 la plus petite des distances des domaines D_i pris deux à deux et par k une constante dépendant uniquement des domaines D_i et que l'on peut évaluer facilement dans chaque cas particulier. Dans le cas simple où les domaines D_i sont circulaires, on a $k = 1/2\delta_0 S_0$; on peut trouver une expression analogue lorsque les domaines D_i sont circulaires ou convexes. On établit alors le lemme :

La sphère trouée Σ_0^* est recouverte d'une surface connexe Σ à un seul feuillet, d'aire $4\pi S_0 S$ et ayant un contour relatif *de longueur* L. *Si* $S - kL > 0$, *la caractéristique ρ de Σ est au moins égale à $q - 2$.*

D'où l'on déduit, par une décomposition en feuillets, ce théorème :

La sphère trouée Σ_0^* est recouverte d'une surface connexe Σ, d'aire $4\pi S_0 S$ et ayant un contour relatif *de longueur* L. *La caractéristique ρ de Σ vérifie l'inégalité*

$$\overset{+}{\rho} \geqq (q-2)(S - 2kL).$$

Et enfin on obtient le théorème d'Ahlfors :

Étant donné, sur la sphère unitaire Σ_0, $q \geqq 3$ domaines D_i simplement connexes et disjoints, on peut déterminer une constante h telle que toute surface de recouvrement Σ de Σ_0, simplement connexe, présente sur les domaines D_i des îles dont la somme $\Sigma p(D_i)$ des multiplicités simples satisfait à

$$\sum_{i=1}^{q} p(D_i) \geqq (q-2)(S - hL),$$

où $4\pi S$ désigne l'aire de Σ et L *la longueur de son contour.*

La constante h est égale, dans le cas général, à $2k + 1/4\pi S_0$; si les domaines sont circulaires, on a $k < 7/6\,\delta_0 S_0$; s'ils sont convexes ou circulaires, on a une expression analogue; s'ils sont réduits à des points, on a $h = 1/\delta_0$. La possibilité d'une évaluation facile du coefficient h constitue l'avantage de la nouvelle méthode.

Signalons enfin qu'en utilisant l'inégalité (1) de notre Note précédente, nous avons établi le théorème suivant, dont la dernière partie donne immédiatement un procédé, autre que celui développé dans cette Note, pour l'obtention des théorèmes en termes finis :

Si l'aire sphérique décrite par la fonction $w = f(z)$ méromorphe dans le cercle $|z| < r_0$ est $4\pi S_0 < 4\pi$, l'aire sphérique $4\pi S$ décrite par w lorsque z

décrit le cercle $|z| \leq r < r_0$ *satisfait à*

$$\frac{1}{r^2}\,\frac{S}{1-S} \leq \frac{1}{r_0^2}\,\frac{S_0}{1-S_0}.$$

Dans le cas limite $r = 0$, *cette relation devient*

$$\frac{|f'(0)|^2}{(1+|f(0)|^2)^2} \leq \frac{1}{r_0^2}\,\frac{S_0}{1-S_0}.$$

L'égalité a lieu pour la fonction particulière $w = w_0 + \lambda z/1 - \lambda \bar{w}_0$ où w_0 et λ sont des constantes arbitraires.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Les déformations subpermanentes des métaux.* Note (1) de M. **Pierre Laurent**, présentée par M. Léon Guillet.

A température constante, si l'on soumet une éprouvette polycristalline à une force de traction constante, on observe successivement les déformations suivantes :

a. un allongement élastique instantané;

b. un allongement visqueux dont la vitesse décroît en fonction du temps.

Si, à un instant donné, on supprime l'effort extérieur, on observe :

a. d'abord une contraction élastique instantanée;

b. puis une contraction, dite subpermanente, dont la vitesse décroît en fonction du temps. En général, on ne peut séparer complètement la déformation élastique de la déformation subpermanente.

Récemment on a pu montrer (Georges Homès, *Revue de Métallurgie*, 1939, p. 373), à l'aide des rayons X, que pendant le fluage il n'y avait aucun écrouissage du métal, ce qui confirme la relation entre le fluage et la régénération du métal. Considérons plus particulièrement la contraction subpermanente. Dans le cas du fluage par torsion, où l'on retrouve des déformations analogues à celles rappelées ci-dessus, on a montré (Taro Ueda, *Science Reports of the Tohoku Imperial University*, 1re série, 26, IV, avril) que la détorsion subpermanente était due à l'action de la partie centrale de l'éprouvette sur la partie extérieure; au cours du fluage

(1) Séance du 16 avril 1941.

par torsion, la partie centrale est en torsion élastique tandis qu'il y a fluage dans la partie extérieure.

Quand on supprime le couple extérieur on obtient une certaine détorsion élastique, mais la partie extérieure ne peut revenir à la position initiale, aussi empêche-t-elle la disparition complète des tensions dans la partie centrale; ces tensions résiduelles provoquent un fluage de la partie extérieure en sens inverse du fluage initial. En conclusion, la détorsion subpermanente s'explique dans ce cas par l'hétérogénéité des tensions.

Dans le cas du fluage par traction, le phénomène peut s'expliquer d'une manière analogue. Le métal de l'éprouvette est constitué d'un grand nombre de cristaux, qui peuvent être soit de nature différente (alliages à plusieurs phases), soit identiques (solutions solides); mais dans les deux cas, par suite de l'anisotropie cristalline, les modules dans la direction de traction sont différents. Pour simplifier, nous classerons les cristaux en deux familles F_1 et F_2.

Quand on supprime la force extérieure, les deux familles de cristaux, si elles étaient indépendantes, se contracteraient de quantités différentes, la famille F_2 ayant le module le plus faible, se contracterait plus que l'autre, mais par suite de la liaison intime entre les deux familles, la contraction de F_2 sera limitée par celle de F_1; ainsi exerce-t-elle sur F_1 un effort de compression qui entraîne un fluage de F_1, donc une contraction en fonction du temps.

Étudions plus en détail le phénomène. Soient e la contraction élastique de F, e_1 la contraction totale à l'instant t et e_2 la contraction élastique de F_2. Nous venons de voir que F_2 exerce une compression sur F_1; inversement F_1 exerce une tension sur F_2, mais cette tension, qui est du même sens et beaucoup moins forte que la tension initiale, n'entraîne qu'un fluage très faible; au contraire le fluage dû à la compression ne peut être négligé, puisqu'il n'y a pas encore eu de contraction par fluage; aussi peut-on dire qu'à l'instant t l'effort de compression que F_2 exerce sur F_1 est

$$\sigma = k(e - e_2) \qquad (k = \text{const.}).$$

La déformation visqueuse e d'un métal est une fonction du temps t et de l'effort exercé σ, qui, en première approximation, peut être représenté par

$$e = A\sigma(1 + t)^\alpha,$$

où l'exposant α est compris entre 0 et 1 et A une constante.

Si l'on remplace σ par la valeur trouvée ci-dessus, on a

$$\frac{e}{e_1 - e_2} = \frac{A}{K}(1+t)^{\alpha},$$

qui représente la loi de contraction subpermanente.

Ceci permet de retrouver les faits signalés dans des Notes précédentes ([2]), et notamment que la vitesse de contraction, à un instant déterminé, est proportionnelle à la charge initialement appliquée.

En résumé, la contraction subpermanente n'est que l'effet extérieur des tensions internes après suppression de la force extérieure.

GÉODÉSIE. — *Mesures gravimétriques effectuées pendant l'année* 1939 *en Algérie, au Tanezrouft et au Niger*. Note de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les résultats présentés dans le tableau ci-après ont été obtenus au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger, au cours de deux campagnes :

La première, effectuée en mars 1939, constitue un nouvel apport à l'exploration gravimétrique du Sahara. Partis, avec M. Raymond Lazard par la piste du Tanezrouft, nous revînmes par la piste du Hoggar, après avoir longé le Niger de Gao à Niamey. Au cours de cette campagne, j'effectuai 16 déterminations nouvelles de la pesanteur et deux mesures de recoupement, qui sont compatibles avec une dérive instrumentale linéaire. Le réseau saharien n'est pas encore assez avancé pour permettre une interprétation d'ensemble des résultats. La valeur obtenue, au cours du retour, sur le plateau du Tadémaït, confirme et complète la valeur trouvée à Fort-Miribel au cours d'une campagne antérieure : dans cette région la valeur algébrique des anomalies $g''_0 - \gamma_0$ augmente avec l'altitude, ce qui constitue une singularité intéressante.

La deuxième campagne, effectuée en mai-juin 1939 dans la plaine de la Mitidja, constitue une extension du réseau serré des environs d'Alger. Elle comporte 36 stations nouvelles. La proximité de la station-base

([2]) Jean Galibourg et Pierre Laurent, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 217; 207, 1938, p. 34.

Lieu.	Longitude.	Latitude.	Alt.	g.	g_0.	g''_0.	γ_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
Sahara	° ′	° ′	m	g	g	g	g	g	mg	mg	mg	mg
Foum el Krinig	0.55 W	28.58	330	979,169	979,271	979,236	979,242	979,259	+ 29	— 6	+12	—23
Reggan	0. 9 E	26.43	255	978,996	074	047	074	091	0	—27	—17	—44
Balise-240	0.38	24.42	320	889	978,988	978,954	978,932	978,949	+ 56	+22	+39	+ 5
Bidon-5	1. 5	22.17,5	380	732	850	810	772	790	+ 78	+38	+60	+20
Balise-610	0.51	21.25	380	641	759	719	718	736	+ 41	+ 1	+23	—17
Aguelok	0.51	19.28	375	526	642	603	603	621	+ 39	0	+21	—18
Kilomètre-114	1.15	18.43	440	519	655	609	561	579	+ 94	+48	+76	+30
Anefis	0.36	18. 2,5	315	511	608	575	525	543	+ 83	+50	+65	+32
Gao	0. 3 W	16.17	250	428	505	479	436	454	+ 69	+43	+51	+25
Kilomètre-218	0.48 E	14.57	190	323	382	362	374	392	+ 8	—12	—10	—30
Niamey	2. 8	13.31	130	318	358	344	312	330	+ 46	+32	+28	+14
Dosso	3.11	13. 3	190	292	351	331	293	312	+ 58	+38	+39	+19
Birni n'Konni	5.14	13.48	290	297	386	356	324	342	+ 62	+32	+44	+14
Maradi	7. 5,5	13.29	350	251	359	322	311	329	+ 48	+11	+30	— 7
Meniet	4.18	25. 0	810	790	979,040	955	952	969	+ 88	+ 3	+71	—14
Tademaït	2.33	28.19	630	979,068	262	979,196	979,191	979,208	+ 71	+ 5	+54	—12
Algérie												
Cap Djinet	3.43,2 E	36.52,6	7	979,986	979,988	979,987	979,891	979,906	+ 97	+96	+82	+81
Isserbourg	3.42,6	36.47,4	16	956	961	959	884	899	+ 77	+75	+62	+60
Chéragas	2.57,8	36.46,0	165	946	996	979	882	897	+114	+97	+99	+82
Birkadem	3. 3,1	36.43,0	100	920	951	940	877	892	+ 74	+63	+59	+48
Saint-Ferdinand	2.53,3	36.43,0	98	933	963	953	877	892	+ 86	+76	+71	+61
Birtouta	2.59,9	36.38,7	53	901	917	912	871	886	+ 46	+41	+31	+26
Zéralda	2.50,6	36.42,8	23	950	957	955	877	892	+ 80	+78	+65	+63
Maison-Carrée	3. 9,1	36.43,3	40	911	923	919	878	893	+ 45	+41	+30	+26
Alma	3.24,5	36.43,6	31	942	951	948	878	893	+ 73	+70	+58	+55
Maréchal-Foch	3.22,4	36.38,2	180	884	940	921	870	885	+ 70	+51	+55	+36
Eucalyptus	3. 8,3	36.39,5	29	901	910	907	872	887	+ 38	+35	+23	+20
Rivet	3.13,6	36.37,3	75	895	919	911	869	884	+ 50	+42	+35	+27
Arba	3. 9,4	36.33,9	101	875	906	895	864	879	+ 42	+31	+27	+16
Rovigo	3. 5,0	36.32,6	111	859	893	881	862	877	+ 31	+19	+16	+ 4
Sidi-Moussa	3. 5,4	36.36,3	50	889	904	899	868	883	+ 36	+31	+21	+16
Bérard	2.36,6	36.36,1	42	917	930	926	867	882	+ 63	+59	+48	+44
Bourkika	2.28,7	36.29,8	102	865	897	886	858	873	+ 39	+28	+24	+13
Ameur-el-Aïn	2.34,0	36.28,7	105	868	900	889	856	871	+ 44	+33	+29	+18
Zurich	2.18,5	36.32,6	62	912	931	925	862	877	+ 69	+63	+54	+48
Barrage de Meurad	2.24,3	36.27,0	290	826	915	885	853	868	+ 62	+32	+47	+17
Bou Yersé	2.21,8	36.29,8	120	861	898	885	858	873	+ 40	+27	+25	+12
Montebello	2.32,1	36.33,8	66	893	914	907	864	879	+ 50	+43	+35	+28
Domaine Ben Smara	2.40,9	36.31,5	58	876	893	887	861	876	+ 32	+26	+17	+11
Bou Roumi	2.38,9	36.28,5	96	873	903	893	856	871	+ 47	+37	+32	+22
Boufarik	2.54,9	36.34,5	51	875	890	885	865	880	+ 25	+20	+10	+ 5
Bouïnan	2.59,7	36.32,0	88	865	892	883	861	876	+ 31	+22	+16	+ 7
Chelbi	3. 0,7	36.34,7	60	875	893	887	865	880	+ 28	+22	+13	+ 7
Saint-Charles	2.52,2	36.38,1	26	900	908	905	870	885	+ 38	+35	+23	+20
La Chiffa	2.44,5	36.27,8	105	869	901	890	855	870	+ 46	+35	+31	+20
Domaine Bou-Ziane	2.35,1	36.30,6	71	870	892	884	861	876	+ 31	+23	+16	+ 8
Attatba	2.40,4	36.34,3	50	882	897	892	865	880	+ 32	+27	+17	+12
Castiglione	2.41,6	36.38,6	41	927	939	935	871	886	+ 68	+64	+53	+49
Koléa	2.46,3	36.38,3	134	893	934	920	871	886	+ 63	+49	+48	+34
Ferme Bernard	2.45,2	36.31,9	53	880	896	891	861	876	+ 35	+30	+20	+15
Propriété Léonce-Olivier	2.46,8	36.30,9	101	873	904	893	860	875	+ 44	+33	+29	+18
Oued-el-Alleug	2.47,6	36.33,4	48	878	892	887	863	878	+ 29	+24	+14	+ 9

d'Alger-Bouzaréah permit de suivre avec précision la dérive instrumentale. Le résultat essentiel de cette campagne est la mise en évidence d'une région *singulière*, qui s'étend en une bande étroite, de 2 à 4 km. de large, des environs de Marengo jusqu'à Rovigo, en passant par Boufarik. Les anomalies $g''_0 - \gamma_0$ y sont plus faibles, en valeur algébrique, que dans les régions environnantes.

Il faut peut-être chercher l'interprétation de cette particularité dans l'hypothèse d'un prolongement, sous la plaine de la Mitidja, de massifs voisins. Une nouvelle extension, en direction du Sud-Est, de ce réseau serré, apportera à ce sujet des précisions complémentaires.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Intégrales premières dans la théorie du mésoton.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

Pour la théorie de l'électron, nous avons préconisé [1] l'emploi des *dérivées par rapport au temps propre*, conséquence logique d'un traitement complètement relativiste de cette théorie. Du point de vue purement pratique, cet emploi ne présente pas de gros avantages en théorie de Dirac; il n'en est cependant plus de même dans les théories des particules à spin entier.

Dans ces cas en effet le passage à la forme hamiltonienne n'est plus aussi aisé qu'en théorie de Dirac; le traitement relativiste complet s'impose dans ces cas non seulement pour des motifs de symétrie, mais aussi pour des raisons de commodité. Nous prendrons comme exemple la théorie du mésoton dans le vide et comme base la façon dont l'a traité Kemmer [2].

L'équation du mouvement s'écrit

$$\beta_\mu \partial_\mu \psi + k\psi = 0 \qquad \left(\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu},\ k = \frac{mc}{\hbar},\ \text{sommation sur } \mu\right);$$

les β_μ satisfont à

$$\beta_\lambda \beta_\mu \beta_\nu + \beta_\nu \beta_\mu \beta_\lambda = \beta_\lambda \delta_{\mu\nu} + \beta_\nu \delta_{\mu\lambda}.$$

Nous l'écrirons $S\psi - imc^2\psi = 0$, donc $S = -ic\hbar\beta_\mu\partial_\mu$; on peut l'écrire

(1) Proca, *Annales de Physique*, 20, 1933, p. 347.
(2) *Proc. Roy. Soc.*, A, 173, 1939, p. 91.

sous forme hamiltonienne

$$\left(H - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0 \quad \text{avec} \quad H = -c\hbar(\beta_k\beta_4 - \beta_4\beta_k)\,\partial_k + mc^2\beta_4,$$

pourvu qu'on impose à la fonction d'onde certaines conditions initiales. Cela étant, la dérivée par rapport au temps propre d'un opérateur ξ est définie par $\xi' = i(S\xi - \xi S)/\hbar$ et la dérivée ordinaire par $\dot{\xi} = i(H\xi - \xi H)/\hbar$.

L'intérêt du calcul, plus simple et plus symétrique, des dérivées par rapport au temps propre réside dans le fait que *les moyennes de ces dernières sont nulles en même temps que celles des dérivées du même opérateur par rapport au temps ordinaire* (³).

En effet, si $\xi' = 0$, les fonctions ψ et $\xi\psi$ sont en même temps des solutions de l'équation fondamentale. On peut donc écrire en particulier

$$\left(H + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\xi\psi = 0 \quad \text{et aussi} \quad \xi\left(H + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0,$$

d'où l'on déduit par soustraction $\dot{\xi}\psi = 0$ et le résultat annoncé.

Avant de passer à l'étude des intégrales premières, précisons quelques relations utiles. On a d'abord

$$S = i(H\beta_4 - \beta_4 H) - \hbar\beta_4\,\partial_0 \quad \text{et} \quad H = -i(S\beta_4 - \beta_4 S) + mc^2\beta_4,$$

ensuite la relation fondamentale $S\beta_\nu S = cp_\nu S$ avec $p_\nu = (\hbar/i)\,\partial_\nu$.

Examinons, comme dans le cas de l'électron, le comportement des coordonnées et de leurs dérivées.

On a $x'_\nu = c\beta_\nu$ comme dans le cas de Dirac, mais là s'arrête l'analogie. Dans le cas de Dirac, le fait essentiel de l'absence de proportionnalité entre la quantité de mouvement et la vitesse est exprimé par la relation (⁴)

$$c^2 p_\nu = x'_\nu S + \frac{\hbar}{2i}x''_\nu.$$

Dans le cas du mésoton, on doit écrire

$$\left(c^2 p_\nu - x'_\nu S - \frac{\hbar}{i}x''_\nu\right)S = 0.$$

La différence consiste non seulement en l'absence du facteur $1/2$, mais aussi

---

(³) Par *densité de moyenne* d'un opérateur ξ, nous entendons l'expression $\psi^+\xi\psi$.
(⁴) Proca, *loc. cit.*, p. 389.

en l'adjonction du facteur commun S. Lorsqu'on passe aux densités, ce dernier disparaît en vertu de l'équation fondamentale.

La relation véritablement intéressante entre les dérivées s'obtient toutefois en poussant la dérivation jusqu'au troisième ordre; on obtient

$$c^2 p_\nu S + c^2 \hbar^2 \square . x'_\nu - \hbar^2 x'''_\nu = 0.$$

Ce qui précède concerne les dérivées par rapport au temps propre; pour les dérivées ordinaires on peut écrire de la même façon, d'une part

$$\dot{x}_k = -ic(\beta_k \beta_4 - \beta_4 \beta_k), \qquad \left(c^2 p_k - \dot{x}_k H - \frac{\hbar}{i} \ddot{x}_k\right) H = 0,$$

et d'autre part, en intégrant une fois,

$$x_k + \left[\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 - c^2 \Delta\right] x_k + \frac{H}{\hbar^2} c^2 p_k t = \text{const.}$$

Cette dernière relation montre que, comme dans le cas de l'électron de Dirac, une oscillation se superpose toujours à la variation classique des coordonnées d'un mésoton en mouvement dans le vide. *Le tremblement de Schrödinger se produit donc également pour le mésoton;* il a lieu entre deux états de charges égales et de signes contraires, comme il avait lieu, pour l'électron, entre deux états de même énergie et de signes opposés. Il n'est donc pas caractéristique de l'existence des énergies négatives, mais tient essentiellement au caractère commun d'invariance relativiste de ces théories et découle des propriétés des représentations du groupe de Lorentz.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur un procédé permettant de réduire les pertes par effluves dans les machines électrostatiques.* Note [1] de MM. **Oleg Yadoff** et **Vladimir Platoff**, présentée par M. Camille Gutton.

Les caractéristiques électriques d'un générateur électrostatique dépendent à la fois de ses dimensions géométriques et du mode du dispositif de charge. Pour un générateur du type Van de Graaf à sphère, la tension est proportionnelle à la charge apportée. La théorie n'impose pas de limites à la tension qu'il est possible d'obtenir, mais dans la

---

[1] Séance du 31 mars 1941.

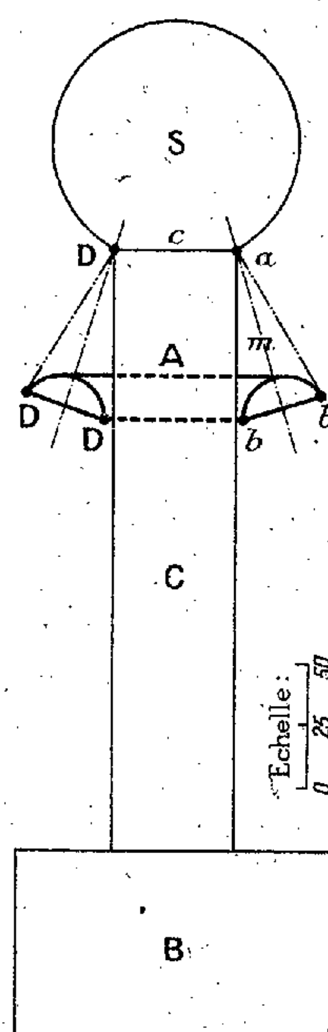
pratique cette tension est limitée par les fuites qui prennent naissance; elles sont fonction des dimensions de la sphère collectrice. Pour une sphère, la tension maximum dans l'air sec et à la pression atmosphérique est obtenue lorsque le champ électrique à sa surface atteint environ 30 kV:cm. Pratiquement les tensions réalisées sont très inférieures à celles que l'on peut déduire des dimensions géométriques du collecteur. Un grand nombre d'essais nous a conduits à admettre que, pour la température de 20° C. et sous la pression atmosphérique, la rigidité diélectrique maximum de l'air n'est que 21 kV:cm; il faut en chercher l'explication dans la présence, toujours inévitable dans l'air, de vapeurs et de poussières. Toutefois la plus grande partie des pertes dans un générateur du type Van de Graaf (80 % environ) est due aux fuites par effluves qui se manifestent surtout à l'entrée dans la sphère de la colonne-support. Avec un générateur comportant une sphère de 1^{m} de diamètre (tension nominale 2.10^{6} V), soutenue par une colonne isolante de $1^{m},90$ de hauteur et de $0^{m},50$ de diamètre ([2]), nous obtenions, dans les meilleures conditions, une tension maximum d'environ 650 kV; pour cette tension, d'intenses effluves apparaissent à l'entrée de la colonne dans la sphère. En vue de diminuer le champ dans cette région, tout en le renforçant à la partie supérieure de la sphère collectrice, nous avons disposé autour de la colonne un anneau métallique A (voir la figure) découpé dans une surface torique. Cet anneau est fixé sur la colonne isolante à une distance égale aux 2/3 de sa hauteur; son diamètre extérieur est à peu près celui de la sphère collectrice. Il est porté à un potentiel voisin de celui de la sphère par les aigrettes. L'effet maximum est obtenu lorsque les tangentes (ab) de part et d'autre du secteur du tore rencontrent le cercle c auquel s'arrête la sphère. C'est autour de cette ligne, qu'en absence de cet anneau, la pression électrostatique prend des valeurs exagérées. Pour quelques centaines de milliers de volts, un courant d'air violent prend naissance. Le générateur n'a pas pu produire le potentiel pour lequel il était prévu (2.10^{6} V), tellement était grande la déperdition.

Nous avons construit un appareil d'expérience de modèle réduit. Cet appareil, semblable à la machine dont il est question plus haut, est réduit au $1/10^{e}$; la sphère collectrice a 10^{cm} de diamètre; le diamètre du support est de 5^{cm}. Nous avons observé une amélioration lorsque le champ était déformé par l'adjonction de l'anneau sur le tube-support; les effluves

([2]) O. Yadoff, *Revue d'Électricité et de Mécanique*, n° 55, 1937, p. 61.

disparaissaient presque complètement et l'on constatait une notable augmentation de la tension.

Lorsque la sphère collectrice présente, autour de l'ouverture par laquelle y pénètre le support, une arête vive, la présence d'un anneau permet de doubler la tension. Si l'on pouvait appliquer des lois de similitude entre



l'appareil d'expérience et le grand générateur, on devrait s'attendre à une tension de 1350 à 1400 kV au lieu de 650 kV; le champ électrique serait alors, à la surface de la sphère, voisin de 20 kV : cm.

Des colliers arrondis D placés autour du cercle d'entrée de la colonne permettent déjà d'apporter une certaine correction à la déformation du champ. Un disque plat ou un anneau en gros fil réduisent aussi les aigrettes, mais pour produire un effet suffisant ceux-ci doivent être de dimensions beaucoup trop encombrantes, de 4 à 5 fois le diamètre de la sphère, ce qui élimine leur emploi pour les générateurs d'installations industrielles, eux-mêmes demandant déjà des locaux volumineux et très bien isolés. L'anneau torique que nous indiquons demande une place beaucoup plus réduite pour produire le même effet.

Indiquons enfin que le procédé que nous venons de décrire peut être employé avantageusement lors des mesures de hautes tensions par éclateurs sphériques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Une nouvelle loi des tensions de vapeur.* Note (¹) de M. **Jean-P.-E. Duclaux**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré (²) que la loi des tensions de vapeur pouvait s'exprimer sous une forme ne contenant que deux constantes arbitraires.

L'une des constantes, que j'ai appelée A, peut se déterminer *a priori*. En effet elle apparaît dans l'expression

$$F = \frac{T(T - T_T)(T_C - T)}{(T + A)^3},$$

qui tend vers — 1 pour T infini et qui atteint également cette valeur pour deux valeurs de T, l'une très petite (2°,7 pour H^2O), l'autre notablement plus grande (136°,5 pour H^2O).

Le fait remarquable est que, dans tous les cas étudiés, cette dernière valeur est exactement égale à la moitié de la température au point triple (pour H^2O, $136,5 = 273/2$).

Nous pouvons nous servir de cette propriété de la courbe pour déterminer A *a priori*; il est facile de voir que, si l'on pose $F = -1$ pour $T = T_T/2$, on obtient pour A la valeur

$$A = \frac{T_T}{2}\left[\left(\frac{2T_C}{T_T} - 1\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right].$$

On trouve ainsi pour H^2O la valeur $A = 75°,4$, alors que la valeur expérimentale est $A = 75°,5$.

Dans ces conditions la loi des tensions de vapeur ne contient plus, ainsi que je l'avais annoncé, qu'une seule constante arbitraire C.

L'ensemble de la courbe peut donc se déduire des coordonnées de trois points (ceux-ci pouvant être le point critique, le point triple et le point d'ébullition sous la pression atmosphérique).

(¹) Séance du 7 avril 1941.

(²) *Comptes rendus*, 213, 24 mars 1941, p. 482.

A titre de vérification prenons le cas de l'azote. En utilisant les seules données

T_C 125°,96; P_C 33^{atm},49; T_T 63°,23; P_T 96^{mm},4; T Éb. 77°,31,

la pression calculée à 104°,46 est 10^{atm},46; les tables donnent 10^{atm},44.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la régénération du pied des Limaciens.* Note (¹) de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le pied des Limaces, organe creux renfermant une partie importante de la masse viscérale, est, comme le pied des autres Gastéropodes, susceptible de régénération. Si l'on sectionne la partie postérieure du corps d'individus adultes d'*Agriolimax agrestis* L., amputant ainsi une portion du foie et de la glande hermaphrodite, la blessure se ferme rapidement et, à condition que l'intestin n'ait pas été lésé, les individus peuvent vivre plusieurs mois, s'alimenter et pondre, mais la réparation ne dépasse guère la constitution d'un tissu cicatriciel. Par contre, chez les jeunes individus de la même espèce, récemment éclos (longueur : environ 5^{mm}) ou âgés de quelques semaines, la partie postérieure du corps est complètement régénérée en quelques semaines. De plus, le tube digestif s'étendant moins loin dans le pied que chez les adultes, l'amputation, toujours suivie d'une régénération complète, peut être pratiquée jusqu'au niveau du bord postérieur du bouclier, soit environ jusqu'au milieu de la longueur totale de l'animal.

La régénération du pied peut s'effectuer non seulement suivant l'axe antéro-postérieur, mais encore en direction transversale. A la suite d'une section suivant le plan sagittal, j'ai obtenu, en effet, la bifurcation de l'extrémité postérieure du corps, chacun des deux pieds présentant une sole pédieuse et une carène médio-dorsale.

Une section transversale du pied intéresse deux régions tégumentaires bien distinctes : 1° la *sole pédieuse* ventrale, incolore, fortement musclée et revêtue d'un épithélium cilié, terminée en pointe postérieurement; 2° le *tégument dorsal*, pigmenté, ornementé d'un réseau de sillons et, dans sa partie postérieure, d'une carène médio-dorsale. Pour élucider le rôle de ces deux parties du pied dans la régénération, j'ai réalisé les expériences suivantes :

(¹) Séance du 16 avril 1941.

1° La sole pédieuse est décollée et extirpée dans la partie postérieure du corps. Les bords sectionnés du tégument dorsal se soudent sur la ligne médiane ventrale, mais la régénération de la sole pédieuse s'effectue seulement à partir de l'extrémité postérieure de la sole intacte. L'opération est suivie d'une régulation complète au bout de quelques semaines.

2° L'extrémité postérieure du corps est fendue suivant un plan parallèle à celui de la sole pédieuse, et la portion de tégument dorsal située au-dessus de ce plan de section est enlevée. Les bords droit et gauche de la section se raccordent et il apparaît dans le tissu cicatriciel une carène médio-dorsale. Finalement, un pied complet se forme à partir de la moitié ventrale du pied primitif.

3° Le corps est fendu, comme précédemment, suivant un plan parallèle à la sole, mais les deux portions tégumentaires ainsi séparées sont conservées et débarrassées des organes internes. Il se constitue, par soudure deux à deux des lèvres de la plaie dans le plan sagittal, deux tubes, l'un dorsal, composé uniquement de tégument dorsal, l'autre ventral. Le tube ventral reconstitue, comme dans l'expérience précédente, un pied complet, avec carène médio-dorsale. Le tube dorsal, par contre, ne régénère jamais de sole pédieuse. Ses tissus se résorbent progressivement, de telle sorte que l'opération peut être suivie d'une régulation complète. En sectionnant transversalement ce tube dorsal avant sa résorption, on réalise une section ne comprenant que du tégument dorsal. Aucune régénération ne se produit à partir d'une telle section.

Ces expériences montrent que le rôle organisateur dans la régénération du pied est joué par les tissus de la sole pédieuse ventrale. Non seulement le tégument dorsal est incapable de régénérer la sole pédieuse, mais il ne peut organiser les tissus tégumentaires dorsaux qu'il fournit. J'ai obtenu des résultats analogues sur de jeunes *Limax maximus* L.

Les Arions (expériences sur *Arion rufus* L., *Mesarion subfuscus* Draparnaud, *Kobeltia hortensis* de Férussac) ne supportent, même jeunes, que des amputations postérieures beaucoup moins importantes. L'extrémité postérieure du pied est cependant complètement et rapidement régénérée par les Arions à l'éclosion, avec le pore muqueux caudal.

La séance est levée à 15h15m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 AVRIL 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les diviseurs de zéro et le concept de l'origine d'un nombre.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

La théorie générale des nombres complexes à n termes comprend trois formes à deux unités satisfaisant aux lois commutative, associative et distributive de la multiplication : les nombres complexes ordinaires $x+iy$ avec $i=\sqrt{-1}$, $i^2=-1$, et les nombres $x+jy$, $x+ky$, avec $j=?, j^2=1$, $(j-1)(j+1)=0$ et $k=?$, $k^2=0$. Les nombres j et k ont été introduits par Grassmann d'une façon formelle, sans justification de leur apparence contradictoire, et les points ci-dessus attendent encore une réponse.

Les deux derniers systèmes comprenant des diviseurs de zéro, on ne saurait développer une théorie des fonctions des variables $x+jy$ et $x+ky$ aussi générale que celle de la variable $x+iy$ sans élargir le cadre des opérations fondamentales de l'algèbre ordinaire. C'est ce que j'ai essayé de faire en me basant sur des considérations que j'ai exposées antérieurement [1] et que je résumerai brièvement avec remarques complémentaires.

1. Considérons l'expression $z=F[y, f(y)]$, où $f(y)$ est une fonction multiforme de y, et soit $f^{-1}(x)$ la fonction inverse de $f(x)$, ou *vice versa* si c'est $f^{-1}(x)$ qu'on désigne comme fonction directe. Pour déterminer

---

[1] *Atti del Congresso Internazionale dei Matematici*, Bologna, 6, 1928, p. 489; *Travaux du IXe Congrès International de Philosophie*, Paris, 6, 1937, p. 154.

complètement le nombre z, il faut connaître la valeur numérique a et l'origine $f^{-1}(b)$ de l'argument y, c'est-à-dire qu'il faut donner ce dernier sous la forme $y = a = f^{-1}(b)$ ou $y = f^{-1}(b)$ en sous-entendant que $f^{-1}(b) = a$. Nous substituons cette conception à celle des *branches* ou *déterminations* d'une fonction multiforme, qui ne distingue pas suffisamment les attributs de la fonction de ceux de la variable *indépendante*.

L'introduction de la nouvelle classe de nombres, caractérisés par leur valeur numérique et leur origine, conduit à une extension des concepts fondamentaux d'égalité et d'inégalité. Les nombres $y_1 = a_1 = f^{-1}(b_1)$ et $y_2 = a_2 = f^{-1}(b_2)$ ne sont dit égaux que si l'on a simultanément $a_1 = a_2$ et $b_1 = b_2$. Si $a_2 \gtrless a_1$, le nombre y_2 est considéré respectivement comme plus grand ou plus petit que le nombre y_1 et ceci indépendamment de la valeur numérique de b_2 et b_1. Si $a_2 = a_1$ tandis que $b_2 \gtrless b_1$, le nombre y_2 est considéré comme *potentiellement*, ou en tant que nombre ordinal, plus grand ou plus petit que le nombre y_1. Chaque opération $F(y_2)$ fournit un résultat égal quand on remplace le nombre $y_2 = f^{-1}(b_2)$ par un nombre $y_1 = f^{-1}(b_1)$ de même valeur numérique, et ceci indépendamment de la valeur numérique de b_2 et b_1, pourvu que l'opération $F(y_2)$ ne soit pas égale à l'opération $f(y_2)$. Si cette dernière condition n'est pas satisfaite, on a $\mathcal{F}(y_2) = ff^{-1}(b_2) = b_2$, $\mathcal{F}(y_1) = ff^{-1}(b_1) = b_1$ et, si $b_2 \neq b_1$, $\mathcal{F}(y_2) \neq \mathcal{F}(y_1)$.

Dans des cas plus généraux il y a lieu de considérer plusieurs conditions caractérisant chacune des variables indépendantes.

2. Quand les nombres négatifs reçurent droit de cité en algèbre, on utilisa le symbole $|x|$, valeur absolue de x, pour représenter une grandeur essentiellement positive, mais on ne reparla plus de nombre *impossibles* en tant que nombres définis par l'inégalité $|x| < 0$. Il est cependant indispensable de tenir compte de ces derniers dans la solution générale d'équations de la forme $\varphi(x, |x|) = 0$. Appelons les opérations représentées par les symboles $y = |x|$ et $x = \pm y = \pm \sqrt{y}$, *passage à la valeur absolue* et *retour à la valeur relative*. Notons aussi que, pour toute valeur réelle, positive, nulle ou négative, de x, on a $|x|^2 = x^2 = |x^2|$. Soient j et $-j$ les deux solutions de l'équation $|x| = -1$. En raison des définitions ci-dessus et du principe de Hankel, il vient,

$$j = 1 = -\sqrt{-1}, \quad |j| = -1, \quad j^2 = 1, \quad |j^2| = 1.$$

La valeur numérique de j est égale à l'unité mais son origine $-\sqrt{-1}$ est maginaire. Le nombre j n'est donc pas égal à l'unité réelle $1 = \sqrt{+1}$,

tandis que son carré j^2 se confond avec cette dernière. Nous pouvons remplacer maintenant le premier des points d'interrogation figurant au début de cette Note par le symbole $-\overline{|-1}$.

3. Les fondateurs de la géométrie dégagèrent de la masse confuse des perceptions visuelles les concepts fondamentaux de point, ligne, droite, surface, plan, rapprochement de points et de figures jusqu'à la superposition etc., en ayant recours au processus d'abstraction et à l'opération inverse du retour au concret, mais ces opérations mentales ne furent jamais définies ni symbolisées en algèbre comme opérations *sui generis*. Il faut en chercher la cause dans la dialectique zénonienne qui continue à tenir l'évidence géométrique en suspicion. Pour dominer cette dialectique il est indispensable d'insister sur la distinction essentielle entre l'annihilation effective d'une grandeur par abstraction et la division d'une grandeur par un nombre indéfiniment grand, opération qui ne saurait la réduire à zéro. Le zéro actuel, ne représentant rien du tout, de même que l'infini actuel, n'apparaissent pas d'une façon constructive dans les calculs. Le zéro dont il faut tenir compte ne figure que comme symbole d'une grandeur qu'on aurait annulée par un processus d'abstraction et qu'on ne saurait ne pas retrouver en effectuant l'opération inverse.

Nous nommons les opérations représentées par les symboles L et L^{-1},

$$L(a) = aL(1) = 0, \qquad L^{-1}(0) = 0L^{-1}(1) = a,$$
$$L^{-1}(b+0) = L^{-1}(b) + L^{-1}(0) = bL^{-1}(1) + a, \qquad LL^{-1}(b) = L^{-1}L(b) = b,$$

respectivement *passage à la limite* (abstration) et *retour de la limite* (retour au concret). L'opération L^{-1} est multiforme; on a en effet $L(a) = 0$, $L(b) = 0$ etc. et par conséquent $L^{-1}(0) = a$, $L^{-1}(0) = b$ etc. L'expression $y = L^{-1}(0)$ est donc indéterminée, mais, si l'on précise l'origine de zéro en posant $0 = L(a)$, on a $y = L^{-1}L(a) = a$. Le symbole $L^{-1}(b)$, $b \neq 0$, est l'équivalent des nombres *transilimités* de l'analyse classique et la détermination des vraies valeurs des formes indéterminées $0.\infty$, $\infty : \infty$, $\infty - \infty$ etc. peut être interprétée comme méthode basée sur la précision de l'origine de nombres transilimités et de zéros.

Nous dirons que les zéros $k = 0 = L(\sqrt{-1})$ et $k_1 = 0 = L(\overline{|-1})$ ont une origine imaginaire et nous considérerons qu'un point dont l'abscisse x est un zéro d'origine imaginaire, tandis que son ordonnée $y = \varphi(x)$ est déterminée par un ou plusieurs retours de la limite, est un point imaginaire.

En remarquant que

$$k = 0 = \mathrm{L}(\sqrt{-1}), \quad \mathrm{L}^{-1}(k) = \sqrt{-1}, \quad k^2 = 0 = \mathrm{L}[\mathrm{L}(-1)], \quad \mathrm{L}^{-1}(k^2) = 0,$$
$$k_1 = 0 = \mathrm{L}(\overline{|-1}), \quad \mathrm{L}^{-1}(k_1) = \overline{|-1}, \quad k_1^2 = 0 = \mathrm{L}[\mathrm{L}(1)], \quad \mathrm{L}^{-1}(k_1^2) = 0,$$

on peut remplacer le deuxième point d'interrogation figurant au début de cette Note soit par le symbole $\mathrm{L}(\sqrt{-1})$, soit par le symbole $\mathrm{L}(\overline{|-1})$.

4. Les opérations du passage à la valeur absolue et du retour à la valeur relative, ainsi que les opérations du passage à la limite et du retour de la limite, conduisant à une nouvelle extension de la notion de nombre, doivent être considérées comme opérations fondamentales, irréductibles à des opérations déjà admises, de l'algèbre. Elles permettent de développer d'une façon systématique la théorie des fonctions des variables complexes $x + jy$ et $x + ky$, la géométrie analytique des formes polygonales, discontinues et indéterminées et de resserrer le lien entre l'intuition géométrique et l'analyse.

CORRESPONDANCE.

ÉLASTICITÉ. — *Symétrie de révolution des tensions dans un milieu homogène isotrope en équilibre élastique.* Note de M. CHARLES PLATRIER.

Soit un milieu homogène isotrope (V) déformé à partir de son état naturel et en équilibre élastique sans être soumis à des forces de masse, mais seulement à des tensions sur sa surface extérieure de révolution autour de Oz.

La présente Note a pour but de montrer, sur un exemple, la possibilité d'existence d'un état des tensions dans (V) présentant une symétrie de révolution autour de Oz, sans que le déplacement particulier [translation (u, v, w) et rotation (p, q, r)] de l'élément matériel de centre de gravité M $(x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z)$ présente cette symétrie.

Choisissons en effet pour (u, v, w) les expressions suivantes [où ϖ est le nombre $\lambda/(3\lambda + 2\mu)$, λ et μ coefficients de Lamé] :

$$2\mu u = -x\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\log\frac{1}{r} + \varpi\frac{z^2}{2r^2}\right] + (1-\varpi)\int \log\frac{1}{r}\,dx + \operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x}\,dy,$$

$$2\mu v = -y\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\log\frac{1}{r} + \varpi\frac{z^2}{2r^2}\right] + (1-\varpi)\int \log\frac{1}{r}\,dy - \operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x}\,dx,$$

$$2\mu w = -\varpi z \log\frac{1}{r}.$$

On en déduira aisément la valeur de la dilatation cubique θ

$$2\mu\theta = (1 - 3\varpi)\log\frac{1}{r}$$

et celles des coordonnées (N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3), par rapport à des axes parallèles aux axes fixes Mx, My, Mz, du tenseur tension $\overline{\overline{T}}$ en M, savoir

$$N_3 = T_1 = T_2 = 0$$

$$N_1 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}\log\frac{1}{r} + \frac{1}{4}\left(\frac{2x^2}{r^2} - 1\right) + \frac{\varpi z^2}{2r^2}\left(\frac{2x^2}{r^2} - 1\right);$$

$$N_2 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{2}\log\frac{1}{r} + \frac{1}{4}\left(\frac{2y^2}{r^2} - 1\right) + \frac{\varpi z^2}{2r^2}\left(\frac{2y^2}{r^2} - 1\right);$$

$$T_3 = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = xy\left(\frac{1}{2r^2} + \varpi\frac{z^2}{r^4}\right);$$

d'où les coordonnées ($\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$, $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2$, $\mathcal{T}_3$) du même tenseur $\overline{\overline{T}}$, par rapport aux axes : Mr dirigé suivant le rayon polaire orthogonal à Oz, Mt dirigé suivant le parallèle passant par M et Mz dirigé suivant Oz,

$$\mathcal{N}_1 = N_1\frac{x^2}{r^2} + 2T_3\frac{xy}{r^2} + N_2\frac{y^2}{r^2} = \frac{1 - \log r^2}{4} - \frac{\varpi z^2}{2r^2},$$

$$\mathcal{N}_2 = N_1\frac{y^2}{r^2} - 2T_3\frac{xy}{r^2} + N_2\frac{x^2}{r^2} = \frac{\varpi z^2}{2r^2} - \frac{1 + \log r^2}{4},$$

$$\mathcal{N}_3 = \mathcal{T}_1 = \mathcal{T}_2 = \mathcal{T}_3 = 0.$$

On vérifiera d'ailleurs aisément que

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial T_3}{\partial y} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial T_3}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = 0$$

relations auxquelles se réduisent ici les équations universelles d'équilibre.

Les coordonnées ($\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$, $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2$, $\mathcal{T}_3$) du tenseur tension $\overline{\overline{T}}$ montrent que la tension présente dans le milieu (V) une symétrie de révolution autour de Oz, tandis que la translation (u, v, w) de M ne présente pas de symétrie de révolution autour de Oz, laquelle exigerait notamment que

$$2\mu r = 2p\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0$$

alors qu'ici

$$2\mu r = (\varpi - 1)\varphi, \quad \text{avec } \varphi = \text{arc tang}\,\frac{y}{x}.$$

D'ailleurs la rotation p, q, r, telle que

$$2\mu p = 2p\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \varpi\frac{yz}{r^2},$$
$$2\mu q = 2p\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = -\varpi\frac{xz}{r^2},$$
$$2\mu r = (\varpi - 1)\varphi,$$

ne présente pas non plus de symétrie de révolution autour de Oz.

Conclusion. — Les tensions (partant les déformations de coordonnées e_1, e_2, e_3, g_1, g_2, g_3) dans un milieu élastique homogène isotrope (V) déformé et en équilibre peuvent donc présenter une symétrie de révolution autour d'un axe Oz sans que les déplacements particuliers (translations et rotations particulières) des divers éléments matériels du milieu pour passer de l'état naturel à l'état déformé présentent cette symétrie de révolution.

Dans certains problèmes où l'état d'équilibre déformé résulte d'un jeu de tensions extérieures et de forces de masse présentant une symétrie de révolution autour d'un axe Oz, on ne sera donc pas fondé à conclure *a priori* que les déplacements particuliers des divers éléments du milieu présentent cette symétrie de révolution, mais seulement que les tensions et les déformations présentent ladite symétrie, faute de quoi on éliminera peut-être, par un *a priori* non justifié, la solution du problème posé.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur un appareil permettant la détermination de la rigidité des suspensions grossières.* Note [1] de MM. **Jacques Bourcart**, **Jacques Florentin** et **Vsevolod Romanovsky**.

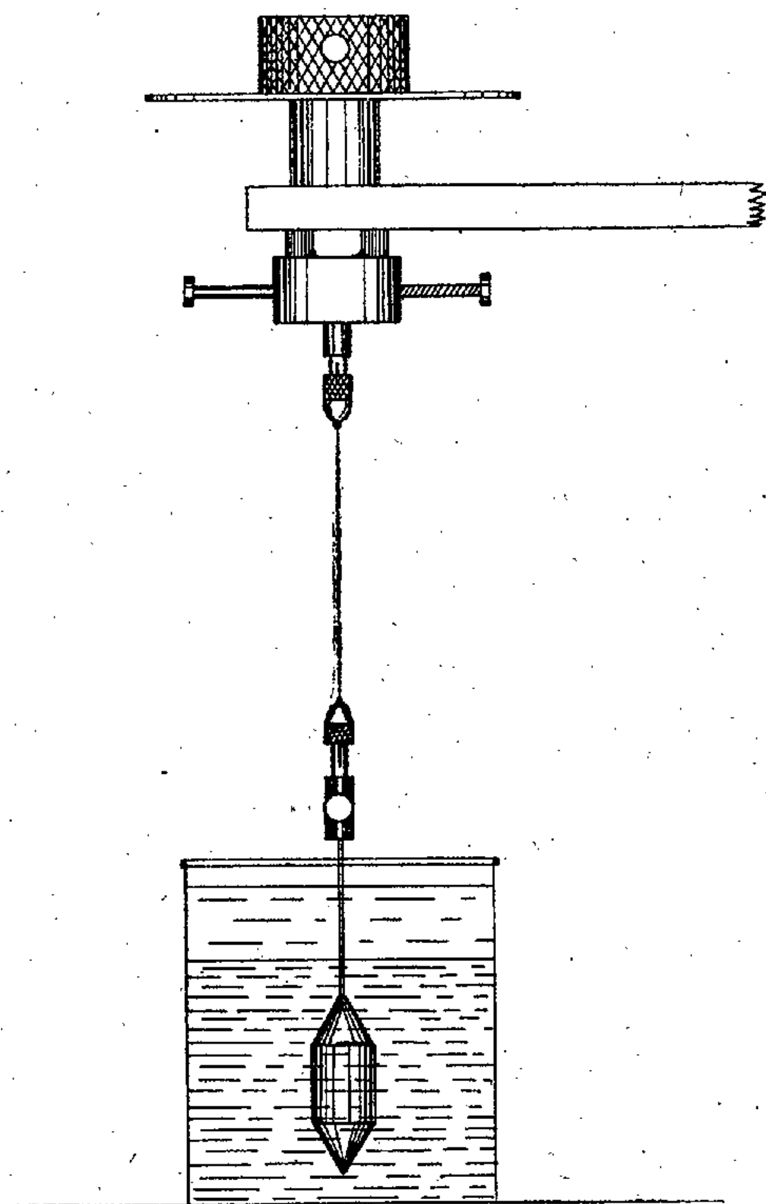
L'un de nous [2] a montré que les boues et les vases sédimentées présentent non seulement une viscosité d'ensemble mais aussi des propriétés de *rigidité*. Devant l'absence d'un appareil pouvant servir à mesurer la force de cisaillement nécessaire à rompre la *rigidité* des suspensions grossières très concentrées, nous avons construit, puis mis au point un appareil simple et robuste, inspiré des travaux de Schwedoff [3] et basé sur la torsion d'un fil étalonné.

Il diffère de l'appareil de Schwedoff principalement par l'étendue de

---

[1] Séance du 21 avril 1941.
[2] Jacques Bourcart, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 651.
[3] *Journal de Physique*, 8, 1889, p. 341.

l'espace qui sépare le corps suspendu des parois du vase. Le fait d'éviter ainsi les interactions supprime le terme correctif gênant. Il en diffère également par sa simplicité et sa robustesse. Le plongeur a une forme cylindroconique, que nous avons adoptée pour que les particules ne se



déposent pas sur les parois; le cône inférieur permet, en outre, de l'enfoncer dans le dépôt sans perturbations excessives. Cet équipage mobile est suspendu à un bouton de torsion par un fil étalonné. Un miroir sphérique, d'un mètre de distance focale, est fixé sur le bouton de torsion; un autre miroir, de mêmes caractéristiques, est fixé au plongeur. Un dispositif très simple permet de mettre, avant de faire les mesures, les deux miroirs dans le même plan vertical. La lecture des angles formés par les rayons réfléchis, émis par les deux miroirs, avec le plan de référence, se fait sur deux règles graduées, par le calcul de la tangente.

Le plongeur étant introduit dans le matériel à analyser, on tourne le bouton de torsion d'un angle déterminé et l'on mesure celui dont a tourné le miroir inférieur. Si l'on étudie ainsi un liquide *normal*, c'est-à-dire sans

rigidité, suivant J. Duclaux ([3]), les deux miroirs auront tourné d'un même angle. Si, au contraire, on a affaire à un liquide *anormal*, rigide, le miroir inférieur aura tourné d'un angle plus petit et la différence entre ces deux angles permettra de calculer immédiatement, en tenant compte du module de torsion du fil et de la forme géométrique du plongeur, la rigidité du matériel en dynes par centimètre carré. Cette valeur est la force de cisaillement déterminant la rupture de la rigidité.

L'un de nous (V. R.) a effectué des essais sur des concentrations croissantes de gélose, pour comparer les données de cet appareil avec celles obtenues par Michaud ([4]) dans son dispositif de vases communicants. Les résultats ci-dessous ne diffèrent que de 2/100ᵉ pour les faibles concentrations et de 2/1000ᵉ pour les fortes.

Concentration (‰).	5.	6.	8.	10.	20.	30.	40.
Dispositif à vases commun. de Michaud	0,004	0,036	0,32	1,23	27	144	525
Appareil B.F.R.	0,0038	0,0356	0,322	1,238	27,02	144,89	524

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la théorie du corpuscule de spin quelconque.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous admettons que le corpuscule d'ordre n (spin $n/2\ h/2\pi$) est représenté par un système de 4^n fonctions d'ondes $\Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_n}$ solutions d'un système simultané de n équations de Dirac, agissant chacune sur l'un des indices, soit pour la $r^{\text{ième}}$ équation

$$\partial_t \Phi_{i_1,\ldots,i_r,\ldots,i_n} = \left[\sum_p \partial_p (\alpha_p)_{i_r m_r} + \lambda i (\alpha_4)_{i_r m_r}\right] \Phi_{i_1,\ldots,m_r,\ldots,i_n} \qquad \left(\lambda = \frac{2\pi}{h} m_0 c\right).$$

Ces fonctions d'ondes ne sont pas linéairement indépendantes. Désignant par R une substitution linéaire telle que

$$R\alpha_p R^{-1} = \alpha_p^+, \qquad R\alpha_4 R^{-1} = -\alpha_4^+ \qquad [(\alpha_\mu)_{ij}^+ = (\alpha_\mu)_{ji}],$$

les $\Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_n}$ sont liés par les relations

$$\sum_{i_r, i_s} (R\alpha_4)_{i_s i_r} \Phi_{i_1,\ldots,i_r,\ldots,i_s,\ldots,i_n} = 0.$$

([3]) *Traité de Chimie physique*, 1934, Paris.
([4]) *Annales de Physique*, 9ᵉ série, **19**, 1923, p. 63.

(En particulier si α_4 est imaginaire et les α_p réels $R = 1$; si un des α_p soit α_i est imaginaire et si α_4 est réel $R = i\alpha_i\alpha_4$).

Si, au lieu des n indices précédents variant de 1 à 4, nous introduisons n couples d'indices $i_1 k_1, i_2 k_2, \ldots, i_n k_n$ variant chacun sur 1 et 2, les 2^{2n} fonctions d'ondes $\Phi_{i_1 k_1, i_2 k_2, \ldots, i_n k_n}$ sont solutions de n systèmes dont le $r^{\text{ième}}$ est

$$\partial_t \Phi_{i_1 k_1, \ldots, i_r k_r, \ldots, i_n k_n} = \left\{ \sum_p \partial_p [(\sigma_p)_{i_r m_r} (\rho_4)_{k_r p_r}] - \lambda i (\rho_3)_{k_r p_r} \delta_{i_r m_r} \right\} \Phi_{i_1 k_1, m_r p_r, i_n k_n}.$$

Si l'on cherche les solutions ondes planes à énergie positive de la forme $a_{i_1 k_1, \ldots, i_n k_n} e^{\frac{2\pi i}{h}(wt - pz)}$, en tenant compte de la forme de ρ_3 et en posant $\Delta = w/c + m_0 c$, $\Delta' = w/c - m_0 c$, il vient

$$\Delta a_{i_1 k_1, \ldots, i_r 1, \ldots, i_n k_n} = - p (\sigma_3)_{i_r m_r} a_{i_1 k_1, \ldots, m_r 2, i_n k_n},$$
$$\Delta' a_{i_1 k_1, \ldots, i_r 2, \ldots, i_n k_n} = - p (\sigma_3)_{i_r m_r} a_{i_1 k_1, \ldots, m_r 1, i_n k_n}.$$

La seconde de ces équations est une conséquence de la première si la relation $\Delta\Delta' = p^2$ ou $(w^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2)$ est vérifiée.

Les 2^{2n} amplitudes peuvent alors se répartir en tableaux suivant le nombre des indices k_r ayant la valeur 1. Nous appellerons tableau (r) l'ensemble des c_n^r amplitudes dont les indices k présentent r fois la valeur 1. On voit alors que toutes les amplitudes s'obtiennent uniquement à partir des 2^n amplitudes arbitraires $a_{i_1 2, i_2 2, \ldots, i_n 2}$, les amplitudes de chaque tableau (r) s'écrivant

$$a^{(r)}_{i_1 k_1, \ldots, i_n k_n} = (-1)^r \left(\frac{p}{\Delta}\right)^r (\sigma_3)_{\bar{i}_1 m_1}, \ldots, (\sigma_3)_{\bar{i}_r m_r} a_{m_1 2, \ldots, m_r 2, \ldots, i_n 2}$$
$$= \left(\frac{p}{\Delta}\right)^r (-1)^{\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \ldots + \bar{i}_r} a_{i_1 2, i_2 2, \ldots, i_n 2}$$

(les indices surlignés représentent les r indices i associés à un indice $k = 1$ de $a^{(r)}$).

Matrices des grandeurs associées au corpuscule. — Les grandeurs physiques associées au corpuscule sont représentées par des matrices de la forme

$$P_A = \frac{1}{n}\left[\sum_{1}^{p} \alpha_A^{(p)}\right], \qquad P_{A,B} = \frac{1}{n(n-1)}\left[\sum_{p,q} \alpha_A^{(p)} \alpha_B^{(q)}\right],$$
$$P_{A,B,\ldots,N} = \frac{1}{n!}\left[\sum_{p,q,n} \alpha_A^{(p)} \alpha_B^{(q)} \ldots \alpha_N^{(n)}\right].$$

Spin. — Le spin, dans la direction OZ, est représenté par la matrice

$$S_z = -\frac{h}{2\pi}\frac{1}{2}\left[\sum_{1}^{n}{}_p\,\sigma^{(p)}\right] = -\frac{h}{2\pi}\frac{1}{2}\left[\sum_{1}^{n}{}_r[\delta_{i_1m_1}\ldots(\sigma_3)_{i_rm_r}\ldots\delta_{i_nm_n}\delta_{k_1p_1}\ldots\delta_{k_rp_r}\delta_{k_np_n}]\right]$$

$$= \frac{h}{4\pi}[(-1)^{i_1}+(-1)^{i_2}+\ldots+(-1)^{i_n}]\prod_{1}^{n}{}_r\,\delta_{i_rm_r}\delta_{k_rp_r}.$$

Considérant l'équation

$$[(-1)^{i_1}+(-1)^{i_2}+\ldots+(-1)^{i_n}]\,a_{i_12,i_22,\ldots,i_n2} = k\,a_{i_12,\ldots,i_n2},$$

on voit que, si p indices i ont la valeur 1 et $n-p$ la valeur 2, $k=n-2p$. Les C_n^p constantes $a_{i_12,\ldots,i_n2}$, pour lesquelles p indices i ont la valeur 1, correspondent donc au spin $(h/4\pi)(n-2p)$ suivant la direction OZ.

Spin total. — L'opérateur de spin total est

$$(\vec{S})^2 = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\frac{1}{4}\left[\left(\sum_{1}^{n}{}_p\,\sigma_x^{(p)}\right)^2+\left(\sum_{1}^{n}{}_p\,\sigma_y^{(p)}\right)^2+\left(\sum_{1}^{n}{}_p\,\sigma_z^{(p)}\right)^2\right]$$

$$= \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\frac{1}{4}\left[(4n-n^2)\prod_{1}^{n}{}_r\,\delta_{i_rm_r}\delta_{k_rp_r}+4\sum_{(r,s)}\delta_{i_rm_s}\delta_{i_sm_r}\delta_{i_1m_1}\ldots\delta_{i_nm_n}\delta_{k_1p_1}\ldots\delta_{k_np_n}\right].$$

Les valeurs propres de cet opérateur sont de la forme

$$\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\frac{1}{4}k(k+2) \quad (k=n,\ n-2,\ \ldots,\ 0 \text{ ou } k=n,\ n-2,\ \ldots,\ 1, \text{ suivant la parité de } n).$$

Densités de valeur moyenne. — A partir des tableaux (r), on calcule facilement les densités de valeur moyenne des grandeurs associées au corpuscule.

On trouve ainsi par exemple

$$D(1) = \sum_{i}^{n}{}_r\sum_i C_n^r\left(\frac{p}{\Delta}\right)^{2r}a^*_{i_12,\ldots,i_n2}\,a_{i_12,\ldots,i_n2} = \left[1+\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^n\sum_i|a_{i_12,\ldots,i_n}|^2,$$

$$D\left[\frac{1}{A_p^k}\left(\sum_{p_1,p_2,\ldots,p_k}\alpha_4^{(p_1)}\alpha_4^{(p_2)}\ldots\alpha_4^{(pk)}\right)\right] = \left[1+\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^{n-k}\left[1-\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^k\sum_i|a_{i_12,\ldots,i_n2}|^2,$$

$$\Omega_1 = D\left(\prod_{1}^{n}{}_p\,\alpha_4^{(p)}\right) = \left[1-\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^n\left(\sum_i|a_{i_12,\ldots,i_n2}|^2\right),$$

$$\rho = D\left\{\frac{1}{n}\left[\sum_{1}^{n}{}_p\,\alpha_4^{(p)}\right]\left(\prod_{1}^{n}{}_r\,\alpha_4^{(r)}\right)\right\} = \left[1+\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^{n-1}\left(\sum_i|a_{i_12,\ldots,i_n2}|^2\right),$$

$$\rho u_z = -cD\left\{\frac{1}{n}\left[\sum_{1}^{n}{}_p\,\alpha_z^{(p)}\alpha_4^{(p)}\right]\left[\prod_{1}^{n}{}_r\,\alpha_4^{(r)}\right]\right\} = \frac{2cp}{\Delta}\left[1-\left(\frac{p}{\Delta}\right)^2\right]^{n-1}\left(\sum_i|a_{i_12,\ldots,i_n2}|^2\right).$$

En introduisant dans ces dernières formules la densité de normalisation D(1), on obtient en particulier

$$\Omega_1 = \left(\frac{m_0 c^2}{W}\right)^n \, D(1).$$

$$\rho = \left(\frac{m_0 c^2}{W}\right)^{n-1} D(1),$$

$$\rho u_z = \frac{pc^2}{W}\left(\frac{m_0 c^2}{W}\right)^{n-1} D(1) = \frac{pc^2}{W}\rho.$$

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une interprétation possible des grandeurs issues d'un tenseur symétrique dans la théorie de la particule de spin 2.* Note de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons obtenu les équations suivantes (1) qui caractérisent le cas $j = 2$, $m = \pm 2, \pm 1, 0$ (j = nombre quantique correspondant au spin total, m = nombre quantique correspondant au spin suivant une direction déterminée) :

$$\begin{aligned}
&\partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} = -\Phi^{(2)}_{[\mu\nu]\rho} \\
&\partial^\rho \Phi^{(2)}_{[\rho\mu]\nu} = -\mu^2 \Phi_{(\mu\nu)} \\
&\partial_\mu \Phi^{(2)}_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi^{(2)}_{[\rho\sigma]\mu} = \Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} \\
&\partial^\tau \Phi_{([\tau\rho][\mu\nu])} = \mu^2 \Phi^{(2)}_{[\mu\nu]\rho}
\end{aligned}
\qquad \left(\mu = \frac{2\pi}{h}\mu_0 c\right),$$

d'où résultent

$$\partial^\mu \Phi_{(\mu\nu)} = 0, \qquad \partial^\rho \Phi^{(2)}_{[\mu\nu]\rho} = 0$$

et

$$\Phi^{(2)}_{[\mu\nu]\rho} + \Phi^{(2)}_{[\rho\mu]\nu} + \Phi^{(2)}_{[\nu\rho]\mu} = 0,$$

$$\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} + \Phi_{([\mu\sigma][\nu\rho])} + \Phi_{([\mu\rho][\sigma\nu])} = 0.$$

Toutes ces grandeurs vérifient en outre

$$\Box \Phi_{(\mu\nu)} = \mu^2 \Phi_{(\mu\nu)}, \qquad \text{avec } \Box = \sum_\rho \partial_\rho^2.$$

La théorie de M. Fierz (2) introduit dans le même cas un tenseur symétrique $A_{(\mu\nu)}$ de divergence nulle, tout à fait analogue au $\Phi_{(\mu\nu)}$ de cette

(1) M.-A. Tonnelat, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187. Nous changeons ici $\mu\Phi_{[\mu\nu]\rho}$ en $\Phi_{[\mu\nu]\rho}$ et $\mu^2\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}$ en $\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}$.

(2) M. Fierz, *Helvetica Physica Acta*, 15, 1939, p. 297.

théorie. Il en diffère cependant par sa trace nulle,

$$\sum_{\mu} A_{\mu\mu} = 0, \qquad \sum_{\mu} \Phi_{\mu\mu} \neq 0.$$

Soit maintenant $R_{\mu\nu}$ le tenseur de courbure contracté

$$R_{\mu\nu} = R_{\rho\mu\nu}{}^{\rho}.$$

Nous savons que les équations

$$2 R_{\mu\nu} = -\Box g_{\mu\nu}$$

ne sont valables qu'avec les approximations suivantes :

Les quantités $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \delta_{\mu\nu}$ sont petites et leurs carrés négligeables. On néglige de même les carrés et produits des dérivées de tous les $g_{\mu\nu}$.

On choisit des coordonnées isothermes, c'est-à-dire telles que

$$\Box x^{\mu} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_{\rho}(\sqrt{g}\, g^{\mu\rho}) = g^{\rho\sigma}\Gamma^{\mu}_{\rho\sigma} = 0.$$

Avec ce choix

(1) $$\partial^{\mu} g_{\mu\nu} = \Gamma^{\mu}_{\nu\rho}\delta^{\rho}_{\sigma} = \frac{1}{2}\partial_{\nu} h, \qquad \text{avec } h = g_{\rho\sigma}\delta^{\sigma\rho},$$

En général $\partial^{\mu} g_{\mu\nu} \neq 0$. Aussi, bien que la trace du tenseur $\Phi_{(\mu\nu)}$ de cette théorie ne soit pas nulle, il est difficile d'assimiler ce tenseur à $g_{\mu\nu}$, car sa divergence est nulle. Cet inconvénient n'existe pas pour le tenseur $\sum_{\rho} \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])}$ et, si nous posons

$$g_{\mu\nu} = \frac{1}{\mu^2} \sum_{\rho} \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])},$$

nous obtiendrons

(2) $$\partial^{\mu} g_{\mu\nu} = \frac{1}{\mu^2} \partial^{\mu} \sum_{\rho} \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} = \sum_{\rho} \Phi^{(2)}_{[\nu\rho]\rho} = -\partial_{\nu} \sum_{\rho} \Phi_{\rho\rho}$$

d'après les équations de la théorie. D'autre part ces mêmes équations entraînent

$$\sum_{\mu,\rho} \Phi_{([\mu\rho][\mu\rho])} = -2\mu^2 \sum_{\mu} \Phi_{\mu\mu} \qquad \text{ou} \qquad \sum_{\mu} g_{\mu\mu} = -2 \sum_{\mu} \Phi_{\mu\mu}$$

et (2) pourra s'écrire

$$\partial^{\mu} g_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \partial_{\nu} h,$$

ce qui est bien en accord avec (1). De plus

$$\square g_{\mu\nu} = \frac{1}{\mu^2} \square \sum_\rho \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} = \sum_\rho \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} = \mu^2 g_{\mu\nu},$$

ou

$$R_{\mu\nu} + \frac{\mu^2}{2} g_{\mu\nu} = 0.$$

En admettant la loi de gravitation (pour une masse spécifique moyenne nulle)

$$R_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = 0$$

nous aurons, si $\mu_0 = 0$, une loi de gravitation approchée dans un univers de Schwarzschild (en supposant les $R_{\mu\nu\rho\sigma} \neq 0$), et si $\mu_0 \neq 0$, une loi de gravitation approchée dans un univers de De Sitter, avec

$$\frac{\mu^2}{2} = -\lambda = \frac{3}{R^2}.$$

Les différents tenseurs de la théorie prennent alors la signification suivante :

$$\Phi_{(\mu\nu)} = -g_{\mu\nu} + \frac{1}{2\mu^2} \partial_\mu \partial_\nu \Sigma_\rho g_{\rho\rho},$$
$$\Phi^2_{[\mu\nu]\rho} = \partial_\mu g_{\nu\rho} - \partial_\nu g_{\mu\rho} = \Gamma_{\rho\mu,\nu} - \Gamma_{\rho\nu,\mu},$$
$$\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} = \partial_\mu \partial_\rho g_{\sigma\nu} - \partial_\mu \partial_\sigma g_{\rho\nu} - \partial_\nu \partial_\rho g_{\sigma\mu} + \partial_\nu \partial_\sigma g_{\rho\mu} = 2 R_{\mu\nu\rho\sigma}$$

à l'approximation admise.

Remarque. — Dans le cas d'équations électromagnétiques linéaires (cas $j = 1$), les équations ($j = 2$) qui leur font pendant sont également linéaires, et il ne peut être question que de résultats approchés. En outre toutes les grandeurs de la théorie sont complexes; celles que nous avons appelées $g_{\mu\nu}$ le sont donc aussi. Mais il serait possible de retrouver des $g_{\mu\nu}$ réels comme un effet global, de même qu'on peut retrouver des champs électromagnétiques réels à partir des champs complexes dus aux actions élémentaires ([3]).

HYDRAULIQUE. — *Sur l'écoulement de l'eau dans un coude à angle droit de canal découvert.* Note ([1]) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans cette Note nous résumons les principaux résultats que nous avons obtenus dans l'étude expérimentale du passage de l'eau dans un coude à

([3]) L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière*, p. 192.

([1]) Séance du 21 avril 1941.



Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

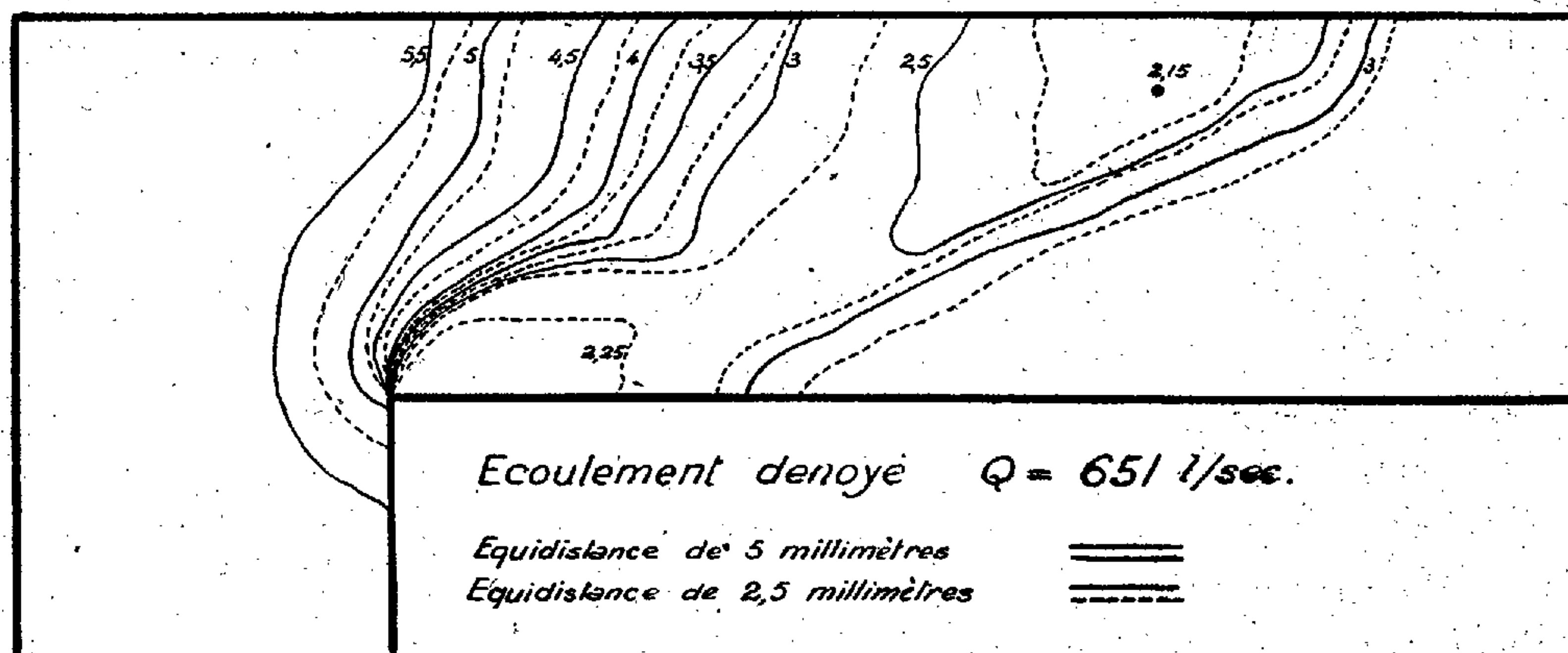


Fig. 4.

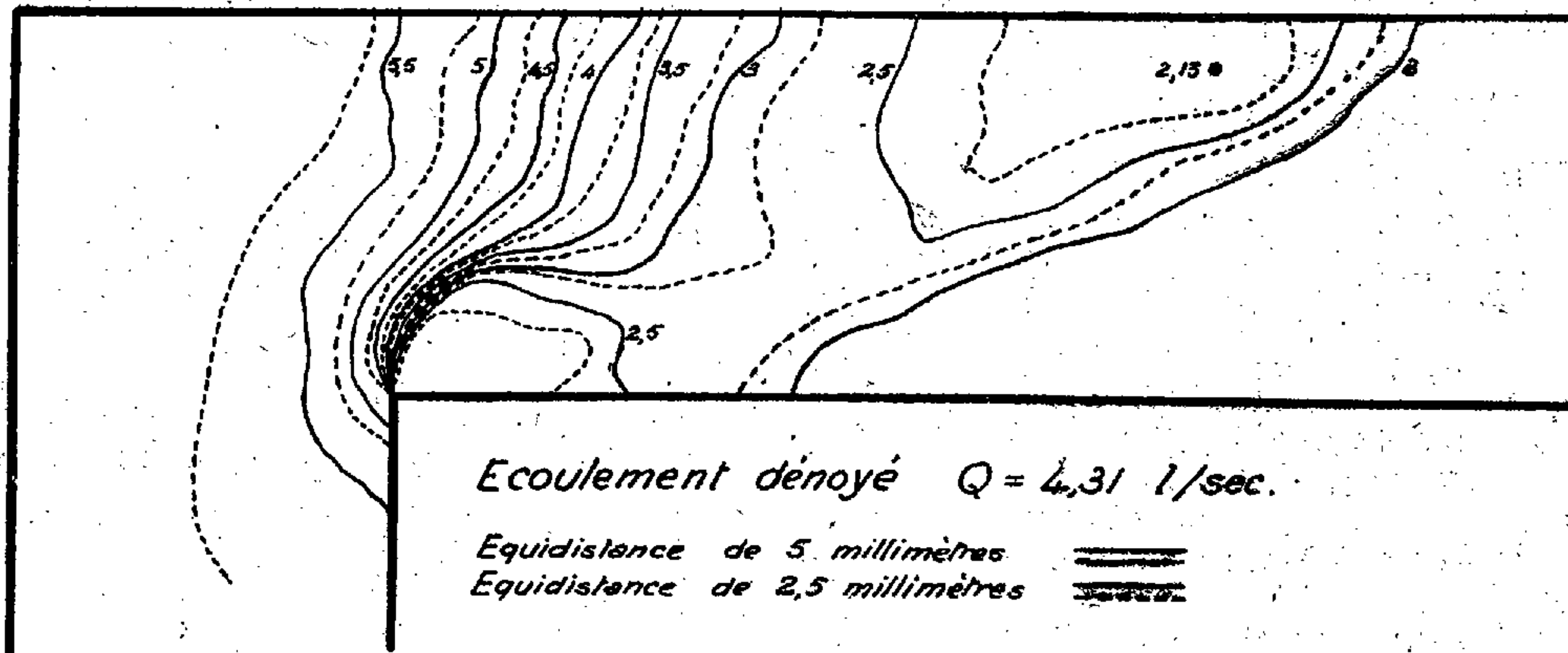


Fig. 5.

angle droit, à l'intérieur d'un canal à écoulement libre, de fond horizontal. Les expériences ont été faites sur deux modèles, géométriquement semblables dans le rapport 7,5, le plus grand canal étudié ayant $1^{m},50$ de largeur et pouvant être parcouru par des débits atteignant 700 litres par seconde.

1. Nous avons observé, en faisant varier la retenue aval au moyen d'une vanne placée à l'extrémité du canal, les trois aspects caractéristiques du mouvement que nous avons déjà mis en évidence au cours de nos études relatives à l'écoulement de l'eau entre piles de pont ou à l'entrée d'un canal découvert ([2]) et que nous avons appelés respectivement un mouvement dénoyé, écoulement à veine noyée et mouvement axial. Les photographies des figures 1, 2 et 3 sont prises dans le grand canal étudié, pour un débit de 651 litres/seconde et correspondent respectivement :

la figure 1, à l'écoulement dénoyé, analogue à celui que l'on observerait à l'entrée d'un canal découvert dont le plan de symétrie serait confondu avec la paroi de la rive gauche de la portion du canal située à l'aval du coude;

la figure 2, à l'écoulement noyé, dans lequel le courant à grande vitesse plonge sous la retenue aval;

la figure 3, au mouvement dans lequel la veine occupe toute la hauteur de la section mouillée et que nous appelons axial, en raison de l'analogie déjà signalée, bien qu'en fait le courant demeure, au contraire, collé contre la paroi de la rive gauche sur une assez grande longueur.

2. Nous avons déterminé, en fonction du débit Q, les valeurs particulières du niveau amont h_1 et du niveau aval h_2 pour lesquelles on passe soit de l'écoulement dénoyé à la veine noyée (valeurs critiques), soit de cette dernière au mouvement axial.

3. Nous avons enfin recherché si la similitude de Reech-Froude s'applique aux formes complexes d'écoulement étudiées. Dans ce but nous avons comparé le relevé par courbes de niveau des surfaces libres correspondant, dans les deux modèles, à des débits et à des retenues amont homologues. Les figures 4 et 5, relatives à l'écoulement dénoyé, montrent le degré de coïncidence obtenu, les cotes du grand modèle étant ramenées à l'échelle du petit; l'étude des mouvements noyés ou axiaux a conduit à des conclusions analogues

---

([2]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1970; **209**, 1939, p. 14; **210**, 1940, p. 133 et 211.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les équations d'onde relativistes des particules matérielles à spin quelconque en l'absence de champ.* Note[1] de M. **Jean Mariani**, présentée par M. Louis de Broglie.

On sait que les équations de Dirac, en l'absence de champ, définissent le mouvement libre d'une particule de spin 1/2; en effet, avec nos précédentes notations, l'opérateur du spin dans la direction z est

$$S_z = \frac{1}{2}\left(\xi_1\frac{\partial}{\partial\xi_1} - \xi_2\frac{\partial}{\partial\xi_2}\right),$$

et l'on a évidemment

(1) $$S_z\xi_1 = \frac{1}{2}\xi_1; \qquad S_z\xi_2 = -\frac{1}{2}\xi_2;$$

de même pour les ξ_3, ξ_4.

Pour une particule matérielle de spin j, en l'absence de champ, il y aura, comme on le sait, $2j+1$ orientations du spin suivant Oz, données par $m = j, j-1, \ldots, (j-1), -j$, ce qui s'exprime par

(2) $$S_z\xi_m^{(j)} = m\xi_m^{(j)},$$

les $\xi_m^{(j)}$ étant les fonctions d'onde de la particule; les $\xi_m^{(j)}$ doivent donc être, à un facteur constant près, des produits de puissances des ξ_1, ξ_2 de la forme ξ_1^{2j}, $\xi_1^{2j-1}\xi_2, \ldots, \xi_2^{2j}$, en laissant provisoirement de côté les ξ_3, ξ_4. On aura donc, pour le spineur $\vec{\xi}^{(j)}$ de composantes $\xi_m^{(j)}$,

(3) $$\vec{\xi}(j) = \vec{\xi}\times\vec{\xi}\times\ldots\times\vec{\xi} \quad [2],$$

si $\vec{\xi}$ est le spineur de composantes ξ_1, ξ_2; $\vec{\xi}$ est donc symétrique et ses composantes peuvent s'écrire, suivant une notation connue,

(4) $$\xi_m^{(j)} = \frac{\xi_1^{(j+m)}\xi_2^{(j-m)}}{\sqrt{(j+m)!\,(j-m)!}};$$

On vérifie que ce sont les vecteurs de base d'une représentation irréductible D_j du groupe $D_{1/2}$, valable dans le cas $m_0 = 0$, ou encore dans la théorie non relativiste du spin quelconque; l'évolution de la particule est

---

[1] Séance du 21 avril 1941.

[2] H. Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, 2e édition, Leipzig, pp. 111 et 124.

donnée par les transformations principales de D_j, correspondant à une valeur donnée σ de l'énergie.

Deux autres cas peuvent se présenter; ce sont ceux pour lesquels $\vec{\xi}^{(j)} = \vec{\xi} \times \vec{\eta} \times \ldots \times \vec{\zeta}$; si les $\vec{\xi}, \vec{\eta}, \ldots, \vec{\zeta}$ subissent les transformations du même groupe $D_{1/2}$, la transformation-produit ne dépend que de 3 paramètres (4 si $m_0 \neq 0$) et représente à la fois le mode de variance de $\vec{\xi}^{(j)}$ et le mouvement de n corpuscules différents, si les $\vec{\xi}, \ldots, \vec{\zeta}$, sont au nombre de n; c'est le cas *de Broglie*; si chacun des $\vec{\xi}, \ldots, \vec{\zeta}$ subit les transformations d'un groupe spécial $D_{1/2}$, il y a n groupes opérant simultanément sur $\vec{\xi}^{(j)}$; c'est le cas des problèmes à plusieurs corpuscules et des statistiques quantiques; si (3) est valable, on a le cas *Dirac-Fierz*; nous nous bornerons ici à l'étude de ce dernier.

$I_2 = \xi_1 \xi_1^* + \xi_2 \xi_2^*$ est un invariant de $D_{1/2}$; donc $1/2j!(\xi_1 \xi_1^* + \xi_2 \xi_2^*)^{2j}$ est un invariant de D_j; si $m_0 \neq 0$, on doit généraliser ces résultats; on a comme invariant de base $I_4 = \xi_1 \xi_1^* + \xi_2 \xi_2^* + \xi_3 \xi_3^* + \xi_4 \xi_4^*$ au lieu de I_2, dans le cas du spin 1/2; $D_{1/2}$ est donc remplacé par le groupe unitaire à 4 variables $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ que nous appellerons $E_{1/2}$, puisqu'il se rapporte à la valeur 1/2 du spin; l'invariant de la représentation E_f, support du spin f, sera

$$\frac{1}{2f!}(\xi_1 \xi_1^* + \xi_2 \xi_2^* + \xi_3 \xi_3^* + \xi_4 \xi_4^*)^{2f} = \frac{\xi_1^{h_1} \xi_2^{h_2} \xi_3^{h_3} \xi_4^{h_4} \cdot \xi_1^{*\,h_1} \xi_2^{*\,h_2} \xi_3^{*\,h_3} \xi_4^{*\,h_4}}{h_1!\, h_2!\, h_3!\, h_4!} \quad (5)$$ [3].

Les fonctions d'onde auront donc la forme

$$\xi^{(f)}(h_1, h_2, h_3, h_4) = \frac{\xi_1^{h_1} \xi_2^{h_2} \xi_3^{h_3} \xi_4^{h_4}}{\sqrt{h_1!\, h_2!\, h_3!\, h_4!}} = F_{i_1 i_2 \ldots i_{2f}}, \quad (6)$$

F est un spineur symétrique dont le nombre des indices est égal à celui des ξ_k composants, chacun d'eux correspondant à l'un des ξ_k; les F permettent de définir le spineur symétrique général; les équations du mouvement s'obtiennent par la condition de *l'onde unique* de M. L. Brillouin [4]

$$\frac{1}{c} \frac{d\xi_k}{dt} = \sigma \xi_k. \quad (7)$$

Mais ξ_k satisfait aux équations de Dirac; d'où $\sigma = i\sqrt{\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 + m_0^2 c^2}$;

([3]) H. WEYL, *loc. cit.*, p. 124.

([4]) *Journal de Physique*, 1936, 7e série, 7, x, p. 401.

on a donc

$$(8)\qquad \frac{1}{c^2}\frac{d^2\xi^{(f)}}{dt^2} = -4f^2(\lambda^2+\mu^2+\nu^2+m_0^2c^2)\xi^{(f)},$$

ce qui donne l'équation des ondes usuelles, au facteur $4f^2$ près,

$$(9)\qquad \Delta\psi^{(f)} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi^{(f)}}{\partial\psi^2} = 4f^2m_0^2c^2\psi^{(f)},$$

par passage aux intégrales de Fourier

$$\psi^{(f)} = \int \xi^{(f)} e^{i(-\mu x+\nu y+\lambda z)}\, d\lambda\, d\mu\, d\nu\,;$$

les traces $\sum_{i_k} F_{i_k i_k \ldots i_{2f}}$ de F s'annulent identiquement en raison de sa symétrie.

Examinons maintenant le spineur particulier obtenu en mettant en évidence dans (6) deux spins composants j et j'; en posant $f_1+f_2=2j$; $f_1-f_2=2m$; $f_3+f_4=2j'$; $f_3-f_4=2m'$, et remarquant que les ξ_3, ξ_4 ([5]) ont la variance spinorielle $\xi^{\dot 1}, \xi^{\dot 2}$ (6) prend la forme

$$(9)\qquad \xi^{(f)} = \frac{\xi_1^{(j+m)}\,\xi_2^{(j-m)}\,(\xi^{\dot 1})^{j'+m'}\,(\xi^{\dot 2})^{j'-m'}}{\sqrt{(j+m)!\,(j-m)!\,(j'+m')!\,(j'-m')!}} = A^{\dot\rho\dot\sigma\ldots}_{\mu\nu\ldots}.$$

Pour des valeurs déterminées de j et j', on met ainsi en évidence une représentation $D_{jj'}$, provenant des groupes unitaires D_j et $D_{j'}$ et contenue à l'intérieur de E_f; le spineur $A^{\dot\rho\dot\sigma\ldots}_{\mu\nu\ldots}$ a $(2j+1)(2j'+1)$ composantes indépendantes, correspondant aux différentes valeurs de m et m'; une transformation de Lorentz lui fait subir la représentation $D_{jj'}$; il est donc identique au spineur utilisé par Fierz ([6]), ce qu'on vérifie en substituant aux j, j' les indices de Fierz : $k=j$, $l=j'+1/2$; il y a autant de spineurs de ce genre dans (6) que de valeurs possibles des j, j' satisfaisant à $j+j'=f$; cette somme ayant seule une signification physique, la considération explicite des j et j' limite la portée de la théorie de Dirac et ne permet pas, dans le travail de Fierz, comme dans la théorie du photon de M. de Broglie, de donner une définition univoque de la densité d'impulsion-énergie; ces difficultés disparaissent par l'adoption du spineur général (6).

([5]) Van der Waerden, *Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik*, Berlin, 1932, p. 85.

([6]) *Helvetica Physica Acta*, 12, 1, 1939, p. 3.

PHYSIQUE. — *Répartition de la chaleur entre deux corps frottants séparés par un film lubrifiant.* Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. Nous avons étudié [1] la répartition de la chaleur entre deux corps frottant à l'état sec, et l'évolution de la température en fonction du temps. Nous nous proposons d'examiner comment le phénomène peut être modifié par la présence d'un film lubrifiant entre les deux surfaces.

Les corps sont en forme de disques pressés mutuellement suivant une section droite, et l'un d'eux tourne par rapport à l'autre.

La chaleur produite prend exclusivement naissance dans le film; elle correspond au travail des forces de viscosité. Or le régime doit être laminaire à cause de la faible épaisseur de la couche liquide; on peut donc admettre une production de chaleur proportionnelle au temps et constante pour chaque élément d'égal volume du film.

II. Il est commode de traiter d'abord un problème simple en régime permanent et d'étendre les conclusions ensuite au cas du régime variable.

Les deux disques A et B d'égale épaisseur l sont séparés par une couche d'huile de faible épaisseur e. La chaleur dégagée par viscosité dans le film s'écoule des deux côtés vers les corps A et B. Il existe donc un maximum de température pour une tranche du film prise comme origine des abscisses x.

Soient t la température de la tranche du film située à la distance x de la tranche origine, k' le coefficient de conductibilité, ε la quantité de chaleur produite par unité de volume du film et par unité de temps. L'équation du régime permanent est

$$k'\frac{d^2t}{dx^2}+\varepsilon=0 \tag{1}$$

et

$$t=-\frac{\varepsilon}{2k'}x^2+\text{M} \quad \text{(M, constante d'intégration).} \tag{2}$$

Soient A et B les distances de la tranche origine aux limites du film en contact avec les disques A et B, de sorte que

$$\text{A}+\text{B}=e.$$

(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 478.

Les lettres A et B désignent à la fois ces distances et les disques, sans ambiguïté possible.

Soient encore t_A et t_B les températures des surfaces des disques en contact avec le film, O la température des faces extrêmes. Les flux sont proportionnels aux distances A et B de sorte que l'on peut écrire

Flux vers A (3) $$\frac{k_A t_A}{l} = \varepsilon A.$$

Flux vers B (4) $$\frac{k_B t_B}{l} = \varepsilon B,$$

(5) $$t_A - t_B = \varepsilon l \left(\frac{A}{k_A} - \frac{B}{k_B} \right).$$

Par ailleurs l'équation (2) appliquée aux parois donne

$$t_A = -\frac{\varepsilon}{2k'} A^2 + M,$$

$$t_B = -\frac{\varepsilon}{2k'} B^2 + M,$$

(6) $$t_A - t_B = -\frac{\varepsilon e}{2k'} (A - B).$$

En combinant (5) et (6), il vient

Rapport des flux $$\frac{A}{B} = \frac{\dfrac{e}{2k'} + \dfrac{l}{k_B}}{\dfrac{e}{2k'} + \dfrac{l}{k_A}}.$$

Si le film est très mince et relativement bon conducteur (e/k', petit), le rapport des flux est celui des conductibilités; si le film est épais et mauvais conducteur (e/k', grand), les flux sont égaux. Dans les cas intermédiaires, *la présence du film atténue l'inégalité du partage.*

III. *Cas du régime variable.* — On peut étendre l'influence du film au cas du régime variable en observant que, d'une part, la puissance transformée en chaleur par unité de temps et de volume est encore constante et que, d'autre part, la capacité calorifique du film est excessivement faible. Les flux de chaleur qui entrent dans les disques A et B assurent la montée des températures superficielles. L'épaisseur des disques est ici supposée infinie comme dans le cas du régime variable à sec.

On doit être très près de la vérité en supposant les températures des diverses couches du film variables avec le temps et imposées aux faces des disques par la valeur des flux, et en considérant néanmoins le régime dans

le film comme identique à chaque instant au régime permanent qui correspondrait aux températures du moment figées dans le temps.

La température intérieure du film suit toujours la loi parabolique [1], mais M est variable avec le temps.

Par ailleurs, on ne peut pas écrire, comme dans le frottement à sec,

$$t = 2au_0\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} = \frac{2a\varphi}{K}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}, \tag{2}$$

parce que le flux à travers chaque disque n'est plus constant. Le flux total est constant, mais la répartition entre les deux disques varie au cours du temps. En effet, au début les températures des deux faces en contact avec le film sont égales et, par conséquent, les flux égaux; puis les températures de ces faces montent inégalement et les flux deviennent inégaux. On écrira de manière approchée

$$dt = \frac{a\varphi}{k\sqrt{\pi\tau}}\,d\tau,$$

où φ est fonction de τ

Le calcul est assez simple et se ramène à des intégrations faciles. Le maximum de température M croît avec le temps et se déplace dans l'épaisseur du film. La présence de la couche lubrifiante atténue l'inégalité du partage, mais le taux varie au cours du temps depuis l'unité pour $\tau = 0$ jusqu'au rapport des valeurs de $\sqrt{kc\rho}$ correspondant aux deux disques, pour $\tau = \infty$.

D'une façon générale l'expérience vérifie nettement l'atténuation de l'inégalité du partage entre les disques. Ainsi deux disques de cuivre et d'étain se partagent la chaleur dans la proportion de 4 à 1 à sec, et de 2,8 à 1 à l'état gras.

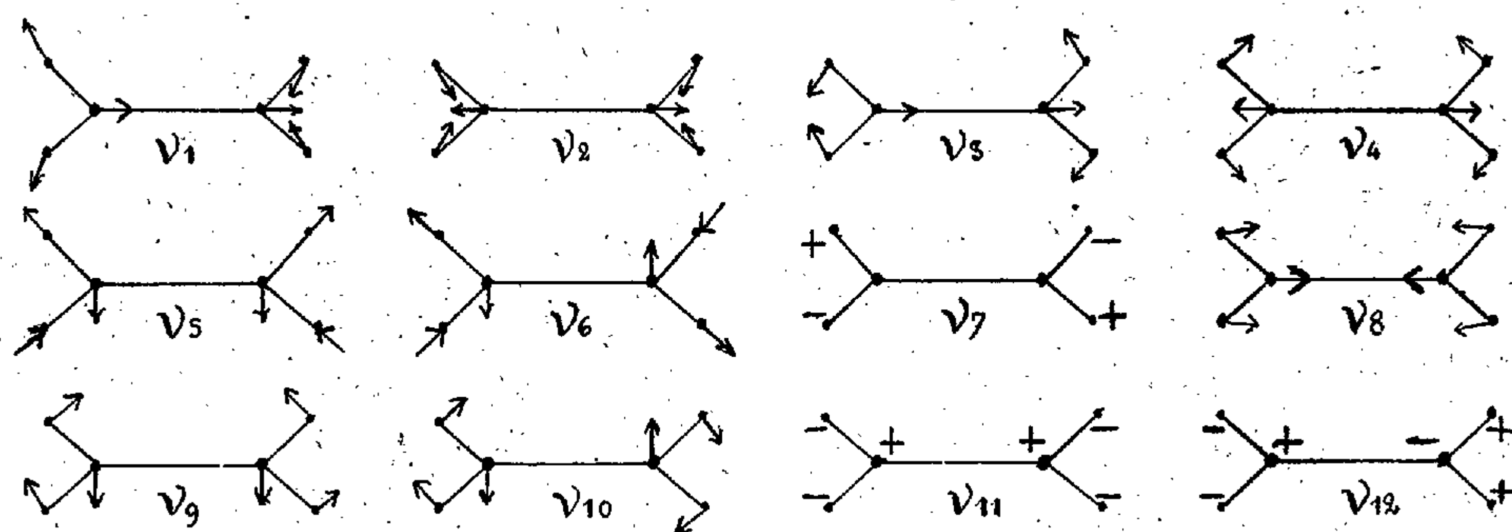
SPECTROSCOPIE. — *La symétrie et les modes de vibration des oxalates métalliques, étudiés au moyen des spectres d'absorption infrarouges.* Note de Mme **François Douvillé**, MM. **Clément Duval** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons obtenu, entre les longueurs d'onde de 6 et 18$^\mu$ environ (1660 à 550 cm^{-1}), les spectres d'absorption de 26 oxalates simples, 18 oxalates complexes et de l'oxalate acide de sodium, qui, sauf quatre

d'entre eux [1], n'avaient pas encore été déterminés. Ces corps ont été étudiés à l'état de poudres, avec les spectromètres enregistreurs déjà décrits par l'un de nous.

Tous les *oxalates simples* possèdent en commun cinq principales régions d'absorption, qui se déplacent plus ou moins avec le poids du métal : vers 665 (f), 720-740 (m ou f), 750-800 (F), 1200-1300 (TF), 1500-1600 (TF) cm^{-1}. Avec les *oxalates complexes*, en plus des précédents, d'autres maxima apparaissent vers 550-580 (m), 800-900 (aF) et la bande vers 1200-1300 fait place à deux autres, généralement fortes vers 1090-1240 et vers 1200-1375 cm^{-1}. *Il est donc possible d'indiquer, à coup sûr, aux chimistes s'il s'agit d'un sel simple ou d'une combinaison complexe, stable ou non.* L'étude de la région entre 1100 et 1600 cm^{-1}, d'ailleurs la plus facilement accessible, est particulièrement indiquée.

Oxalates simples. — Nous admettrons que, contrairement à ce que nous avons trouvé pour l'acide oxalique [2], dans tous les cas, il y a résonance entre les valences des deux atomes d'oxygène, fixés sur chaque atome de carbone, ce qui apparaît conforme aux études, faites en dehors de nous, avec les rayons X, et aux hypothèses, formulées par Gupta [3] d'après les spectres de diffusion. Le petit nombre de bandes infrarouges indique que



la symétrie de la molécule doit être élevée. Nous supposerons que le groupement $\left(\begin{smallmatrix}O\\O\end{smallmatrix}\!\!>C-C<\!\!\begin{smallmatrix}O\\O\end{smallmatrix}\right)^{=}$ possède, à l'état cristallin, une symétrie

(1) J. Lecomte et R. Freymann, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1401.
(2) Cl. Duval et J. Lecomte, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 389.
(3) *Indian J. Phys.*, 10, 1936, p. 465.

voisine de D_{2h}, ce qui explique qu'aucune raie Raman ne se retrouve dans le spectre d'absorption. Nous avons représenté, sur la figure ci-contre, les 12 modes de vibration (5 actifs dans l'infrarouge, 6 permis dans l'effet Raman et 1 interdit dans les deux phénomènes). Pour les identifier avec les fréquences mesurées, nous utiliserons la classification, donnée pour N^2O^4, qui présente de grandes analogies avec notre groupement (4).

	ν_1 (I. R.).	ν_2 (Ra).	ν_3 (I. R.).	ν_4 (Ra).
$(COO-COO)^=$.....	1200-1300	vers 1480	750-800	vers 900 cm^{-1}
N^2O^4.............	1265	1360	752	813
	ν_5 (I. R.).	ν_6 (Ra).	ν_7.	ν_8 (Ra).
$(COO-COO)^=$.....	1500-1600	vers 1640	interdit	vers 320 cm^{-1}
N^2O^4.............	1749	1724	I. R. et Ra	283
	ν_9 (I. R.).	ν_{10} (Ra).	ν_{11} (I. R.).	ν_{12} (Ra).
$(COO-COO)^=$.....	vers 370	vers 525-575	665	vers 450 cm^{-1}
N^2O^4.............	380	500	660	1480

Sauf pour ν_{12}, l'accord est vraiment remarquable et nous permet de compléter la classification esquissée par Gupta (3).

Oxalates complexes. — Le centre de symétrie n'existe plus, soit que les deux groupements COO de l'ion oxalique se trouvent dans des plans faisant entre eux un angle différant de 180°, soit qu'ils éprouvent une torsion, l'un par rapport à l'autre, autour de l'axe C—C. Dans ces conditions, les 12 vibrations deviennent actives, à la fois dans la diffusion et dans l'absorption. En particulier, entre 1200 et 1400 cm^{-1}, il y en aura deux, ν_1 et ν_2. ν_6, très rapproché de ν_5, se trouve confondu avec lui. ν_4 et ν_{10} représentent les suites que nous avons indiquées vers 800-900 et vers 525-575 cm^{-1}. ν_7, ν_8, ν_{12}, qui deviennent aussi actives dans l'absorption, se placeraient en dehors de notre région d'étude. Nous réservons l'explication de l'isomérie des deux plato-oxalates, variété claire et variété sombre, qui n'avait jamais reçu d'explication satisfaisante jusqu'à présent. Nous nous bornerons à signaler les grands changements de fréquences dans le passage de l'un à l'autre de ces composés.

---

(4) G. B. B. M. SUTHERLAND, *Roy. Soc. Proc.* A, 141, 1933, p. 342.

Position des maxima d'absorption, en cm^{-1}, des oxalates.

Li			646?	664?	719?	**768**			1003		**1281**		**1625**
Be			647?	664?	714?	**817**	*896*		1114		**1288**		**1599**
Am			**637**		*712*	**792**	896?				**1257**	**1375**	**1523**
Na (neutre)			646?	664	717?	**762**					**1268**		**1587**
Na (acide)				666	**711**				**1012**		**1294**		**1599**
Mg						810					*1301*		**1496**
Al			646?	667	714?	**802**	*900*	954		*1219*		**1384**	**1571**
K				673	714	**764**	815	930			**1276**		**1612**
Ca			**647**	**663**		**771**	875	941	1080		**1294**		**1581**
Cr			643?	665?	711?	**821**	*891*		1004	**1201**		**1375**	**1607**
Fe^{II}				675	719	**811**		1018	1090		**1267**		**1604**
Fe^{III}				*673*	716	**794**	901			*1325*		**1375**	**1591**
Co					727	**766**					**1294**		**1594**
Ni					729	**814**	907				**1301**		**1612**
Cu			645	679	709	**812**	911?				**1301**		**1625**
Zn				*668*	719	**807**					**1294**		**1604**
Sr			645?	669	**734**	**759**	838		1105		**1294**		**1599**
Ag			647?	667?		**762**	815		1069?		**1294**		**1625**
Cd			647?	667?	716?	**779**					**1288**		**1542**
Sn			648	668	715?	**777**		999	1122		**1263**		**1523**
Ba			650?	*672*		**767**	860	894	1004		**1268**		**1530**
La			648	666	729	**786**	895	1010	1046		**1288**		**1571** S
Ce^{III}				666	711	*734*					**1284**		**1535**
Sm					*731*	**791**	904	996	1100		**1288**		**1530** S
Tl				664	**739**	**768**					**1298**		**1559**
Pb			646	664	716?	**761**	838?	988			**1237**		**1503**
Bi			651	672		**790**			1020?		**1294**		**1562**
Th						*785*					**1294**		**1604**
U^{IV}				665	719?	**785**					**1273**		**1481** C
UO^2			643	666	*711*	*790*	*928*	1003	1085		*1172*		**1559** C
Al, K		*583*	645?	666?		**800**	*896*			*1219*		**1322**	**1564**
Ti, K			648?			**803**	*894*			**1205**		**1329**	**1571**
Cr, Na						**826**	**894**	998		**1229**		**1349**	**1571** M
Cr, K	*546*	*595*	643	*670*	720	**790**	**814**			*1183*		**1313**	**1577**
Cr, BaK	*549*		651	685		**800**	**924**			**1249**		**1365**	**1591**
Co, K	*565*		647?	*665*		**792**	*875*	968	1084	**1210**		**1334**	**1607**
Fe, Am					*721*	**798**	**881**			1214		**1349**	**1571**
Ge, GeO						**807**	896	958?		*1225*		**1364**	**1650** T
Rh, K	*558*		666			**810**	**894**		1003	1246		**1329**	**1586** M
Ru, K	*547*		666			**803**	**896**	968		*1240*		**1350**	**1571** Ch
Ir, K						**804**	**894**		990?	**1231**		**1345**	**1604** M
Pt, K (clair)				670	719?	**810**	**899**			**1163**		**1310**	**1599**
Pt, K (foncé)				*662*	**712**	**766**				**1097**		**1201**	**1574**
U^{IV}, Am				670		**794**	**903**			1322		**1404**	**1625** C
UO^2, Am	548	598		664?	714?	**775**	*832*	*920*	1000	*1234*		**1365**	**1547** C

Caractères gras, bande forte ou très forte; caractères italiques, bande moyenne; caractères ordinaires, bande faible ou très faible.

Origines des substances : S, M. Servigne; C, M. Colani; M, M. J.-P. Mathieu; T, M. Tchakirian; Ch, M. Charonnat.

THERMOCHIMIE. — *Sur la calorimétrie des solutions aqueuses du chlorure ferreux et des nitrates de nickel et de plomb.* Note de M. **Jean Perreu.**

L'étude thermochimique des solutions aqueuses binaires de ces trois sels a été réalisée, à la température ordinaire, à l'aide du calorimètre de Berthelot, suivant la technique précédemment décrite ([1]).

1. *Chlorure ferreux* $Cl^2Fe, 4H^2O$. — Les mesures calorimétriques ont été faites vers 12°,5. La chaleur dégagée par la dissolution de la mol-g de sel dans un grand excès d'eau est égale à $+2^{cal},44$ (400 mol-g d'eau libre), $+2^{cal},47$ (605 mol-g), $+2^{cal},48$ (700 mol-g) et $+2^{cal},52$ (1105,5 mol-g). La concentration finale obtenue dans la mesure de la chaleur initiale $q_0^{c'}$ et des chaleurs de dilution $L_c^{c'}$ est $p'=1\%$; $h'=1109,55$; $c'=0,0009$.

Concentrations initiales.								
p.	h.	c.	γ_{moy} (12°-14°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.	a_c.
				cal				
0	∞	0		$+2,52\,(q_0^{c'})$				
			cal		cal	cal	cal	cal
5	225,11	0,0044	0,962	+2,05	+0,16	+2,36	0	0
10	114,55	0,0087	0,918	+1,70	+0,45	+2,07	+0,0032	+0,35
25	48,22	0,0207	0,842	+0,83	+0,98	+1,54	+0,0169	+0,70
38	33,09	0,0302	0,790	+0,05	+1,38	+1,14	+0,0377	+1,09
39	32,35	0,0309	–	0,00				
50	26,11	0,0383	0,750	−0,60	+1,63	+0,89	+0,0638	+1,41
75	18,74	0,0534	0,698	−1,77	+2,26	+0,26	+0,1290	+1,90
100	15,06	0,0664	0,652	−2,40	+2,85	−0,33	+0,1849	+2,04
125	12,84	0,0778	0,622	−3,02	+3,30	−0,78	+0,2436	+2,15
140	11,90	0,0841	0,605	−3,30	+3,60	−1,08	$+0,276_3$	+2,18
143,5 (sat.)	11,70(H)	0,0854(C)	0,602	$-3,35\,(q_C)$ (extrap.)	+3,66	−1,14	$+0,284_2$	+2,19

On trouve, pour la chaleur limite, $-3^{cal},35$ (extrap.) et $-3^{cal},34$ (calc.). Les chaleurs spécifiques satisfont à l'équation $\gamma_{moy}(12°\text{-}14°)=\frac{3,7+h}{13,6+h}$.

Remarque. — La solubilité de ce sel croît avec la température, q_C doit être négatif; or la chaleur initiale $q_0^{c'}$ est positive, la chaleur différentielle q_c doit donc s'annuler pour une concentration déterminée. Le tableau précédent montre en effet que q_c décroît quand la concentration augmente; d'abord positive, en liqueur étendue, cette chaleur s'annule

([1]) Pour la technique opératoire et les notations ci-dessous, voir *Thèse*, Paris, 1936, p. 47, 53 et 16 (série A, n° **1679**, **2545**).

pour $h = 32,35$ et devient négative pour les solutions plus concentrées. La chaleur intégrale de dissolution Q_c, s'annule pour une valeur de la voisine de 16,8. J'ai observé antérieurement des résultats analogues pour $Cl^2Mn.4H^2O$ à 12°, $(SO^4)^3Al^2.18H^2O$ et $SO^4Mn.5H^2O$ à 17° (2).

2. *Nitrate de nickel* $(NO^3)^2Ni, 6H^2O$. — J'ai obtenu cet hydrate vers 40°C. en évaporant et faisant cristalliser une solution aqueuse concentrée de nitrate. L'étude calorimétrique de ce sel a été effectuée à 11°-12°. En dissolvant la mol-g d'hydrate dans 400, 616, 808,3 et 1100 mol-g d'eau libre, on trouve pour les chaleurs dégagées les nombres : $-7^{cal},64$, $-7^{cal},65$, $-7^{cal},66$ et $-7^{cal},67$. Dans la mesure de $q_0^{c'}$ et de $L_c^{c'}$, la concentration obtenue est $p' = 2\%$; $h' = 814,33$; $c' = 0,00123$.

Concentrations initiales.								
p.	h.	c.	γ_{moy} (11°-13°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.	a_c.
			cal	cal	cal	cal	cal	cal
0	∞	0		$-7,66$ ($q_0^{c'}$)				
5	329,33	0,0030	0,960	$-7,55$	$-0,03$	$-7,63$	0	0
10	167,67	0,0060	0,923	$-7,43$	$-0,08_5$	$-7,58$	$-0,0003$	$-0,55$
25	70,67	0,0141	0,851	$-7,00$	$-0,24$	$-7,42$		
50	38,33	0,0261	0,775	$-6,72$	$-0,49$	$-7,17$	$-0,0115$	$-0,37$
100	22,17	0,0451	0,694	$-6,85$	$-0,73$	$-6,93$	$-0,0089$	$-0,14$
125	18,93	0,0528	0,664	$-7,00$	$-0,75$	$-6,91$	$-0,0005$	$-0,00_7$
150	16,44	0,0608	0,650	$-7,17$	$-0,74$	$-6,92$	$+0,0076$	$+0,08$
200	14,08	0,0710	0,628	$-7,45$	$-0,65$	$-7,01$	$+0,0395$	$+0,32$
225	13,18	0,0758	0,618	$-7,55$	$-0,57$	$-7,09$	$+0,0563$	$+0,41$
250	12,47	0,0802	0,610	$-7,66$	$-0,55_5$	$-7,11$	$+0,070$	$+0,45$
290 (sat.)	11,57(H)	0,0864(C)	0,599	$-7,78$ (q_C) (extrap.)	$-0,46$	$-7,20$	$+0,0969$	$+0,54$

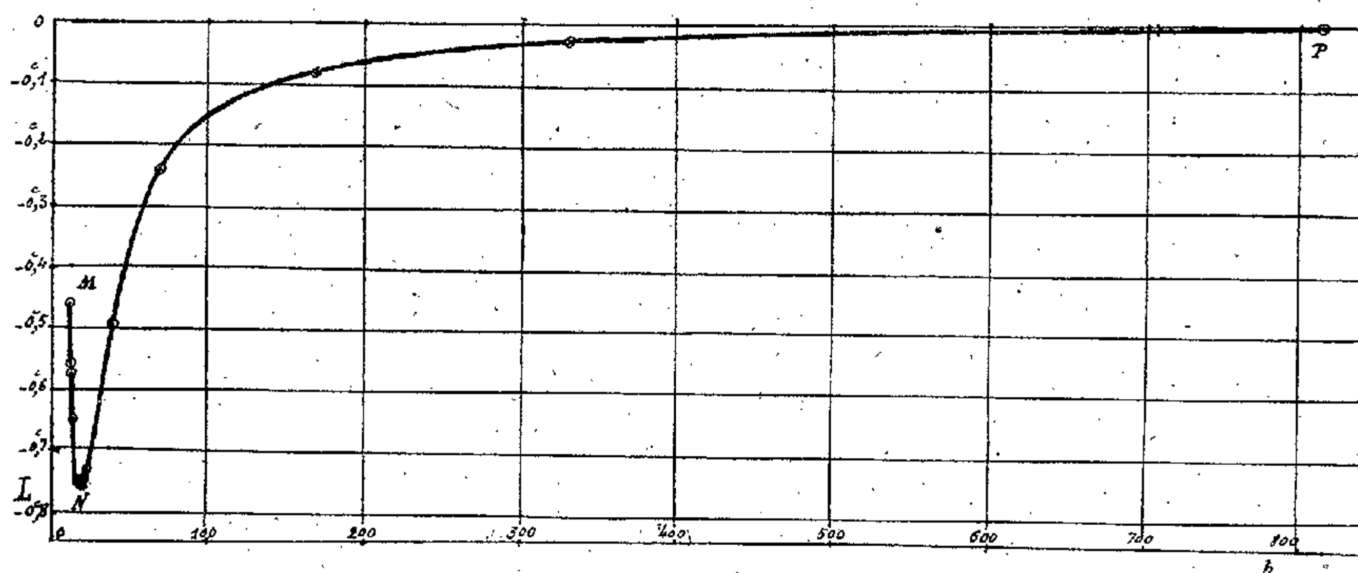
On trouve pour q_C, $-7^{cal},78$ (extrap.) et $-7^{cal},74$ (calc.) Pour les chaleurs spécifiques γ_m (11°-13°) $= \frac{9,694 + h}{22,743 + h}$.

Remarque. — Les solutions très concentrées de ce sel très soluble présentent la même particularité que celles du carbonate de potassium (3). L'allure des graphiques des effets thermiques de dissolution et de dilution, en fonction des concentrations, est la même dans les deux cas. La courbe $L_c^{c'} = f(h)$ du nitrate de nickel, représentée par la figure ci-après, accuse un minimum très net N, au voisinage de $h = 18,93$.

Pour les solutions très concentrées, les chaleurs différentielles de

(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930 p. 52; **198**, 1934 p. 1410.
(3) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 442.

dilution l_c, directement mesurées, sont positives; elles s'annulent en N, puis deviennent négatives pour les concentrations plus faibles. La courbe $L_c = f(h)$ présente, pour ces deux sels, deux branches MN et NP, alors qu'on n'observe, dans les autres cas que j'ai étudiés, qu'une seule



Chaleurs de dilution $L_h^{14,3}$ du nitrate de nickel à 11°-12°.

branche analogue à NP. Au graphique $q_c = \varphi(h)$, du nitrate de nickel, correspond un maximum pour $h = 38,33$.

3. *Nitrate de plomb* $(NO^3)^2Pb$. — Ce sel a été étudié à 10°-11°. La chaleur de dissolution de la mol-g de ce nitrate dans 400, 500, 800, 1070, 1400 et 1838 mol-g d'eau est respectivement égale à $-7^{cal},90$, $-8^{cal},15$, $-8^{cal},35$ $-8^{cal},40$, $-8^{cal},58$ et $-8^{cal},75$. On obtient $p' = 1\%$; $h' = 1838,9$; $c' = 0,00054$.

Concentrations initiales.								
p.	h.	c.	γ_{moy} (10°-12°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.	l_c.	a_c.
				cal				
0	∞	0		$-8,75\ (q_0^{c'})$	cal	cal	cal	cal
5	367,78	0,0027	0,950	−7,48	−0,85	−7,90	−0,0024	−0,88
10	183,89	0,0054	0,906	−6,47	−1,45	−7,30	−0,0069	−1,26
20	91,44	0,0109	0,834	−5,00	−2,36	−6,39	−0,0143	−1,31
30	61,30	0,0163	0,774	−4,20	−3,00	−5,75	−0,0231	−1,41
40	45,97	$0,0217_5$	0,732	−3,78	−3,45	−5,30	−0,0310	−1,43
46 (sat.)	$39,98_{(H)}$	$0,0250_{(C)}$	0,712	$-3,60\ (q_C)$ (extrap.)	−3,68	−5,07	−0,036	−1,45

On a, pour la chaleur limite, $-3^{cal},60$ (extrap.) et $-3^{cal},62$ (calc.) et pour γ, $\gamma_{moy}(10°\text{-}12°) = \frac{7,3 + h}{27 + h}$.

4. *Conclusion.* — Il résulte notamment de ce travail que *les solutions très concentrées de nitrate de nickel se comportent, au point de vue des effets thermiques de dissolution et de dilution, d'une façon anormale, comme celles*

de carbonate de potassium; cette propriété doit sans doute s'étendre à quelques autres sels très solubles, qui feraient ainsi exception au cas général.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de divers anions sur la densité optique des suspensions de gomme-gutte.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mme **Suzanne Anglade-Thévenet**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. Lorsqu'on prépare une suspension de gomme-gutte ou de résine mastic par dilution dans l'eau d'une solution alcoolique de ces résines, la présence, dans cette solution alcoolique, d'oléate de Na ou de palmitate de K entraîne une diminution de la grosseur moyenne des grains de la suspension. Loiseleur et Schmitz, qui ont constaté ce phénomène, l'ont rattaché à l'abaissement de tension superficielle dû à la présence des sels précités. Les expériences (1) analogues que nous avons effectuées en dissolvant des sels biliaires dans la solution alcoolique de résine nous ont amenés à penser que l'abaissement de tension superficielle ne semblait pas devoir être le facteur déterminant du phénomène. C'est ce que confirment les observations rapportées dans la présente Note.

2. En dissolvant dans la solution alcoolique diverses substances fortement tensio-actives telles que alcool isoamylique, thymol, menthol, éther ordinaire, terpinéol, non seulement on n'observe aucune diminution de la densité optique des suspensions obtenues, mais on constate, dans de nombreux cas, un accroissement de cette densité optique; en outre l'addition de ces diverses substances semble entraîner une partie de la gomme-gutte sous forme de grumeaux à la partie supérieure de la suspension, ce qui enlève toute précision aux mesures faites.

3. L'addition de soude, qui ne produit aucun abaissement de tension superficielle, détermine une diminution très importante de la densité optique des suspensions de gomme-gutte. Les expériences ont été conduites en introduisant la soude soit dans la solution alcoolique de gomme-gutte A, soit dans l'eau servant à diluer la solution alcoolique de gomme-gutte B, soit dans la suspension même de gomme-gutte C. Dans ce dernier cas, on préparait une suspension de gomme-gutte de concentration double en gomme et on diluait cette suspension avec un

(1) *Comptes rendus,* **211,** 1941, p. 788.

égal volume de solution de soude en concentration double de celle qu'on voulait réaliser dans le mélange. Le tableau suivant donne, pour des quantités de soude *c* rapportées à 5$^{cm^3}$ d'une solution alcoolique de gomme-gutte, les densités optiques δ relatives aux suspensions obtenues par les trois modes opératoires précédents.

c....	0.	0,0002.	0,0014.	0,005.	0,01.	0,015.
δA.........	3,50	2,68	1,43	0,80	–	–
δB.........	3,50	–	3,38	2,67	1,79	0,65
δC.........	3,50	–	3,40	2,67	1,69	0,63

Pour d'égales quantités de soude mises en œuvre, la diminution de densité optique est beaucoup plus grande avec le mode opératoire A qu'avec les modes opératoires B ou C.

4. La diminution du rayon des sphérules en présence de soude paraissant pouvoir être rattachée à l'action des anions OH^-, nous avons recherché si des sels à anion polyvalent (comme le phosphate trisodique ou le citrate de Na) ne se comporteraient pas d'une manière analogue. Ces sels étant très peu solubles dans l'alcool nous avons dû les dissoudre dans l'eau utilisée pour diluer la solution alcoolique de gomme-gutte, c'est-à-dire nous placer dans des conditions où les substances sont moins actives que lorsqu'on les introduit dans la solution alcoolique de gomme-gutte. On a écrit ci-dessous les densités optiques des suspensions de gomme-gutte pour diverses concentrations *c* (en mol.-g./l.) en citrate de Na, en phosphate de Na et en oléate de Na.

Phosphate de Na.		Citrate de Na.		Oléate de Na.	
$c.10^{-3}$M.	δ.	$c.10^{-3}$M.	δ.	$c.10^{-3}$M.	δ.
0.........	3,78	0.........	3,78	0.......,	3,78
0,066.....	2,92	0,71......	2,52	0,32.....	2,14
0,13......	1,88	1,42.....	2,36	0,49.....	1,16
0,26......	0,92	2,84.....	1,92	0,98.....	0,15

Bien que n'étant pas tensio-actif, le phosphate de Na détermine un abaissement de la densité optique supérieur à celui que produit l'oléate.

5. Les additions étudiées dans cette Note se placent dans l'ordre suivant de leur efficacité décroissante : phosphate trisodique, soude, oléate de Na et citrate de Na. Les résultats ainsi obtenus ne permettent pas de rattacher à un abaissement de tension superficielle les diminutions produites dans la dimension moyenne des granules d'une suspension de gomme-gutte par l'addition d'oléate de Na, de palmitate de K ou de sels biliaires.

PHYSICOCHIMIE. — *Rôle joué par les couches superficielles du métal dans le phénomène de fragilité de décapage de l'acier extradoux recuit.* Note [1] de M. **Paul Bastien**, présentée par M. Léon Guillet.

L'hydrogène atomique, résultant de la réaction d'une solution acide diluée sur le fer, provoque, en diffusant dans le métal attaqué, une fragilité très nette de celui-ci. Cette fragilité diminue progressivement dans le temps et nous avons montré [2] que la rapidité avec laquelle l'échantillon étudié récupère ses caractéristiques initiales variait, dans de larges limites, avec la nature du milieu extérieur (vide, air sec, air humide, eau).

Opérant sur des fils de diamètres échelonnés (0,5 à 2^{mm}), du même acier extradoux recuit ($C = 0,065\ \%$), nous avons poursuivi un programme systématique d'essais ayant pour but de préciser le mécanisme de la fragilité de décapage et de son évolution dans le temps. Les deux milieux d'attaque utilisés par nous furent une solution aqueuse à 10 % d'acide chlorhydrique ($D = 1,19$) et une solution à 10 % du même acide, additionnée de 0,01 % de sulfure Na^2S [3]; les durées d'immersion des fils allaient de 15 minutes à 48 heures. Comme précédemment, la fragilité du fil a été appréciée à l'aide d'essais de pliages alternés.

Les principales conclusions se dégageant de ces recherches sont les suivantes :

a. Influence du rayon des fils sur les caractéristiques de pliage et sur le volume de gaz dégagé dans le temps après décapage. — Entre le nombre de pliages N supporté par le fil après décapage et son rayon R, on a la relation : $N = K(1/R)$ (K constante pour une durée d'attaque donnée), dont les fils s'écartent très sensiblement à l'état initial. Il est, de plus, facile de suivre, à la température ordinaire, les dégagements d'hydrogène des fils et les variations concomittantes de leur fragilité en les plaçant dans des éprouvettes à gaz remplies d'une eau distillée préalablement débarrassée par ébullition prolongée de la majeure partie de ses gaz dissous :

---

(1) Séance du 21 avril 1941.

(2) P. Bastien, *Comptes rendus*, 208, 1939, pp. 105 et 188.

(3) Nous avons constaté que l'addition de 0,01 % de sulfure Na^2S aux solutions d'acide chlorhydrique dilué en accroissant la quantité d'hydrogène atomique diffusant, toutes choses égales par ailleurs, dans l'acier doux accentue les phénomènes de fragilité de décapage.

les nombreux essais auxquels nous avons procédé, sur fils recuits, ont montré que le dégagement d'hydrogène d'abord rapide ralentit progressivement et que la diminution de la fragilité des fils a une allure parallèle; lorsque le dégagement cesse, les fils ont récupéré leurs caractéristiques initiales de pliage. La quantité totale de gaz dégagée par un fil est sensiblement proportionnelle au rayon de celui-ci : $V = K'.R$ (K' coefficient constant pour une durée d'attaque donnée).

b. Influence de la durée d'attaque sur le temps nécessaire à la restauration des caractéristiques de pliage et sur le volume de gaz dégagé. — Pour un rayon de fil donné, le volume total de gaz dégagé, dans les conditions définies précédemment, augmente rapidement avec la durée d'attaque jusqu'à une valeur de celle-ci de l'ordre de 4 heures; au delà, il n'augmente plus que très lentement. Le temps nécessaire pour obtenir la récupération totale des caractéristiques initiales de pliage des fils varie de façon parallèle.

c. Résultats donnés par l'enlèvement mécanique de couches successives de fils. — Sur les fils décapés, des épaisseurs progressives de métal, allant de 1/200e à 25/100e de millimètre, furent enlevées mécaniquement avec beaucoup de précaution et les caractéristiques de pliage à chaque stade furent comparées à celles de fils non décapés auxquels les mêmes épaisseurs avaient été enlevées de façon identique. Les essais systématiques effectués, pour plusieurs durées de décapage et pour des conditions de récupération variables, nous ont montré notamment que la fragilité due au décapage était localisée dans les couches superficielles des fils et qu'elle évoluait dans le temps particulièrement vite dans ces mêmes couches.

L'ensemble des résultats obtenus nous amène à conclure que, pour un acier extradoux recuit et des durées de décapage inférieures ou égales à 48 heures, la quasi-totalité de l'hydrogène atomique résultant de l'action de l'acide dilué sur le fil est concentrée dans la couche adsorbée et dans les couches de métal immédiatement avoisinantes; la décroissance des concentrations en hydrogène est rapide dès que l'on s'éloigne de la zone périphérique. Après décapage, deux phénomènes ont lieu simultanément dans le fil : un départ rapide d'hydrogène vers l'extérieur, avec recombinaison $H \rightarrow H^2$ en surface, et une diffusion lente vers l'intérieur. Le premier phénomène est de beaucoup le plus important.

Ce rôle des couches superficielles explique pourquoi :

1° L'essai de pliage, qui intéresse particulièrement les zones périphériques du métal essayé, caractérise si bien la fragilité de décapage;

2° La nature du milieu extérieur dans lequel séjourne le métal après décapage influe si nettement sur la vitesse de disparition de la fragilité de décapage : les milieux extérieurs favorisant la recombinaison $H \rightarrow H^2$ et l'abaissement de la concentration en hydrogène dans la couche adsorbée seront ceux dans lesquels la récupération des caractéristiques initiales sera la plus rapide (Exemple : récupération rapide dans l'eau, très lente dans l'air sec, variable dans l'air humide avec le degré hygrométrique de celui-ci);

3° Les mesures de dureté et de conductibilité électrique, tout en confirmant les conclusions précédentes, sont moins sensibles que les méthodes d'essais indiquées précédemment en raison de la localisation superficielle des couches particulièrement perturbées.

GÉOLOGIE. — *Sur le Moyen-Atlas.*

Note [1] de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Le *Moyen-Atlas* n'est qu'une chaîne de second ordre, mais bâtie comme le Haut-Atlas [1] sur le plan des chaînes de fond. Alors que le Haut-Atlas acquiert son exaltation maximum dès son tronçon occidental, le Moyen-Atlas débute faiblement par le petit pli des Djebilet, remaniant un matériel mort, dont les lignes structurales hercyniennes ont une orientation sub-méridienne. Ensuite, tangentiellement au Haut-Atlas, il se développe faiblement, pour ne prendre son caractère propre qu'à partir de la transversale de El-Ksiba, à 340^{km} de l'Océan, c'est-à-dire lorsqu'il s'oriente vers le Nord-Est. Son tronçon majeur s'accuse dans les régions où il s'éloigne du Haut-Atlas et entre des méridiens où celui-ci tend déjà à s'atténuer. Encore n'est-il pas plissé dans toute sa largeur : H. Termier [2] a bien mis en évidence une divison en une zone méridionale, plissée, et un Moyen-Atlas tabulaire au Nord. La chaîne se termine brusquement par un ennoyage de grand style, à l'Ouest de Guercif.

Nous possédons peu de données précises sur les phases orogéniques du Moyen-Atlas.

1° *Phase hercynienne.* — Aucune boutonnière notable de Paléozoïque

---

(1) Séance du 31 mars 1941.

(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 648.

(3) En ce qui concerne les références bibliographiques, voir la note infrapaginale, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 556.

n'apparaît dans la chaîne. A sa marge septentrionale, le massif central marocain, analysé par Termier, montre néanmoins, pour les plissements hercyniens essentiels, une direction allant du Sud-Ouest au Nord-Est, c'est-à-dire à peu près parallèle à celle que prendra plus tard le Moyen-Atlas lui-même.

2° *Phase jurassique*. — Comme dans le Haut-Atlas, la phase anté-cénomanienne est annoncée au Dogger par une instabilité du tréfond qui se traduit par des zones de subsidence. C'est à cette instabilité, ou aux plissements subséquents, qu'on peut aussi attribuer le *grand synclinal d'âge secondaire*, que H. Termier a révélé au Nord de Marchand, à près de 100^{km} au Nord-Ouest du Moyen-Atlas, et qui témoigne de l'énorme extension transversale de ces déformations. Le Moyen-Atlas ne fournit aucune donnée stratigraphique permettant de préciser l'âge des mouvements anté-cénomaniens. En considération de la parenté géologique de cette chaîne avec le Haut-Atlas, on peut cependant penser que la phase orogénique s'y place aussi au Jurassique supérieur.

3° *La phase de détail post-sénonienne* n'est pas non plus datée exactement. La discordance légère des couches à *Cardita Beaumonti* laisse toutefois supposer qu'elle s'est fait sentir, ici, comme dans le Haut-Atlas.

4° *Phase oligocène*. — L'oligo-miocène n'est guère connu que sur le flanc méridional de la chaîne, au bord de la dépression de la Moyenne Moulouya. Vers l'Est, il joue pour l'Helvétien le rôle d'un conglomérat de base et il n'en est séparé que par une discordance légère ou nulle. Cette observation me fait admettre que, au moins localement, l'*Oligo-miocène* est en majeure partie, ou en totalité, du Miocène inférieur.

La date des plissements anté-oligomiocènes est donc comprise ici entre le Maestrichtien et le Miocène. Il n'est pas interdit d'admettre que ces plissements sont post-éocènes, au moins dans le centre de la chaîne. Celui-ci avoisine en effet la partie du Haut-Atlas qui comporte un Éocène complet, concordant avec le Maestrichtien. Ainsi, nous sommes amenés à situer les plissements à l'Oligocène, comme dans le Haut-Atlas.

5° *Phase miocène*. — L'Helvétien lui-même, concordant ou presque sur l'Oligo-miocène, est transgressif localement sur les plis de détail du Jurassique dans la terminaison nord-est du Moyen-Atlas. Il est fortement redressé contre le versant méridional du Dj. Ighesdis. La phase se place donc probablement au Vindobonien moyen ou supérieur.

6° Nous ne possédons aucun indice valable de *mouvements post-pliocènes* dans la chaîne. Par contre, à sa marge nord, les calcaires plio-quaternaires

du Saïs sont affectés de l'importante flexure à regard nord de Seba Aïoun, mise en évidence par Daguin et appartenant au cortège de l'orogénie moyen-atlasique. Comme pour le Haut-Atlas, nous enregistrons donc des mouvements récents à la marge de la chaîne, mais nous ignorons si tout l'édifice en fut affecté.

Les phases analysées et numérotées ([2]) sont donc comparables dans l'Anti, le Haut et le Moyen-Atlas. *La première*, *la phase hercynienne*, est accusée dans les deux premières chaîne. Ensuite, au *Jurassique supérieur*, l'ébauche d'une 2° *phase* se manifeste, au moins dans le Haut et le Moyen-Atlas. Elle est suivie, *à la fin du Sénonien et avant le Maestrichtien*, de mouvements faibles mais étendus à de vastes surfaces; c'est là une 3° *phase*. Puis, en viennent deux autres, plus importantes, plus marquées : la 4° *phase*, oligocène, et la 5° *phase*, vindobonienne. Ces deux dernières correspondent au paroxysme de l'orogénie atlasique. Mais, jusque dans l'Anti-Atlas, des déformations à grand rayon de courbure se manifestent encore au Pliocène, lors d'une dernière et 6° *phase*.

H. Termier a écrit que le Moyen-Atlas a été préparé de longue date. La notion peut être étendue aux autres chaînes atlasiques et poussée plus loin. Du Jurassique, et même du Carbonifère jusqu'à la fin du Tertiaire, *les efforts orogéniques se développent sur le même plan*, *avec la même orientation dans les trois chaînes*. Depuis le Carbonifère, les conditions de tension et de pression dans le Nord-Ouest du bâti africain n'ont varié qu'en intensité.

STRATIGRAPHIE. — *Le passage du Crétacé à l'Éocène dans la région de Suez*. Note de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

D'une série de Notes publiées de 1920 à 1924, J. Barthoux et H. Douvillé ont tiré la conclusion d'une continuité de sédimentation entre les formations du Crétacé et de l'Éocène de la région de Suez.

Après les travaux de H. Sadek ([1]) sur la portion du désert Arabique comprise entre le Gebel Ataka et le Gebel Galala El-Baharia, j'avais, déjà en 1930 ([2]), renoncé à suivre ces deux auteurs et attribué à l'Éocène

---

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 648.

([1]) *Survey of Egypt*, Paper n° **40**, 120 p., Le Caire, 1926.

([2]) Cuvillier J., *Mém. Inst. Ég.*, **16**, p. 124-129, Le Caire, 1930 (*Thèse*).

moyen les premiers dépôts du Nummulitique développés sur le Crétacé supérieur de cette région. Après y avoir fait de nouvelles visites et repris l'étude des matériaux que j'en ai rapportés, je suis à même, avec des arguments complémentaires, de confirmer mon hypothèse de transgression.

La dernière des Notes de H. Douvillé sur cette question (3), qui établissait un parallélisme entre les successions Crétacé-Éocène situées au nord et au sud de Suez, d'une part au Gebel Géneffé, d'autre part au Gebel Ataka, propose des équivalences de niveau qu'il ne paraît pas possible de maintenir. Au Gebel Géneffé, l'Éocène, reposant sur la craie à *Orbitoides gensacica* Leym., débute par des calcaires grisâtres avec *Alveolina ovulum* St., *Nummulites Lucasi* Defr., *Coskinolina*. H. Douvillé y voit le terme le plus ancien de l'Éocène inférieur, en tirant surtout argument de la présence de *Coskinolina*; mais ce fossile tient compagnie, aux environs du Caire, où je l'ai récemment signalé (4), et ailleurs en Égypte, à *Dictyoconus egyptiensis* Chapm. sp, et à *Orbitolites complanatus* Lmk. dans des terrains de l'Éocène moyen; il n'est donc pas caractéristique de l'Éocène inférieur; et, comme Barthoux (5) avait précisément signalé dans le niveau de base de l'Éocène du Gebel Géneffé l'existence de ces *Orbitolites*, il faut abandonner l'hypothèse d'une sédimentation continue et admettre la transgression sinon du Lutétien, tout au moins, de l'Ypréso-Lutétien sur la craie maestrichtienne; les dépôts qui viennent ensuite appartiennent du reste déjà franchement à l'Éocène moyen.

Au Gebel Ataka, l'équivalent du Crétacé terminal à *O. gensacica* serait constitué par un niveau à *Orbitoides apiculata* Schl., *Coskinolina liburnica* St. et *Lituonella liburnica*, supportant un calcaire à *Orbitolites pharaonum* Schw., *N. globulus* Leym., *N. Guettardi* d'Arch., *Operculina libyca* Schw. de l'Éocène inférieur. La présence de *O. apiculata* en compagnie de deux Foraminifères coniques dont l'un est, ailleurs, dans le Lutétien et l'autre appartient à un genre habituellement d'âge Éocène moyen (*Lituonella*) est évidemment troublante; mais la mention faite par Sadek du même Orbitoïdé, déterminé par H. Douvillé, dans des couches plus récentes du Sud du Gebel Ataka (6) où il est associé à *D. egyptiensis* et à d'autres fossiles lutétiens, fait penser ou bien que *O. apiculata* n'a plus de valeur strati-

(3) *C. R. Soc. Géol. Fr.*, 12, Paris, 1924, p. 113-114.
(4) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 502.
(5) *Mém. Inst. Eg.*, 5, 1922, p. 77-80, Le Caire (*Thèse*).
(6) H. Sadek, *loc cit.*, (*Orbitoides aviculata*), p. 47.

graphique, ou bien, et c'est plus plausible, qu'il existe à l'état remanié parmi des organismes plus récents. Et l'on se trouve déjà en présence, non du terme le plus jeune du Crétacé, mais de la base de l'Éocène transgressif, d'âge Yprésien supérieur ou Ypréso-Lutétien comme au Gebel Géneffé, le niveau à *O. pharaonum* (= *O. complanatus* A), qui lui fait suite, annonçant comme en Haute-Egypte, avec les dernières *Op. libyca*, le début de l'Éocène moyen.

La transgression a donc été la règle, dans la région de Suez comme partout en Égypte, à l'exception peut-être de l'oasis de Farafra; elle semble s'y être produite un peu plus tard que dans la Thébaïde ainsi qu'en témoigne l'absence, soulignée par Sadek, sous les premiers dépôts nummulitiques, des formations bien particulières que représentent les calcaires schisteux à nodules de silex, les couches à grandes *Lucina thebaica* Zitt., à *Conoclypeus Delanouei* De Lor., etc., de Chaghab, du Gebel Gournah, de Girga et d'autres localités du sud de l'Égypte. Cette transgression, Barthoux ([7]) l'avait mise en évidence pour quelques successions qui appartiennent encore à la région de Suez comme le Gebel Raha et le Gebel Chébréouet; il restait à montrer qu'elle n'admet pas les exceptions proposées par H. Douvillé pour le Gebel Géneffé et le Gebel Ataka.

PALÉOBOTANIQUE. — *Solution du problème posé par l'ontogénie comparée des plantules des Phanérogames.* Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La théorie de l'accélération basifuge doit être rejetée, comme l'ont démontré P.-A. Dangeard ([1]) et P. Bugnon ([2]). Mais le problème conserve un puissant intérêt en raison des faits nouveaux que nous apporte chaque jour l'ontogénie comparée des végétaux carbonifères. Tout d'abord il est nécessaire de préciser que *l'accélération basifuge* est en contradiction formelle avec trois principes fondamentaux d'organisation et d'évolution des végétaux vasculaires :

1° *Principe de l'évolution différentielle des parties* (admis par tous les

---

([7]) *B. S. G. F.*, **24**, 1924, p. 30-32.

([1]) *Comptes rendus*, **107**, 1888, p. 635, et *Bull. Soc. bot. Fr.*, **60**, 1913, p. 73 et 113.

([2]) *Comptes rendus*, **174**, 1922, p. 954.

paléobotanistes). — Toutes les parties de la plante primitive (*rhizome primordial horizontal*, rameaux aériens dressés ou assimilateurs, rameaux fructifères, rameaux absorbants) évoluent en corrélation les unes avec les autres, mais chacune d'elles a son histoire évolutive propre. En particulier, *tiges* et *racines* sont l'aboutissement de deux processus divergents d'évolution.

2° *Principe de la différenciation basipète des faisceaux foliaires dans la tige des Phanérogames.* — Admis par tous les anatomistes depuis Mohl et Nägeli, mis en pleine lumière par Lignier (*Notice scientifique*, 1914), ce principe a servi de base à la démonstration de Bugnon (1922).

3° *Principe de la différenciation hâtive*, admis par tous les biologistes. — Au cours de l'ontogénèse, ce sont les organes ou les tissus les plus immédiatement utiles au jeune être, qui apparaissent les premiers. L'ordre d'apparition constaté chez les plantules des Phanérogames n'est donc pas conforme à l'ordre phylogénique.

Corollaire du 3e principe : Inversion de la phylogénie dans l'ontogénie. — Au cours du développement, ce sont les dispositifs ancestraux qui apparaissent en dernier lieu (D. H. Scott, *Cycadées*, 1897, p. 406). Dans l'axe hypocotylé de *Libocedrus*, M. E. Boureau (1938) constate que la structure *Dineuron* apparaît la première et que la structure *Clepsydropsis* est réalisée seulement chez les plantules âgées ou blessées. Or l'ordre phylogénique indiqué par les plantes fossiles est le suivant : 1° État ancestral : un faisceau tubulaire axial (*Rhynia major*, pétioles de *Clepsydropsis*, traces foliaires de *Thamnopteris*). 2° *Clepsydre*, provenant de la bifurcation du faisceau initial, d'où 2 tubes qui demeurent concrescents grâce au bois primaire centripète développé entre eux. 3° *Dineuron* : 2 tubes ouverts sur leur face externe, d'où 2 gouttières longitudinales.

Au total *la forme tubulaire du faisceau est primitive, la forme en gouttière est dérivée.*

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les changements de structure réversibles des noyaux et du cytoplasme dans les poils aériens de la Courge.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Nous avons indiqué récemment [1] que le noyau des cellules de Courge pouvait être rendu granuleux par l'action de l'eau acétique agissant pen-

[1] *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 173.

dant un temps limité, sans perdre sa vitalité ni la possibilité de retourner à son état antérieur homogène et hyalin. Nous allons voir que le cytoplasme peut subir également des changements de structure réversibles.

Les expériences ont porté sur les poils aériens de la plantule de Courge dont les cellules possèdent un noyau toujours homogène avec des chromocentres périphériques et un nucléole entouré de plusieurs gros chromocentres. Sur les travées cytoplasmiques hyalines se déplacent des microsomes, des chondriosomes en bâtonnets ou filamenteux et de petits chloroplastes globuleux.

Dans l'eau acétique à 1 % la cyclose se ralentit, puis s'arrête; les chondriosomes se rassemblent en amas et prennent peu à peu une forme arrondie; ils finissent par perdre toute visibilité. Les microsomes et les chloroplastes immobilisés paraissent souvent peu modifiés. Les travées partant du noyau se résorbent en partie. Celles qui subsistent se contractent, prennent la forme de cordons noueux, puis deviennent moniliformes. Les renflements cytoplasmiques peuvent s'isoler et parfois tomber dans la

qu'une cellule dont le noyau a été granulisé et le demeure, ne montrera pas trace d'une reprise de cyclose cytoplasmique et, inversement, une cellule dont le noyau a repris l'état antérieur homogène a beaucoup de chances d'enregistrer au moins un début de reprise de la cyclose et, dans la majorité des cas, cette cellule pourra reprendre sa pleine vitalité et la cyclose active.

La récupérationdu cytoplasme apparaît donc subordonnée à celle du noyau, laquelle est immédiate et rapide dès que la cellule est replacée en milieu normal; 15 ou 20 minutes suffisent si le noyau n'est pas trop altéré, autrement la reprise est lente, elle n'aboutit pas en général à son achèvement, et, par voie de conséquence, la cellule entière se nécrose. La récupération du noyau consiste dans l'effacement progressif de la structure qui s'estompe peu à peu et disparaît, dans la résorption de l'aire périnucléolaire, la diminution de visibilité du contour nucléaire, le retour à une forme ovoïde régulière et le rétablissement du volume primitif. Dans l'ensemble il paraît s'agir d'une réhydratation.

Tant que le noyau n'a pas récupéré, il n'y a pas trace d'une reprise formelle de vitalité dans le cytoplasme. Celui-ci a l'apparence d'être figé, mais les microsomes peuvent cependant y manifester sur place de vifs mouvements browniens, ce qui prouve qu'une partie du cytoplasme possède une faible viscosité. Les plastes pendant cette période subissent des changements importants : ils deviennent souvent vésiculeux par suite de la condensation du stroma chlorophyllien en un croissant et la formation d'une bulle liquide limitée par une fine membrane. Ce phénomène ne semble pas atteindre les chondriosomes qui cependant peuvent subir un gonflement très notable et s'hypertrophier.

La reprise de la cyclose est progressive et lente. Elle débute par de faibles déplacements rectilignes des microsomes venant s'ajouter à la trépidation brownienne. Ces trajets des microsomes deviennent de plus en plus longs et fréquents, tandis que l'agitation sur place diminue. Un mouvement régulier et rapide succède, lorsque la cyclose est pleinement rétablie. Les chondriosomes participent peu à peu au mouvement et reprennent leurs formes filamenteuses habituelles. Les plastes se *dévésiculisent* lentement, le stroma vert gagnant peu à peu aux dépens de la vésicule claire qui finit par se résorber.

La récupération dans une cellule de Courge traitée par l'acide acétique dilué met donc en jeu des actions complexes de réparation dont l'origine est dans le noyau. La reprise de l'état initial homogène par le noyau condi-

tionne la reprise de la cyclose. L'altération des chloroplastes par vésiculisation est entièrement réversible. Les chondriosomes bacillaires et filamenteux transformés en granules et même hypertrophiés reprennent facilement l'état antérieur. Une altération plus complète de chondriosomes se traduisant par leur cavulation et l'alvéolisation du cytoplasme est par contre incompatible avec la reprise du mouvement cytoplasmique généralisé.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Évolution du noyau de la microspore chez les Crucifères.* Note de Mlle **Marcelle Jouvenel-Marcillac**, présentée par M. Louis Blaringhem.

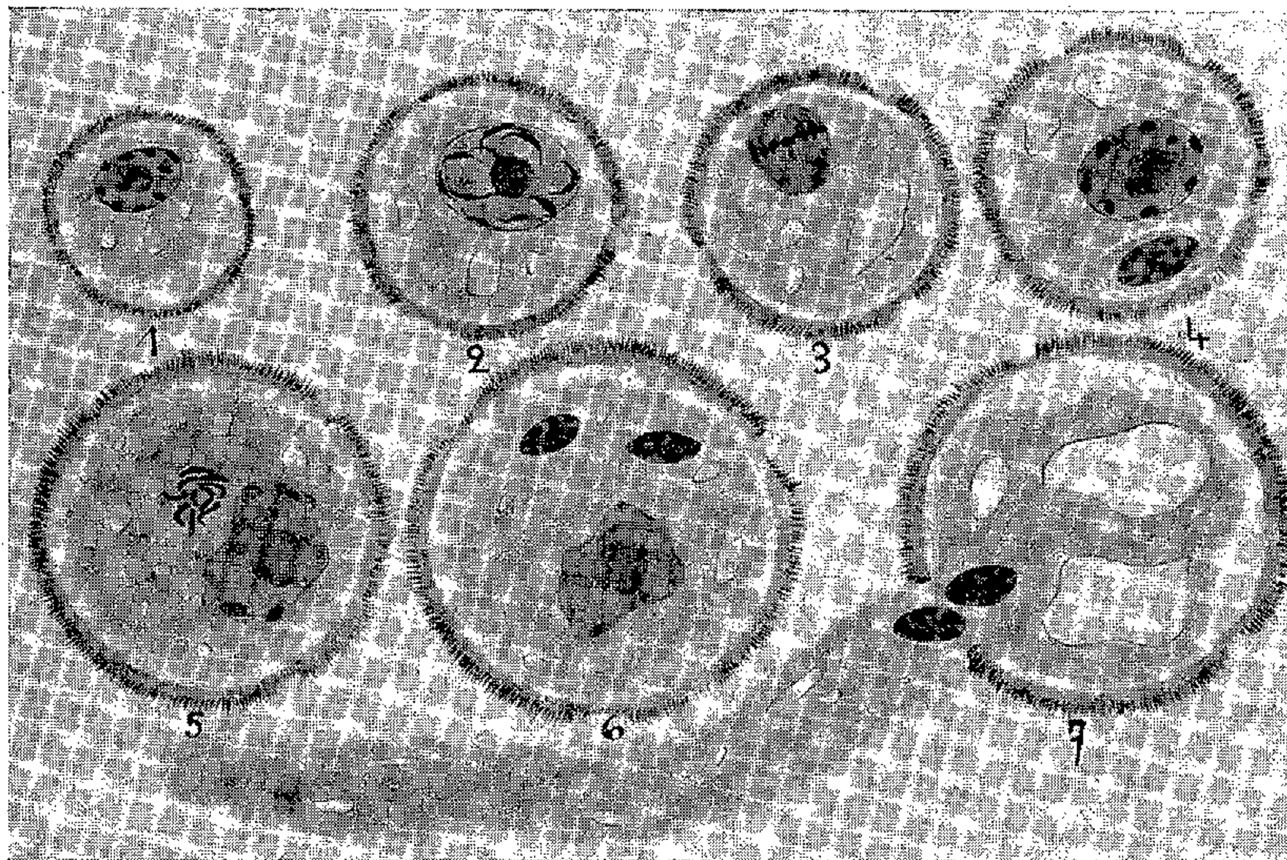
Dans des travaux relatifs à la méiose (1), nous avons montré que les chromosomes sont en continuité directe avec les prochromosomes, et nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier le comportement de ces derniers au cours des phénomènes nucléaires qui se produisent dans la microspore. A notre connaissance, aucun travail ne signale la structure des gamètes chez les plantes à noyaux porteurs de prochromosomes.

Des préparations colorées par la méthode de Feulgen et le vert lumière montrent que les phénomènes sont identiques chez 43 espèces, réparties dans les tribus suivantes : *Alysseæ*, *Brassiceæ*, *Arabideæ* et *Lepidiæ*. Il nous suffira de décrire ce qui se passe chez *Brassica campestris*.

La jeune microspore renferme un noyau volumineux, séparé du cytoplasme par une fine membrane (*fig.* 1); l'enchylème homogène présente une teinte diffuse rose pâle, et contient un nucléole sphérique et des granulations ovoïdes ou arrondies sans lien apparent entre elles; le noyau s'accroît tandis que les constituants nucléaires se colorent moins intensément; puis, il quitte la région centrale de la microspore, gagne la phériphérie et entre en mitose; cette dernière est normale (*fig.* 2 et 3). Toutefois, il est intéressant de signaler la différenciation des noyaux fils dès la télophase. Le plus excentrique reste petit et son suc nucléaire se colore intensément; l'autre augmente rapidement de volume mais son suc nucléaire ne présente qu'une faible réaction de Feulgen positive; ensuite une fine membrane curviligne sépare deux cellules inégales (*fig.* 4). Dans la plus grande, le noyau situé au centre de la microspore correspond au noyau végétatif; par la suite il perd sa forme sphérique, devient amiboïde,

(1) *Revue générale de Botanique*, 51, 1939, p. 4; *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1103.

le nucléole reste très acidophile tandis que l'enchylème et les prochromosomes se décolorent; à ce moment le noyau végétatif dégénérescent ne présente plus d'affinité pour le réactif de Schiff mais nous pouvons encore le mettre en évidence par l'hématoxyline. L'évolution du noyau de la petite cellule est différente. Situé contre l'intine, au sein d'une faible quantité de cytoplasme, il reste ovoïde et ses prochromosomes sont toujours très colorés; lorsque la membrane qui divisait la microspore en deux cellules disparaît, le noyau reproducteur quitte sa position excentrique et se divise (*fig.* 5); cette deuxième mitose dont les caractères sont



Évolution du noyau de la microspore chez *Brassica campestris*.
1, noyau quiescent; 2, prophase de la 1re mitose; 3, métaphase vue de profil; 4, noyau végétatif et noyau reproducteur; 5, noyau végétatif régénérescent et mitose du noyau reproducteur; 6, microspore trinucléée; 7, passage des deux noyaux gamètés dans le tube pollinique.

normaux aboutit à la formation de noyaux fusiformes qui montrent, malgré leur petitesse, des granulations violettes que nous assimilons aux prochromosomes. Le grain de pollen renferme alors deux noyaux gamètes et un noyau végétatif (*fig.* 6). Nous retrouvons donc chez *Brassica campestris* la structure trinucléée de la microspore signalée chez quelques Urticées, Ombellifères, Chénopodiacées, Caryophyllées, Papavéracées, Apocynées, Borraginées, Solanées, Dipsacacées, Composées et Graminées; toutefois l'origine des trois noyaux avait très rarement été précisée et nous avons mis en évidence les deux mitoses successives qui conduisent à la formation très précoces des deux gamètes chez les Crucifères.

Nous avons enfin précisé le devenir des deux noyaux issus de la division du noyau reproducteur afin de nous assurer qu'ils représentaient bien les gamètes; nous avons fait germer les grains de pollen sur des lamelles où nous avions déposé une mince couche d'eau sucrée gélosée; la germination ne se produisant pas avec la même vitesse pour toutes les microspores, il nous a été facile d'étudier le comportement des noyaux pendant la croissance du tube pollinique; nous avons pu observer leur passage à l'intérieur de celui-ci (*fig.* 7). Leur déplacement est simultané, aucun ne dégénère et leur structure ne change pas. Par contre, nous n'avons pas pu déceler la présence du noyau végétatif dans le tube pollinique.

En résumé, nous avons, grâce à la méthode de Feulgen, suivi complètement l'évolution du noyau de la microspore des Crucifères, ce qui n'avait pas encore été réalisé. Cette évolution, qui présente des caractères constants dans toutes les espèces étudiées, comporte deux mitoses qui se déroulent très tôt, alors que le bouton floral n'a pas plus de 2^{mm} de longueur, qui aboutissent à la formation de deux gamètes nus et d'un noyau végétatif, si bien que la microspore mûre est trinucléée. De plus, les noyaux gamètes renferment des granulations bien distinctes qui présentent une réaction de Feulgen positive; ce sont donc des noyaux à prochromosomes.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Valérianacées. Développement de l'embryon chez les* Centranthus. Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Il semble qu'il y ait gros intérêt à approfondir l'étude embryologique des Valérianacées, étant donné que ces plantes appartiennent à un groupe considéré comme polyphylétique, qu'elles possèdent une organisation florale asymétrique et fort variable, qu'elles offrent, en outre, dans les processus de formation des ovules rudimentaires des loges stériles de l'ovaire, des anomalies cytologiques, dont Asplund, en 1920 [1], a fait connaître toute l'étendue et toute l'importance.

Ce même auteur a examiné l'embryon du *Centranthus macrosiphon*; il a fait remarquer les irrégularités de sa construction, sans pouvoir établir de

(1) *Küngl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar*, 61, 1920, n° 3.

règles générales permettant de rattacher cet embryon à un type embryonomique quelconque. Les observations qui suivent se rapportent à deux nouvelles espèces, le *Centranthus ruber* DC. et le *C. angustifolius* DC.

Les figures 1, 3, 5, 7, 8 présentent une série régulière de formes tout à fait comparables à celles qui ont été représentées en 1, 2, 4, 7, 15, au sujet du *Valerianella olitoria* (²). Au proembryon bicellulaire succède une tétrade en T, puis un pro-

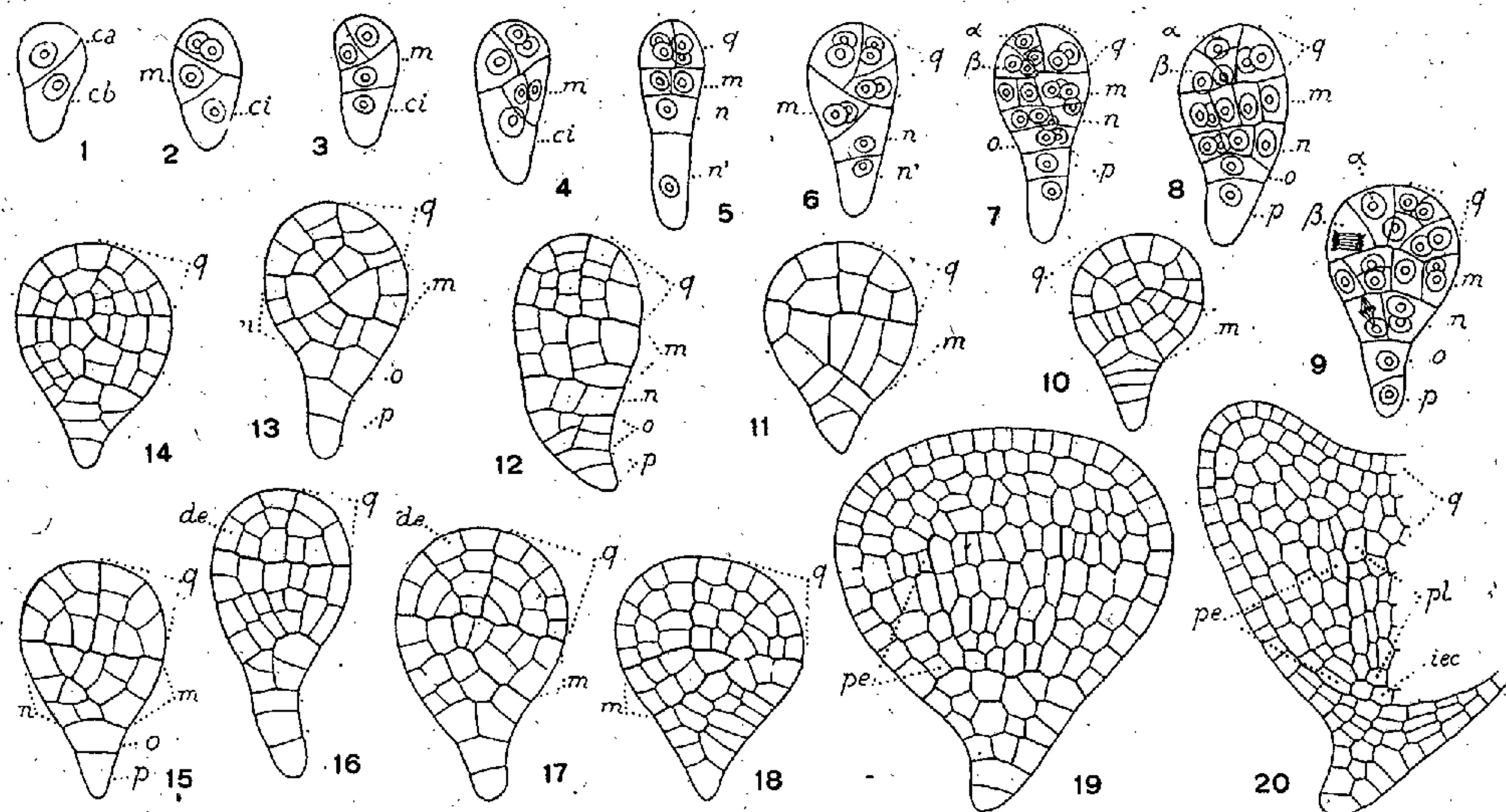


Fig. 1 à 20. — *Centranthus ruber* DC. — Les principaux termes du développement de l'embryon: *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb* ou groupes cellulaires qui en dérivent; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci* ou groupes cellulaires qui en sont issus; *o* et *p*, cellules-filles de *n'* ou groupes cellulaires qu'elles produisent; *q*, quadrants ou partie cotylée; α et β, cellules-filles des quadrants; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce au sommet radiculaire. G. = 300.

embryon octocellulaire normal comportant, au sommet, quatre quadrants groupés dans un plan horizontal et, inférieurement, quatre éléments disposés comme les quatre blastomères de la tétrade. Les huit éléments de cette forme octocellulaire engendrent un proembryon à 16 cellules, en se segmentant selon des processus analogues à ceux qui ont été décrits au sujet du *Senecio vulgaris* (³). Les figures 7, 8, 9 démontrent nettement comment se séparent les deux segments α et β par cloisons anticlines venant s'insérer, au voisinage de l'axe, sur la paroi horizontale qui limite le quadrant inférieurement. Les destinées des étages dont se composent ces premières

(²) R. Souèges, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1081.
(³) R. Souèges, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 254 et 356.

formes embryonnaires sont les mêmes que celles qui ont été indiquées au sujet des Composées.

Mais ces formes régulières sont les moins fréquentes. Les variations commencent à apparaître dès le stade de la tétrade. La cloison qui, dans la cellule basale, donne naissance aux deux éléments *m* et *ci*, se dispose le plus souvent obliquement en s'insérant sur la paroi primitive qui sépare les deux premiers blastomères. La cellule inférieure *ci* devient ainsi voisine des deux cellules supérieures de la tétrade et prendra part nécessairement à la construction de la région supérieure de l'hypocotyle (*fig.* 2). Aux stades suivants, cette même cellule peut se segmenter par une paroi à peu près horizontale s'appuyant uniquement sur la membrane périphérique (*fig.* 6), mais elle peut aussi se partager par une paroi plus ou moins inclinée s'insérant, vers le haut, sur la cloison horizontale ou oblique qui la sépare de la cellule *m*. En outre, les quadrants ne se montrent pas toujours disposés dans un plan horizontal et la paroi à direction anticline qui les divise en deux segments α et β, au lieu de s'incurver verticalement, peut se diriger, d'une manière plus ou moins sensible, horizontalement, venir s'insérer sur les parois verticales méridiennes, faisant ainsi apparaître des éléments comparables à des octants (*fig.* 6, à d.).

Il résulte de toutes ces variations qu'il est difficile de donner une interprétation exacte de la construction des formes quand celles-ci ont dépassé les stades les plus jeunes. Dans les figures 9 et 12, on retrouve aisément les différents étages du proembryon à 16 cellules : *q*, *m*, *n*, *o*, *p*; mais, dans la plupart des autres cas, quand on se trouve, par exemple, en présence de formes dérivant de celles qui sont représentées en 2, 4, 6, et dans lesquelles se sont succédé des parois à direction oblique, on ne peut guère reconnaître d'assises horizontalement disposées. Les mêmes formes irrégulières et complexes ont été rencontrées en aussi grand nombre chez le *Valerianella olitoria*, et j'ai fait remarquer, au sujet de cette espèce, que de semblables constructions avaient déjà été observées chez les *Lamium*.

Finalement il nous faut admettre que les *Centranthus* offrent avec le *Valerianella* les plus étroits rapports : mêmes formes irrégulières, mais aussi mêmes formes régulières qui permettent de rattacher les embryons de ces plantes au type embryonomique du *Senecio vulgaris*.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la culture aseptique prolongée d'un prothalle de Fougère.* Note de Mme GERMAINE HUREL-PY, présentée par M. Louis Blaringhem.

De nombreux auteurs ont réussi à faire germer des spores de Fougères, obtenant des prothalles munis d'organes sexuels et sur lesquels se différenciaient rapidement de nouveaux sporophytes. Ces cultures étaient

faites sur un milieu uniquement minéral (liquides de Knop, de Sheve etc.) ce qui dispensait de réaliser des conditions rigoureusement aseptiques : les microorganismes se développent très mal sur milieu minéral et quelques précautions, lavage de frondes à l'eau stérile, stérilisation des milieux de culture, suffisent pour que les prothalles végètent pratiquement seuls. Dans ces conditions, les prothalles donnent très rapidement quelques sporophytes. Albaum (1) a toutefois constaté que lorsqu'il coupait un fragment de prothalle, les tissus voisins de la surface de section proliféraient et produisaient quelques prothalles adventifs; il ne dit pas du reste ce qu'ils deviennent.

Nous avons réussi à isoler aseptiquement un prothalle de Fougère, non encore identifié. Ce prothalle, cultivé à l'état pur sur milieu glucosé (eau 100, Knop 100, glucose 4, gélose 2,8), prolifère et se multiplie depuis sept mois en donnant naissance à des milliers de prothalles. Les cultures sont constituées par de petits thalles foliacés formant une sphère bien verte sur laquelle on distingue de nombreux rhizoïdes très fins. Sur les prothalles prennent parfois naissance quelques sporophytes rudimentaires qui ne se développent jamais au delà de la première feuille et de la première racine lesquels possèdent des tissus conducteurs normalement constitués puis meurent. Lorsque la culture atteint les bords du tube dans lequel elle est contenue, nous la sectionnons en quatre ou six fragments qui, repiqués chacun dans un tube, donnent de nouvelles cultures formées de dizaines de prothalles accolés. C'est ainsi que depuis sept mois une centaine de cultures ont été obtenues, provenant toutes de la culture initiale.

En disséquant une culture, nous avons isolé les prothalles qui la constituent; ce sont de petites lames vertes triangulaires dont une des faces est légèrement échancrée. C'est au voisinage de cette échancrure que se trouvent les organes sexuels, anthéridies et archégones. Des prothalles séparés et même des fragments de prothalle ont fourni le point de départ de nouvelles cultures; par exemple, un cinquième de prothalle est capable de régénérer un prothalle entier et sur ce prothalle étalé sur la gélose apparaît parfois, au niveau d'un archégone, un jeune sporophyte dressé constitué par une première feuille et une première racine. Parfois la racine manque et le prothalle a tout à fait l'aspect d'une hépatique à thalle sur

(1) *Amer. Journ. of Botany*, 25, 1939, p. 37-44.

laquelle se serait différencié un chapeau reproducteur. Puis on voit bientôt la face échancrée du prothalle se soulever perpendiculairement à la gélose tandis que des rhizoïdes se développent sur ses deux faces. Enfin, d'autres petites lames vertes apparaissent un peu partout; elles prolifèrent perpendiculairement au prothalle primitif pour en donner de nouveaux; souvent, sur les bords mêmes du prothalle primitif, apparaissent des digitations qui grandissent, s'épanouissent et se transforment elles-mêmes en nouveaux prothalles.

La culture prend alors l'aspect caractéristique d'une sphère.

En résumé, ayant réalisé et nous croyons, pour la première fois, des cultures aseptiques des prothalles d'une Fougère en milieu sucré, nous avons réussi à obtenir la culture indéfinie de ces prothalles. Nous pensons que les particularités du développement, et en particulier le maintien du stade gamétophyte au cours de la culture sont dues à la présence de sucres dans le milieu. Des expériences en cours préciseront les conditions dans lesquelles les prothalles produisent des sporophytes ou, au contraire, se multiplient en demeurant à l'état de gamétophytes.

ZOOLOGIE. — *Diapause embryonnaire inconstante chez le Coléoptère* Timarcha violaceo-nigra *de Geer*. Note de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai décrit chez *Timarcha tenebricosa* Fab. une diapause larvaire obligatoire, qui frappe sans exception toutes les larves prêtes à éclore, quelles que soient les conditions d'élevage des femelles et les conditions de milieu qui ont présidé à l'incubation des œufs. Cette diapause peut être rompue par une exposition prolongée des œufs à basse température (1).

Dans les œufs de *Timarcha violaceo-nigra* de Geer, on peut observer une diapause embryonnaire qui présente des caractères un peu différents : 1° elle s'installe à un stade plus précoce du développement, au moment où la larve, encore recouverte par la cuticule embryonnaire, n'offre de pigment noir que sur les ocelles; 2° cette diapause n'atteint qu'une certaine proportion, d'ailleurs variable, des œufs pondus.

Dans les stations de *Timarcha violaceo-nigra*, les imagos, rares en été,

(1) M. Abeloos, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2112.

peuvent être capturés en grand nombre en automne, au printemps et même en plein hiver par les journées ensoleillées. Nourris au laboratoire, ces imagos se mettent à pondre au bout de quelques jours. Les œufs ainsi obtenus au printemps éclosent presque tous dans un délai d'environ un mois. Par contre les œufs obtenus en automne fournissent une forte proportion d'embryons tombant en diapause. Après les éclosions normales, on peut observer quelques éclosions spontanées après 3 mois et même 6 mois d'incubation, mais la majorité des œufs non éclos dans le délai normal reste en diapause tant qu'une exposition à basse température ne les réactive pas.

L'état de diapause des embryons de *Timarcha violaceo-nigra* est, comme celui des larves de *T. tenebricosa*, bien distinct du simple arrêt de développement (pseudo-diapause) déterminé par des conditions de milieu défavorables, arrêt qui cesse dès le retour des conditions optima. Un individu en diapause vraie se distingue essentiellement d'un individu au même stade, réactivé ou non affecté de diapause, par ses réactions aux agents externes.

L'établissement de la diapause est absolument indépendant des conditions de milieu dans lesquelles les œufs se développent jusqu'au stade critique. En effet, parmi les œufs d'une même ponte, conservés côte à côte dans des conditions aussi identiques qu'il est possible, certains éclosent normalement tandis que d'autres entrent en diapause. De plus, j'ai soumis systématiquement les pontes successives d'une même femelle à des conditions de température et d'humidité très variées, sans cesser d'obtenir dans chaque ponte les deux types de développement. Il apparaît donc que les facteurs physiologiques qui déclenchent la diapause au stade critique sont déjà déterminés au moment de la ponte de l'œuf; ce sont des facteurs internes.

La comparaison des pontes successives de femelles isolées, conservées au laboratoire au cours de l'automne et de l'hiver, met en évidence un élément de ce déterminisme interne de l'entrée en diapause. Sur 70 œufs pondus par une femelle capturée fin octobre, du 25 octobre au 5 décembre, 16 seulement, soit environ 25 %, ont éclos normalement, tandis que, sur 33 œufs pondus par la même femelle, du 20 décembre au 15 janvier, 24 (environ 75 %) ont éclos normalement. Les conditions d'élevage au laboratoire sont restées sensiblement constantes au cours de l'expérience. Les observations de cet ordre indiquent une évolution progressive de

l'ovaire vers le développement direct, au cours de la période de ponte annuelle. Dans les conditions naturelles, il est vraisemblable que la majeure partie des œufs pondus en automne passe l'hiver en diapause, tandis que les œufs pondus à la fin de l'hiver et au printemps ont pour la plupart un développement direct. On ne rencontre, en effet, jamais de jeunes larves avant le printemps.

Si, comme je l'ai supposé (²), l'état physiologique de diapause est conditionné par une déficience temporaire en un catalyseur cellulaire, dont le taux tombe à une valeur suffisamment faible pour qu'il représente le facteur limitant du métabolisme, les faits observés chez *Timarcha* s'interpréteraient en fonction de la teneur des ovules en une substance chimique indispensable au développement. Chez *Timarcha violaceo-nigra*, cette teneur varierait, au cours de la ponte, au voisinage du seuil nécessaire au métabolisme normal, tandis que chez *Timarcha tenebricosa*, elle resterait toujours en deçà du seuil. Quoi qu'il en soit, les faits observés chez les *Timarcha* montrent incontestablement l'intervention de conditions internes dans le déterminisme de l'entrée en diapause.

ZOOLOGIE. — Eledone *Leach et* Acantheledone *n. g., deux genres fondés sur la structure des spermatophores* (*Moll. Céphalopodes*). Note de M. **Guy Fort**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le genre *Eledone* a été établi par Leach en 1817 pour recevoir les poulpes dont les bras portent un seul rang de ventouses. Il y plaça l'espèce *E. moschata*, décrite en 1799 par Lamarck sous le nom d'*Octopus moschatus*, bien connu de tous les anciens auteurs sous le nom de poulpe musqué. Cette espèce doit donc être considérée comme le type du genre.

En 1901, Hoyle a exhumé le nom de *Moschites* proposé par Schneider en 1784 et, plus récemment (1934), Thiele, suivi par Adam, celui d'*Ozæna* donné par Rafinesque en 1814. Ces noms n'ayant jamais plus été utilisés depuis leur création, pendant tout le XIXᵉ siècle, il convient de les rejeter *définitivement*, malgré la règle de priorité et conformément à la proposition de M. Brauer (Berlin), adoptée à l'unanimité au IXᵉ Congrès international de Zoologie tenu à Monaco du 25 au 30 mars 1913.

(²) *Bull. Soc. Scient. de Bretagne*, 15, 1938, p. 130.

Depuis longtemps, les auteurs qui ont étudié les espèces de ce genre ont noté l'hétérogénéité de ce groupe fondé sur un caractère assez artificiel. C'est certainement un groupe polyphylétique : lorsqu'on connaîtra mieux les différentes espèces d'*Octopus*, il sera peut-être possible de voir à quelles espèces de ce grand genre se rattachent les espèces groupées provisoirement dans le genre *Eledone*. Je crois que l'étude des spermatophores serait utile à ce point de vue.

Dès 1918, Joubin a créé, pour l'espèce *E. verrucosa* Verrill 1881, le genre *Graneledone*, indiquant qu'on pourrait y rattacher *E. Challengeri* Berry 1917, *E. media* Joubin 1918 (dont il n'avait fait primitivement que des variétés d'*E. verrucosa*), *E. turqeti* Joubin 1905 et *E. Charcoti* Joubin 1905 (Robson a créé pour cette espèce le genre *Pareledone*).

L'étude de l'anatomie de *Graneledone verrucosa* (1) est venue confirmer la validité de cette coupure générique et montrer son affinité avec les poulpes abyssaux que Robson groupe dans la sous-famille des *Bathypolypodinaæ*. Les caractères communs sont l'absence de la poche du noir, le petit nombre de feuillets branchiaux, l'ouverture réduite du manteau.

Les deux espèces des côtes françaises, *E. moschata* Lamarck 1799 et *E. cirrhosa* Lamarck 1799, ne sont pas aussi voisines qu'on pourrait le croire. C'est ce qu'avait déjà remarqué Naef (1923, p. 724) : « Die Art [*E. cirrhosa*] ist mit *E. moschata* nicht so nahe verwandt, als man denken könnte. Das zeigt vor allem der Bau der Spermatophoren beider Formen (s. ihre spätere Behandlung) ». A ma connaissance, Naef n'a jamais publié cette étude. J'ai moi-même (2) décrit le spermatophore d'*E. cirrhosa* et son fonctionnement, et je viens d'étudier celui d'*E. moschata*. Le spermatophore d'*E. cirrhosa* présente, à l'intérieur de l'ampoule, des crochets qui, je crois, n'ont été décrits que dans cette espèce de Céphalopodes. Ces crochets font ressembler les *spermatanges* à des Acanthocéphales et leur permettent de pénétrer à l'intérieur de l'ovaire, où on les trouve après l'accouplement; la fécondation est donc interne, comme je l'ai montré pour la première fois. L'absence de crochets sur la paroi très mince du spermatange d'*E. moschata* ne doit pas permettre la pénétration dans l'ovaire : chez cette espèce, la fécondation doit se produire dans la cavité

(1) Thomsen (Ellen, née Nielsen), *Vid. Medd. nat. For.*, **92**, 1931, p. 293-300.
(2) *Bull. biol. France Belgique*, **71**, 1937, p. 357-373.

palléale de la femelle. En fait, je n'ai jamais trouvé aucune trace de spermatange à l'intérieur de l'ovaire des nombreuses femelles que j'ai examinées. Cela viendrait confirmer la réserve que je faisais à la fin de mon article (p. 371) : « Il se peut d'ailleurs que la fécondation interne n'existe que dans le genre *Eledone* et peut-être même dans la seule espèce *E. cirrhosa* ».

La structure complexe du spermatophore d'*E. cirrhosa* et le fait que, dans cette espèce, les spermatanges pénètrent jusque dans la cavité de l'ovaire, me semblent justifier son isolement dans un genre nouveau dont elle sera le type et pour lequel je propose le nom d'*Acantheledone* en raison des crochets du spermatange (Αχανθα, épine).

Je signale quelques caractères supplémentaires qui séparent les deux espèces :

Eledone moschata se distingue immédiatement par sa forte odeur musquée; les deux muscles rétracteurs des branchies s'insèrent séparément; chez le mâle, les sept bras non hectocotylisés portent, à leur extrémité, sur une longueur d'environ 1^{cm}, deux rangées régulières de lamelles transversales; elle est parasitée par deux Dicyémides : *Dicyemennea eledones* (Wagener 1857) et *Dicyema moschatum* Whitman 1882; ce dernier est propre à cette espèce; on n'y a jamais rencontré de Chromidines; enfin on ne la trouve qu'en Méditerranée (on l'a signalée cependant de la Baie de Cadix (Fischer et Joubin 1906, p. 328).

Acantheledone cirrhosa (Lamarck 1799) est une espèce de l'Atlantique, mais elle existe aussi en Méditerranée; les individus méditerranéens sont souvent désignés sous le nom d'*E. aldrovandi*; elle n'a pas l'odeur musquée de la précédente; les deux muscles rétracteurs des branchies sont soudés à leur base et présentent la forme de la lettre Y; les sept bras non hectocotylisés des mâles, portent à leur extrémité, sur une longueur de 1^{cm}, des ventouses très aplaties formant des sortes de cirrhes; elle n'est parasitée que par *Dicyemennea eledones*; on y a signalé *Chromidina coronata* (Foettinger, 1881).

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Étude comparée de l'influence de divers sucres, glucose, lévulose, galactose, dans l'action de la vitamine* B_2. Note de M. **Philippe Joyet-Lavergne**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les recherches cytophysiologiques sur la vitamine B_2 ont montré que cette substance, par son constituant essentiel la lactoflavine, intervient directement dans la respiration de la cellule [1]. Cette intervention est liée

---

[1] *C. R. Soc. Biol.*, 134, 1940, p. 25.

à la présence du glucose dont la vitamine B_2 active le métabolisme ([3]). En est-il de même pour les autres sucres, en particulier pour le lévulose et le galactose?

Pour ces recherches, les cellules de la glande salivaire de la larve de Chironome constituent un matériel favorable, parce qu'elles présentent une certaine insuffisance en vitamine B_2. Dans les diverses populations que nous avons examinées, ces cellules manifestent presque toujours la qualité de pouvoir utiliser un supplément de vitamine B_2 et l'absorption de la lactoflavine est capable d'élever légèrement leur pouvoir d'oxydation. Dans quelle mesure cette activation de la respiration de la cellule vivante, par l'action de la lactoflavine se trouve-t-elle modifiée par la présence, dans la cellule, de l'un ou l'autre des trois sucres envisagés? Nous utilisons, dans les expériences faites, le liquide de Ringer à concentration deux fois plus élevée que la concentration normale.

Deux séries d'expériences ont été faites. Dans la première série, on étudie successivement l'action de chacun des trois sucres.

1. *Glucose.* — Dans chaque expérience on compare les deux glandes salivaires d'un même organisme. L'une des glandes séjourne 12 minutes dans la solution de Ringer, pendant que l'autre glande séjourne le même temps dans une solution de Ringer contenant 1/100e de glucose. On fait alors agir, pendant 40 minutes, des quantités égales de la solution aqueuse de lactoflavine à 1/10000e sur chacune des deux glandes et l'on étudie le pouvoir oxydant de ces glandes en appréciant l'action de chacune d'elles sur des quantités égales du même leucodérivé. Les réactifs utilisés sont le leucodérivé de la phénosafranine, le leucodérivé du rouge neutre, le leucodérivé du vert de méthyle et le leucodérivé du bleu de crésyl. Les résultats obtenus, dans toutes les expériences faites, sont concordants, quel que soit le réactif : l'absorption d'un supplément de glucose par la cellule vivante entraîne, de la part de la lactoflavine, une activation nettement plus élevée du pouvoir oxydant intracellulaire. Le leucodérivé ayant pénétré dans cette cellule se trouve oxydé d'une façon plus rapide et plus intense.

2. *Lévulose.* — Les expériences sont faites de la même façon avec les mêmes leucodérivés. La seule différence consiste dans la substitution au

---

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 134, 1940, p. 338.

Ringer glucosé d'un Ringer contenant 1/100e de lévulose. Les résultats obtenus sont beaucoup plus irréguliers que pour le glucose. Pour un tiers environ de la population traitée, l'action du lévulose s'est révélée nulle et pour les deux autres tiers, il y a eu une faible augmentation de l'activation du pouvoir oxydant par la lactoflavine; ces augmentations étant nettement plus faibles que celles données par le glucose.

3. *Galactose.* — Le Ringer glucosé est ici remplacé par un Ringer contenant 1/100e de galactose. Les résultats obtenus sont à peu près semblables à ceux que donne le lévulose. Notons toutefois que, pour un des organismes traités, l'action du galactose a été de diminuer l'intensité d'activation due à la lactoflavine.

Il semble bien se dégager de ces expériences que le glucose est le sucre le plus favorable à l'action de la lactoflavine. Cependant, comme chacune des expériences faites porte sur un organisme différent, on pourrait imaginer que le hasard a pu favoriser les individus traités au glucose et un doute pourrait substituer sur la conclusion à formuler. La deuxième série d'expériences est destinée à lever ce doute.

Dans la deuxième série d'expériences, chacune des deux glandes d'un organisme est placée dans une solution de Ringer sucrée à 1/100e de sucre, où elle séjourne 12 minutes, mais chacune des deux solutions contient un sucre différent, toutes les autres conditions restant les mêmes pour les deux glandes, qui subissent pendant 45 minutes l'action de la lactoflavine à 1/10000e et sont étudiées avec la même quantité du même leucodérivé.

A. *Comparaison entre l'action du glucose et celle du lévulose.* — La comparaison du pouvoir oxydant des deux glandes d'un même organisme a été faite par l'étude de l'action de chacune des glandes, soit sur le leucodérivé de la phénosafranine, soit sur le leucodérivé du vert de méthyle, soit sur le leucodérivé du bleu de crésyl. Les résultats sont concordants. Dans tous les cas, les cellules vivantes de la glande ayant absorbé du glucose ont, sous l'action de la lactoflavine, un pouvoir oxydant plus élevé que celui des cellules qui ont absorbé du lévulose.

B. *Comparaison entre l'action du glucose et celle du galactose.* — Les expériences sont analogues. La solution de galactose remplace ici la solution de lévulose des expériences précédentes; les leucodérivés utilisés sont les mêmes. Dans tous les cas, les cellules ayant absorbé du glucose ont, sous l'action de la lactoflavine, une augmentation de leur pouvoir oxydant nettement supérieure à celle éprouvée par les cellules ayant absorbé du galactose.

C. *Comparaison entre l'action du lévulose et celle du galactose.* — Aucune conclusion ne se dégage de cette comparaison. Suivant les individus traités, c'est tantôt l'un, tantôt l'autre de ces deux sucres qui semble être un peu plus favorable que l'autre à l'action de la lactoflavine.

Conclusions. — De l'ensemble de ces deux séries d'expériences se dégage nettement la conclusion suivante : pour le type cellulaire examiné, des trois sucres comparés le glucose est celui dont la présence dans la cellule augmente de la façon la plus régulière et la plus importante l'action de la lactoflavine dans la stimulation de la respiration cellulaire.

CHIMIE THÉRAPEUTIQUE. — *Contribution à la chimie des médicaments antilépreux.* Note [1] de MM. **Buu-Hoï**, **Paul Cagniant** et **Joseph Janicaud**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avions montré qu'il est possible d'obtenir à partir de l'huile d'*Hydnocarpus Wightiana* de grosses quantités d'acides hydnocarpique et chaulmoogrique, et que, d'après son spectre d'absorption, l'acide *gorlique* d'André et Jouatte (obtenu à partir du gorli) doit posséder, en plus d'un noyau cyclopentène, une double liaison vers le milieu de la chaîne latérale. Cet acide gorlique, également obtenu pur par Irving Cole et Cardoso [2], a été identifié par ces auteurs à un acide *déhydrochaulmoogrique* (I) trouvé par Paget dans l'huile de Sapucainha, et non isolé à l'état pur par ce savant. Notre présent travail complète les résultats déjà obtenus sur la chimie de l'acide gorlique, et en même temps nous signalons pour la première fois des composés susceptibles d'applications thérapeutiques. Enfin nous avons employé d'une manière extensive la méthode d'hydrogénation catalytique par le nickel de Raney, et nos résultats enrichissent encore la liste des succès remportés par ce catalyseur.

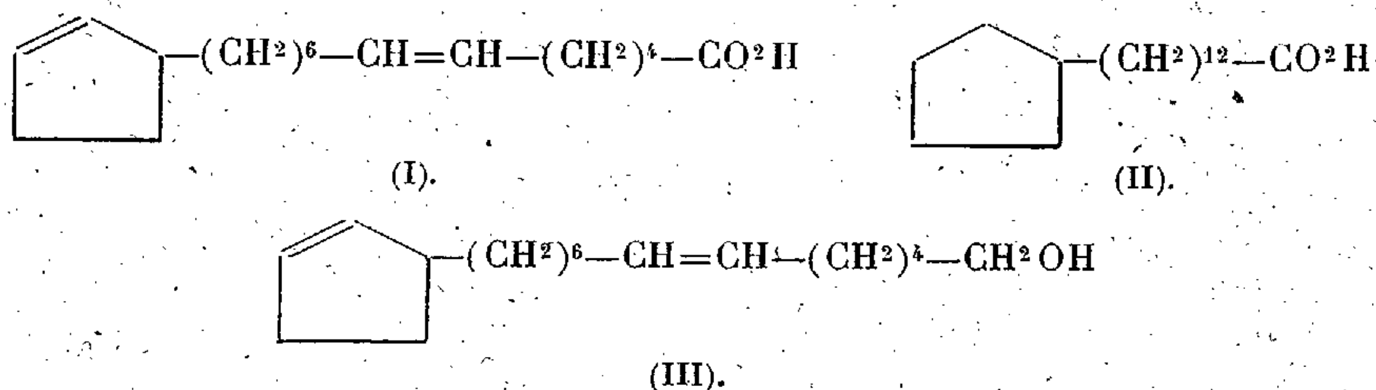
Paget, en hydrogénant son acide (I), a obtenu un mélange d'acides dihydrochaulmoogrique (II) et stéarique. Notre acide gorlique pur (F 6°), soumis à l'hydrogénation, a fourni quantitativement l'acide (II).

---

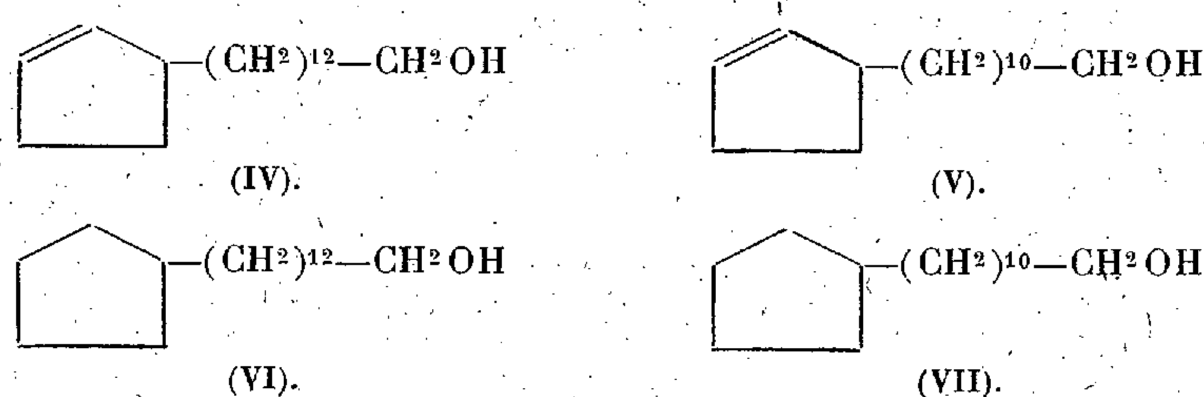
(1) Séance du 21 avril 1941.

(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 612.

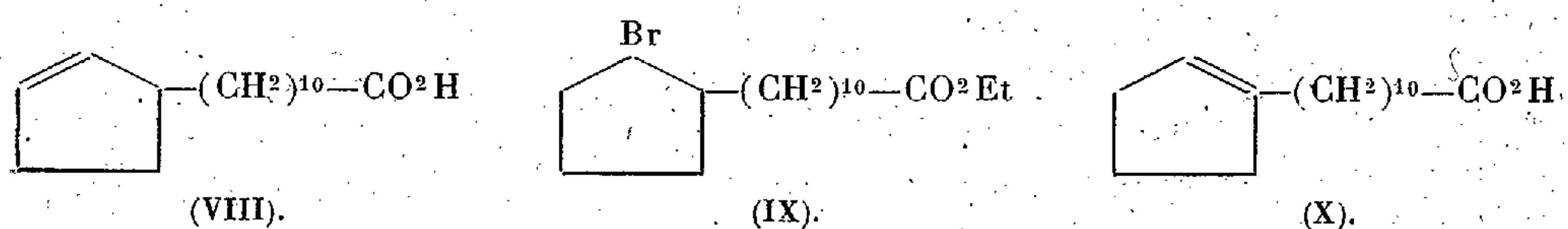
La méthode de Bouveault et Blanc, appliquée au gorlate d'éthyle, nous a



fourni un alcool gorlique (III), qui, hydrogéné catalytiquement, conduit à un alcool tétrahydrogéné identique au produit de réduction (VI) de l'alcool chaulmoogrique (IV). En vue de préparer (IV) nous avons adopté



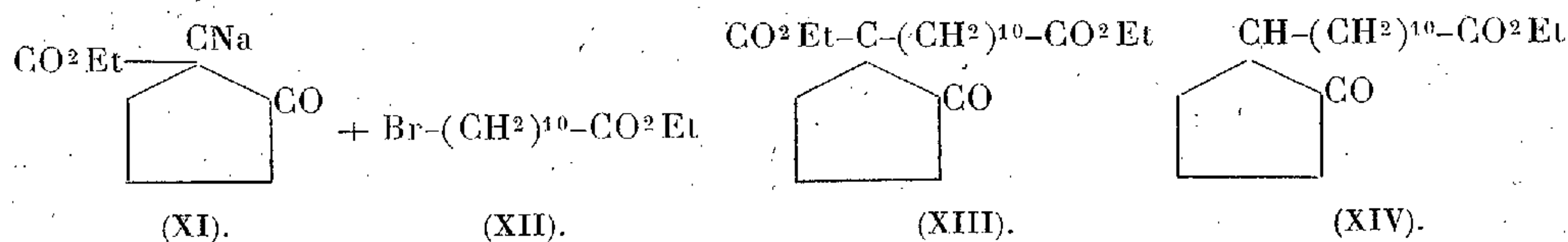
une technique nouvelle qui permet d'obtenir cet alcool, ainsi que son sous-homologue hydnocarpique (V), avec des rendements quantitatifs [les méthodes utilisées jusqu'ici ([3]) permettent des rendements maximum de 55 %]. En ce qui concerne la chimie de l'acide hydnocarpique (VIII), nous avons pu fixer quantitativement HBr sur l'hydnocarpate d'éthyle, ce qui donne ainsi l'éther bromodihydrohydnocarpique (IX). Cet éther, saponifié, conduit à un mélange des acides hydnocarpique et isohydno-



carpique (X), où le premier prédomine (plus de 50 %), contrairement à ces qu'on aurait pu prévoir d'après la règle habituelle d'élimination de HBr.

([3]) Van Dyke et Roger Adams, *J. Amer. Chem. Soc.*, **48**, 1926, p. 2393; Burchkies, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **71**, 1938, p. 1855.

Récemment, Bokil et Nargund (¹) ont essayé de réaliser la synthèse totale de l'acide hydnocarpique en partant de l'éther cyclopentanone carbonique (XI) sodé et du 11-bromoundécylate d'éthyle (XII). Mais ces



savants ont dû être arrêtés en route par les difficultés d'hydrogénation des stades (XIII) et (XIV). Nous avons amélioré la méthode et surmontés les difficultés, et les essais de synthèse totale des acides hydnocarpique et isohydnocarpique feront l'objet d'une prochaine communication.

Partie expérimentale. — 1° Hydrogénation catalytique de l'hydnocarpate d'éthyle et du chaulmoograte d'éthyle par le Ni Raney; l'absorption d'hydrogène est théorique, et se fait aussi bien que par la méthode d'Adams. L'hydrogénation se fait à température et pression ordinaires. Dihydrohydnocarpate d'éthyle, E_{13} 198-200°. Dihydrochaulmoograte d'éthyle, E_{12} 216-219°; 2° Hydrogénation catalytique de quelques noyaux cyclopenténiques par le Ni Raney; le Δ_1-éthylcyclopentène donne l'éthylcyclopentane (E 103°), le cyclopentadiène (qui se conserve plusieurs jours sans se polymériser, à l'abri de la lumière et à la glacière) donne le cyclopentane (E 50°), et l'indène, l'indane (E 175-176°); 3° Hydrogénation de l'acide gorlique par Pt selon Adams (en milieu alcoolique); on obtient l'acide (II) (F 71-72°) (cristallisé plusieurs fois dans l'éther de pétrole) après absorption de $2H^2$; 4° Réduction du chaulmoograte d'éthyle par le Na et l'alcool amylique; 50^g d'éther chaulmoogrique sont dissous dans 500$^{cm^3}$ d'alcool isoamylique anhydre, et l'on porte à l'ébullition; tout en agitant vigoureusement, on ajoute 20^g de Na par petits morceaux de façon à entretenir l'ébullition sans chauffage. Quand tout Na a disparu, on ajoute 100$^{cm^3}$ d'eau et l'on chauffe à reflux 1 heure. On décante la couche aqueuse, on lave à l'acide chlorhydrique dilué, puis avec une solution saturée de ClNa jusqu'à neutralité; on distille l'alcool amylique, le résidu est repris par l'éther, la solution éthérée est lavée avec KOH à 4 % puis à l'eau jusqu'à neutralité, l'éther évaporé, et le résidu distillé; on obtient ainsi l'alcool (IV) avec des rendements théoriques, $E_{0,6}$ 170-172°. La même opération faite sur l'hydnocarpate d'éthyle donne (V) ($E_{0,5}$ 151-152°); sur le gorlate d'éthyle, on aura (III) ($E_{0,5}$ 150-152°), liquide incolore, se solidifiant à la glacière etc. $[\alpha]_D$ 43°,2 (dans $CHCl^3$); 5° Hydrogénation catalytique des alcools non saturés par le Ni Raney; (V) absorbe H^2 pour donner (VII) (E_{12} 191-196°, masse blanche cireuse fondant vers 23-24°, très soluble dans l'éther de pétrole); (IV) absorbe H^2 pour donner (VI)

(¹) *Chem. Centralbl.*, 1, 1938, p. 4612.

(E_{17} 218-223°; recristallisé dans l'éther de pétrole, fond à 37°); (III) absorbe $2H^2$ pour donner (VI) (point de fusion du mélange des 2 échantillons : 37°). L'alcool oléique absorbe H^2 en donnant l'alcool stéarique (E_{15} 211°); 6° Action de HBr sur l'hydnocarpate d'éthyle; une solution de ce dernier corps dans l'éther de pétrole absorbe à 0° HBr en quantité théorique. On obtient une huile jaune indistillable, qui est saponifiée par KOH alcoolique. Le mélange d'acides obtenu est éthérifié, et les éthers éthyliques distillés : il passe une seule fraction : E_{15} 208-212°, $[\alpha]_D$ 35° environ (l'hydnocarpate d'éthyle dont on est parti avait un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D$ 56° environ); 7° Préparation du 11-iodoundécylate d'éthyle; on prépare d'abord le 11-bromoundécylate d'éthyle selon Perkins et Cruz ([5]). Cet éther est transformé en 11-iodoundécylate d'éthyle par INa + acétone. On a un liquide incolore E_{13} 193-194°, brunissant à la lumière. Rendement 80%. L'emploi du dérivé iodé à la place du bromé dispense d'effectuer la réaction suivante en tubes scellés; 8° Condensation de l'éther précédent avec le cyclopentanone-carbonate d'éthyle; on fait le dérivé potassé de l'éther β-cétonique avec K en poudre en milieu benzénique. On chauffe au bain-marie 2 heures. Pour 10g d'éther β-cétonique, on ajoute 20g de 11-iodoundécylate d'éthyle, et l'on chauffe 10 heures au bain-marie. On traite le produit de la réaction comme d'ordinaire et l'on saponifie par ClH concentré au bain-marie (5h; 40g ClH). Après distillation, on a 15g d'acide cétohydnocarpique (E^0_4 225-235°) qu'on éthérifie. L'éther (XIV) (E_{12} 240-242°), obtenu par la méthode habituelle, absorbe lentement l'hydrogène en présence d'un Ni Raney particulièrement actif, à température et pression ordinaires.

MM. Maurice Doladilhe et Ernest Villequez adressent une Note intitulée *Contribution à l'étude de l'asepsie du milieu humoral humain.*

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

([5]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 49, 1927, p. 1073.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MAI 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une définition d'opérateurs linéaires dans l'espace hilbertien.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. Les opérateurs linéaires de l'espace hilbertien H sont *pratiquement* définis par l'un ou l'autre des deux procédés suivants :

1° En adoptant la représentation vectorielle de H, à chaque vecteur X de H, ($x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$, tels que $\Sigma |x_n|^2$ converge), on fait correspondre un vecteur $Y(y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots)$ par des formules linéaires $y_i = \sum_k a_{ik} x_k$ tirées d'une matrice infinie $\| a_{ik} \|$.

2° En adoptant la représentation fonctionnelle de H par des fonctions $f(x)$ de carré sommable, à chaque $f(x)$ on fait correspondre une $g(x)$ par une opération analytique linéaire (algébrique, différentielle, intégrale ou mixte).

Nous n'envisageons ici que la première représentation de H.

Si les vecteurs orthonormaux de base ($e_1, e_2, \ldots, e_n, \ldots$) appartiennent au domaine d'existence D_A de l'opérateur A, la $k^{\text{ième}}$ colonne de la matrice représente le vecteur $A_k = Ae_k$, transformé de e_k par A. Lorsque D_A est partout dense dans H (ce qu'on suppose généralement), on peut, sans restriction, supposer que les e_k appartiennent à D_A.

Tout opérateur linéaire A transforme ainsi un système orthonormal complet (e_n), qu'à une transformation unitaire près on pourra supposer fixe, en un système infini de vecteurs (A_n). L'analyse des opérateurs apparaît comme celle des systèmes infinis de vecteurs (A_n).

2. Dans l'espace unitaire ou euclidien à p dimensions, la donnée de p vecteurs arbitraires (e'_n) linéairement indépendants et des p vecteurs transformés (A'_n) suffit à définir dans tout l'espace un opérateur linéaire et un seul. L'application du procédé d'orthonormalisation de É. Schmidt aux e'_n fournit un système orthonormal complet de vecteurs (e_n), dont les transformés A_n se déduisent des A'_n par le même processus que celui qui permet de déduire les e_n des e'_n.

Pour l'espace hilbertien, on aurait pu choisir dans D_A un ensemble dénombrable partout dense de vecteurs e'_n, auxquels correspondent des vecteurs $A'_n = A e'_n$; le procédé de É. Schmidt permet d'en déduire un système orthonormal complet (e_n) auquel correspondent des $A_n = A e_n$, les A_n se déduisant des A'_n par la substitution qui déduit les e_n des e'_n.

Dans quelle mesure peut-on, par la donnée des A_n, définir et étudier un opérateur linéaire A? Voici quelques remarques sur cette question.

3. *a*. A partir des A_n, on peut définir un premier opérateur A en disant que Y sera le transformé de X par A si, X étant donné par la série fortement convergente $X = \sum_{n=1}^{\infty} x_n e_n$, *la série* $\sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n$ *converge fortement*. Alors la somme de cette série représente $Y = AX$. L'opérateur A est ainsi défini par une *représentation vectorielle de* AX, *toutes les fois qu'elle a un sens*. C'est une définition *contravariante* par rapport aux A_n. Le lieu d_A des X pour lesquels $\Sigma x_n A_n$ converge fortement est une variété linéaire contenant tous les e_n. Nous allons étudier le cas où $d_A = H$ et montrer que A est alors *borné*.

b. A partir des A_n, on peut définir un second opérateur linéaire B, en procédant par composantes *covariantes* et associant à $X = \Sigma x_n e_n$ le vecteur $Z = BX$, dont les composantes z_n suivant les e_n sont données par les produits scalaires $z_n = (A_n, X)$, *à condition que* $\sum_n |(A_n, X)|^2$ *converge*. Le lieu d_B des points X où $\sum_n |(A_n, X)|^2$ converge est une variété linéaire.

On sait que, si $d_B = H$, l'opérateur B est *borné*.

4. Supposons donc $d_A = H$. On a alors, pour tous vecteurs X et T de H, $(T, AX) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n (T, A_n)$, la série du deuxième membre convergeant pour tout X de H. Il en résulte que les composantes $z_n = (A_n, T)$ définissent, pour tout T, un vecteur $Z = \sum_n z_n e_n$ puisque alors $\sum_n |(A_n, T)|^2$.

converge, et l'on a $Z = BT$, B étant un opérateur linéaire borné. Donc $d_B = H$. On a d'ailleurs, quels que soient X et T,

$$(T, AX) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{z}_n x_n = (Z, X) = (BT, X).$$

Il en résulte que B *n'est autre que l'adjoint* A^* *de* A. A^* étant borné, A l'est aussi.

Réciproquement, si $d_B = H$, l'opérateur B est, on le sait, borné. Il en sera de même de son adjoint B^*. On aura, pour chaque e_n, et pour tout T de H, $(T, B^* e_n) = (BT, e_n) = \bar{z}_n = (T, A_n)$. Donc $A_n = B^* e_n$. Il en résulte que $\sum_{n=1}^{p} x_n A_n = \sum_{n=1}^{p} x_n B^* e_n = B^* \left[\sum_{1}^{p} x_n e_n \right]$. Or, pour tout $X(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ de H, $X_p = \sum_{1}^{p} x_n e_n$ converge fortement, pour $p = \infty$, vers $X = \sum_{1}^{\infty} x_n e_n$. Par suite $B^* \left[\sum_{1}^{p} x_n e_n \right]$ converge fortement vers $B^* X$. Donc la série $\sum_{1}^{\infty} x_n A_n$ converge fortement pour tout X de H; on a $d_A = H$, $AX = B^* X$, c'est-à-dire $B^* = A$, et A admet la même borne que B.

En définitive, les opérateurs A et B définis au n° 3 sont donc associés *dualistiquement* comme le sont leurs définitions respectives : contravariante et covariante. Les conditions nécessaires et suffisantes pour que A soit hermitien sont $(e_i, A_k) = \overline{(e_k, A_i)}$, pour tout couple d'entiers (i, k).

Nous étudierons ultérieurement des applications et des extensions de ces modes de définition.

5. Peut-on reconnaître, par des *opérations intrinsèques au système* (A_n), s'il définit un opérateur borné A? (Il en est ainsi, en particulier, si la somme des carrés des longueurs des A_n converge.)

En appliquant aux A_n le procédé d'orthonormalisation de É. Schmidt, on obtient un système orthonormal $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n, \ldots$, qui est complet si la variété fermée $[A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots]$ remplit H, incomplet si elle ne le remplit pas. Il existe alors un opérateur unique U, tel que $\varepsilon_n = U e_n$; il est unitaire si $[A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots] = H$; et il est unitaire à gauche ($U^* U = 1$) si $[A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots] < H$. U conserve les longueurs et transforme $X = \sum_{n} x_n e_n$ en $\xi = \sum_{n} x_n \varepsilon_n = UX$.

On a $A_n = \alpha_{n1}\varepsilon_1 + \ldots + \alpha_{nn}\varepsilon_n$ ($n = 1, 2, \ldots, \infty$), les nombres α_{nk} ne dépendant que de la nature intrinsèque du système des A_n. Considérons l'opérateur auxiliaire $\mathfrak{A}$ tel que $A_n = \mathfrak{A}\varepsilon_n$. On voit aisément que l'opérateur A, défini par le système (A_n): $[A_n = Ae_n]$, s'écrit $A = \mathfrak{A}U$. *A et $\mathfrak{A}$ sont simultanément bornés* et leurs bornes sont *égales*.

La condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est que la matrice *récurrente* infinie $\mathfrak{A}^* = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 & . & . & \ldots \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 & . & . & \ldots \\ \ldots & \ldots & . & . & . & . & \ldots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \ldots & \alpha_{nn} & 0 & 0 & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & . & . & \ldots \end{Vmatrix}$ soit bornée, c'est-à-dire que la série $\sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \ldots + \alpha_{nn}x_n|^2$ converge pour tout système de nombres complexes x_n tels que $\Sigma |x_n|^2$ converge. Cette condition équivaut au fait que la borne M_n de la matrice récurrente d'ordre fini n : $\mathfrak{A}_n^* = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & 0 & . & \ldots & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & . \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & . & \ldots & \alpha_{nn} \end{Vmatrix}$ reste, quel que soit n, inférieure à un nombre fixe.

Cette méthode intrinsèque donne lieu aux calculs les plus simples. Une autre méthode consisterait à vérifier que la matrice infinie $\|(A_i, A_k)\|$ est bornée, car on exprime ainsi la condition de Cauchy pour la convergence forte de $\Sigma x_n A_n$ dans tout H. On reconnaît aisément que cette dernière matrice est celle de A^*A.

GÉOLOGIE. — *Rôle du carbonate de chaux et des phénomènes d'épigénie dans la genèse des minéraux non détritiques des roches sédimentaires.* Note de M. **Lucien Cayeux**.

J'ai signalé naguère le rôle capital joué par le carbonate de chaux dans la fixation de la *silice*, non clastique, en milieu sédimentaire (¹). Que cette silice affecte la forme de quartz, de calcédonite, d'opale etc., jamais elle ne se concentre dans des vides et, à de très rares exceptions près, elle se

(¹) *Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses* (*Mém. Carte Géol. France*, 1929, p. 687-689).

substitue à du carbonate de chaux, d'origine organique ou non. La silicification d'innombrables organismes calcaires, la formation des silex par l'intermédiaire de la craie et des dizaines d'exemples, non moins probants, illustrent admirablement le phénomène en question.

Pareil enseignement se dégage de l'étude des *phosphates de chaux sédimentaires*, de la *glauconie*, des *minerais de fer oolithique*, de l'histoire de la très grande majorité des dolomies, etc.

La part que prend le carbonate de chaux à la genèse des phosphates de chaux sédimentaires est des plus importantes. Ce qui est vrai pour la silice l'est également pour le phosphate de chaux qui, lui non plus, ne se précipite jamais dans des vides. Les moules phosphatés, engendrés dans les chambres de Foraminifères, résultent invariablement d'une substitution à de la vase crayeuse, remplissant les loges avant l'infiltration de la matière phosphatée. D'une manière générale, à une réserve près, les nodules et les grains sont phosphatés dans la mesure où ils étaient calcaires à l'origine. On peut tenir pour démontré que tous les grains étaient, en partie ou en totalité, calcaires dès le principe. La réserve faite vise principalement les éléments des gisements de l'Afrique du Nord, lesquels étaient primitivement plus ou moins siliceux, de par la présence de Diatomées, de Radiolaires etc., eux-mêmes phosphatisés. Des témoins du carbonate de chaux converti en phosphate s'observent dans une minorité de nodules et de grains, presque toujours sous la forme de granules de calcite rongés. L'épigénie s'est également manifestée aux dépens de certains organismes calcaires. Le cas des phosphates dévoniens du Tennessee (États-Unis) ([2]), pétris d'articles d'Échinodermes minéralisés, est de beaucoup le plus remarquable à cet égard. Enfin, lorsque dans les phosphates en grains la matière phosphatée envahit la gangue, c'est encore aux dépens du calcaire qu'elle se développe. Bref, une très grande masse de carbonate de chaux a été éliminée et remplacée par du phosphate de chaux.

De même que le phosphate de chaux, la glauconie est tributaire du calcaire au cours de son histoire. On connaît des organismes, tels que Foraminifères et restes très nombreux d'Échinodermes, minéralisés par la glauconie, et conservés dans la perfection. En outre, des grains qui sont loin d'être rares, ont gardé des témoins calcaires profondément corrodés. Des veinules, observées parfois avec fréquence, dans des nodules albiens,

---

([2]) L. Cayeux, *Les phosphates de chaux sédimentaires de France* (France métropolitaine et d'Outre-Mer) (*Ét. Gîtes min. France*, 1, 1939, p. 50).

où elles paraissent correspondre à des remplissages de fissures, ne sont pas autre chose que des filonnets de calcite minéralisés. Quant aux moules glauconieux de Foraminifères, en tous points comparables aux moules phosphatés, ils résultent, eux aussi, de l'épigénie d'une vase calcaire emmagasinée dans les loges. A l'exemple du phosphate de chaux qui se substitue à la silice des microorganismes, la glauconie est susceptible d'épigéniser la silice de nombreux spicules d'Éponges. Il en résulte que l'intervention du carbonate de chaux dans la production du minéral n'exclut pas, de façon absolue, celle d'autres substances.

L'histoire des minerais de fer oolithique de l'époque secondaire apporte un élément d'information de premier ordre, et, tout compte fait, elle n'est guère moins instructive que celle du phosphate de chaux, en ce qui concerne l'épigénie du carbonate de chaux. Ces minerais renferment, et quelquefois en proportions très élevées, des restes organiques calcaires minéralisés, dont l'identification ne soulève pas la plus petite difficulté. On y observe, notamment, des restes de Crinoïdes de conservation parfaite, des débris de Mollusques à structure intacte etc. Au surplus les oolithes ferrugineuses, ainsi que je crois l'avoir établi, ont subi une évolution minéralogique complexe, dont le point de départ est fourni par des oolithes calcaires ([3]). Et il y a maintes raisons de croire que les minerais oolithiques paléozoïques se réclament d'une évolution, calquée dans ses grandes lignes sur celle des minerais de fer oolithique mésozoïques ([4]).

Dans le même ordre d'idées, les roches dolomitiques fournissent un argument non moins décisif que les précédentes, en ce qu'elles procèdent d'anciens calcaires pour la très grande majorité ([5]).

S'il y avait utilité à compléter ce tableau pour donner plus de poids aux conclusions qui vont être formulées, on pourrait encore invoquer les exemples de la *pyrite* et du *gypse*, minéraux qui peuvent également se substituer à du carbonate de chaux.

Quatre enseignements principaux découlent des faits qui viennent d'être rappelés très brièvement :

1° Les phénomènes d'épigénie jouent un rôle de tout premier plan dans la genèse des minéraux non détritiques des roches sédimentaires.

([3]) L. Cayeux, *Les minerais de fer oolithique de France*. II, *Minerais de fer secondaires* (*Et. Gîtes min. France*, 1922, p. 921).

([4]) L. Cayeux, *ibid.*, I, *Minerais de fer primaires* (*ibid.*, 1909, p. 285).

([5]) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France. Roches carbonatées* (*Calcaires et dolomies*. (*Mém. Carte Géol. France*, 1935, p. 437-439).

2° Les sédiments anciens, plus ou moins calcaires, sont loin de représenter la totalité du carbonate de chaux élaboré dans les mers qui leur ont donné naissance, car une fraction très importante en a été éliminée par les phénomènes de substitution passés en revue.

3° En conclusion de l'étude des roches siliceuses, j'ai noté que le rôle dévolu au calcaire dans la fixation de la silice était tel que son intervention dans les réactions génératrices du quartz, etc., revêtait un caractère de très grande probabilité. Et j'ai émis l'opinion que l'échec des tentatives pour reproduire le quartz, dans des conditions rappelant plus ou moins celles qui sont réunies en milieu sédimentaire, pouvait être dû à la méconnaissance du rôle du carbonate de chaux dans l'histoire de la silice. Non seulement cet enseignement n'a rien perdu de sa valeur, mais il peut et doit être étendu à tous les minéraux non détritiques dont il vient d'être question. Il importe de ne pas oublier que les substances à reproduire sont des *minéraux de substitution*, c'est-à-dire que la synthèse en doit être tentée en présence de la matière à remplacer, si l'on veut s'inspirer, comme il convient, des conditions réalisées dans la nature et, pour plus de précision, en milieu sous-marin ([6]).

4° A la lumière des faits relatés ci-dessus, on reconnaît, une fois de plus, que les actions chimiques sous-marines ont profondément marqué leur empreinte sur les sédiments plus ou moins calcaires.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'acide acétique combiné dans le bois et les tissus lignifiés.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Georges Brooks**.

Depuis la découverte de l'acide acétique parmi les produits qui résultent de la distillation sèche du bois, la production de ce corps volatil a été signalée plusieurs fois par simple hydrolyse, acide ou alcaline, de substances ligneuses. Cross et d'autres chercheurs ont attribué cette production à la présence de la « lignine », mais, depuis Dore, il est de plus en plus admis que l'acide acétique est lié dans le bois, en totalité ou en partie, à la cellulose et aux pentosanes.

Poursuivant notre enquête sur la composition chimique comparée des

([6]) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses* (*loc. cit.*, 1929, p. 687); *Roches carbonatées* (*Calcaires et dolomies*), (*loc. cit.*, 1935, p. 439).

branches et du tronc de nos principaux bois indigènes et, en même temps, de quelques autres productions végétales plus ou moins lignifiées, nous avons déterminé les proportions d'acide acétique libérables de ces substances par ébullition avec de l'acide sulfurique étendu (¹). Ce mode d'hydrolyse présente l'avantage d'être plus comparable qu'un autre à celui que l'on utilise pour la saccharification industrielle du bois.

TABLEAU I.

Espèce.	Acide acétique pour 100 de mat. sèc. Tronc.	Branche.	Espèce.	Acide acétique pour 100 de mat. sèc. Tronc.	Branche.
Tilleul	8,57	8,57	Peuplier	3,60	–
Érable champêtre	5,69	5,40	Tremble	6,81	6,22
Érable sycomore	5,83	–	Aune	6,22	6,61
Frêne	4,33	5,54	Bouleau	6,70	7,38
Charme	5,29	7,70	Épicéa	2,07	1,93
Chataîgnier	5,57	5,98	Mélèze	2,27	1,67
Chêne pédonculé	5,47	7,00	Pin maritime	1,30	2,46
Chêne rouvre	4,67	5,65	Pin sylvestre	2,39	2,20
Hêtre	6,17	6,11	Sapin pectiné	2,29	1,65

TABLEAU II.

Substance.	Ac. acétique pour 100 de mat. sèc.	Substance.	Ac. acétique pour 100 de mat. sèc.
Paille d'avoine	1,87	Fibre de lin (Vendée)	0,64
» de blé	3,24	» lin (Lille)	0,52
» d'orge	1,70	» Pissabeira	1,06
» de seigle	2,93	» ramie	1,57
Feuille d'alfa	2,92	Raphia	3,89
Fibre d'annarana	6,48	Coque d'abricot	8,45
» de chanvre	1,85	» de noix	6,61
» de coco	3,70	» de coco	6,18
» de fourcroya	5,83	Balle de riz	2,31
» de guaxima	5,14	Moelle de sureau	2,77
» de jute	4,88	Loufa (réseau vasculaire)	5,62
» de jute (pied)	3,96	Coton brut (Indes angl.)	0,00

Nous avons dosé l'acide acétique libéré dans les mêmes échantillons de bois ainsi que dans les mêmes échantillons de pailles, de fibres, de coques,

(¹) On trouvera les détails historiques, la bibliographie et la description de la méthode de dosage dans le Mémoire qui paraîtra prochainement.

et d'autres substances végétales que nous avons déjà examinées à d'autres points de vue ([2]). Les résultats sont présentés en deux tableaux et dans le même ordre que dans les mémoires précédents, pour faciliter les comparaisons.

Ces tableaux montrent que tous les tissus lignifiés, qu'ils appartiennent au bois proprement dit ou à d'autres organes, renferment des proportions notables d'acide acétique, vraisemblablement combiné sous la forme d'esters et facilement libérable par hydrolyse.

Ils font aussi ressortir une différence quantitative remarquable entre les bois des espèces angiospermes et ceux des espèces gymnospermes : les premières sont beaucoup plus riches en acide acétique que les secondes.

On trouve en effet, pour 100 parties de matières sèches,

dans le bois de tronc :				
d'angiospermes......	de 3,60 à 8,57	d'acide acétique,	en moyenne	5,76
de gymnospermes....	de 1,30 à 2,39	»	»	2,06
et dans le bois de branche :				
d'angiospermes......	de 5,40 à 8,57	»	»	6,56
de gymnospermes....	de 1,65 à 2,46	»	»	1,98

Ces résultats sont à rapprocher de ceux qui ont été obtenus par Schorger; par Rose et Lisse, Dore, Sherrard et Blanco, Ritter et Kurth sur plusieurs espèces de bois américaines; par Tang et Wang sur le *Gingko biloba* L. du Japon; enfin par Pringsheim et Magnus; par Runkel et Lange, en Allemagne, sur des espèces identiques aux nôtres, mais récoltées dans d'autres conditions ([3]).

Les chiffres obtenus par ces auteurs, avec des méthodes parfois assez différentes, sont en complet accord avec la conclusion générale exprimée plus haut au sujet des bois d'Angiospermes et de Gymnospermes sous le rapport de la teneur en acide acétique combiné.

Ce n'est pas la première fois qu'une différence de composition chimique importante est révélée entre les deux groupes de bois. En 1892 l'un de nous avait déjà signalé l'existence d'un polyholoside, analogue à la mannocellulose de la noix de *Phitelephas*, dans le tissu lignifié des Gymnospermes, alors qu'il n'en avait pas été rencontré, et que l'on n'en a d'ailleurs pas encore rencontré dans celui des Angiospermes ([4]).

([2]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 952 et **210**, 1940, p. 773.

([3]) Pour les détails, voir le Mémoire.

([4]) GAB. BERTRAND, *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **7**, 1892, p. 468 et *Comptes rendus*, **129**, 1899, p. 1025.

La différence de teneur en acide acétique combiné des bois d'Angiospermes et de Conifères est assez grande pour retentir, d'une manière très nette, sur la fabrication, pourtant assez brutale, de l'acide pyroligneux. Les industriels qui soumettent le bois à la distillation sèche pour en retirer, en particulier, de l'alcool méthylique et de l'acide acétique, ont en effet observé depuis longtemps que les bois à feuilles larges fournissent de plus grandes proportions de ces deux produits que les bois à feuilles aciculaires, lesquelles, inversement, fournissent davantage de goudron. Les bois à feuilles larges appartiennent généralement au groupe des Angiospermes et les bois à feuilles aciculaires à celui des Gymnospermes. Le *Gingko biloba* L., tout en appartenant au dernier de ces groupes, à la famille des Conifères, présente des feuilles élargies. Son bois répond à la règle générale en ce qui concerne la teneur en acide acétique.

La comparaison des bois de branches et des bois de tronc suscite d'autres remarques.

Chez les Conifères que nous avons analysées, il n'y a pratiquement pas de différence au point de vue de la teneur en acide acétique entre les deux sortes de bois; chez les Angiospermes, au contraire, cette teneur est presque toujours nettement plus forte dans les branches que dans le tronc, en moyenne 6,56 contre 5,76 % de matières sèches.

Les branches dont nous nous sommes servis étaient de grosseur moyenne, d'un diamètre allant de 2 à 6^{cm}, et d'un âge compris entre 10 et 45 ans. Il est très probable que si l'on opérait sur des branches plus jeunes, on trouverait des teneurs en acide acétique encore plus élevées. On est ainsi amené à compter qu'un traitement industriel pourrait très bien atteindre, avec des matières premières convenables, des rendements de 70 à 80^{kg} et même davantage d'acide acétique par tonne de bois sec.

De quel composant du tissu lignifié provient l'acide acétique? D'après ce qui a été rappelé au début de cette Note, ce n'est plus au complexe organique, d'ailleurs mal défini, que l'on désigne communément sous le nom de *lignine*; ce serait à la cellulose et aux polyholosides qui accompagnent cette substance fondamentale de la membrane cellulaire que l'acide acétique serait combiné. Des expériences probantes ont été réalisées, notamment par Er. Schmidt et ses collaborateurs ([5]), à l'appui de cette conception; elles expliqueraient l'origine, sinon de la totalité, du moins d'une partie importante de l'acide acétique libéré par l'hydrolyse

([5]) *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 70, 1937, p. 2345.

du bois et des substances apparentées. Pour le reste, on peut imaginer une autre origine.

Dans deux Notes antérieures ([2]), nous avons fait observer que la plus grande richesse en combinaisons méthyliques du bois de branche par rapport au bois de tronc était peut-être due à la persistance des composés pectiques qui prennent naissance au début du cloisonnement cellulaire ou à des produits de transformation que ces composés auraient subi avec l'âge. Or les pectines, qui servent de point de départ à la série des composés pectiques, renferment, comme l'ont d'abord vu Smolenski et F. Ehrlich, des groupements acétylés. Il est donc logique de penser que l'hypothèse formulée au sujet du méthoxyle et du méthanol s'applique aussi à l'acide acétique. Si l'on additionne les proportions de cellulose, de polyholosides divers, de vasculose et de lignol qui existent dans les tissus lignifiés, il ne reste pas beaucoup de place pour les composés pectiques; il n'y a, d'autre part, pas assez de groupes acétyles dans ces composés pour expliquer par leur présence l'origine de tout l'acide acétique qui a été dosé, mais il est néanmoins très vraisemblable que les composés pectiques contribuent, pour une part, au stock d'acide acétique emmagasiné dans le bois et dans les autres tissus lignifiés.

CHRONOMÉTRIE. — *Influence du couteau sur l'isochronisme d'un pendule.* Note de M. **Jules Haag**.

1. L'influence du couteau sur la durée des oscillations infiniment petites a été étudiée par Bessel, en supposant que la section droite dudit couteau soit une conique. Cette hypothèse arbitraire ne fait que compliquer les calculs. Depuis plus de dix ans je traite cette question dans mon cours de Chronométrie, en utilisant simplement le rayon de courbure au point de contact et ses dérivées successives par rapport à l'élongation. On peut ainsi calculer la durée des oscillations infiniment petites, comme l'a fait Bessel, et aussi la durée des oscillations d'amplitude finie, ce qui permet d'apprécier l'influence du couteau sur l'isochronisme. Cette dernière influence a été découverte expérimentalement par M. Max Schuler ([1]) et étudiée théoriquement par M. H. Gebelein. Je n'ai pas eu entre les mains le travail de ce dernier auteur. Mais les courbes de marche publiées par M. Max Schuler m'ont donné l'idée de reprendre ma méthode de calcul

([1]) Cf. *Annales françaises de Chronométrie*, 1938, p. 32.

avec des hypothèses plus larges que celles que j'avais faites antérieurement concernant la forme du couteau et de son support. Ce sont les résultats de ce calcul que je vais résumer.

2. Soient C et C_1 les sections droites du couteau et de son support par un plan passant par le centre de gravité G du pendule. Soient O le point de contact de ces deux courbes dans la position d'équilibre, Ox la tangente en O et Oy la normale, supposée verticale et orientée vers le bas. Le point O étant l'origine des arcs, soient $M(x, y)$ et $M_1(x_1, y_1)$ les deux points ayant pour abscisse curviligne s et soient φ et φ_1 les angles de Ox avec les tangentes en M à C et en M_1 à C_1. Quand le point de contact se confond avec M et M_1, l'élongation du pendule est $\theta = \varphi_1 - \varphi$. Appelons enfin a la distance OG et R le rayon de giration du pendule par rapport à l'axe passant par O. La durée de la demi-oscillation amenant θ de θ_0 à o est

$$T_0 = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^{\theta_0} \frac{\sqrt{R^2 + x^2 + y^2 - 2ay}}{\sqrt{f(\theta) - f(\theta_0)}} d\theta, \tag{1}$$

en posant

$$f(\theta) = y_1 - y \cos\theta - x \sin\theta + a \cos\theta.$$

3. Lorsque le support n'est pas plan, il y a intérêt à *se donner la forme des courbes* C *et* C_1 *par les angles* φ *et* φ_1, *exprimés en fonctions de* s. Admettons que ces angles puissent être développés suivant des puissances croissantes, entières ou non, de s; le degré du premier terme étant $\geqq 1$, afin que la courbure soit finie. On peut calculer facilement les développements de x, y, y_1 et θ. Soit ks^n le premier terme du développement de θ; le coefficient k est nécessairement positif et $n \geqq 1$. De ce développement on déduit ceux de s, x, y, y_1 et $f(\theta)$ suivant les puissances de θ. Le premier terme de $f(\theta)$ est $-Ak^{-\frac{1}{n}}\theta^{\frac{n+1}{n}}$, avec $A = n/(n+1)$ si $n > 1$ et $A = (1 + ak)/2$ si $n = 1$. La formule (1) prend alors la forme

$$T_0 = \frac{R}{\sqrt{2gA}} k^{\frac{1}{2n}} \int_0^{\theta} \frac{1 + \mu\theta^{\beta} + \mu'\theta^{\beta'} + \ldots}{\sqrt{\theta_0^m - \theta^m + \lambda(\theta_0^{\alpha} - \theta^{\alpha}) + \lambda'(\theta_0^{\alpha'} - \theta^{\alpha'}) + \ldots}} d\theta,$$

les exposants α, α', ... étant croissants et $> m = (n+1)/n$; les exposants β, β', ... étant croissants et > 0.

En faisant le changement de variable $\theta = \theta_0 u^m$, on peut développer l'intégrale ci-dessus suivant les puissances de θ_0 et l'on obtient une formule de la forme

$$T_0 = \frac{n}{n+1} \frac{Rk^{\frac{1}{2n}}}{\sqrt{2gA}} \theta_0^{\frac{n-1}{2n}} (H_0 + H_1\theta_0^{\rho} + H_2\theta_0^{\rho'} + \ldots), \tag{2}$$

les coefficients H_i se calculant facilement au moyen de la fonction eulérienne de seconde espèce.

Cette formule montre que la durée des oscillations infiniment petites est finie si $n=1$; mais elle est infiniment petite si $n>1$, ce qui arrive par exemple si le support est plan et si le rayon de courbure de C en O est infini. On peut aussi choisir les deux courbes C et C_1 de telle manière que les exposants $p, p', \ldots$ aient des valeurs quelconques et obtenir de la sorte des courbes de marche de formes variées, comme celles qu'a obtenues expérimentalement M. Max Schuler.

4. Supposons par exemple que le support soit plan et que la courbe C soit constituée par deux arcs analytiques, symétriques l'un de l'autre par rapport à Oy. Définissons l'un d'eux par

$$s = b\theta + b_1\theta^2 + b_2\theta^3 + \ldots, \qquad \theta = -\varphi.$$

La durée d'une oscillation simple est de la forme

$$T = \frac{R}{2\sqrt{g(a+b)}}(\pi + A_1\theta_0 + A_2\theta_0^2 + \ldots).$$

J'ai calculé les coefficients A_i jusqu'à A_4 inclus. Par exemple

$$A_1 = -\frac{4b_1}{3(a+b)};$$

ceci montre que, si b_1 n'est pas nul, c'est-à-dire *si le cercle de courbure en* O *n'a pas un contact de troisième ordre avec* C, *la tangente à la courbe de marche, au point* $\theta_0 = 0$, *n'est pas l'axe des* θ_0, comme dans la suspension théorique. M. Max Schuler a précisément obtenu de telles courbes à tangente oblique.

En annulant A_1, A_2, A_3, A_4, on obtient des valeurs de b_1, b_2, b_3, b_4 qui donneraient un excellent isochronisme; mais la réalisation matérielle d'un tel couteau ne serait possible qu'avec des dimensions exagérées.

M. **Maurice Caullery** s'exprime en ces termes :

J'ai le plaisir d'offrir à l'Académie un petit volume qui vient de paraître, *Les Étapes de la Biologie* [1]. Ce livre est destiné à un public très étendu et

[1] Presses Universitaires de France (Collection *Que sais-je ?*, n° 1, in-12, 126 pages, 12 figures).

ne vise pas à faire état de données nouvelles. Il m'a cependant fourni l'occasion de constater combien est suggestive la lecture de certains ouvrages anciens à la lumière des connaissances actuelles et aussi d'apprécier la richesse de la bibliothèque de l'Institut pour la recherche de documents de cet ordre.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de *Chimie tinctoriale* du Conservatoire National des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *Léon Denivelle* réunit l'unanimité des 33 suffrages.

Pour la seconde ligne, M. *Jules Clavel* obtient 22 suffrages. Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence la liste présentée à M. le Secrétaire d'État à l'Éducation Nationale et à la Jeunesse comprendra :

En première ligne.............. M. **Léon Denivelle.**
En seconde ligne............... M. **Jules Clavel.**

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines propriétés nouvelles des fonctions algébroïdes*. Note de M. **Jacques Dufresnoy**, présentée par M. Gaston Julia.

Pour généraliser aux fonctions algébroïdes certaines propriétés des fonctions méromorphes ([1]), étendons le théorème d'Ahlfors aux surfaces de Riemann multiplement connexes. Il suffit de modifier légèrement la fin de la démonstration de ce théorème.

Étant donné, sur la sphère unitaire Σ_0, $q \geq 3$ *domaines* D_i *simplement connexes et disjoints, on peut déterminer une constante h telle que toute*

([1]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 595-598 et 662-665. Signalons que, dans cette dernière Note, on peut, pour obtenir des théorèmes en termes finis, imposer une hypothèse supplémentaire (destinée à écarter polynomes et fractions rationnelles) moins stricte que celle indiquée. Au lieu de supposer que la fonction $w = f(z)$ ne prend pas deux valeurs distinctes, on supposera que la surface de Riemann décrite par cette fonction ne présente aucune île sur deux domaines disjoints.

surface de recouvrement Σ *de* Σ_0, *de caractéristique* ρ, *présente sur les domaines* D_i *des îles dont la somme* $\Sigma p(D_i)$ *des multiplicités simples satisfait à*

$$\Sigma p(D_i) \geqq (q-2)(S-hL)-(\rho+1),$$

où $4\pi S$ *désigne l'aire de* Σ *et* L *la longueur de son contour*. La constante h a toujours la valeur trouvée pour les surfaces simplement connexes ($\rho=-1$).

Soit $w=f(z)$ une algébroïde à ν branches, définie dans le cercle $|z|<R$. Pour $|z|\leqq r<R$, les points w décrivent un certain nombre de surfaces connexes $\Sigma(r)$ auxquelles nous appliquons le théorème précédent. Il vient, en sommant,

$$\Sigma p(D_i) \geqq (q-2)(S-hL)-v_z, \tag{1}$$

où v_z est l'ordre total de ramification de la surface (non toujours connexe) à ν feuillets, située sur le cercle $|z|\leqq r$ et qui uniformise l'algébroïde. On montre d'ailleurs que $v_z \leqq n(\Delta)$ en désignant par Δ le discriminant de l'algébroïde. On trouve ainsi, dans le cas particulier où tous les domaines D_i sont réduits à des points, la *forme différentielle* d'une inégalité connue. Nous allons passer à la forme intégrale en utilisant la relation

$$N(r,\Delta) < (2\nu-2)T(r)-\log\Pi\left(\frac{\delta_{ij}(0)}{2}\right)^2, \tag{2}$$

$\delta_{ij}(0)$ étant la distance sphérique cordale de deux branches de l'algébroïde au point $z=0$.

A. Théorème du défaut. — On obtient ([2])

$$\Sigma P(D_i) \geqq (q-2\nu)T(r)-O\left[\sqrt{S(r)\log r}\right].$$

En définissant alors le défaut et l'indice de ramification *à partir des grandeurs intégrales* ([3])

$$\delta(D_i)=1-\overline{\lim_{r\to R}}\frac{N(r,D_i)}{T(r)}, \qquad \theta(D_i)=\underline{\lim_{r\to R}}\frac{N_1(r,D_i)}{T(r)},$$

nous obtenons le théorème :

([2]) Cette inégalité s'applique à des domaines D_i; c'est son grand avantage sur l'inégalité classique. Mais, dans le cas particulier où tous les domaines D_i sont réduits à des points, elle présente un terme complémentaire $O\left[\sqrt{S(r)\log r}\right]$ moins précis que cette dernière.

([3]) Le défaut et l'indice de ramification ainsi définis (d'après les idées de R. Nevanlinna) sont supérieurs à ces quantités définies *à partir des grandeurs différentielles* (d'après Ahlfors). Il y a donc intérêt à appliquer, aussi, ce nouveau théorème du défaut aux fonctions méromorphes.

Si une algébroïde $w = f(z)$ *à* ν *branches satisfait à* $R = \infty$ *ou bien à* $R < \infty$ *avec* $\overline{\lim}_{r \to R} T(r)(R - r) = \infty$:

1° *on a*

$$\Sigma\delta(D_i) + \Sigma\theta(D_i) \leq 2\nu;$$

2° *la surface de Riemann décrite par* $w = f(z)$ *présente au moins une île sur l'un de* $2\nu + 1$ *domaines* D_i;

3° *si toutes les îles situées sur le domaine* D_i *ont* μ_i *feuillets au moins, on a*

$$\sum\left(1 - \frac{1}{\mu_i}\right) \leq 2\nu;$$

en particulier, il y a au moins une île simple sur l'un de $4\nu + 1$ *domaines* D_i.

Ce sont des extensions des théorèmes sur les valeurs exceptionnelles et les valeurs ramifiées.

B. Théorèmes en termes finis. — Pour les algébroïdes, on a

$$L^2(r) \leq 8\pi^2 \nu r \frac{dS}{dr};$$

compte tenu de cette relation, les inégalités (1) et (2) entraînent le théorème :

Soit une algébroïde à ν *branches dont toutes les déterminations à l'origine sont distinctes et dont une branche a une oscillation sphérique supérieure à* δ_1 *dans le cercle* $|z| \leq r_1$; *si cette algébroïde n'a aucune île sur* $2\nu + 1$ *domaines* D_i *simplement connexes et disjoints, elle a un rayon d'existence* R *borné par*

$$\log R \frac{\delta_1^\nu}{r_1} < -4 \log \Pi \left(\frac{\delta_{ij}(0)}{2}\right)^2 + F(\nu, h),$$

h dépendant uniquement des domaines D_i.

On parvient à une limitation analogue en remplaçant l'hypothèse de la non-existence des îles par celle-ci : *l'algébroïde n'a aucune île simple sur* $4\nu + 1$ *domaines*; ou, plus généralement, par : *il existe q domaines* D_i *à chacun desquels est associé un entier* μ_i *avec* $\Sigma(1 - 1/\mu_i) > 2\nu$ *et tels que l'algébroïde ne présente sur* D_i *que des îles à* μ_i *feuillets au moins.*

Au lieu de r_1 et δ_1 on peut introduire la dérivée sphérique à l'origine.

Pour les algébroïdes à deux branches, on peut, *dans certains cas*, se débarrasser du terme $\delta_{12}(0)$. En effet, des théorèmes précédents nous avons déduit les propriétés suivantes :

Une algébroïde à deux branches, ne prenant pas cinq valeurs et dont une branche a une oscillation sphérique supérieure à δ_1 *dans le cercle* $|z| \leq r_1$, *a un rayon d'existence* R *inférieur à une quantité dépendant de* r_1, δ_1 *et de la plus petite distance sphérique des cinq valeurs exceptionnelles.*

Comme le montre l'exemple $w = z \pm \varepsilon\sqrt{(z-z_1)(z-z_2)\ldots(z-z_9)}$ où ε est une constante arbitrairement petite, on ne peut obtenir de théorèmes analogues si l'on remplace la condition d'existence de cinq valeurs exceptionnelles par celle de q domaines D_i recouverts par des îles ayant toutes μ_i feuillets au moins.

Toutefois, on peut faire cette hypothèse plus générale pour une algébroïde de la forme $w = \pm\sqrt{f(z)}$ où $f(z)$ est une fonction méromorphe. Dans ce cas il est possible de remplacer la donnée de r_1 et δ_1 par celle de $|f'(0)|/1+|f(0)|^2$. A partir de cette remarque on obtient des théorèmes sur les couronnes fendues qui se rattachent à un théorème de G. Valiron [4].

ÉLASTICITÉ. — *Sur l'intégration des équations indéfinies de l'équilibre élastique.* Note de M. **Charles Platrier**.

La difficulté essentielle des problèmes d'équilibre élastique réside dans les conditions aux limites auxquelles on doit satisfaire. Dans l'espérance d'apercevoir des solutions pour certains de ces problèmes, on s'est préoccupé d'intégrer les équations indéfinies de l'équilibre sans considérer d'abord les conditions aux limites. La présente Note a pour but de donner, en vue d'application à la résistance des matériaux, une forme de la solution générale des équations indéfinies dans un milieu élastique, homogène, isotrope, en équilibre après déformation à partir d'un état naturel, sans qu'aucune force de masse n'agisse dans le milieu.

Soient (N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3) les coordonnées du tenseur symétrique des tensions $\overline{\overline{T}}$ dans l'état déformé et soient

$$\mathcal{N}_1 = N_1 + (1-\varpi)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - (1-\varpi)N \quad \text{(et deux relations analogues en } \mathcal{N}_2 \text{ et } \mathcal{N}_3\text{)},$$

$$\mathcal{C}_1 = T_1 + (1-\varpi)\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\,\partial z} \quad \text{(et deux relations analogues en } \mathcal{C}_2 \text{ et } \mathcal{C}_3\text{)},$$

avec

$$\varpi = \frac{\lambda}{3\lambda+2\mu} \quad (\lambda \text{ et } \mu \text{ coefficients de Lamé}),$$

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad \text{et} \quad \Delta\varphi = N \quad (\Delta \text{ symbole Laplacien}).$$

La recherche du tenseur symétrique $\overline{\overline{\mathcal{C}}}$ de coordonnées ($\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$, $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$) peut être substituée à celle du tenseur $\overline{\overline{T}}$, et, comme ce

(4) *Actualités scientifiques et industrielles*, 570, 1937, p. 32.

dernier doit satisfaire aux six conditions dites d'intégrabilité

$$\Delta\overline{\overline{T}} + (1-\varpi)\,\overline{\overline{\operatorname{grad}\operatorname{grad}N}} = 0,$$

et aux trois équations universelles d'équilibre

$$\operatorname{div}\overline{\overline{T}} = 0,$$

le tenseur $\overline{\overline{\mathfrak{T}}}$ est défini par les conditions

$$\Delta\overline{\overline{\mathfrak{T}}} = 0 \quad \text{et} \quad \operatorname{div}\overline{\overline{\mathfrak{T}}} = 0.$$

La première de ces relations exprime que les six fonctions $(\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, \mathfrak{N}_3, \mathfrak{T}_1, \mathfrak{T}_2, \mathfrak{T}_3)$ sont harmoniques. Donnons-nous *a priori* trois d'entre elles $(\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, \mathfrak{N}_3)$ et déterminons la fonction φ telle que

$$\Delta\varphi = N = \frac{\mathfrak{N}}{2\varpi - 1} \quad \text{avec} \quad \mathfrak{N} = \mathfrak{N}_1 + \mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_3.$$

Pour satisfaire à la relation $\operatorname{div}\overline{\overline{\mathfrak{T}}} = 0$, nous avons à déterminer $(\mathfrak{T}_1, \mathfrak{T}_2, \mathfrak{T}_3)$ harmoniques et satisfaisant aux trois équations aux dérivées partielles

$$\frac{\partial\mathfrak{T}_3}{\partial y} + \frac{\partial\mathfrak{T}_2}{\partial z} = -\frac{\partial\mathfrak{N}_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial\mathfrak{T}_3}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{T}_1}{\partial z} = -\frac{\partial\mathfrak{N}_2}{\partial y}, \quad \frac{\partial\mathfrak{T}_2}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{T}_1}{\partial y} = -\frac{\partial\mathfrak{N}_3}{\partial z}.$$

Dans ce but on pourra former trois fonctions harmoniques (U_1, U_2, U_3) telles que

(1) $$2\frac{\partial^2 U_1}{\partial y\,\partial z} = \mathfrak{N}_1, \quad 2\frac{\partial^2 U_2}{\partial z\,\partial x} = \mathfrak{N}_2, \quad 2\frac{\partial^2 U_3}{\partial x\,\partial z} = \mathfrak{N}_3,$$

soit

$$2U_1 = \int^y\int^z \mathfrak{N}_1\,dy\,dz \quad \text{(et deux analogues)},$$

et l'on en déduira

(2) $$\begin{cases} \mathfrak{T}_1 = 2\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial U_1}{\partial x} + \dfrac{\partial U_2}{\partial y} + \dfrac{\partial U_3}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial F_3}{\partial x} - \dfrac{\partial F_2}{\partial x} + \alpha_1 x + \beta_1, \\ \mathfrak{T}_2 = 2\dfrac{\partial^2 U_2}{\partial y_2} - \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial U_1}{\partial x} + \dfrac{\partial U_2}{\partial y} + \dfrac{\partial U_3}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial F_1}{\partial y} - \dfrac{\partial F_3}{\partial y} + \alpha_2 y + \beta_2, \\ \mathfrak{T}_3 = 2\dfrac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} - \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial U_1}{\partial x} + \dfrac{\partial U_2}{\partial y} + \dfrac{\partial U_3}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial F_2}{\partial z} - \dfrac{\partial F_1}{\partial z} + \alpha_3 z + \beta_3. \end{cases}$$

$F_1(y, z)$, $F_2(z, x)$, $F_3(x, y)$ étant des fonctions harmoniques arbitraires de deux variables et $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ des constantes. Le problème ici traité est donc résolu par la connaissance des fonctions harmoniques et

des fonctions φ définies en fonction de la dilatation cubique harmonique θ par

$$(3)\qquad \Delta\varphi = (3\lambda + 2\mu)\theta = \mathrm{N} = -\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\,\mathcal{N}.$$

On se donnera arbitrairement ($\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$) harmoniques, partant leur somme $\mathcal{N}$, on calculera ($\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$) par les formules (1) et (2) où (F_1, F_2, F_3) sont des fonctions harmoniques de deux variables arbitraires, et l'on déterminera une solution de l'équation en φ

$$(4)\qquad \Delta\varphi + \frac{\mathcal{N}}{1-2\varpi} = 0.$$

Le tenseur tension $\overline{\overline{T}}$ est alors défini dans le milieu considéré par les égalités

$$(5)\qquad \begin{cases} N_1 = \mathcal{N}_1 - (1-\varpi)\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \dfrac{1-\varpi}{1-2\varpi}\mathcal{N} & \text{(et deux analogues)} \\ T_1 = \mathcal{C}_1 - (1-\varpi)\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial y\,\partial z} & \text{(et deux analogues)} \end{cases}$$

que résume la relation tensorielle

$$(6)\qquad \overline{\overline{T}} = \overline{\overline{\mathcal{C}}} - (1-\varpi)\,\overline{\overline{\mathrm{grad.grad}}}\,\varphi - \frac{1-\varpi}{1-2\varpi}\mathcal{N}.\overline{\overline{1}}.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Intégrales premières du mouvement du mésoton.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

Considérons l'équation du mésoton dans le vide, écrite sous la forme ([1])

$$\beta_\mu\,\partial_\mu\,\psi + k\psi = 0, \qquad \text{soit} \qquad S\psi - imc^2\,\psi = 0,$$

où

$$k = \frac{mc}{\hbar}, \quad \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, \quad x^4 = ict, \quad \beta_\lambda\beta_\mu\beta_\nu + \beta_\nu\beta_\mu\beta_\lambda = \beta_\lambda\,\delta_{\mu\nu} + \beta_\nu\,\delta_{\mu\lambda},$$
$$S = -ic\hbar\,\beta_\mu\,\partial_\mu.$$

L'hamiltonien s'écrit

$$H = -c\hbar(\beta_k\beta_4 - \beta_4\beta_k)\,\partial_k + mc^2\beta_4 \qquad (k = 1, 2, 3).$$

Pour un opérateur ξ on peut définir la dérivée ordinaire $\dot{\xi} = i/\hbar\,(H\xi - \xi H)$ et la *dérivée par rapport au temps propre* ([2]), $\xi' = i/\hbar\,(S\xi - \xi S)$.

([1]) N. Kemmer, *Proc. Roy. Soc.*, A, 173, 1939, p. 91.

([2]) A. Proca, *Annales de Physique*, 20, 1933, p. 347; voir aussi *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 669.

Cela étant, on peut étudier systématiquement, comme pour le cas de l'équation Dirac ([2]), les relations des dérivées des 126 éléments indépendants qui constituent le groupe fini des β_μ et de leurs produits. L'étude de ces éléments se simplifie, comme l'on sait, si l'on introduit ([3]) les doubles de l'excès des carrés des β_μ sur $1/2$, $\eta_\mu = 2\beta_\mu^2 - 1$, opérateurs dont le carré est égal à l'unité.

On constate alors que toutes les grandeurs considérées dans cette théorie contiennent une partie oscillante, comme dans le cas de l'électron ([4]). La différence consiste dans le fait que ces grandeurs peuvent être classées en deux catégories, dont une seule se retrouve en théorie de Dirac. Pour la première (dont font partie les éléments de carré égal à l'unité), la partie oscillante satisfait à une équation différentielle *du premier ordre* à coefficients constants complexes, comme dans le cas de Dirac; pour la seconde catégorie (dont font partie les β_μ et les éléments ayant zéro comme valeur propre), les parties oscillantes satisfont à des équations *du second ordre*. On a en effet,

$$\text{pour la première catégorie} \qquad \hbar\eta'_\nu = 2i\,\mathrm{S}\eta_\nu - 2\hbar c\,\beta_\nu\partial_\nu$$

et

$$\text{pour la seconde catégorie} \qquad \hbar\beta''_\nu = \hbar c^2\,\Box\,\beta_\nu - ic\,\mathrm{S}\,\partial_\nu.$$

Des combinaisons purement oscillantes peuvent être formées avec ces opérateurs. Par exemple, l'on a d'une part, en posant $\Omega = \Sigma\eta_\nu - 1$ et $\theta = \eta_1\eta_2\eta_3\eta_4$, pour la première catégorie,

$$(1) \qquad \Omega' = \frac{2i}{\hbar}\mathrm{S}\Omega \quad \text{et} \quad \theta' = \frac{2i}{\hbar}\mathrm{S}\theta$$

et d'autre part, pour la seconde catégorie, avec $p_\mu = (\hbar/i)\,\partial_\mu$

$$(p_\mu\beta_\nu - p_\nu\beta_\mu)'' = c^2\,\Box\,(p_\mu\beta_\nu - p_\nu\beta_\mu).$$

On peut écrire aussi

$$(2) \qquad \left(\frac{1}{2}\sum_{\mu\neq\nu}\eta_\mu\eta_\nu\right)' = \frac{2i}{\hbar}\mathrm{S}\Omega \quad \text{et} \quad \left(\frac{1}{1.2.3}\sum\eta_\lambda\eta_\mu\eta_\nu\right)' = \frac{2i}{\hbar}\mathrm{S}\theta.$$

En combinant (1) et (2), on obtient deux intégrales premières d'univers,

---

([3]) Petiau, *Thèse*, Paris et Kemmer, *loc. cit.*

([4]) Proca, *loc. cit.*, p. 379.

M et N, distinctes, définies par

$$\left(\sum \eta_\mu - \frac{1}{2}\sum \eta_\mu \eta_\nu\right)' = M' = 0 \qquad [\theta(\Sigma\eta_\mu - 1)]' = N' = 0.$$

Kemmer (*loc. cit.*) a déjà indiqué que ces grandeurs commutent avec tous les β_μ.

Deux autres intégrales premières, dont une nouvelle, sont dignes d'intérêt. En premier lieu, naturellement, celle qui définit le spin et qui s'écrit sous la forme

$$x_\mu p_\nu - x_\nu p_\mu + \frac{\hbar}{i}(\beta_\mu \beta_\nu - \beta_\nu \beta_\mu) = \text{constante d'univers.}$$

En second lieu, posons

$$C_{\lambda\mu\nu} = i(\beta_\lambda \beta_\mu \beta_\nu + \beta_\mu \beta_\nu \beta_\lambda + \beta_\nu \beta_\lambda \beta_\mu) \qquad (\lambda \neq \mu \neq \nu).$$

On aura, ρ étant différent de λ, μ, ν,

$$C'_{\lambda\mu\nu} = \frac{c}{\hbar}\Delta_\rho p_\rho = \frac{c}{2\hbar}p_\rho \Big\{(\beta_\lambda\beta_\mu - \beta_\mu\beta_\lambda)(\beta_\nu\beta_\rho - \beta_\rho\beta_\nu)$$
$$+ (\beta_\mu\beta_\nu - \beta_\nu\beta_\mu)(\beta_\lambda\beta_\rho - \beta_\rho\beta_\lambda) + (\beta_\nu\beta_\lambda - \beta_\lambda\beta_\nu)(\beta_\mu\beta_\rho - \beta_\rho\beta_\mu)\Big\}.$$

On en déduit des intégrales premières de la forme

$$p_\lambda . C_{\lambda\mu\nu} + p_\rho . C_{\mu\nu\rho} = \text{constante d'univers.}$$

Elles décrivent des propriétés des *moments du troisième ordre* que nous avons définis ailleurs ([2]), qui existent également dans le cas de l'électron et qui satisfont à des relations analogues aux précédentes.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Contrôle précis d'un flux lumineux, même faible, par l'emploi de deux cellules photoélectriques à vide, en série.* Note ([1]) de M. **Pierre Fleury**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait qu'une cellule photoélectrique *à vide*, recevant un flux lumineux F constant, débite un courant *i* qui n'augmente que très lentement quand on fait croître, à partir d'une valeur suffisante, la tension appliquée V.

Disposons en série deux cellules $K_1 K_2$ (*fig.* 1) recevant des flux $F_1 F_2$, l'anode A_2 de la seconde étant reliée directement à la cathode C_1 de la

([1]) Séance du 4 avril 1941.

première, et appliquons aux bornes A_1 et C_2 de l'ensemble une différence de potentiel constante $\mathcal{V}$. Rapportons, comme l'indique la figure 2, à des systèmes $V_1 O_1 I_1$, $V_2 O_2 I_2$ (axes des abscisses confondus, mais orientés en sens inverses, origines distantes de $\mathcal{V}$) les *caractéristiques* $I = f(V)$ relatives aux deux cellules, soient Γ_1 et Γ_2 : leur point d'intersection P indique les tensions V_1 et V_2 aux bornes de K_1 et K_2.

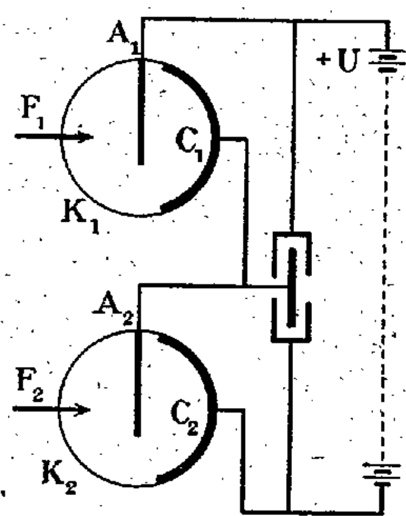


Fig. 1.

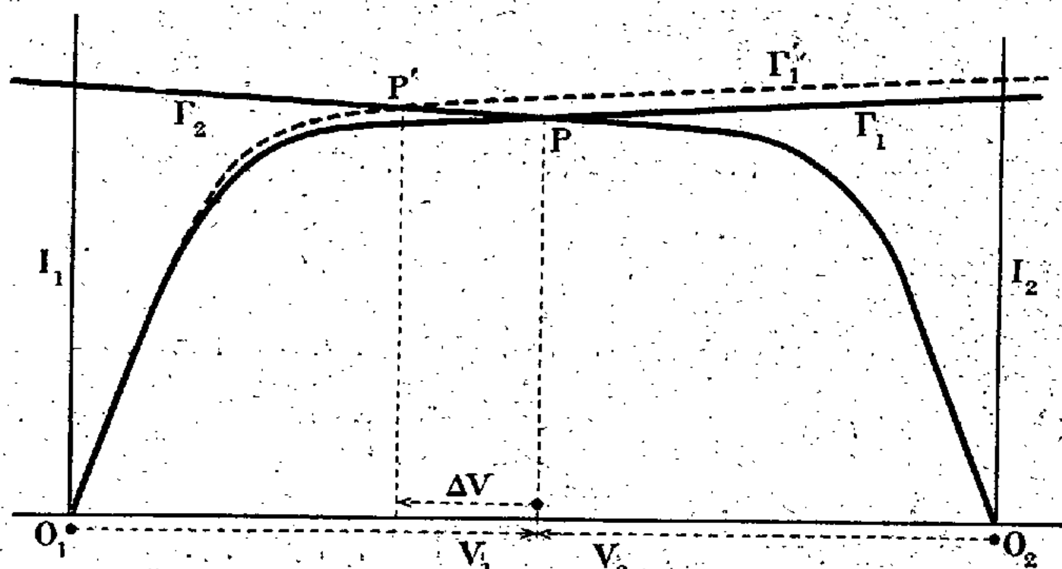


Fig. 2.

Si, F_2 restant constant, F_1 augmente d'une petite quantité ΔF, la caractéristique de K_1 vient en Γ'_1, qui coupe Γ_2 en P', et la variation $\pm \Delta V$ de V_2 et V_1 est beaucoup plus aisément décelable que celle ΔI du courant débité.

Pour évaluer la sensibilité, admettons que les deux cellules soient identiques et éclairées de la même façon ($F_1 = F_2 = F$, d'où $V_1 = V_2 = V = \mathcal{V}/2$), et posons $dI = a\,dV + b\,dF$. On aura

$$\Delta I = \frac{1}{2} b \Delta F, \qquad \text{d'où} \qquad \Delta V = \frac{b}{2a} \Delta F.$$

Quand V est assez élevé, b est pratiquement constant pour une cellule donnée; a décroît en même temps que le flux : s'il lui était proportionnel, une même lecture ΔV correspondrait, quel que soit F, à une même variation relative $\Delta F/F$. Mais, quand F tend vers zéro, a tend vers la *conductance d'obscurité* de la cellule, et la sensibilité décroît, d'autant plus vite que la cellule est plus mal isolée.

En reliant les électrodes A_1 et C_2 respectivement aux deux paires de quadrants d'un électromètre, et l'ensemble $C_1 A_2$ à son aiguille, nous avons

pu repérer le flux F_1 avec une grande précision (²). Lors d'expériences déjà anciennes, à l'aide de cellules Philips 3510 (tension appliquée totale $\mathcal{V} = 200$ volts), nous avons observé, pour une variation relative de 1 % autour de la valeur moyenne 0,025 lumen (lumière d'une lampe *monowatt*), une modification ΔV de l'ordre de 6 volts; mais les résultats n'étaient pas parfaitement reproductibles.

Ils le sont devenus par l'emploi de deux cellules *Boutry* (³) nécessitant une tension totale de 8 volts seulement, et présentant un très faible courant d'obscurité. Au cours de mesures faites en collaboration avec M. Barbault, la même variation de 1 % d'un flux lumineux F_1 réduit à un millilumen entraînait un écart ΔV d'environ 1 volt, aisément mesurable à 2 % près à l'aide d'un électromètre Lindemann.

Nous comptons appliquer ce dispositif en particulier à l'étude des courbes de transmission spectrale des filtres neutres ou colorés, dont la détermination précise est souvent rendue difficile par la petitesse des flux disponibles à la sortie d'un monochromateur.

RADIOCHIMIE. — *Sur la détermination du rendement radiochimique de la réaction photogénique accompagnant l'électrolyse d'une solution d'azoture de sodium.* Note de M. **Edgar-T. Verdier**, présentée par M. Marcel Delépine.

Avec R. Audubert (¹), j'ai montré que l'électrolyse d'une solution d'azoture de sodium ou d'acide azothydrique s'accompagne d'une émission de rayonnement ultraviolet, décelable et mesurable au moyen de compteur photo-électrique. L'analyse de ce rayonnement, avec un monochromateur à optique de quartz, montre que le spectre d'émission entre 1900 et 2800 Å est constitué par des bandes, situées respectivement à 1990, 2130, 2270, 2425 et 2550 Å, qui sont sensiblement les mêmes que celles obtenues dans

(²) Les montages différentiels à deux cellules antérieurement décrits, notamment par Follett (*Proceedings of the Physical Society*, 46, 1934, p. 499), étaient basés sur un principe tout différent.

(³) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 120; 206, 1938, p. 1807.

(¹) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1984.

le cas de la dissociation thermique des azotures N^3Na, N^3Ag, N^3Tl et N^3Hg (²).

On sait également, comme l'ont montré R. Audubert et C. Racz (³), que cette émission est due à la désactivation d'une forme métastable d'azote, activée électroniquement, à grande vie moyenne ($2,5.10^{-3}$ sec.).

Les résultats principaux auxquels conduit l'étude de l'électrolyse de ces solutions (N^3H et N^3Na) sont les suivants. On constate une augmentation de l'intensité du rayonnement par l'addition des substances suivantes : chlorhydrate d'hydroxylamine, nitrites, azotates et sulfates. Par contre, le rayonnement est diminué par l'addition des sulfites, hypoazotites et hydroquinone. Ces faits ne se prêtent pas à une interprétation aisée. Il m'a paru intéressant d'étudier au compte-photon le rendement radiochimique de la réaction photogénique, c'est-à-dire le rapport du nombre de photons émis par le nombre total de molécules décomposées à l'anode.

L'électrolyse a été effectuée au moyen du dispositif déjà écrit. Grâce à une vis micrométrique, l'épaisseur de la couche de solution interposée entre l'anode en toile de platine et la surface libre du liquide peut être réglée avec précision de façon à obtenir une émission maximum. On constate dans ce cas qu'une fraction notable de l'émission se fait en phase gazeuse, car l'intensité du rayonnement, mesurée par un compteur, est la même, à distances égales, dans toutes les directions, au-dessus de la surface de l'électrolyte.

La connaissance du spectre d'absorption d'une solution de N^3Na, qui est très fortement absorbante dans le domaine de la sensibilité spectrale du compteur, permet d'obtenir les intensités absolues de chacune des bandes d'émission et par suite le nombre total des photons émis. Dans ce but, j'ai mesuré l'intensité du rayonnement pour une tension et une intensité de courant données, en intercalant entre l'anode et le compte-photon une cuve d'absorption de $2^{cm},5$ contenant des solutions de N^3Na allant de N/1000 à N/5000. On obtient ainsi par unité de temps un nombre total de décharges ΔN, somme des effets dus à chaque bande d'émission, donné par

$$(1) \qquad \Delta N = \sum \frac{I_\lambda}{\sigma_\lambda} . e^{-K_\lambda d},$$

où I_λ est l'intensité absolue de la lumière émise, K_λ le coefficient d'absorption

---

(²) R. Audubert, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 133, et 206, 1938, p. 748; R. Audubert et C. Racz, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1810.

(³) *Bulletin de la Société Chimique de France*, 5ᵉ série, 7, 1940, p. 907.

de la solution dans la cuve d'absorption, et σ_λ la sensibilité absolue du compteur, exprimée en accroissement de décharge par photon, ou par erg, pour une longueur d'onde λ correspondant à une des cinq bandes du spectre d'émission; d est l'épaisseur de la cuve.

D'un autre côté, j'ai déterminé les coefficients d'absorption des différentes solutions de N^3Na utilisées grâce au dispositif suivant : sur la face d'entrée d'un monochromateur tombe le rayonnement d'une lampe de Chalonge; devant la face de sortie est placée la cuve contenant la solution et, à la suite de celle-ci, le compte-photon. Le rapport du nombre de décharges, avec et sans cuve, permet de calculer le coefficient d'absorption pour la longueur d'onde correspondante. Ces résultats sont parfaitement reproductibles et la méthode offre de gros avantages sur la méthode photographique dans un domaine où celle-ci est souvent délicate.

Pour déterminer la sensibilité absolue σ_λ, on mesure, d'une part, avec une pile thermoélectrique, l'énergie sortant du monochromateur pour la longueur d'onde considérée et d'autre part, le nombre de décharges enregistrées par le compteur pour la même intensité de lumière.

En faisant des mesures pour cinq concentrations différentes de la cuve de N^3Na intercalée, on a cinq équations du type (1) qui, à partir des grandeurs connues, permettent de calculer les intensités I_λ des différentes bandes. Ces valeurs varient entre 500.10^{-7} erg/min par cm², pour la bande de 2130 Å, et 1.10^{-7} erg/min par cm². L'intensité totale $\mathcal{J}$ se détermine aisément de ces données en tenant compte de l'angle solide formé par l'anode d'électrolyse et la cathode du compteur.

Le nombre N de molécules d'azote déchargées à l'anode est donné par le nombre de coulombs traversant la solution pendant une minute. Le rapport $\mathcal{J}/N$ donne le rendement radiochimique de la réaction photogénique.

D'après les résultats d'une suite d'expériences, avec une solution 0,2 N en N^3Na, le rendement radiochimique pour les bandes comprises entre 1900 et 2800 Å serait de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-11} photons par molécule. Cette valeur est voisine de celles obtenues par R. Audubert ([4]) dans le cas de la décomposition lente des azotures et de 1000 à 10000 fois plus grande que celles déterminées pour des réactions chimiques telles que la déshydratation du sulfate de quinine, l'oxydation du pyrogallate, et de l'oxydation anodique de l'aluminium ([5]).

([4]) *Journal de Chimie physique*, 34, 1937, p. 405.
([5]) R. AUDUBERT et O. VIKTORIN, *Journal de Chimie physique*, 34, 1937, p. 18.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Distribution des niveaux de résonance du noyau* N^{15}. Note [1] de M. **Paul Comparat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous sommes en mesure de compléter la répartition des niveaux du noyau N^{15} dans le domaine des grandes énergies, jusqu'à 7 MeV. Comme précédemment [2] nous provoquons la transmutation de N^{14} sous l'action de neutrons rapides provenant d'une source de neutrons : Radon-Be (300 mC), et mesurons l'énergie des noyaux de recul à l'aide d'une chambre d'ionisation à pression d'azote pur et d'un amplificateur proportionnel ($N^{14} + n \rightarrow N^{15} \rightarrow B^{11} + \alpha$). Filtration du rayonnement γ de la source par un écran de plomb de 6 à 10^{cm} d'épaisseur. Durée des poses : 40 heures.

Les courbes A et B traduisent nos résultats récents, la courbe C nos résultats antérieurs; ayant dû diminuer la sensibilité globale de l'amplificateur pour la mesure des fortes énergies, l'intervalle d'énergie moyen ($E_{\alpha+\beta}$; $E_{\alpha+\beta} + \Delta E_{\alpha+\beta}$) est de 0,04 MeV au lieu de 0,03; par contre le nombre des désintégrations est environ dix fois plus élevé, à énergie égale. Précision de la mesure absolue des énergies, environ 5 % ; dans la position des maxima les uns par rapport aux autres, 0,05 MeV environ.

1. Les courbes A et B présentent plusieurs maxima aigus, mais par ailleurs de simples paliers; ceci provient probablement des erreurs dans la mesure de la longueur des impulsions et des fluctuations provenant du bruit de fond γ, qui se composent avec les fluctuations statistiques sur le nombre des événements. A partir des valeurs $E_{\alpha+\beta} =$ MeV le nombre réduit des désintégrations ne nous permet pas la certitude sur la position des niveaux.

2. Dans le domaine commun aux courbes A et C nous notons :

a. Confirmation de niveaux nets à 2,25-2,60 (2,55) et 2,78 (2,75).

b. Apparition d'un groupe intermédiaire à 2,42.

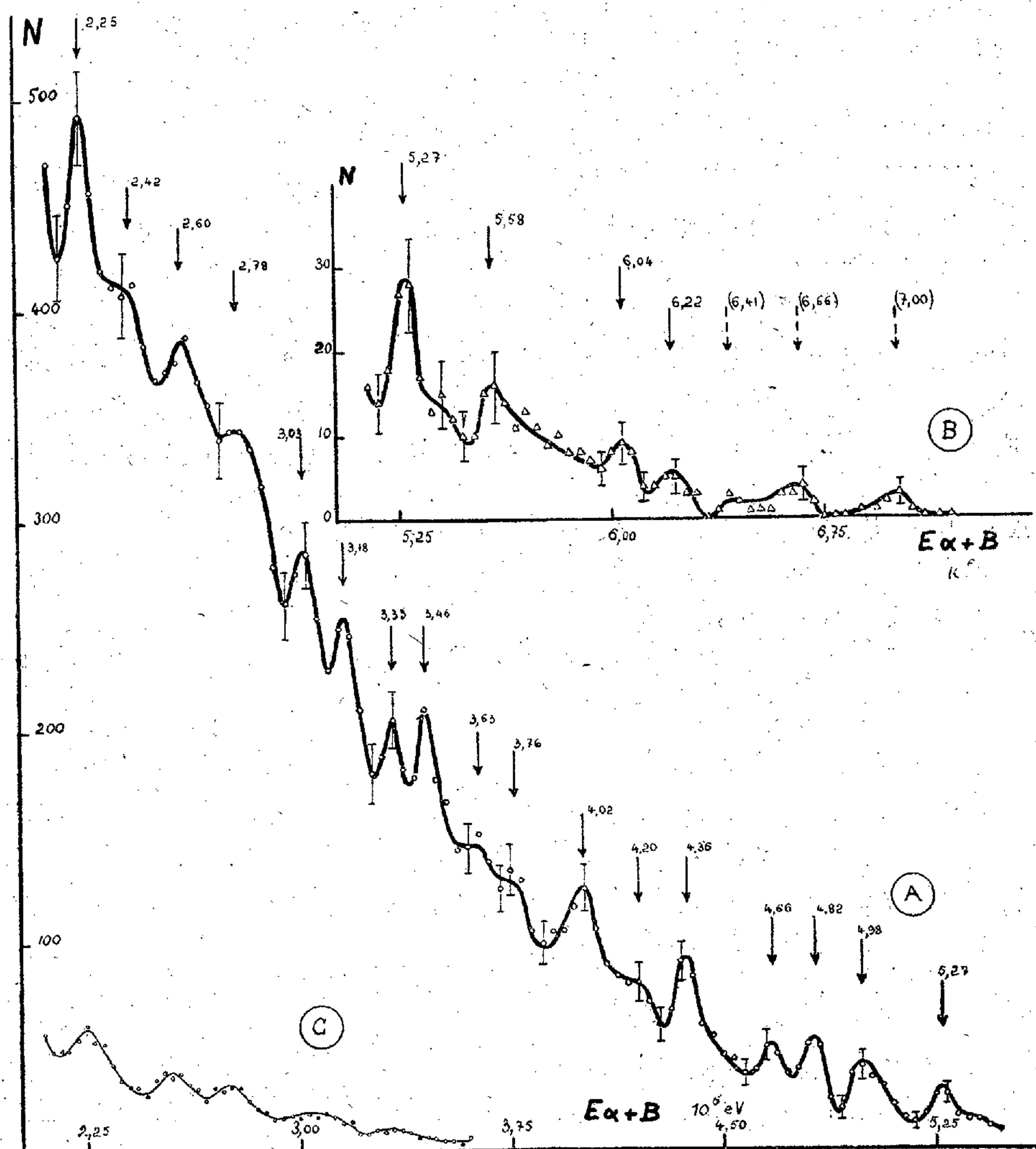
c. Les deux groupes précédemment situés à 3,05 et 3,30, mal définis par suite de leur largeur, ont révélé une structure : 3,03 et 3,18-3,33 et 3,46.

---

[1] Séance du 28 avril 1941.

[2] J. Thibaud et P. Comparat, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 226 et 851; J. Thibaud et P. Comparat, *Journal de Physique*, 7e série, 10, iv, 1939, p. 161.

Certains maxima spécialement larges (2,78-4,02-4,36-4,98 ...) font penser également à une subdivision plus fine; des mesures ultérieures nous permettront d'élucider ce point.



3. Le niveau très large signalé par Wilhelmy à 4,9 MeV doit correspondre chez nous au groupe des trois niveaux 4,66-4,82-4,98. Nous confirmons la valeur déduite du travail de Maurer, 3,74 (3,76); mais le niveau à 3,89 n'apparaît pas sur notre figure. L'accord avec les résultats de Ortner et Protiwinsky est médiocre, mais nous ignorons le degré de précision de leurs mesures.

4. Dans le tableau suivant nous résumons tous nos résultats, par énergies croissantes de 0,6 à 7 MeV; en admettant que tous les groupes correspondent à des niveaux de résonance, nous calculons la valeur absolue des termes E_T en prenant $Q = 0,35$ MeV et, pour énergie de liaison de la particule α dans le compound N^{15}, $E_l = 11,1$ MeV.

$E_{\alpha+}B$.....	0,60	0,75	0,90	1,05	1,25	1,40	1,60	1,75
E_T........	11,64	11,78	11,92	12,06	12,24	12,38	12,57	12,71
$E_{\alpha+}B$.....	2,05	2,25	2,42	2,60	2,78	3,03	3,18	3,33
E_T........	12,99	13,18	13,34	13,50	13,67	13,91	14,05	14,18
$E_{\alpha+}B$.....	3,46	3,63	3,76	4,02	4,20	4,36	4,66	4,82
E_T........	14,31	14,47	14,58	14,82	15,00	15,15	15,43	15,57
$E_{\alpha+}B$.....	4,98	5,27	5,58	6,04	6,22	(6,41)	(6,66)	(7,00)
E_T........	15,73	16,00	16,29	16,71	16,88	(17,06)	(17,30)	(17,61)

Au total 32 niveaux; l'intervalle entre niveaux est assez régulier; l'intervalle moyen est 0,15 à 0,20 MeV environ. La distribution des groupes entre 0,6 et 3,5 MeV semblait indiquer un intervalle croissant avec l'énergie; nos mesures récentes ne confirment pas cet aspect : la densité semble à peu près la même aux grandes et aux faibles énergies.

Dans nos discussions précédentes nous avions admis la possibilité que les plus faibles valeurs correspondent à des groupes de transition laissant le noyau de Bore excité; Ortner et Protiwinsky confirmaient cette hypothèse en mettant en évidence deux niveaux d'excitation de B^{11} à 2,25 et 4,25 MeV; mais nos mesures n'apportent pas de preuves absolues à ce sujet, car nos niveaux sont régulièrement espacés, et l'intervalle est du même ordre de grandeur que la précision avec laquelle les auteurs précédents définissent les niveaux d'excitation.

5. Remarquons enfin qu'il existe plusieurs niveaux à des énergies voisines et supérieures à celle de la barrière de potentiel de B^{11} (4 MeV environ). Cette conclusion semble un appui important à l'hypothèse de N. Bohr que dans le choc entre un noyau et une particule rapide, l'énergie incidente commence par se disséminer sur tous les corpuscules nucléaires et ne se localise pas immédiatement sur la particule projetée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude au moyen de l'effet Raman de la constitution des solutions contenant du bromure stanneux en présence d'un excès d'ion* Br^-. *Mise en évidence et structure de l'ion stannotribromure.* Note [1] de Mlle **Marie-Louise Delwaulle** et M. **Félix François.**

Le spectre Raman des solutions très bromhydriques de bromure stanneux a déjà été décrit par Tchakirian et Volkringer [2]. Ces auteurs concluent à l'existence de l'acide stannobromhydrique $(SnBr^3)^-H^+$ parce qu'ils rattachent son spectre Raman à celui du bromoforme, mais notent l'absence pour l'acide stannobromhydrique de la raie correspondant à la liaison hydrogène.

L'état de dépolarisation des raies n'ayant pas été étudié, nous avons décidé de reprendre la question comme nous l'avons fait pour la structure de l'ion stannotrichlorure dans un précédent travail [3]. Nous avons déterminé le spectre Raman des solutions aqueuses comportant, soit du bromure stanneux et de l'acide bromhydrique, soit du bromure stanneux et du bromure de calcium. Dans le premier cas les solutions s'oxydent à l'air sans qu'il apparaisse de trouble dans la liqueur. Nous avons donc pu suivre la répercussion sur le spectre de son altération avec le temps.

La comparaison de nos spectres avec celui décrit par Tchakirian montre de légères différences de fréquence qui tiennent au caractère diffus des raies considérées.

Fréquences exprimées en cm^{-1}.

Spectre Tchakirian.	Spectre ($SnBr^2$ et BrH).	Spectre ($SnBr^2$ et $CaBr^2$).
Bande 60 à 95	Bande 68 à 92	Bande 65 à 93
160 diffuse	155 diffuse (dépolarisée)	153 diffuse (dépolarisée)
180 diffuse	183 diffuse (polarisée)	179 diffuse (polarisée)
215 fine et faible	218 fine, faible (polarisée)	

Les trois spectres sont identiques, à part la raie 215 cm^{-1}, qui manque dans le spectre des solutions aqueuses de bromure stanneux et de calcium. Nous avons constaté que cette raie, présente, mais très faible dans les solutions fraîches de bromure stanneux et acide bromhydrique, s'intensifiait

---

(1) Séance du 31 mars 1941.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1758.

(3) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 65.

lors de l'oxydation de ces solutions. Nous avons vérifié que le spectre Raman des solutions de bromure stannique dans le bromure de potassium comportait une raie très forte de fréquence 218 cm^{-1}. Cette raie n'appartient pas au spectre de l'acide stannobromhydrique, mais ne fait que déceler son oxydation.

L'identité des spectres de l'acide stannobromhydrique et de son sel de calcium implique pour cet acide une dissociation très avancée.

Nous devons donc comparer le spectre obtenu à celui des modèles AX^{3-} ou AX^{4--} et la structure du type bromoforme est certainement à rejeter. L'étude de la dépolarisation des raies élimine également le type bromoforme AX^3Y. Même en conservant la raie 215 cm^{-1}, il resterait impossible d'homologuer les raies correspondantes :

Bromoforme......	539 ([a])	655 ([b])	1144 ([b])
$SnBr^3H$.........	154 ([b])	181 ([a])	218 ([a])

([a]) polarisée; ([b]) dépolarisée.

En faisant abstraction de cette raie et en assimilant la raie très large à un doublet, le spectre comporte deux doublets comme celui des édifices tétraédriques AX^3 et AX^4. L'étude de l'état de dépolarisation n'est possible qu'en ce qui concerne les deux raies du doublet externe. Nous le comparerons donc à celui du doublet correspondant des deux modèles AX^3 et AX^4 :

	Spectre pour $(SnBr^3)^-$.	AX^3.	AX^4.
ν_4, ν_2	Bande 65 à 93	doublet	doublet
ν_3	154 dépolarisée	ν_3 dépolarisée	ν_1 polarisée
ν_1	181 polarisée	ν_1 polarisée	ν_3 dépolarisée

On a donc affaire à un spectre du type AX^{3-}. L'ion complexe $(SnBr^3)^-$ a, comme l'ion $(SnCl^3)^-$, une structure tétraédrique; l'un des sommets est occupé par Sn, les autres par les Br.

CÉRAMIQUE. — *Sur les éléments d'une méthode de céramique comparée.* Note de M. **René Lecuir**.

Les Notes antérieures ([1]) permettent de préciser le sens physicochimique qui doit être attribué au qualificatif *profond*, utilisé pour caractériser la

([1]) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 207, 262, 328, 390.

qualité de l'émail de certaines fabrications céramiques. Ce terme rend compte des phénomènes optiques qui résultent de la structure de l'émail, et souvent du rapport de la structure de cet émail avec celle de la terre qu'il recouvre.

Ainsi une terre quelconque, mais couverte d'un émail relativement épais (ou encore de plusieurs émaux superposés) et doué d'une hétérogénéité croissant par couches parallèles à partir de sa surface, possède, en raison d'une diffusion croissante de la lumière dans l'épaisseur de l'objet, une *profondeur* marquée. Pour toutes les matières transparentes et homogènes, cette propriété n'aura de valeur appréciable que pour un indice de réfraction élevé. La profondeur d'une matière opaque à surface mate sera tenue pour négligeable; par contre, elle possède une valeur notable pour la surface polie d'une matière à structure microcristalline (comme certaines pierres dures) du fait même de son hétérogénéité optique.

D'autre part, la céramique, dite de matière, définie par l'absence d'un décor peint, en particulier les fabrications célèbres de ce type en Extrême-Orient sont réalisées par l'emploi de compositions choisies pour passer de façon continue de l'état pulvérulent à un état vitreux plus ou moins hétérogène, dans un intervalle de température nettement plus étendu que celui des erreurs de chauffe inévitables. Parfois, le même effet est obtenu par superposition de plusieurs compositions à points de fusion différents. Il est ainsi possible de réaliser des objets céramiques dont la présentation évoque la structure de matières translucides, comme les jades ou celles des pierres plus ou moins précieuses de la nature.

D'autre part encore, j'ai pu constater que la juxtaposition de matières de structures différentes donnait lieu à un effet de perspective, par une illusion d'optique résultant d'un *contraste simultané*, analogue à celui observé par Chevreul sur les couleurs, facteur de comparaison dont il n'a pas été tenu compte jusqu'à ce jour. Il en résulte en effet une exaltation de la profondeur de la matière douée au maximum de cette propriété et une dépréciation simultanée de la matière qui en est douée au minimum.

En particulier, cette notion de contraste simultané explique les effets décoratifs réalisés dans certaines fabrications céramiques comme celles de Shigaraki et Oribé, au Nippon.

Mais le principal intérêt qui s'attache à cette notion de contraste simultané réside dans son utilisation systématique en vue de la comparaison des différents essais d'une même fabrication; elle permet alors de déterminer avec sûreté la solution décorative la plus heureuse, puisqu'elle

fait intervenir, non seulement la coloration proprement dite, mais les différences de structure qui viennent modifier l'effet de celle-ci. Ces modifications sont peu perceptibles par la mémoire visuelle, si l'on fait exception de celle des experts, car une longue pratique de ce procédé est nécessaire pour acquérir une éducation suffisante permettant d'étendre cette méthode au contrôle décoratif de produits céramiques divers, en choisissant dans les musées les types classiques des différentes techniques comme pièces de référence. Mais on peut alors comparer les structures proprement dites des matériaux, en faisant abstraction de la couleur, et il est ainsi possible d'introduire, dans un domaine purement qualitatif, les éléments demi-quantitatifs d'une céramique comparée.

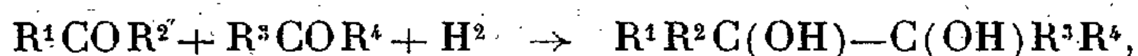
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mécanisme de la réduction des cétones par le sodium; méthode générale de synthèse des pinacols dissymétriques.* Note de M. **Joseph Wiemann**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré (*Annales de Chimie*, 11e série, t. 5, 1937, p. 271) que la réduction des aldéhydes α éthyléniques R—CHO par le zinc et l'acide acétique se fait par l'intermédiaire du radical R—CHOH—; des mesures de potentiel de dépolarisation de Baker (*Journ. Chem. Soc.*, 1940, p. 692) ont depuis confirmé cette hypothèse.

Pour voir si ce mécanisme de réaction s'appliquait aux cétones, j'ai repris la réduction de celles-ci par le sodium; en opérant en présence de benzène et à froid, j'ai pu obtenir de bons rendements en pinacols; à côté du pinacol il ne se forme que l'alcool secondaire correspondant à la cétone; dans aucun cas je n'ai observé la formation de produits de condensation en quantité appréciable.

Ainsi l'acétone donne le pinacol avec un rendement de 40 à 50 %, rendement au moins égal à celui obtenu avec l'amalgame de magnésium; l'opération est très facile et donne de suite le pinacol sans eau de cristallisation (les détails opératoires seront donnés dans un autre Recueil).

Vu ces rendements, j'ai pu m'attaquer à la réduction de mélanges de cétones; comme dans le cas des aldéhydes α éthyléniques, les premiers résultats obtenus montrent que le pinacol mixte se fait de préférence aux pinacols symétriques; c'est-à-dire que l'on a surtout la réaction

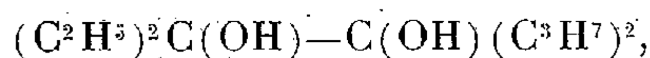


$$R^1COR^2 + R^3COR^4 + H^2 \rightarrow R^1R^2C(OH)—C(OH)R^3R^4,$$

les pinacones $R^1R^2C(OH)—C(OH)R^1R^2$ et $R^3R^4C(OH)—C(OH)R^3R^4$ se formant en quantité moindre; ceci est surtout exact si les vitesses de réduction des cétones sont voisines.

Ainsi un mélange équimoléculaire d'acétone et de méthyléthylcétone donne pour dix parties de pinacol mixte, quatre parties de chacun des pinacols symétriques; le mélange acétone et diéthylcétone donne pour dix parties de mixte, sept parties de chaque pinacol symétrique; dans ce dernier cas la différence est moins accentuée, car les vitesses de réduction sont très différentes.

Cette réduction d'un mélange de cétones constitue une méthode de synthèse générale des pinacols dissymétriques; ceux-ci s'obtenaient ordinairement à partir des dicétones, des cétols ou des esters α hydroxylés, produits souvent difficilement accessibles; j'ai pu, de cette façon, reproduire facilement plusieurs pinacols connus, et en obtenir d'autres. Ainsi un mélange de diéthylcétone et de butyrone donne le pinacol



$$(C^2H^5)^2C(OH)—C(OH)(C^3H^7)^2,$$

soit $C^{12}H^{26}O^2$, $Éb_{10}$ 130°; D_4^{13} 0,9395; n_D^{13} 1,465; RM 59,7 pour $RM_{théor.}$ 60,6. Je me propose d'appliquer la méthode à la série cyclique.

En résumé, la réduction d'un mélange de deux cétones par le sodium, donnant surtout le pinacol dissymétrique, montre qu'il se forme intermédiairement un radical; de plus cette réduction constitue une méthode générale de synthèse des pinacols dissymétriques.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les dispositions vasculaires excentriques et pseudo-excentriques dans les plantes vivantes et fossiles.* Note [1] de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait, depuis les travaux de Gustave Chauveaud, que les diverses phases de l'appareil conducteur des plantes vasculaires peuvent être groupées en deux cycles. Le premier cycle, surtout chez les Ptéridophytes, comprend les dispositions vasculaires centrique, excentrique et alterne, alors que le second cycle, principalement chez les Spermaphytes, présente les dispositions vasculaires alterne, intermédiaire, superposée et périphérique [2].

(1) Séance du 28 avril 1941.

(2) Gustave Chauveaud, *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 9e série, 13, 1911, p. 234.

La disposition centrique, la plus primitive, est représentée de façon typique dans la tige du *Rhynia major* (*fig.* 1) et du *Botryopteris cylindrica* (*fig.* 2), où l'on voit un massif ligneux à pôle central à différenciation centrifuge, entouré d'un anneau continu de phloème primitif. Chez l'*Asteroxylon Mackiei*, on trouve une structure analogue dans son rhizome, mais dans les pousses aériennes; la disposition est excentrique (*fig.* 3). Le passage de la disposition centrique à la disposition excentrique s'effectue par un éloignement progressif, à partir du centre du cylindre central des pôles de la différenciation ligneuse qui se rapprochent ainsi de l'anneau libérien. Les dispositions centrique et excentrique se rencontrent dans les plantes vasculaires très primitives, comme les Psilophytales et les Filicales actuelles.

Mais, à côté de la disposition excentrique que nous venons de décrire, il existe une disposition pseudo-excentrique dont la signification phylogénétique est toute différente. C'est dans la jeune plantule du *Libocedrus decurrens* que nous l'avons découverte, en appliquant dans son étude les méthodes d'investigation de l'anatomie dynamique ([3]). Comme dans la racine qui possède la structure alterne typique (*fig.* 4, *a*), dans l'hypocotyle de la jeune plantule (*fig.* 4, *b*), la différenciation du xylème est en premier lieu centripète (I, *fig.* 4 *b*, *c*); mais, du fait de l'existence de l'accélération basifuge, les vaisseaux alternes centripètes les plus primitifs entrent en résorption et sont, peu à peu, remplacés par un nouveau parenchyme dans lequel se différencient plus tard des vaisseaux de xylème centrifuge (II, *fig.* 4, *c*). Vaisseaux de xylème centripète et vaisseaux de xylème centrifuge sont unis par des vaisseaux de xylème intermédiaire, de sorte que les faisceaux ligneux prennent une forme annulaire. Un tel développement montre qu'il ne s'agit nullement d'une disposition vasculaire identique à celle que l'on peut observer chez l'*Asteroxylon Mackiei*; il s'agit simplement d'un aspect particulier que prennent les éléments de l'appareil conducteur, et dans lequel on retrouve les diverses phases du 2[e] cycle.

Si l'on examine attentivement les faisceaux dits *annulaires* de certaines plantes vasculaires fossiles, on constate qu'un certain nombre d'entre eux, ne sont pas, contrairement à ce qu'affirment quelques auteurs, des faisceaux excentriques véritables comme chez les *Asteroxylon*, mais des faisceaux pseudo-excentriques. C'est le cas, par exemple, des Ptéridospermées, Gymnospermes extrêmement primitives, dans lesquelles de tels

---

([3]) ÉDOUARD BOUREAU, *Thèse* (*Ann. Sc. Nat Bot.*, 11[e] série, 1, 1939, p. 68).

faisceaux avoisinent d'abondantes formations de xylème superposé

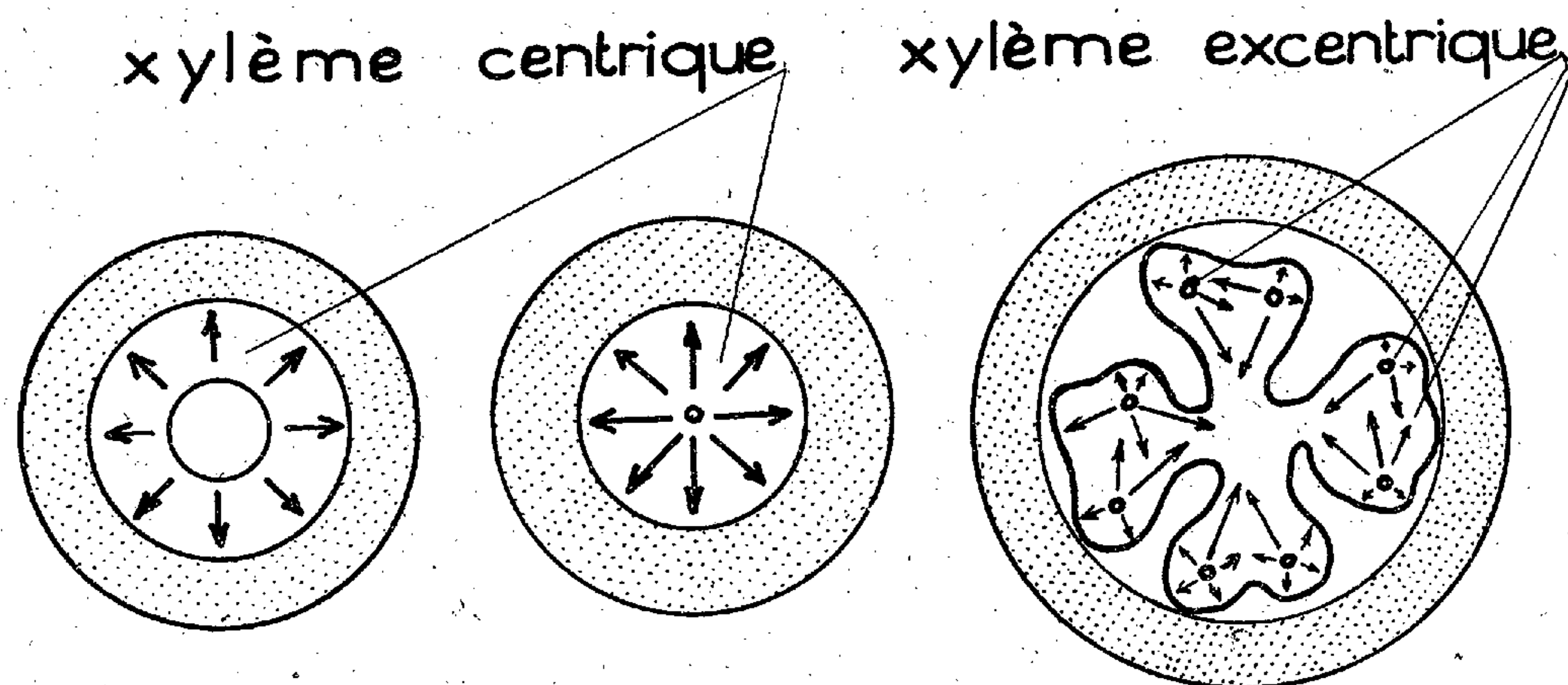


Fig. 1 Rhynia — Fig. 2 Botryopteris — Fig. 3 Asteroxylon

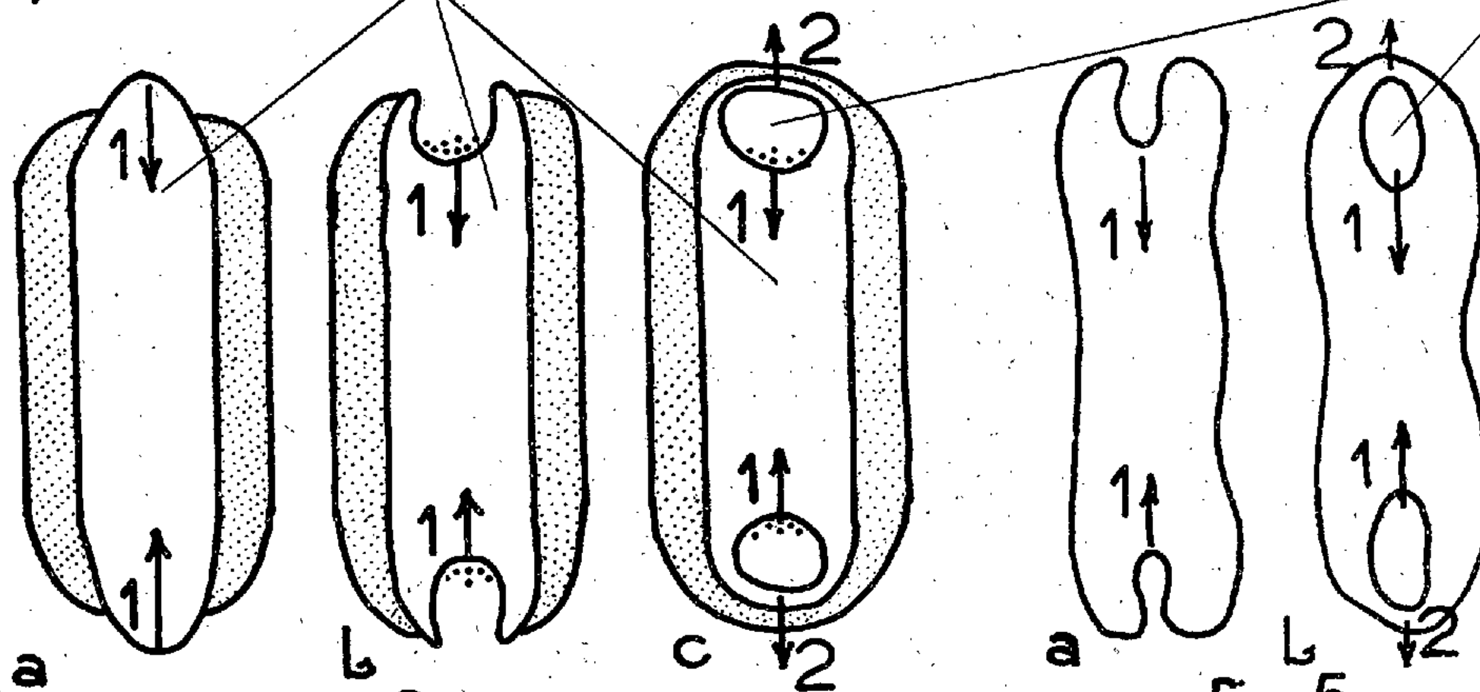


Fig. 4 Libocedrus — Fig. 5 Clepsydropsis

indirect. Certaines Ptéridophytes fossiles qui montrent aussi des formations secondaires très développées, comme les Sphénophyllées (¹) et les

(¹) ÉDOUARD BOUREAU, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 450.

Calamites, peuvent être également pourvues de ces faisceaux pseudo-excentriques dans leur tige.

Les vaisseaux de xylème centripète les plus primitifs, disparus dans la tige des Calamites, font place à des lacunes de résorption, alors qu'on les voit intégralement conservés dans la racine. Les Cladoxylées et les Phyllophorées, plantes vasculaires fossiles restées longtemps énigmatiques jusqu'aux remarquables travaux de Paul Bertrand ([5]), possèdent aussi des faisceaux pseudo-excentriques, et il semble que l'évolution du tissu conducteur du *Libocedrus* permette parfaitement d'expliquer celle du système vasculaire des *Cladoxylon*, *Hierogramma*, *Syncardia*, et surtout des *Clepsydropsis* avec lesquels la similitude est plus frappante encore. Et ce qui est remarquable, c'est que l'évolution typique des faisceaux du xylème chez le *Libocedrus* se retrouve de façon absolument identique quand on examine successivement le *Clepsydropsis antiqua* P. Bertrand (*fig.* 5 *a*), puis les autres *Clepsydropsis* (*fig.* 5, *b*). Chez le premier, les vaisseaux centrifuges les plus externes qui ferment la boucle périphérique ne sont pas encore apparus, alors qu'on les voit nettement différenciés dans les derniers (II, *fig.* 5, *b*) où il limite alors une plage parenchymateuse subterminale. La disposition vasculaire pseudo-excentrique paraît donc assez répandue. On la trouve dans certaines Spermaphytes et, semble-t-il, dans la plupart de Ptéridophytes pourvues de formations secondaires. On sait maintenant que la disposition véritablement excentrique qui appartient au premier cycle est très différente de la disposition pseudo-excentrique dont les éléments font partie du deuxième cycle; c'est pourquoi il convient de séparer très nettement les plantes vasculaires qui montrent cette première disposition dans leur appareil conducteur de celles qui montrent la seconde, et, dans l'explication anatomique des plantes fossiles, il est absolument nécessaire de ne plus confondre ces deux structures, car elles n'appartiennent pas à la même phase de l'évolution vasculaire; fait capital, si l'on veut établir correctement la Phylogénie des plantes fossiles.

PHARMACOLOGIE. — *Sur un cas remarquable d'antagonisme pharmacologique.* Note de M. Raymond-Hamet, présentée par M. Paul Portier.

On sait que l'action hypertensive de l'adrénaline est diminuée et même inversée par les sympathicolytiques alors qu'elle est augmentée par la

([5]) *Palæontographica*, 80, Abt. B., Stutgart, 1935.

cocaïne. Mais, bien que cette dernière et ceux-là agissent ainsi en sens contraire, la cocaïne ne se comporte nullement, à l'égard de l'adrénaline, comme un antagoniste des sympathicolytiques. Nous avons en effet montré (1) que, chez le Chien, une dose d'adrénaline qui, normalement hypertensive, était devenue hypotensive sous l'influence de la corynanthine, non seulement ne redevint pas hypertensive quand on soumit l'animal à l'action de la cocaïne, mais même demeura aussi fortement hypotensive qu'auparavant. D'autre part Rosenblueth et Cannon (2) ont pu constater que, chez le Chat, la cocaïne augmente l'action hypotensive des doses moyennes d'adrénaline inversées par l'ergotoxine.

Ayant découvert que l'ibogaïne augmente très fortement l'action hypertensive de l'adrénaline (3), nous avons voulu savoir si elle peut exercer, envers l'adrénaline, une action antagoniste de celle des sympathicolytiques. Nos expériences nous ont appris qu'il en est bien ainsi et qu'on peut, à plusieurs reprises, changer le sens de la réaction adrénalinotensive, celle-ci devenant toutefois de moins en moins marquée à mesure qu'augmente la dose totale de chacun des antagonistes à laquelle l'animal est soumis.

Dans celle de nos expériences qui a fourni les tracés ci-après, l'injection de $0^{mg},006$ d'adrénaline avait élevé initialement la pression carotidienne de 143 à 171^{mm} de Hg, soit de 28^{mm} de Hg (*fig.* 1). Quand l'animal eut été soumis à l'action, par kilogramme, de $0^{mg},10$ de chlorhydrate d'acide yohimbique, substance semi-synthétique dont nous avons découvert jadis l'activité sympathicolytique majeure (4), on constata qu'à la suite de l'injection de la même dose d'adrénaline qu'auparavant, la pression carotidienne, après avoir très passagèrement monté de 135 à 153^{mm} de Hg, s'abaissait à 78^{mm} de Hg, c'est-à-dire de 57^{mm} de Hg au-dessous de son niveau initial, puis revenait à ce niveau par des ondulations ascendantes successives (*fig.* 2). On administra alors à l'animal 4^{mg} de chlorhydrate d'ibogaïne par kilogramme et l'on vit que l'adrénaline, toujours à la même dose, provoquait une vaso-constriction rénale beaucoup plus marquée qu'au début de l'expérience et élevait la pression carotidienne de 111 à 176^{mm} de Hg, donc de 65^{mm} de Hg, se montrant ainsi bien plus fortement

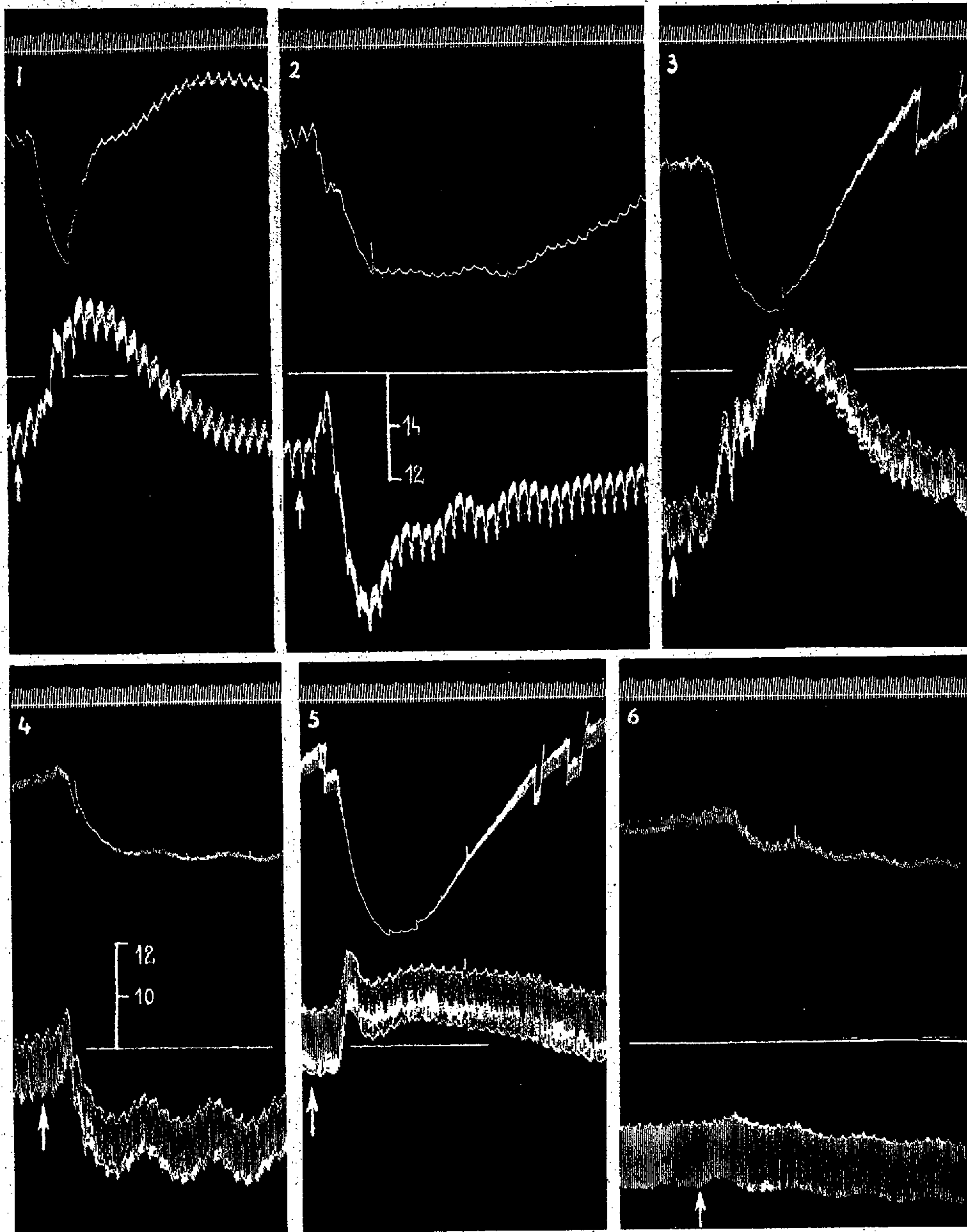
---

(1) RAYMOND-HAMET, *Rev. de Pharmacol. et de Thérapeut. expériment.*, **2**, 1930, p. 22-28.

(2) *Amer. Journ. of Physiology*, **112**, 1935, p. 33-40.

(3) RAYMOND-HAMET, *C. R. Soc. Biol.*, **133**, 1940, p. 426-429.

(4) RAYMOND-HAMET, *C. R. Soc. Biol.*, **94**, 1926, p. 843-845.



Expérience du 8 juin 1940. — Chien ratier à poils ras de $6^{kg},500$, anesthésié par le chloralose (14^{cg} par kg), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. 1re et 5e lignes : temps en secondes. 2e et 6e lignes : variations du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e et 7e lignes : repères de la pression carotidienne. 4e et 8e lignes : modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté dans la saphène, en 1, 2, 3, 4, 5 et 6 : $0^{mg},006$ d'adrénaline en solution dans $0^{cm^3},6$ de soluté physiologique de chlorure de sodium. L'animal a reçu, dans ce même vaisseau, entre les tracés 1 et 2, $0^{mg},65$ de chlorhydrate d'acide yohimbique, entre les tracés 2 et 3, 26^{mg} de chlorhydrate d'ibogaïne, entre les tracés 3 et 4, $1^{mg},30$ de chlorhydrate d'acide yohimbique, entre les tracés 4 et 5, trois injections successives de chacune 26^{mg} de chlorhydrate d'ibogaïne, enfin entre les tracés 5 et 6, $2^{mg},60$, puis $5^{mg},20$ de chlorhydrate d'acide yohimbique. Tracés réduits de 30 pour 100.

hypertensive qu'avant qu'on eût fait agir l'acide yohimbique (*fig.* 3). Après que le Chien eut subi une seconde injection de chlorhydrate d'acide yohimbique, celle-ci à la dose de $0^{mg},20$ par kilogramme, sa pression carotidienne, à la suite de l'administration d'une dose toujours identique d'adrénaline, monta très fugacement de 86 à 96^{mm} de Hg, puis descendit à 56^{mm} de Hg, donc à 30^{mm} au-dessous de son niveau initial et ne se releva que très lentement, après une longue suite d'ondulations dont les premières ne l'élevaient un peu au-dessus du niveau minimal que pour l'y ramener ensuite (*fig.* 4). Lorsque, après avoir de nouveau traité l'animal par le chlorhydrate d'ibogaïne, cette fois-ci à la dose de 12^{mg} par kilogramme, on lui fit subir une injection de la même dose d'adrénaline qu'auparavant, on vit, d'une part, que sa pression carotidienne s'élevait de 95 à 116^{mm} de Hg, soit de 21^{mm} de Hg, s'infléchissait à 105^{mm} de Hg, remontait à 110^{mm} de Hg, enfin revenait peu à peu à son niveau initial; d'autre part, que son rein manifestait une vaso-constriction extrêmement marquée, plus forte même, apparemment du moins, qu'à la suite de la 1re et de la 3e injection d'adrénaline (*fig.* 5). Enfin, l'animal ayant reçu une nouvelle administration de chlorhydrate d'acide yohimbique, celle-ci à la dose de $1^{mg},20$ par kilogramme, on observa, après injection d'une quantité toujours identique d'adrénaline, que la pression carotidienne ne s'abaissait plus que de 8^{mm} de Hg, après plusieurs oscillations très peu marquées qui la portaient successivement de 50 à 54, 49, 51, 45, 46, et finalement 42^{mm} de Hg (*fig.* 6).

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Croissance des populations bactériennes en fonction de la concentration de l'aliment hydrocarboné.* Note (1) de M. **Jacques Monod**, présentée par M. Charles Pérez.

Nous avons montré (2) qu'il existe une relation linéaire entre la concentration initiale de l'aliment et le maximum de densité atteint par les populations de Bactéries et d'Infusoires en cultures pures. Cette relation ne peut être mise en évidence qu'à condition d'expérimenter avec des milieux suffisamment dilués, faute de quoi d'autres facteurs limitants s'introduisent, qui masquent cette proportionnalité. C'est pourquoi cette relation si simple est restée si longtemps ignorée.

---

(1) Séance du 28 janvier 1941.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1513; 202, 1936, p. 162; 205, 1937, p. 1456.

Nous avions montré d'autre part que le taux de croissance était également fonction de la concentration de l'aliment, et que ses variations pouvaient être représentées par une courbe d'allure hyperbolique. Il résultait donc de ces observations que le rendement de la croissance était constant quelle que fût sa vitesse, et que tout se passait comme si la ration d'entretien était nulle ou absolument négligeable.

Ces résultats avaient été acquis avec des cultures sur milieux complexes, bouillons de viande ou d'organes, solutions peptonées. Il était impossible dans ces conditions de savoir quelle source alimentaire jouait le rôle limitant. Ce pouvait être un aliment non fournisseur d'énergie, ce qui aurait de beaucoup diminué la portée de nos résultats.

Nous avons donc repris ces expériences avec des milieux synthétiques, et en faisant en sorte que la croissance ne soit fonction que de la concentration de l'aliment hydrocarboné, seul fournisseur d'énergie. Nous avons utilisé pour cela la *constante saline* suivante (pH 6,9) :

	PO^4KH^2.	NH^4Cl.	SO^4Mg.	SO^4Fe.	$CaCl^2$.	Eau redistillée.
Grammes......	2	0,5	0,03	0,005	0,01	1000

à laquelle on ajoutait des doses variables du sucre étudié. Les variations de pH dans ce milieu fortement tamponné sont assez faibles pour n'influer en rien sur la croissance ([3]).

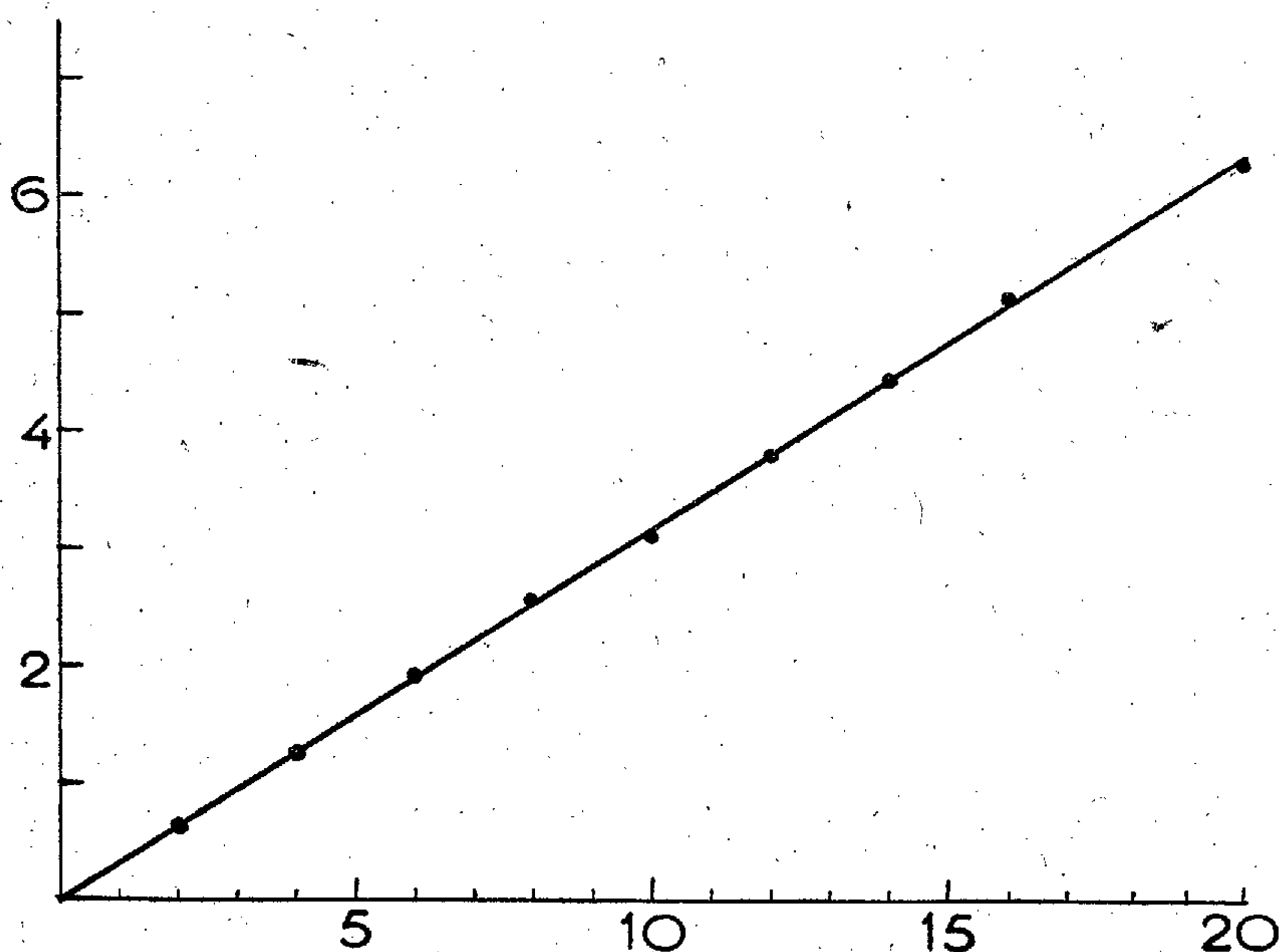
Dans ces conditions la croissance est uniquement fonction de la concentration de l'aliment hydrocarboné, tant que celle-ci ne dépasse pas 0,5 ‰ environ. Nous avons pu vérifier ainsi que les relations établies avec des milieux complexes étaient parfaitement valables pour la croissance en fonction de l'aliment énergétique. Ces expériences ont porté sur de nombreux sucres et sur deux espèces bactériennes, *B. coli* et *B. subtilis*.

Nous reproduisons ici un graphique qui met bien en évidence la précision des résultats. Il correspond à une culture de *B. coli* sur mannite. En abscisses, concentration du sucre en centigrammes par litre. En ordonnées, croissance totale des cultures : les unités sont arbitraires et correspondent à la graduation de l'appareil de mesure. (Une unité équivaut à environ 8^{mg} de poids sec par litre.)

On remarquera que la droite représentative passe très sensiblement par

([3]) Les techniques de culture et de mesures seront décrites par ailleurs. Qu'il nous suffise d'indiquer qu'elles sont essentiellement les mêmes que dans les expériences précédentes : culture dans des fioles coniques constamment agitées dans un thermostat à 37°, mesure de la densité des cultures au néphélémètre de Meunier.

l'origine des coordonnées. Nous avons eu du reste de très nombreuses occasions de vérifier qu'il en est toujours ainsi. La pente de la droite étant définie avec beaucoup de précision, on peut considérer cette extrapolation



comme légitime, et en conclure que *tout se passe comme si la concentration de sucre permettant à la culture de se maintenir mais non de croître était nulle*. Autrement dit, il n'existe pas de *concentration d'entretien*, ou alors on devra supposer que cette concentration est si faible qu'elle échappe complètement à l'expérience. (D'après nos estimations elle serait certainement inférieure à 10^{-7}.)

Nous pensons donc pouvoir considérer nos observations antérieures comme entièrement vérifiées. Cependant nous tenons à marquer que les conclusions qu'on en peut tirer ne sont valables *que pour la phase de croissance positive* des cultures.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Teneur en leucine et en valine et spécificité des pigments respiratoires (hémoglobines sanguines et musculaires, érythrocruorines et hémocyanines)*. Note de MM. **Jean Roche** et **Marcel Mourgue**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les hémoglobines (hémoglobines vraies des Vertébrés et érythrocruorines des Invertébrés) et les hémocyanines présentent des caractères

physiques et chimiques particuliers suivant leur origine zoologique et leur localisation sanguine ou musculaire. L'un de nous s'est attaché à relier la spécificité de ces pigments à leur composition en divers acides aminés dans des recherches (Roche, Dubouloz et Jean; Roche et Jean) que complètent celles dont les résultats font l'objet de cette Note.

Considérant la leucine et la valine comme susceptibles de présenter des variations couplées de leur taux dans les molécules protéiques en raison de leur analogie de structure (groupement isopropylique en bout de chaîne), nous nous sommes attachés à leur étude. L'une et l'autre ont été dosées par la méthode de Fromageot et Mourgue [1] dans vingt et une préparations de globines sanguines et musculaires pures provenant de neuf espèces animales (huit Mammifères, un Annélide), et dans six préparations d'hémocyanines pures de quatre espèces de Mollusques, d'un Crustacé et d'un Xiphosure. Les résultats obtenus [2] sont les suivants :

Nature, origine et localisation du pigment.		Leucine (%).	Valine (%).
Hémoglobine sanguine de Mammifère.			
Bos taurus	I	16,60	7,46
	II	15,22	8,71
	III	14,22	10,27
Canis familiaris	I	7,33	17,31
	II	16,61	6,61
	III	24,70	6,21
	IV	11,47	10,72
Cavia cobaya	I (*)	19,38	6,10
	II (*)	17,10	7,55
Equus caballus	I	19,15	9,92
	II	19,15	9,57
Homo sapiens	I	17,70	10,10
Lepus cuniculus	I	17,06	8,69
	II	21,60	6,88
Ovis aries	I	16,38	8,14
	II	17,74	7,66
Sus domesticus	I	15,78	9,66

Nature, origine et localisation du pigment.	Leucine (%).	Valine (%).
Hémoglobine musculaire de Mammifère.		
Bos taurus I (*)	13,92	4,11
Canis familiaris I (*)	13,26	4,35
Equus caballus I (*)	17,43	4,81
Érythrocruorine sanguine d'Annélide.		
Arenicola marina I (*)	9,68	6,69
Hémocyanine de Mollusque.		
Eledone moschata I (*)	12,63	3,62
Helix pomatia I (*)	9,17	7,64
Octopus vulgaris I (*)	10,93	6,37
Sepia officinalis I (*)	7,04	6,25
Hémocyanine de Crustacé.		
Carcinus mænas I (*)	15,00	4,22
Hémocyanine de Xiphosure.		
Limulus polyphemus I (*)	7,69	6,69

(*) Échantillon contenant le pigment respiratoire de plusieurs sujets de la même espèce.

Les faits suivants se dégagent de l'examen de ce tableau.

(1) *Enzymolog.*, 9, 1941, p. 329.

(2) Rapportés aux hémoglobines dans le cas des données déterminées sur des globines.

1° Chez des animaux de même espèce, les hémoglobines musculaires sont moins riches en leucine, et moins encore en valine, que les pigments sanguins.

2° Alors que les écarts individuels observés dans les teneurs des hémoglobines sanguines en ces acides aminés sont relativement faibles chez le Bœuf, le Cobaye, le Lapin, le Mouton, ils sont considérables chez le Chien. Ce dernier fait paraît tenir au degré très variable de métissage des divers sujets de cette espèce que nous avons étudiés; il y a lieu de le rapprocher de l'extrême irrégularité de la teneur en soufre de l'hémoglobine sanguine chez les mêmes animaux (Timar, Roche).

3° L'érythrocruorine de l'arénicole est notablement plus pauvre en leucine que les pigments sanguins et musculaires des Vertébrés. C'est là un nouvel argument justifiant la séparation des hémoglobines d'Invertébrés (érythrocruorines) en un groupe particulier de chromoprotéides respiratoires (Vlès, Svedberg, Roche).

4° Les hémocyanines des divers Mollusques (Elédone, Escargot, Poulpe, Seiche) ne présentent pas la même teneur en leucine et en valine. Leur composition s'écarte par ailleurs de celle de l'hémocyanine de Crabe (Crustacé) dont la teneur en soufre diffère également (Hernler et Philippi; Roche). Le pigment de la Limule, animal de caractères morphologiques voisins de ceux des Crustacés, mais appartenant au groupe zoologique archaïque des Xiphosures, renferme moins de leucine que celui du Crabe.

5° En général, les pigments respiratoires d'un même type les plus riches en leucine sont les plus pauvres en valine, tandis que ceux dont la teneur en cette dernière est la plus élevée renferment relativement moins de la première. Il semble donc que ces deux acides aminés puissent, dans une certaine mesure, être remplacés l'un par l'autre dans la molécule protéique, sans doute en raison de leur analogie de structure.

La teneur en leucine et en valine des hémoglobines, de l'érythrocruorine et des hémocyanines étudiées présente donc des valeurs traduisant le caractère spécifique de ces pigments respiratoires suivant leur origine zoologique et leur localisation sanguine ou musculaire.

La séance est levée à 15^{h}35^{m}.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 6 janvier 1941.)

Note de M. *Henri Deslandres*, Application à des molécules intéressantes de l'analyse nouvelle des spectres moléculaires. Relation simple entre les fréquences d'une même molécule dans les états gazeux, liquide et solide.

Du fait de la guerre, les épreuves de cette Note n'ont pu être corrigées par l'auteur avant la publication.

Page 28, ligne 18 de la Note, *au lieu de* $CHCl^2$, *lire* $CHCl^3$.

Page 29, ligne 4, *au lieu de* $\nu 71$; $\nu 71$, *lire* $\nu 75$.

Page 31, ligne 11, *au lieu de* $\nu 71$, *lire* $\nu 75$; ligne 15, *au lieu de* $\nu 94$ montre les $s'25$, 27, 43 et 51 de CCl^3, *lire* $\nu 94$ montre les $s'17$, 45 et 57 de CCl^3.

Page 30, du tableau XXIV, ligne 12 du tableau, *au lieu de* 33 de $(ClH)-2a.$, *lire* 33 de $(ClH)^2-2a.$; ligne 17, *au lieu de* ClH 1 a., *lire* ClH 2 a.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1941.

Erroneita del secondo Principio di Termodinamica. *L'Utilizazione del calore ambiente come forza motrica*, par EMILIO GUARINI. Milano, Casella Postale 214, 1941-XIX; 1 fasc. 24^{cm},5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MAI 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **ERNEST ESCLANGON**, Président, présente à l'Académie le livre récent de M. LOUIS CHAUVOIS, intitulé *D'Arsonval, une vie, une époque*, 1851-1940.

Sous une forme plus réduite, mais aussi attachante que le grand ouvrage du même auteur sur le même sujet, cette publication ajoute un complément original et instructif à la biographie de l'homme, à la fois grand modeste et grand savant, dont nous déplorons la perte.

M. **ALFRED LACROIX** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Composition minéralogique et chimique des laves des volcans des îles de l'Océan Pacifique situées entre l'Équateur et le Tropique du Capricorne, le* 175° *de longitude Ouest et le* 165° *de longitude Est* (¹).

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE — *Théorie de l'hérédité : définitions et problèmes*. Note de M. **ÉMILE BOREL**.

Les progrès récents des théories biologiques paraissent rendre possible l'extension à la biologie de la méthode générale des sciences mathématiques, appliquée depuis des siècles à la géométrie, à la mécanique, à la physique. Cette méthode consiste essentiellement à construire des schémas, suggérés sans doute par l'observation et l'expérience, mais se

---

(¹) *Mémoires de l'Académie*, **63**, 1936-1939 [1941], pp. 1-97, 9 planches et 3 cartes.

réduisant, en fait, à des définitions et axiomes arbitrairement posés et n'ayant pas la prétention d'être *vrais*. Les conséquences logiquement déduites de ces prémisses s'appliquent à la réalité dans la mesure où cette réalité est plus ou moins analogue au schéma abstrait. C'est ainsi que la conception de l'éther, théorie de physique mathématique, a provoqué au XIXe siècle des progrès importants de l'optique expérimentale.

Je propose de donner le nom de *Biologie mathématique* à la branche nouvelle de la science mathématique qui se trouverait ainsi créée, et qui ne prétendrait pas être plus *vraie* que la mécanique des corps dépourvus de frottement ou que la physique de l'éther. Voici, à titre d'exemple, comment on pourrait schématiser certains problèmes de la théorie de l'hérédité, afin d'y appliquer aisément l'analyse mathématique. Il va sans dire que l'on serait rapidement conduit à imaginer des schémas plus compliqués.

Définitions. — Nous considérons un ensemble E d'individus dits *êtres vivants d'une espèce déterminée*. Ces individus meurent suivant des lois de probabilité fixées par des tables de mortalité connues; ils naissent dans des conditions qui vont être indiquées. La population totale, ou nombre total des individus vivants est une fonction du temps. Nous dirons que l'espèce E est à évolution normale pendant une certaine période, lorsque cette fonction du temps est de la forme $A e^{at}$, la constante a étant un nombre positif, négatif ou nul, mais assez petit pour que, au cours de la période envisagée, la population totale ne soit par multipliée ou divisée par un nombre supérieur à 1000. Le coefficient A pourra être regardé à une première approximation comme une constante, et sera plus précisément une fonction de t oscillant autour d'une valeur moyenne avec des écarts aléatoires suivant les lois des probabilités. L'espèce E serait dite à évolution cyclique si la population croissait très rapidement pendant de courtes périodes pour décroître ensuite brusquement, et ainsi de suite. Nous nous bornons aujourd'hui aux espèces E à évolution normale.

Chaque individu H de E est formé essentiellement de $2n$ éléments dits chromosomes, accouplés par paires. Les chromosomes de chaque paire, par exemple A_1 et A_2 peuvent appartenir à un grand nombre de variétés différentes $A_1, A_2, \ldots, A_k$ existant actuellement. L'une des paires, dite la paire sexuelle, se subdivise en deux sous-catégories, dites mâle M et femelle F. Les individus H sont dits mâles (M) lorsqu'ils possèdent un chromosome M et un chromosome F et ils

sont dits femelles (F) lorsqu'ils possèdent deux chromosomes F; aucun H ne possède deux chromosomes M.

Reproduction. — Un mâle M et une femelle F donnent naissance à un descendant D, par le mécanisme suivant. Soient A_1 et A_2 les chromosomes de la catégorie A dans M, et soient A_3 et A_4 les chromosomes de la même catégorie dans F; on tirera au sort un des chromosomes A_1 et A_2 (soit A_1) et un des chromosomes A_3 et A_4 (soit A_4); les chromosomes de la catégorie A dans D seront alors A_1 et A_4; on procédera de même pour chacune des n catégories et D sera défini. En appliquant ceci à la paire sexuelle, on constate que le descendant D a des probabilités égales d'être mâle ou femelle et on en conclut que, dès la seconde génération, les mâles et les femelles seront en nombres à peu près égaux.

Générations. — Nous admettrons que les êtres H se reproduisent exclusivement pendant une courte période de leur vie, disons au moment de leur trentième année (¹); chaque H a un nombre de descendants compris entre 0 et k, les probabilités de ces diverses éventualités, calculées à la naissance de H, sont $p_0, p_1, \ldots, p_k$. On a nécessairement

$$p_0+p_1+p_2+\ldots+p_k=1.$$

Le nombre moyen des descendants d'un individu (calculé à sa naissance) est

$$p_1+2p_2+3p_3+\ldots+kp_k=\lambda.$$

La constante a de l'évolution normale est liée à λ par la relation

$$2e^{30a}=\lambda$$

puisque nous avons fixé à 30 ans l'âge de la reproduction; si $\lambda=2$, $a=0$.

Les individus de 0 à 30 ans constituent une génération; ils descendent des individus de 30 à 60 ans qui constituent la génération précédente.

Descendants généalogiques et descendants biologiques. — Plaçons-nous, pour simplifier, dans le cas de la population constante ($\lambda=2$, $a=0$). Chaque H a alors en moyenne deux descendants, dont chacun a lui-même en moyenne deux descendants, etc., soit en moyenne 2^m descendants, distincts ou non, au bout de m générations; de même, chaque H a, en

(¹) Au point de vue statistique, cette hypothèse, au premier abord singulière, est à peu près équivalente à l'hypothèse d'après laquelle la trentième année serait l'âge moyen de la reproduction. On pourrait compliquer un peu, en admettant des âges moyens différents pour les mâles et les femelles; de même pour les probabilités p_i.

principe 2^m ancêtres généalogiques lorqu'on remonte à la $m^{\text{ième}}$ génération, mais ceux-ci peuvent n'être pas tous distincts.

Nous avons vu que chaque H transmet à chacun de ses descendants la moitié de ses chromosomes, choisis au hasard; il peut donc arriver, et il arrivera nécessairement au bout d'un certain nombre de générations, qu'un descendant ne possédera aucun chromosome provenant de certains de ses ancêtres généalogiques; nous réserverons le nom de descendants biologiques à ceux qui possèdent au moins un chromosome de l'ancêtre. Chaque H, possédant en tout $2n$ chromosomes a, à une génération quelconque, au plus $2n$ ancêtres biologiques.

Problèmes. — Parmi les problèmes qui peuvent être immédiatement abordés, citons les suivants. Quelle est la probabilité pour qu'un H déterminé ait, au bout d'un nombre donné de générations, précisément N descendants généalogiques, N pouvant être zéro? La même question se pose et est bien plus intéressante, pour les descendants biologiques d'un H; elle peut d'abord être étudiée pour un chromosome déterminé A_1.

Ces divers problèmes ont une grande analogie avec le problème classique de la ruine des joueurs, qui a été étudié, dès le XVIIIe siècle, pour le cas du jeu équitable et aussi pour le cas du jeu non équitable, cas qui correspondent, dans le problème relatif aux chromosomes, à $\lambda = 2$ pour le jeu équitable et à $\lambda \neq 2$ pour le jeu non équitable.

Il est particulièrement intéressant de connaître la probabilité pour qu'un chromosome A_1 actuellement existant chez un H n'ait aucune descendance. Cette probabilité est naturellement fonction de λ (ou a) et éventuellement de $p_0, p_1, p_2, \ldots, p_k$. Lorsque ce problème aura été traité, on pourra aborder d'autres problèmes plus compliqués, tels que le suivant. Une espèce E se divise en plusieurs variétés dont les fécondités sont différentes, la probabilité de croisement étant beaucoup plus grande entre individus d'une même variété qu'entre individus de variétés différentes. Pour certaines variétés λ est inférieur à 2 et pour d'autres λ est supérieur à 2; quelles seront, au bout d'un nombre déterminé de générations, les probabilités pour que subsistent certains chromosomes de l'une des variétés? On pourrait admettre, par exemple, que, lorsqu'il se produit des croisements entre variétés différentes, le caractère de la variété la moins prolifique est dominant, au sens des lois de Mendel, et fixe par suite la fécondité.

M. **Gaston Julia** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Cours de l'École polytechnique. Cours de géométrie.*

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Couderc. *L'architecture de l'univers* (deuxième édition) (présenté par M. Ernest Esclangon).

2° *Étude expérimentale et quantitative de l'hérédité interspécifique. Transmission de la forme et de ses potentialités évolutives. Croisement* Gryllus Campestris *L.* $\times$ Gr. bimaculatus de Geer, par M[lle] Germaine Cousin (présenté par M. Maurice Caullery).

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Les structures à deux constituants; calcul de leurs propriétés mécaniques, applications aux plastiques et matériaux de remplacement.* Note [1] de M. **Raymond de Fleury**, présentée par M. Albert Caquot.

Cette Note forme une troisième suite [2] aux travaux confiés par les Services Techniques du Ministère de l'Air. Nous conviendrons de définir la rupture de l'équilibre par le dépassement de la limite élastique d'un seul des deux corps, tensions initiales, adaptations par écrouissage ou différences de dilatations thermiques mises à part.

9. *Stratification plane horizontale.* — Désignons par c_1 et c_2 les concentrations volumétriques ($c_1 + c_2 = 1$), et par $(E/M)_P$ le plus petit des rapports E_1/M_1 ou E_2/M_2 de limite élastique à module, les indices 2 affectés au corps rigide ($M_2 > M_1$). Nous avons vu que les limites élastiques

(1) Séance du 16 avril 1941.
(2) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 662; 211, 1940, p. 457.

utiles n'étaient pas supérieures à $E'_1 = M_1(E/M)_P$ et $E'_2 = M_2(E/M)_P$. Avec ces notations les caractéristiques principales deviennent $E_X = (E/M)_P M_X$; $M_X = c_1 M_1 + c_2 M_2$ et $E_Z = (E/M)_P M_1$; $M_Z = 1/[(c_1/M_1) + (c_2/M_2)]$.

10. *Stratification plane inclinée d'un angle* φ *sur une direction* Ox *d'un effort unitaire* E_x. — Les composantes (normale et tangentielle) sont respectivement $E_x \sin\varphi$ et $E_x \cos\varphi$. La première ne peut que se transmettre en grandeur, comme taux unitaire commun aux deux corps, indépendant des concentrations; en effet les déformations individuelles sont libres dans ce sens; elles sont proportionnelles dans chaque corps à c_1/M_1 et c_2/M_2; leur somme est proportionnelle à $1/M_Z$. La seconde, en raison de la déformation commune solidaire $E_x \cos\varphi/M_X$, se partage dans chaque corps proportionnellement aux concentrations respectives et aux modules; les valeurs de la participation individuelle de chacun des corps à la composante tangentielle sont donc proportionnelles à $c_1(M_1/M_X)\cos\varphi$ et $c_2(M_2/M_X)\cos\varphi$. En divisant par les sections c_1 et c_2 ces dernières composantes, on obtient les résultantes unitaires propres à chaque corps, $u_1 = E_x\sqrt{\sin^2\varphi + (M_1/M_X)^2\cos^2\varphi}$ et $u_2 = E_x\sqrt{\sin^2\varphi + (M_2/M_X)^2\cos^2\varphi}$. Le rapport de la tangente de l'angle d'incidence à celle de l'angle de érfraction d'une ligne de force, passant du corps 1 au corps 2, donne un *indice de réfraction élastique* $n = (M_1/M_2)$.

En appelant u la valeur du premier radical, la résultante u propre au corps de moindre module ne doit pas dépasser la valeur E'_1 de base, d'où la valeur E_x donnée plus loin. De même la somme w des projections sur Ox de chacun des allongements (normal et tangentiel), respectivement $(E_x/M_Z)\sin^2\varphi$ et $(E_x/M_X)\cos^2\varphi$, donne la valeur de M_x en fonction de w, d'où $E_x = E'_1/u$; $M_x = 1/w$ avec $u = \sqrt{\sin^2\varphi + (M_1/M_X)^2\cos^2\varphi}$; $w = [(\sin^2\varphi/M_Z) + (\cos^2\varphi/M_X)]$.

11. *Surfaces diversement orientées*. — A chacun des éléments de la surface correspond un φ déterminé en valeur absolue $(0 < \varphi < \pi/2)$ par rapport à Ox, et tel que les valeurs résultantes $1/U$ et $1/W$ pour une superficie S de la surface seront $\frac{1}{U} = \int_0^S \frac{1}{u}\frac{ds}{S}$ et $\frac{1}{W} = \int_0^S \frac{1}{w}\frac{ds}{S}$. Les caractéristiques de l'édifice seront alors celles déjà données au 10, mais en y remplaçant $1/u$ et $1/w$ par $1/U$ et $1/W$.

12. *Structures corpusculaires (lamellaires, fibreuses ou granulaires, orientées ou non) à constituants uniformément répartis*. — Ici encore les superficies découpées dans les constituants par un plan restent proportionnelles aux concentrations c_i et c_2 des constituants, les indices i et e

affectés respectivement au constituant enveloppé, puis enveloppant. Si les corpuscules i sont isolés, les caractéristiques de l'édifice sont les mêmes que celles d'une stratification parallèle à Ox composée de deux couches : première couche dont l'épaisseur C_i serait mesurée d'après la densité apparente de l'ensemble accumulé des corpuscules, avec leurs formes et leurs orientations, telle celle d'une couche de graviers comme constituant d'un béton, en y supposant ensuite les interstices remplis par le corps e; deuxième couche du corps e seul. L'épaisseur de la première couche est égale à C_i, et les concentrations relatives y sont c_i/C_i en corps i, et $(1-c_i)/C_i$ en corps e. L'épaisseur de la deuxième couche est $(1-C_i)$ et sa concentration est 1 en corps e. La première couche ne peut posséder au plus que les caractéristiques E_x^i et M_x^i du 11 avec ses valeurs propres U et W, *mais avec les concentrations propres à cette couche fictive*. En distinguant les valeurs M', M'', E', E'' qui découlent de chacun des U et W propres au corps i, et selon le degré des liaisons surabondantes entre les matériaux, et avec la notation *interne-externe* $[\ \ ^i]^e$, on a $[M_x^i]^e = (1-C_i)M_e + C_i M_x^i$ et pour les limites élastiques $[E_x^2]^1 = (E''_x/M''_x)\left\{[M_x^2]^1 + \left\langle\begin{smallmatrix} +0 \\ -C_2(M''_x - M_1)\end{smallmatrix}\right.\right\}$ et $[E_x^1]^2 = (E'_x/M'_x)[M_x^1]^2$.

Mais ces expressions ne valent que tant que l'on a $1-C_i > 0$, c'est-à-dire tant qu'il n'y a pas dans la couche mixte encastrement des corpuscules les uns dans les autres allant jusqu'à la suppression des interstices, comme cela peut arriver pour les cristallisations. Si l'on suppose que toutes les faces restent néanmoins enveloppées du corps e les caractéristiques M, passent selon une autre loi, des valeurs précédentes à la valeur extrême de concentration très petite $c_e = \varepsilon_e$, loi qui est fonction des formes et orientations des corpuscules. On a à la limite $[M_x^i]_L^e = (c_e - \varepsilon_e)M_e + (c_i + \varepsilon_e)M_x^e$, avec même relation que plus haut pour les limites élastiques en fonction de $[M_x^i]_L^e$.

13. *Structures plus ou moins réciproques à constituants uniformément répartis*. — Nous appellerons ainsi les structures plus ou moins corpusculaires, interpénétrantes ou réticulaires, pour lesquelles la notation *interne-externe* tend à disparaître. Une structure tout à fait réciproque répond à l'expression du 11 et définit le terme moyen B de la classification de *morphologie comparée* donnée dans la Note précédente. Les valeurs $[^1]^2$ et $[^2]^1$ définissent respectivement les termes extrêmes A et C. Les termes qui tendent vers $[^1]_L^2$ et $[^2]_L^1$ définissent respectivement les intermédiaires entre A et B, puis entre B et C, les diverses structures pouvant coexister par parties.

14. *Exemples.* — Pour un corpuscule sphérique, puis pour un fil cylindrique perpendiculaire à Ox, on a respectivement les valeurs particulières ds/S qui sont $d\varphi \cos\varphi$ et $d\varphi/(\pi/2)$; elles permettent les intégrations du 11. Pour un fil parallèle à Ox, on a $\varphi = \text{const.} = 0$, d'où $(1/U) = (1/u)$ pour ce cas, avec $\varphi = 0$. La question, développée pour un fil incliné de i par rapport à Ox, permet de chiffrer à leur tour les édifices complexes avec fils croisés, ondulés, toiles métalliques, fibres toronnées rectilignes, ondulées, tissées en chaîne-trame, fibres de feutrage diversement orientées ou au hasard, les divers bois naturels ou contre-plaqués etc. S'il s'agit de surfaces polyédriques, voire cristallines, comme dans les alliages ou dans les meules *plastiques-corindon*, il suffit d'obtenir $1/U$ et $1/W$ par sommation des fonctions partielles par éléments finis des surfaces.

15. *Applications numériques.* — Dès que le rapport des modules de deux constituants est grand (cas des édifices *plastique-métal* ou *plastique-fibres de verre*), l'application des coefficients précise les dispersions si l'on y introduit la discussion des indéterminées et les discontinuités aux limites, puis les erreurs et écarts probables successifs, en vue d'établir les sécurités et les tolérances. Ces dispersions se révèlent *trop considérables et trop conformes aux statistiques expérimentales* pour ne pas devoir être introduites à leur tour comme fondamentales, dans les exemples numériques que cette clé rend accessibles aux calculs directs.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur la vitesse directe et de superpropagation des ondes courtes.* Note de M. **Nicolas Stoyko**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'étude des résultats de réception des signaux horaires à ondes courtes de 1931 à 1939 inclus dans divers observatoires permet de déterminer la vitesse apparente de ces ondes. Nous avons exploité la réception des 27 émissions journalières des signaux horaires à 8 observatoires différents. Nous avons pu former 85 combinaisons donnant 9410 valeurs de la vitesse, dont 6400 proviennent des ondes venant par l'arc de grand cercle le plus court (ondes directes) et 3110 des ondes venant en partie par l'arc de grand cercle le plus long (ondes de superpropagation).

Nous avons trouvé pour la vitesse des ondes courtes, sans séparer les ondes directes et de superpropagation,

$$v_m = 279.629 \text{ km/sec.}$$

Une discussion à part de la propagation directe des ondes courtes nous a donné pour la vitesse 275.726 km/sec et pour celle des ondes de superpropagation 281.636 km/sec.

Soient d_d la distance parcourue par les ondes directes et d_s par les ondes de superpropagation, v_d et v_s les vitesses correspondantes des ondes. Si la durée totale de propagation est τ, nous avons

$$d_d \frac{1}{v_d} + d_s \frac{1}{v_s} = \tau. \quad (1)$$

La résolution des équations du type (1) d'après l'ensemble de 9410 valeurs de la vitesse, donne

$$v_d = 272\,483 \text{ km/sec}, \quad v_s = 283\,607 \text{ km/sec}.$$

On remarque que la vitesse moyenne de superpropagation est plus forte que la vitesse directe.

Pour montrer que $v_s - v_d$ est > 0 non seulement pour les valeurs moyennes correspondant à la période étudiée, mais aussi pour chaque année, nous avons résolu les équations du type (1) séparément pour chaque année et pour les ondes pour lesquelles une partie du chemin au moins est parcourue par l'arc de grand cercle le plus long. Nous avons trouvé :

	v_d.	v_s.		v_d.	v_s.
1933...	248.107	268.254 km/sec	1937...	249.784	281.113 km/sec
1934...	223.570	278.683 »	1938...	255.774	285.294 »
1935...	268.109	297.707 »	1939...	270.048	281.284 »
1936...	241.667	273.918 »	Moy...	255.978	282.230 »

On voit que, non seulement pour les valeurs moyennes, mais aussi pour les différentes années, la vitesse de superpropagation est plus grande que la vitesse directe.

Étant donné que la propagation des ondes dépend, en majeure partie, de l'activité solaire, nous avons divisé la période 1933-1939 en deux parties :

1° 1933-1935, où l'activité du Soleil est faible (nombres de Wolf-Wolfer 16,8 en moyenne);

2° 1936-1939, où l'activité du Soleil est forte (nombres de Wolf-Wolfer 98,1 en moyenne).

Les différences des vitesses entre les périodes 2 et 1 sont :

	Δv_d.	Δv_s.
Moyenne simple..........	+3776	−10747 km/sec.
» pondérée........	+7839	−12930 »

où Δv_d correspond aux vitesses directes et Δv_s aux vitesses de superpropagation.

Ainsi on voit qu'avec l'augmentation de l'activité solaire, la vitesse directe des ondes augmente et la vitesse de superpropagation diminue.

On trouve que l'augmentation de l'activité du Soleil (le jour par rapport à la nuit, l'été par rapport à l'hiver) diminue la hauteur de la couche ionisée de la haute atmosphère et augmente l'angle d'incidence des ondes et, par conséquent, augmente la vitesse apparente des ondes, ce qui est confirmé par la propagation directe des ondes.

Le nombre des cas de superpropagation croît avec l'augmentation de l'activité du Soleil, donc les conditions de propagation directe et de superpropagation doivent s'approcher l'une de l'autre. La différence entre les vitesses apparentes doit diminuer. On obtient pour les différences entre la vitesse de superpropagation et la vitesse directe des ondes les valeurs suivantes :

	$v_s - v_d$ Moy. simple.	Moy. pondérée.	
1933-1935........	+20.024	+27.859	km/sec
1936-1939........	+ 5.501	+ 7.090	»

ce qui confirme la conclusion précédente.

En résumé, dans le cas des ondes de superpropagation on constate une diminution de la vitesse apparente en rapport avec l'augmentation de l'activité solaire.

DIFFRACTION MOLÉCULAIRE. — *Spectres Raman des 2.5-dicétopipérazines.* Note de MM. **Charles Sannié** et **Vladimir Poremski**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

En opérant suivant une technique déjà décrite [1], nous avons obtenu les spectres Raman des solutions aqueuses du glycocolle (sol. saturée), de la glycyl-glycine (20 %), de l'anhydride de glycocolle (1 %), de l'alanine (15 %), de l'anhydride d'alanine (3 %), de la sarcosine (40 %), de l'anhydride de sarcosine (40 %), de la créatinine (22 %) et de l'alloxane (24 %). Nous pensions ainsi préciser la constitution des 2.5-dicétopipérazines en solution aqueuse.

---

[1] Ch. Sannié et V. Poremski, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 880-893.

Certaines de ces substances ont été synthétisées au laboratoire, les autres étant des produits commerciaux. Toutes ont été soigneusement purifiées par plusieurs cristallisations et passage sur une colonne d'alumine et de charbon actif. Les spectres obtenus sont presque dépourvus de fluorescence, sauf pour l'alloxane qui s'altère pendant la pose.

Étant donné la solubilité très faible des anhydrides de glycocolle et d'alanine, les spectres de ces corps sont incomplets; on n'observe aucune bande dans la région située vers 2900 cm^{-1}.

Glycocolle. — 498 (1 l), 574 (0 l), 692 (0?), 892 (3), 1026 (1 l), 1116 (1/2 l), 1327 (3), 1409 (3), 1440 (1), 1612 (1 l), 2958 (4), 3003 (1).

Glycyl-glycine. — 884 (1/2), 917 (1/2), 1270 (1 l), 1318 (1/2), 1393 (2), 1430 (1/2), 1575–1675 (0 tl), 2973 (1 l).

Anhydride de glycocolle. — 405 (0?), 605 (1 l), 797 (1), 1322 (0 l), 1403 (1/2 l), 1449 (1/2 l), 1532 (1 l), 1653 (1 tl).

Sarcosine. — 369 (4), 487 (2 l), 601 (2), 680 (? tl), 867 (1 l), 927 (6), 964 (3), 996 (1), 1054 (1), 1105 (1), 1151–1168 (2 d), 1292 (2), 1309 (5), 1408 (8 l), 1467 (8), 1610 ± 15 (3 tl), 2837 (1), 2922 (1), 2974 (10), 3008 (4).

Anhydride de sarcosine. — 350 (1/2 l), 401 (2), 466 (2), 585 (0), 639 (1), 674 (1), 733 (6), 1033 (1 l), 1267 (1/2 l), 1339 (3), 1377 (1/2), 1435 (5), 1543 (4), 1643 (1 l), 2853 (0 l), 2933 (2 d).

Alanine. — 405 (1 l), 530 (3 l), 850 (6), 924 (3), 1005 (3 l), 1120 (4), 1142 (1), 1308 (5), 1359 (7), 1377 (3), 1419 (10), 1465 (8), 1615 ± 20 (3 tl), 2749 (0), 2899 (3), 2954 (6), 2995 (3 l).

Anhydride d'alanine. — 510 à 610, 672 à 705, 1022 (0?), 1095 (1 l), 1314 (2 l), 1400 (0?), 1455 (1 l), 1519 (2 l), 1654 (1 tl).

Créatinine. — 314 (2 l), 382 (1 l), 596 (7), 669 (6), 841 (6), 903 (5), 1043 (3), 1199 (4), 1246 (3), 1288 (0), 1358–1374 (0 d), 1341 (5 l), 1557 (3 l), 1769 (5 l), 1807 (1 l), 2838 (1), 2938 (3 l).

Alloxane. — 428 (1), 497 (2), 594 (0), 649 (4), 815 (0), 1389 (0), 1460 (0), 1735 (2), 1764 (5).

l, large; tl, très large; d, double.

L'examen de ces valeurs montre que la cyclisation amène dans les spectres des acides aminés des perturbations importantes affectant toutes les régions spectrales. Le spectre de la glycyl-glycine est déjà très différent de celui du glycocolle; dans ceux des anhydrides, on ne retrouve presque plus aucune des bandes de ce dernier. Entre 800 et 1200 cm^{-1}, les bandes souvent assez intenses des acides disparaissent presque complètement; ceci est particulièrement net pour la sarcosine et son anhydride.

La zone la plus intéressante est celle comprise entre 1400 et 1800 cm^{-1}. Dans les acides α-aminés, les fréquences correspondant au groupement

COOH s'observent (comme nous le montrerons ailleurs) vers 1615 cm^{-1}. Dans la glycyl-glycine, cette bande tout en restant unique s'élargit et s'étale entre 1575 et 1675 cm^{-1}. Dans les anhydrides, elle se dédouble nettement (1520, 1540 et 1650 cm^{-1} environ).

La bande vers 1650 cm^{-1} doit être attribuée à une double liaison C=O altérée par un pont d'hydrogène. Les distances interatomiques obtenues par les spectres de rayons X le confirment du reste.

La première bande (vers 1530 cm^{-1}) se retrouve dans la créatinine et dans certains composés hétérocycliques azotés non saturés. Il est vraisemblable qu'elle est due à l'existence d'une double liaison C = N dans un cycle.

La présence simultanée dans la molécule des dicétopipérazines de liaisons C=O et C=N ne peut s'expliquer que par une résonance entre deux formes, telles par exemple celles du schéma classique de la tautomérie céto-énolique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de l'écrouissage sur la diffusion de l'hydrogène atomique dans l'acier extradoux.* Note de M. **Paul Bastien**, présentée par M. Léon Guillet.

Des essais préliminaires nous ayant montré que la variation dans le temps de la fragilité de décapage, due à la diffusion d'hydrogène naissant dans l'acier, dépendait de l'écrouissage du métal, nous nous sommes proposé de préciser l'influence mal connue de ce facteur.

Nous avons utilisé pour ces recherches du fil d'acier extradoux (C = 0,065 %) de 2^{mm} de diamètre et nous avons caractérisé les fragilités après décapage à l'aide d'essais alternés de pliages. Les conclusions les plus importantes se dégageant de ces essais sont les suivantes :

a. Comparaison entre les volumes d'hydrogène absorbés, dans les mêmes conditions, aux états recuit ou écroui. — Comme précédemment, nous avons étudié, à la température ordinaire, les volumes d'hydrogène dégagés après décapage par des fils immergés dans des éprouvettes à gaz remplies d'une eau préalablement dégazée. Les résultats, pour des durées de décapage allant jusqu'à 48 heures, montrent que les volumes dégagés par le métal à l'état écroui sont nettement supérieurs à ceux libérés, dans les mêmes conditions, à l'état recuit; les dégagements d'hydrogène, faciles à suivre avec cette méthode de mesure, durent beaucoup plus longtemps pour

l'acier écroui : par exemple, pour 24 heures de décapage ([1]), le dégagement gazeux est terminé, pour les fils recuits, au bout de 300 heures alors que, pour les fils écrouis, il se poursuit pendant plus de 2000 heures, et les volumes d'hydrogène recueillis, pour 100^{g} d'acier, est de $27^{cm^3},7$ dans le premier cas et dépasse 53^{cm^3} dans le second (à 18°C. et 760^{mm}).

b. Influence de recuits préalables à températures échelonnées sur le volume d'hydrogène dégagé. — Opérant sur des fils initialement écrouis, soumis à des recuits à températures échelonnées, nous avons déterminé les volume totaux dégagés après un décapage de 6 heures conduit de façon identique dans tous les cas; les essais montrent que la quantité d'hydrogène dégagée, sensiblement constante pour des recuits allant jusqu'à 500°, diminue rapidement dès que la recristallisation de l'acier écroui se produit; elle passe par un minimum pour un recuit de 15 minutes à 850° et semble croître à nouveau lentement au delà à mesure que la structure cristalline devient grossière et imparfaite par surchauffe.

c. Rôle de l'écrouissage sur la diminution, en fonction du temps, de la fragilité de décapage. — Nous avons constaté, sur des fils recuits, un parallélisme entre les allures des courbes donnant, en fonction du temps, les volumes d'hydrogène dégagés et les caractéristiques de pliage ([2]); sur fils écrouis, il n'en est plus de même : la remontée des caractéristiques de pliages se fait très lentement et seulement partiellement; elle est d'autant plus incomplète que la durée du décapage a été plus prolongée. Des chauffages de longue durée effectués à des températures comprises entre 100° et 300° se sont révélés impuissants à réaliser une restauration des qualités initiales du métal, alors que, sur fils recuits, de brefs chauffages à ces températures donnent ce résultat. Pour des fils écrouis, décapés pendant 24 heures dans une solution chlorhydrique à 10 % additionnée de 0,01 % de sulfure Na^2S, il faut un long chauffage à 500° pour ramener les caractéristiques de pliage à la valeur initiale.

L'ensemble des résultats obtenus nous conduit aux conclusions suivantes :

1° La diffusion de l'hydrogène atomique résultant des réactions de décapage est, pour une même solution acide et des durées d'attaque identiques, beaucoup plus importante pour l'acier écroui que pour l'acier recuit; elle atteint les couches profondes du métal dans le premier cas

---

([1]) Dans une même solution aqueuse à 10 % d'acide chlorhydrique, additionnée de 0,01 % de sulfure Na^2S.

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 706.

alors que, dans le second, les couches superficielles sont plus particulièrement affectées.

2° La disparition dans le temps de la fragilité de décapage, pratiquement totale pour l'acier recuit, est, dans les mêmes conditions, extrêmement lente et seulement partielle pour le métal écroui ([3]). Les étuvages et recuits entre 100 et 300°, industriellement préconisés pour éliminer l'hydrogène diffusé au cours des opérations de décapage, ne suppriment pas la fragilité lorsque le métal est fortement écroui et le décapage prolongé.

3° La littérature technique montre que, d'après certains auteurs, la restauration des caractéristiques de pliage, par séjour prolongé à l'ambiante ou par étuvage après décapage, est totale et, d'après d'autres, seulement partielle : l'influence de l'écrouissage de l'acier sur l'évolution dans le temps de la fragilité de décapage permet d'expliquer ces divergences de résultats.

4° Ces essais montrent, d'une manière générale, que la diffusion de l'hydrogène atomique dans le réseau du fer est considérablement favorisée par les imperfections et perturbations cristallines résultant de l'écrouissage. En étudiant, à l'aide d'un dispositif approprié, la vitesse de diffusion de l'hydrogène à travers des tôles d'acier extra doux de 25/100e de millimètre d'épaisseur en contact sur une face avec une solution chlorhydrique à 10 % et sur l'autre avec une eau dégazée, nous avons trouvé que cette vitesse varie dans le rapport de 1 à plus de 2 suivant que la tôle est recuite ou écrouie.

CHIMIE MINÉRALE. — *Purification du charbon de sang. Méthode de détermination de l'acide chlorhydrique contenu dans le charbon.* Note ([1]) de M. **Mathieu Dobine**.

La question de la purification du charbon a fait l'objet d'un très grand nombre de recherches. Elles portaient soit sur l'élimination des cendres, soit sur celle des acides et surtout de l'acide chlorhydrique que l'on introduit souvent dans le charbon pour le débarrasser des cendres.

([3]) Ceci est particulièrement bien marqué pour des durées de décapage de 24 à 48 heures, avec nos conditions d'essai.

([1]) Séance du 5 mai 1941.

J'ai entrepris une étude systématique de cette question. J'ai lavé : 1° une portion de charbon à l'eau chaude; 2° une seconde portion à l'eau froide et en agitant; 3° une troisième portion à l'acide chlorhydrique et à l'eau; 4° enfin, une quatrième portion, successivement à l'acide chlorhydrique, carbonate de sodium ou ammonium, soude et eau. J'ai suivi la marche des lavages simultanément par des méthodes chimiques (réaction de chlore par azotate d'argent, mesures de l'acidité et de l'alcalinité), par des méthodes physico chimiques (conductivité et pH des eaux de lavage). Je déterminais de temps en temps la teneur du charbon en cendres par calcination et j'en mesurais le pouvoir adsorbant par rapport à l'iode, comme non-électrolyte et par rapport au chlorure de potassium, comme électrolyte.

Méthodes chimiques. — J'ai constaté que les eaux de lavage, au début fortement positives à l'azotate d'argent, ne donnaient bientôt avec celui-ci qu'un louche de plus en plus faible, mais qui persistait longtemps; alors même qu'il paraissait disparaître, il réapparaissait lorsqu'on évaporait des quantités plus grandes de ces eaux. Somme toute, les méthodes chimiques sont trop peu sensibles, et c'est parce que les auteurs se sont fiés à elles seules qu'ils sont arrivés à des conclusions erronées.

pH. — Les pH des eaux de lavage, quel que fût le mode de lavage, variaient avec une tendance nette à se stabiliser autour de la valeur 4; ainsi, par exemple, dans le cas du charbon lavé au carbonate de sodium, ammonium et soude, les pH des eaux de lavage descendaient de la valeur 9 ou 10 pour s'arrêter au voisinage de 4; par contre, dans le cas des charbons lavés à l'eau ou à l'acide chlorhydrique, les pH s'élevaient des valeurs inférieures et oscillaient ensuite autour de pH 4.

Pour avoir des résultats plus précis, en même temps que l'explication de ces faits surprenants, j'ai cherché à m'adresser au charbon lui-même. J'en desséchais des échantillons à 120-130° et les calcinais ensuite (ce qui permettait en même temps de déterminer les cendres) à la température constante de 550-650° dans un courant d'air desséché et décarbonaté. Je recueillais les gaz éliminés dans de l'azotate d'argent de titre connu et j'en déduisais la quantité d'acide chlorhydrique provenant du charbon. Pour m'assurer qu'il s'agissait bien d'acide chlorhydrique et non d'un chlorure, j'ai refait la même expérience en remplaçant l'azotate d'argent par la soude titrée. Les résultats étaient les mêmes.

J'ai constaté que la quantité d'acide chlorhydrique contenu dans le charbon diminue d'abord, elle devient presque nulle après traitement suffisant à la soude; mais, au fur et à mesure qu'on pousse les lavages à l'eau, elle augmente de nouveau.

A quoi ceci tient-il? Est-ce parce que le chlorure de sodium formé sur le

charbon s'hydrolyse sous l'action des lavages successifs, la soude formée partant avec l'eau, et l'acide se fixant de nouveau sur le charbon? D'autre part, *j'ai constaté que le charbon peut contenir, à certains moments, simultanément de l'acide chlorhydrique et de la soude, sans qu'une combinaison totale se produise. L'adsorption aurait donc lieu sur des centres actifs différents.*

Comparons maintenant les résultats obtenus par les différents modes de lavage, au point de vue de la teneur en cendres, en acide chlorhydrique et aux changements imprimés au pouvoir d'adsorption.

Mode de lavage.	Cendres, poids pour 100 de charbon.	HCl, poids par gramme de charbon.	Pouvoir adsorbant par rapport à l'iode (*).
Charbon initial	9,7	0,0141	(**) 7,57
» lavé à eau, à froid	8,84	–	–
» » » à chaud	7,85	0,0089	7,75
» » à HCl et eau	7,2	0,017-0,0086	7,75
» » à CO^3Am^2 ou CO^3Na	6,6	0,00285-0,088	8
» » et NaOH à plusieurs reprises	4,63	0-0,0081	8

(*) 50^{cm^3} de solution 0,1 N et $0^g,5$ de charbon. (**) Sur 15^{cm^3} de solution, ont été adsorbés.

Ainsi 1° *les lavages à l'eau froide seule sont presque complètement inefficaces;* 2° *il reste toujours un peu de cendres* (4 %) *dans le charbon;* 3° *le charbon lavé à l'acide chlorhydrique en contient le plus au début des lavages; lavé à l'acide chlorhydrique et soude, il en contient le moins au début; mais, à la longue, tous les charbons en contiennent presque la même quantité;* 4° *le pouvoir adsorbant par rapport à l'iode est presque le même*, les petites différences observées sont parallèles à la teneur en cendres et tiendraient, par conséquent, aux différences dans les quantités de carbone contenu dans le charbon. Les différences sont beaucoup plus grandes et les charbons se disposent autrement par rapport à l'adsorption de chlorure de potassium. Ceci s'expliquerait par le fait que l'acide contenu dans le charbon intervient, d'une part, en augmentant ou en diminuant l'adsorption du chlorure, suivant sa concentration et, d'autre part, il réagit sur l'azotate d'argent et masque de la sorte le vrai pouvoir d'adsorption.

Conclusions. — Il est presque impossible de débarrasser complètement le charbon des impuretés (cendres, acides) qu'il contient. Les agents de purification sont eux-mêmes, pour une partie, retenus; ils modifient

parfois le pouvoir adsorbant. La meilleure méthode de purification est le traitement successif à l'acide chlorhydrique, soude et eau. (Le traitement fluorhydrique a l'inconvénient de changer beaucoup le pouvoir adsorbant.)

En pratique, on fera bien de faire varier les méthodes de purification avec les impuretés dont on veut se débarrasser. Pour l'acide chlorhydrique, on déterminera d'abord, par la méthode indiquée plus haut, la quantité contenue dans le charbon sec. On traitera ensuite à deux ou trois reprises par un excès de soude à chaud, jusqu'à ce que le charbon n'en prenne presque plus. On lavera à l'eau, à chaud et en agitant mécaniquement ou à l'air comprimé. On suivra la marche des lavages 1° en prenant les pH des eaux de lavage, 2° en dosant leur alcalinité, et 3° en déterminant de de temps en temps sur le charbon lui-même la quantité d'acide chlorhydrique contenu. On observera aussi si les cendres contiennent de la soude et des chlorures. On s'arrêtera aussitôt que le charbon ne contiendra plus de soude et que la quantité d'acide commencera de nouveau à augmenter. On vérifiera de temps en temps le pouvoir adsorbant du charbon par rapport à l'iode et au système étudié. Le tout prend de 3 à 5 semaines, les filtrations étant très lentes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'ammoniac et des amines primaires sur une cétone α-α'-diacétylénique*. Note de Mlle **Janine Chauvelier**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le dipropinyl carbinol $CH^3—C≡C—CHOH—C≡C—CH^3$, préparé selon la technique de Jositsch et Lebedew ([1]), s'oxyde presque quantitativement sous l'influence du mélange acétochromique, en cétone correspondante $CH^3—C≡C—CO—C≡C—CH^3$, F 81°, E 90°/12^mm.

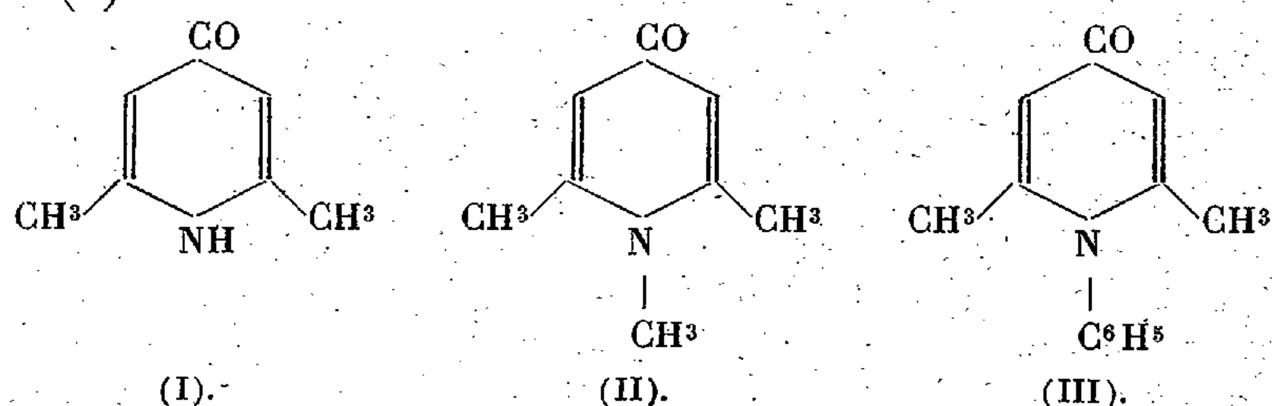
Comme, d'après les publications de M. Liang ([2]), on pouvait douter de l'identité de la cétone obtenue, j'ai tenu d'établir celle-ci d'une façon certaine : d'une part j'ai pu en préparer la semicarbazone fondant à 149°; d'autre part l'action du bromure de méthylmagnésium conduit bien au méthyldipropinylcarbinol fondant à 35° et déjà décrit par Lebedew ([1]).

Action de l'ammoniac. — Les solutions aqueuses d'ammoniaque, l'ammoniac gazeux sont sans effet jusqu'à 100°, mais, en tube scellé,

---

([1]) *Journ. Soc. Phys. Chem. russe*, **42**, 1910, p. 1494.
([2]) *Bull. Soc. Chim.*, **53**, 1933, p. 44.

l'ammoniaque aqueuse réagit rapidement vers 180°; par refroidissement il se dépose des cristaux de lutidone (I), corps fondant à 231° et déjà décrit par Feist ([3]).



Action de la monométhylamine. — Comme dans le cas de l'ammoniaque, les solutions aqueuses de monométhylamine chauffées en tube scellé avec la cétone vers 180° donnent un produit cristallisé. La N-méthyl-lutidone, obtenue ainsi (II) et déjà préparée par d'autres voies par Conrad et Guthzeit ([4]) d'une part, et par Perkin ([5]) d'autre part, fond anhydre à 244°,5.

Action de l'aniline. — L'aniline vers 50° dissout très facilement la cétone sans réaction, en chauffant cette solution vers 150° il se déclenche une réaction extrêmement violente et qui devient explosive si l'on opère sur des quantités notables. En opérant sur de petites quantités, on obtient par refroidissement des cristaux difficilement purifiables. On modère la réaction en l'effectuant au sein d'une quantité de xylène suffisante; amorcée à l'ébullition du solvant elle se continue d'elle-même. Après refroidissement on recueille des cristaux presque incolores.

Le corps obtenu est la N-phényl-lutidone (III); il fond à 203°,5 (corr.) sans décomposition; il est peu soluble dans le benzène, très soluble dans l'alcool et dans l'eau chaude. Perkin ([5]) donne ces propriétés et signale un point de fusion légèrement inférieur, 197°.

Cette lutidone fixe une molécule d'acide chlorhydrique en conduisant à un sel $C^{13}H^{13}ON, HCl$.

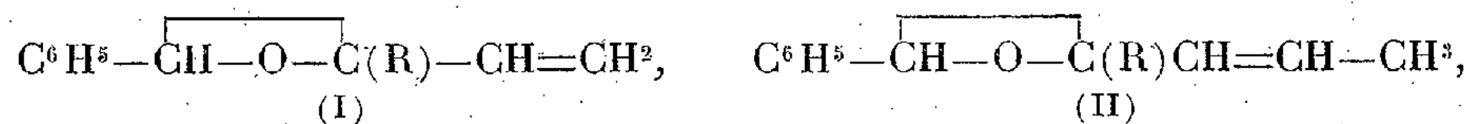
Conclusion. — L'ammoniaque et les amines primaires réagissent de façon tout à fait identique sur les cétones α-α'-diacétyléniques; il y a là une voie d'accès très générale vers les N-α-α'-trialcoyl (ou aryl) pyridones.

([3]) *Ann. der Chem.*, **257**, 1890, p. 279.
([4]) *Ber. d. chem. Ges.*, **20**, 1887, p. 159.
([5]) *Journal of Chem. Soc.*, **51**, 1887, p. 498.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Isomérisation de l'époxy-1.2 phényl-1 éthyl-2 pentène-3. Formation de phényléthylpropénylacétaldéhyde (transposition semihydrobenzoïnique) et de phényl-4 heptène-2 one-5 (transposition semipinacolique.)* Note de M. **Yves Deux**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Dans l'isomérisation des époxydes symétriquement bisubstitués, la nature des radicaux substituants peut influencer non seulement le sens suivant lequel s'effectue la rupture de l'oxygène époxydique, mais aussi la structure des produits formés, ceux-ci pouvant être aldéhydiques ou cétoniques, ramifiés ou non, suivant qu'il y a transposition du type semihydrobenzoïnique ou simple migration d'hydrogène.

Il a été établi que, lorsque l'un des radicaux substituants est un phényle et l'autre un alcoyle, il y a formation exclusive de cétone non transposée (1); mais lorsque les deux radicaux sont aromatiques (2) ou encore lorsque l'un de ces radicaux est remplacé par un radical non saturé tel qu'un vinyle (3) ou un propényle (4), on obtient un produit aldéhydique par transposition du type hydrobenzoïnique. Toutefois dans ce dernier cas il n'est pas possible de décider dans quel sens a eu lieu la rupture des liaisons de l'oxygène époxydique; on ne peut y parvenir que lorsqu'on introduit une substitution sur la fonction époxydique; mais cette substitution peut avoir, par elle-même et suivant la nature du substituant, une influence propre par sa capacité affinitaire qui jointe à celle du radical voisin peut l'emporter ou équilibrer celle du radical opposé. Tandis que dans des Notes précédentes nous avons étudié l'influence du radical éthyle dans l'époxyde (I),

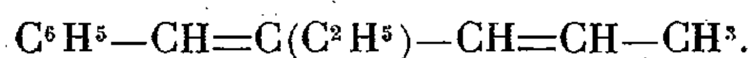


nous nous sommes proposé, dans la présente Note, d'étudier l'influence du radical éthyle dans l'époxyde (II). Nous avons pu constater que dans ce cas les capacités affinitaires des radicaux propényle et éthyle sont sensi-

(1) Jeanne Lévy et Dvolaidzka-Gombinska, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 711.
(2) M. Tiffeneau et J. Lévy, *Bull. Soc. Chim.*, 49, 1931, p. 1738, 1753.
(3) M. Tiffeneau et Y. Deux, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 442.
(4) Y. Deux, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 2002.

blement du même ordre de grandeur que celle du radical phényle, si bien que la rupture de l'oxygène époxydique se produit dans les deux sens, c'est-à-dire à la fois sur le carbone secondaire et sur le carbone tertiaire, alors que pour l'époxyde (I) (R étant un éthyle) la rupture se fait exclusivement du côté du carbone tertiaire. Ainsi nous pouvons confirmer les faits déjà observés antérieurement concernant la capacité affinitaire du phényle que l'on sait inférieure à celle de deux méthyles, comme elle l'est par rapport à un vinyle associé à un méthyle ou à un éthyle. Au contraire, la capacité affinitaire du phényle peut devenir égale ou supérieure à celle des deux radicaux qui lui sont opposés lorsque ceux-ci sont des radicaux à capacité affinitaire moindre comme dans le cas de deux radicaux benzyle ([5]), ou même, comme dans le présent cas, lorsqu'il s'agit d'un radical propényle associé à un radical éthyle. Il s'ensuit que la capacité affinitaire du propényle est inférieure à celle du vinyle, puisque dans le cas de l'époxyde (I) où R est un éthyle, la rupture est unilatérale et a lieu du côté du carbone tertiaire.

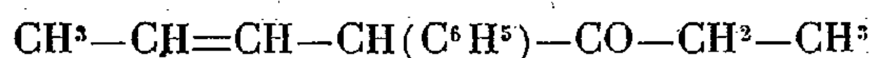
Obtention de l'époxyde. — L'époxy-1.2 phényl-1 éthyl-2 pentène-3 (E_6 107-109°; n_D^{15} 1,5625) a été obtenu par action de la potasse pulvérisée sur une solution éthérée anhydre de la chlorhydrine du phényl-1 éthyl-2 pentène-3 diol-1.2 (*p*-nitrobenzoate, F 115°) résultant de l'action de la chlorurée sur le phényl-1 éthyl-2 pentadiène-1.3



$$C^6H^5—CH=C(C^2H^5)—CH=CH—CH^3.$$

La position de la fonction époxyde en 1.2 a été démontrée par l'hydrogénation catalytique, qui fournit un alcool secondaire dont le *p*-nitrobenzoate fusible à 75° a été identifié avec celui que fournit le phényl-1 éthyl-2 pentanol-1 obtenu en faisant agir $CH^3CH^2CH(MgCl)CH^2—CH^2—CH^3$ sur l'aldéhyde benzoïque.

Isomérisation. — L'isomérisation, effectuée soit par pyrocatalyse à 250-300°, soit par chauffage au bain-marie avec l'éthérate de Br^2Mg fournit deux produits : l'un, aldéhydique, le phényléthylpropénylacétaldéhyde, se forme par rupture de l'oxygène époxydique du côté du carbone disubstitué et avec migration du phényle (transposition semihydrobenzoïnique); l'autre, cétonique, la phényl-4-heptène-2-one-5



$$CH^3—CH=CH—CH(C^6H^5)—CO—CH^2—CH^3$$

([5]) J. Lévy et Tabart, *Bull. Soc. Chim.*, 49, 1931, p. 1784.

(transposition semipinacolique), se forme par rupture du côté opposé avec migration préférentielle du propényle. La nature de ces produits a été établie par l'hydrogénation catalytique ménagée qui conduit au phényléthylpropylacétaldéhyde et au phényl-4-heptanone-3. Par oxydation argentique du mélange, l'aldéhyde fournit l'acide correspondant qu'on isole (F 125°, anilide F 98°) et qu'on identifie avec l'acide obtenu synthétiquement par action successive des bromures d'éthyle, puis de propyle sur le cyanure de benzyle et par hydrolyse du nitrile ainsi formé. La partie neutre est constituée par la phényl-4-heptanone-3 (E_{760} 242-243°, semicarbazone F 109-110°); celle-ci a été identifiée avec le produit résultant de l'action de $BrMgC^2H^5$ sur le dérivé propylé du cyanure de benzyle $C^6H^5CH(C^3H^7)CN$.

Conclusions. — Dans l'isomérisation de l'époxy-1.2 phényl-1 éthyl-2 pentène-3, il y a formation de phényléthylpropénylacétaldéhyde par transposition semihydrobenzoïnique et de phényl-4 heptène-2 one-5 par transposition semipinacolique. La rupture de l'oxygène époxydique a donc lieu simultanément dans les deux sens, d'où influence sensiblement identique des deux groupes de substituants, phényle d'une part et, de l'autre, éthyle et propényle; la capacité affinitaire du phényle est donc sensiblement égale à celles des deux autres radicaux. De plus, les aptitudes migratrices du radical propényle l'emportent sur celles du radical éthyle.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *L'effet prooxygène, altération provoquée du caoutchouc vulcanisé.* Note de M. **Paul Chovin**, présentée par M. Marcel Delépine.

A. L'autoxydation du caoutchouc est sensible à la catalyse : les antioxygènes la combattent et en retardent les effets, les prooxygènes, au contraire, la favorisent et en précipitent les manifestations. Cette Note rend compte d'expériences entreprises en vue d'étudier l'action de quelques prooxygènes typiques sur l'hydrocarbure caoutchouc.

Parmi les corps qui stimulent l'action de l'oxygène, certains sels de cuivre, de fer, de cobalt et de manganèse sont connus pour être très actifs (1). C'est sur un certain nombre de dérivés organiques de ces métaux

(1) Pour la bibliographie générale sur ce sujet, voir Ch. Dufraisse, *Chemistry and Technology of Rubber*, p. 440, New-York, 1937.

que l'étude a porté. Ont été essayés : *a.* pour le cuivre, acétylacétonate, oléate, linoléate, élaïdate, stéarate, sulforicinate, heptanoate, nonanoate, undécénoate, érucate, diéthylthionethiolcarbamate; *b.* pour le fer, acétylacétonate, oléate, linoléate, sulforicinate, nonanoate, sel du dibenzoylméthane; *c.* pour le cobalt, oléate, linoléate et sulforicinate de Co^{II}; acétylacétonate de Co^{III}; *d.* pour le manganèse, oléate, linoléate, sulforicinate et nonanoate de Mn^{II}; acétylcétonate de Mn^{III}. Enfin certains complexes métalliques ont été également étudiés, tels les sels de la dithizone, du cupferron, du mercaptobenzothiazole, de l'α-nitroso-β-naphtol, de la benzildioxime etc.

Le problème qui se pose est double : il s'agit d'abord d'incorporer à des échantillons de caoutchouc vulcanisé une quantité déterminée d'un métal prooxygène, puis d'apprécier l'accélération de l'autoxydation ainsi provoquée. Le premier point est résolu en mettant le caoutchouc au contact d'une solution chloroformique du sel étudié (pour 1^{g} de caoutchouc coupé en petits dés de 2 à 3^{mm} de côté, on emploie 1^{cm^3} de solution renfermant 1^{mg} de métal, ce qui réalise, dans les échantillons de caoutchouc, une teneur moyenne en prooxygène égale à 0,1 %). Le gonflement du caoutchouc au contact de la solution détermine l'absorption totale du solvant et du sel dissous. Il suffit ensuite de chasser le solvant, soit par étuvage prolongé (2 heures à 70°), soit par chauffage sous vide (15 minutes à 100°), pour que le sel reste seul dans la masse. Toutefois l'imprégnation ne va jamais à cœur, ce qui n'altère pas sensiblement la bonne reproductibilité, donc la comparabilité des expériences instituées en vue de déterminer l'accélération de l'autoxydation.

Ce second problème est résolu par l'emploi du manomètre de Ch. Dufraisse [1] : on compare les vitesses d'autoxydation des échantillons traités à celle d'un témoin.

Dans ce qui suit, on définit arbitrairement comme coefficient d'accélération le quotient de la vitesse d'autoxydation de l'échantillon imprégné, à la cinquième minute de l'expérience, par la vitesse constante d'autoxydation du témoin, déterminée après la période d'induction, inévitable dans ce cas. Cette définition trouve sa justification dans le fait que non seulement la période d'induction fait généralement défaut dans le cas des échantillons imprégnés, mais que, le plus souvent, les courbes représentant les ascensions du mercure en fonction du temps ont une pente rapidement décroissante après un court laps de temps, de l'ordre de 5 à 10 minutes. Ce phénomène est dû à l'action de l'oxygène sur les dés

imprégnés, action qui se traduit par l'apparition d'un film d'altération, lequel, en fondant, forme un vernis peu perméable à l'oxygène. Il s'ensuit que la consommation de l'oxygène à mesure qu'elle progresse, se ralentit sous l'effet d'une cause purement mécanique, d'où la concavité accentuée des courbes.

Les coefficients d'accélération ainsi déterminés donnent un renseignement très utile sur l'activité de divers prooxygènes, mais leur interprétation appelle certaines réserves. En effet, il est bien connu que les phénomènes d'autoxydation en général présentent fréquemment des irrégularités ([2]), spécialement quand il s'agit d'une matière aussi complexe que le caoutchouc : des lots qui paraissent identiques (mêmes compositions du mélange, mêmes durées de malaxage, mêmes durées et températures de vulcanisation) se distinguent cependant, en l'absence de tout prooxygène, par des autoxydabilités initiales susceptibles de varier dans d'assez larges limites. Quand on étudie l'action des catalyseurs positifs d'autoxydation sur ces lots variés, on constate : 1° que pour un même prooxygène et des lots différents, le coefficient d'accélération est d'autant plus élevé que l'autoxydabilité initiale du lot essayé est plus prononcée; 2° que le rapport des coefficients d'accélération de deux prooxygènes différents essayés sur un même lot varie lorsqu'on change de lot, sans qu'il y ait de règle pour le sens de la variation.

Il y aura donc d'assez larges écarts, suivant les lots essayés. Cependant, vu l'activité considérable qu'ont les sels métalliques sur l'autoxydation, il n'y a pas lieu de faire cas, pour les conclusions générales, de différences trop faibles.

B. Les chiffres donnés ci-dessous entre parenthèses représentent les coefficients d'accélération moyens, déterminés à 80° C. sur un caoutchouc sans antioxygène.

1° Les sels les plus actifs sont d'une part le sulforicinate de cobalt (65), les nonanoates de manganèse (50), de fer (12), l'oléate de cuivre (14), le sulforicinate de cuivre (10), le nonanoate de cuivre (7), puis d'autre part le linoléate de manganèse (82) et les acétylacétonates de fer^{III} (72) de cobalt (63) de manganèse^{III} (51), essayés il est vrai sur un lot dont l'autoxydabilité initiale était environ une fois et demie celle du précédent.

([2]) Ch. Dufraisse et P. Chovin, *Handbuch der Katalyse* (G.-M. Schwab), 2, *Katalyse in Lösungen*, Vienne, 1940. La catalyse négative en phase liquide et éventuellement solide, p. 338.

Les autres sels, en particuliers les complexes où le métal est plus ou moins dissimulé, n'ont qu'une activité beaucoup plus faible. Il est à noter que le diéthylthionethiolcarbamate de cuivre est légèrement prooxygène à 80° et légèrement antioxygène à 120°.

2° Il était intéressant d'essayer les catalyseurs en mélange binaire, puis en mélange ternaire, en raison des possibilités de renforcement mutuel de la catalyse, phénomène improprement appelé *action promotrice*.

a. En mélange binaire, l'étude a porté sur les sels suivants : nonanoate de cuivre, de fer et de manganèse, et sulforicinate de cobalt, pris deux à deux en proportions variables, mais à une teneur globale en métal rapportée au caoutchouc égale à 0,1 %. Seule la combinaison fer-cobalt, dans le rapport 1 : 1, montre une activité (67) très légèrement supérieure à celle du plus actif des deux constituants, le cobalt (65). Pour les autres combinaisons possibles des quatre constituants, l'activité des mélanges a toujours été inférieure à la plus élevée, quelquefois même à la plus faible.

b. En mélange ternaire (nonanoate de fer, de manganèse et sulforicinate de cobalt, teneur globale en métal rapportée au caoutchouc 0,1 %), il a été trouvé une composition (Fe:Mn:Co = 3:1:1) dont l'activité (73), sans être très supérieure à celle du constituant le plus actif, le cobalt (65), la dépassait cependant d'une manière appréciable. La représentation triangulaire a permis de s'assurer que l'exploration du domaine des compositions ternaires avait été suffisamment méthodique pour ne pas laisser échapper une zone de mélange à plus grande activité.

En conclusion, dans le cas du caoutchouc, le renforcement mutuel des catalyseurs est loin d'atteindre les proportions très élevées rencontrées dans certains mélanges classiques, comme l'hopcalite, par exemple, qui manifeste, justement dans l'ordre des phénomènes d'autoxydation, une exaltation remarquable d'activité.

LITHOLOGIE. — *Remarques sur une caractéristique des limons*. Note de M. **Boris Brajnikov**, présentée par M. Charles Jacob.

Le nom de *limon* est donné communément à des formations très diverses par leur nature et leur état d'évolution. En lithologie même ce terme échappe, pour l'instant, à une stricte définition; aussi est-il utilisé pour désigner des complexes lithologiques très différents, comme *limons des plateaux*, *limons d'inondation*, *limons éoliens* etc. Cet emploi géné-

ralisé du terme semble être fondé sur le critérium dimensionnel (granulométrie). Une telle discrimination est légitime, car tout le groupe des limons est d'origine détritique.

Pour me rendre compte de la valeur du critérium dimensionnel comme caractéristique des limons par rapport aux autres formations superficielles, j'ai étudié la granulométrie d'un certain nombre de limons de nature et de provenances très diverses. Les principaux résultats de cette étude sont exposés ici.

Les échantillons n'ont subi aucun traitement préalable, à l'exception d'une dispersion mécanique. Quelques échantillons ont été lavés à l'eau pour éliminer l'excès de NaCl. Le tamisage a été utilisé pour les dimensions $>90^{\mu}$ et la densimétrie pour les dimensions $<90^{\mu}$. La densimétrie a été faite en présence d'un défloculant (silicate de sodium).

La première série étudiée comprend des limons actuels, fluviatiles et lacustres, recueillis en flottaison dans l'eau (*débit solide*) ou déposés. Les échantillons proviennent de la Seine, du Rhône, de l'Oum er Rbia et des étangs de la côte méditerranéenne.

Les résultats des analyses, exprimés sous forme de diagramme poids-dimensions, laissent apparaître les faits suivants [1] :

1° On distingue nettement trois types de courbes : *a.* courbes à maximum dans la *phase poudre* ($20\text{-}2^{\mu}$); *b.* courbes à maximum dans la *phase sable fin* ($200\text{-}20^{\mu}$); *c.* courbes à deux maxima dans les *phases sable grossier* ($2000\text{-}200^{\mu}$) et *sable fin.* On peut y ajouter un quatrième type : *d.* courbes à deux maxima entre 90 et 7^{μ}, intermédiaire entre *a* et *b*.

2° Le *type a* correspond aux matériaux fluviatiles du bas Rhône; le *type b* aux matériaux de l'estuaire de la Seine, de celui de l'Oum er Rbia et des étangs de la Camargue; le *type c* aux matériaux de l'étang de Leucate.

3° Pour le *type c* notamment, le matériau grossier ($>200^{\mu}$) est en totalité ou en partie, selon les fractions, constitué de débris végétaux et animaux. En évaluant approximativement leur quantité et en la retranchant du total, on supprime le maximum dans les sables grossiers et l'on renforce proportionnellement le maximum dans les sables fins. Le *type c* se rapproche alors sensiblement du *type b*.

---

[1] Les coupures granulométriques sont approximativement celles du Congrès Pédologique International de 1926 et la nomenclature celle de M. Jacques Bourcart, *Essai d'une classification raisonnée des matériaux meubles* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, séance du 5 mai 1941).

Le tableau suivant donne les chiffres extrêmes obtenus ([2]).

		Ballast.	Sable grossier.		Sable fin.		Poudre.		Colloïdes etc.
		> 2000.	2000-245.	245-175.	175-90.	90-20.	20-7.	7-2.	< 2.
Type *a*.	Max..	3,4	0,5	3,5	9,1	27,6	**85,4**	12,6	5,4
	Min..	–	0,1	0,1	0,0	2,9	**46,9**	7,5	0,5
Type *b*.	Max..	5,4	3,8	2,0	12,9	**75,9**	24,0	13,8	8,4
	Min..	–	0,0	0,1	7,7	**44,3**	6,9	0,8	<3
Type *c* (après correction).	Max..	–	11,9	17,2	**48,9**	23,6	7,8	3,2	1,7
	Min..	–	10,7	11,5	**35,7**	18,8	5,2	2,5	1,4

La deuxième série comprend des limons anciens ayant subi une évolution subaérienne : lœss et terres à briques du Bassin de Paris et d'Alsace et limons tertiaires de la Chalosse.

Les lœss et les terres à briques montrent une similitude remarquable de leurs courbes granulométriques. Les maxima, très accentués, se situent tous dans l'intervalle de 90 à 20^{μ}.

Les limons de la Chalosse ont leurs maxima moins accusés, les uns dans l'intervalle de 90 à 20^{μ}, les autres de — 175 à 90^{μ}. Ces derniers limons mériteraient plutôt l'appellation de sables fins. Il existe, bien entendu, des termes intermédiaires.

Le tableau ci-dessous donne les chiffres extrêmes pour cette deuxième série.

		Ballast.	Sable grossier.		Sable fin.		Poudre etc.	
		> 2000.	2000-245.	245-175.	175-90.	90-20.	20-7.	< 7.
Lœss et terres à briques	max......	1,8	4,8	4,0	14,7	**79,7**	33,3	16,3
	min.......	0,0	0,3	0,0	0,4	**52,9**	8,6	7,3
Limons de la Chalosse	max......	4,6	11,9	13,8	**42,0**	**34,2**	16,5	44,2
	min.......	—	1,7	0,4	9,9	**26,0**	5,5	3,6

Les observations précédentes montrent que pour tous les limons étudiés le maximum très accusé se situe soit dans la phase sable fin, soit dans la phase poudre. Sauf pour le cas des limons de Leucate et de certains limons de la Chalosse, qui, comme je l'ai dit, sont peut-être des termes de passage des sables fins aux limons, *tous les maxima sont compris entre* 90 *et* 7^{μ}.

Il est intéressant de noter que, pour les sables, les maxima se situent toujours dans les fractions supérieures à 90^{μ}. Cette dimension de 90^{μ}

([2]) Les chiffres expriment les pourcentages; les chiffres en caractères gras correspondent aux maxima; les dimensions sont en microns (μ).

semble donc être une limite naturelle, pratique pour la distinction granulométrique courante entre les sables et les limons.

Le tableau ci-dessous donne quelques chiffres, recueillis sur une centaine d'analyses, pour illustrer la différence granulométrique entre sables et limons.

		> 90	< 90
Sables	max	99	33
	min	67	1
Limons	max	34	99
	min	1	66

La caractéristique granulométrique semble, par conséquent, être assez bien établie pour figurer comme un des principaux facteurs dans la définition des limons.

TECTONIQUE. — *Sur les mouvements tangentiels antéstéphaniens dans le Massif Central.* Note de M. **André Demay**, présentée par M. François Grandjean.

P. Termier et G. Friedel ont signalé pour la première fois en 1906 l'existence de mouvements tangentiels antéstéphaniens dans le Massif Central, existence confirmée par mes propres observations avec des modalités parfois différentes et une délimitation plus stricte des zones à structure tangentielle, qui comprennent essentiellement les Cévennes septentrionales et les parties profondes du Rouergue. Presque partout ailleurs, en dehors de la Marche et du Limousin, que je laisse de côté dans la présente Note, j'ai défini des plis ou écailles redressés ou des plis isoclinaux : Lyonnais, Forez, Région médiane, presque toutes les Cévennes méridionales, zone au sud du Rouergue, Cantal, Corrèze, enfin presque toute la partie nord du Massif Central, dont j'ai signalé l'âge probablement précambrien.

Il résulte donc de mes observations que les *chaînes antéstéphaniennes du Massif Central, comme la plupart des chaînes anciennes, ne montrent une structure tangentielle que dans un domaine assez restreint, ici moins du dixième de la surface totale.*

Par contre dans ce domaine la réalité des mouvements tangentiels n'est pas douteuse. Dans les Cévennes septentrionales, la partie haute de l'édifice structural comprend des nappes ou écailles tangentielles de type normal : granite de la Gampille et granite de Vienne, poussés tangentiel-

lement sur les micaschistes et provenant de la zone lyonnaise ou de sa limite méridionale, écailles tangentielles des gneiss à biotite de Montrambert, poussés sur les micaschistes (avec observation directe du recouvrement sur une verticale au puits Devillaine), nappe des micaschistes en forme de synclinal couché, comprenant à son sommet des parties renversées sous les gneiss du Lyonnais et sous les gneiss de Montrambert et, au-dessous, deux écailles tangentielles.

Plus bas, dans le *domaine de la tectonique profonde*, les mouvements ont une *allure tangentielle*, démontrée *à l'échelle régionale* par le dessin des contours, parfois proches de courbes de niveau, sur les deuxièmes éditions des feuilles de Saint-Étienne, Monistrol, Valence et par le laminage intense de paragneiss, gneiss d'injection ou orthogneiss faiblement inclinés, parfois subhorizontaux.

Les *structures de détail à l'échelle du mètre* (échantillon ou affleurement) sont également caractéristiques d'une tectonique tangentielle : plis couchés à charnières aiguës, de quelques mètres d'envergure, dans des micaschistes peu inclinés (par exemple près Rochetaillée), plis couchés à replis complexes dans les gneiss d'injection de la zone supérieure, plis couchés paracristallins, c'est-à-dire avec cristallisation syntectonique dans les parties plus profondes (par exemple carrières et crête de Vasseras, rive droite de la Cance en amont de Graillon, cote 715 près Saint-Marcel etc.)

Enfin les *textures micrographiques* sont aussi démonstratives. De nombreuses observations mettent en évidence des *textures très laminées et microlenticulaires et des plis couchés microscopiques*. Les plaques ont été taillées de telle façon que le grand côté soit parallèle au plan des couches sur le terrain, au pendage, s'il en est un. L'allure tangentielle des décollements, glissements et plis microscopiques est ainsi évidente. Quant à la nature de ces mouvements tangentiels, si évidents aux trois échelles d'observation, je renvoie à mes Notes antérieures ([1]).

Pierre Termier a marqué l'importance des *mylonites* dans les pays à structure tangentielle. De très nombreuses observations sur tout le globe ont confirmé ce point de vue. Il se vérifie aussi dans le Massif Central pour les parties hautes de l'édifice structural. Dans les parties profondes les mylonites franches tiennent au contraire une place restreinte, ce qui s'accorde bien avec le fait que des cristallisations et imprégnations magmatiques y accompagnent ou y suivent les mouvements. Parfois elles sont

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2197; *Bull. Soc. Géol.*, 5e série, 6, 1936, p. 165.

antérieures aux injections alcalines (par exemple mylonites granitiques de Villevocance) et ont échappé aux actions magmatiques des phases III et V. La plupart sont postérieures aux injections alcalines et ont échappé aux cicatrisations de la phase V. D'autres résultent de mouvements tangentiels tardifs. Enfin certaines traduisent des dislocations de type non tangentiel dans un pays devenu rigide et fortement relevé (*op. cit.*, 1936, p. 180.)

Les *textures cristallophylliennes* ont pour la tectonique profonde une importance bien plus grande que les mylonites, parce qu'elles offrent des caractères plus constants et, contrairement aux mylonites franches, marquent l'allure des mouvements. On pourrait objecter qu'elles traduisent des phénomènes de genèse du Cristallophyllien tout autres que les phénomènes orogéniques. Mais à cette objection s'opposent beaucoup d'observations : déformation des minéraux par laminage et parfois aspect presque fluidal, passage des parties déformées, d'une part à des parties mylonitiques, d'autre part à des parties microlenticulaires entièrement recristallisées, existence d'inclusions déformées ou écrasées dans les cristaux des gneiss d'injection ou des migmatites granitiques de base, enfin plis microscopiques, souvent paracristallins, liés aux autres types de déformation.

En résumé, des structures tangentielles n'apparaissent que dans des zones relativement restreintes du Massif Central. Dans ces zones la réalité des mouvements tangentiels est démontrée, à l'échelle régionale, à l'échelle de l'affleurement ou de l'échantillon, à l'échelle microscopique. Les parties hautes de l'édifice structural comprennent des nappes ou écailles tangentielles de type normal. Dans le domaine de la tectonique profonde, les textures cristallophylliennes accusent les phénomènes orogéniques, qui ont alterné ou parfois coïncidé avec les phases d'injection ou d'absorption magmatique.

OCÉANOGRAPHIE. — *Observations sur les variations de quelques facteurs physicochimiques des eaux de la Penzé maritime (Finistère).* Note [1] de M. **Claude Francis-Bœuf**, présentée par M. Charles Pérez.

J'ai effectué des prélèvements d'eau en différents points de l'estuaire de la Penzé, en été et en hiver (août et décembre 1939).

---

[1] Séance du 5 mai 1941.

La Penzé est une rivière à très faible débit, surtout en été, mais elle se termine par un estuaire d'une longueur de 7km. Celui-ci est délimité par le village de Penzé, en amont, et la pointe de Penzornou, en aval. Au delà, la baie de Morlaix ne peut plus être considérée comme faisant partie de l'estuaire proprement dit. La marée ne dépasse, que lors des forts coefficients, le village de Penzé, où un barrage, construit à l'intention d'un moulin, gêne sa propagation.

La bouteille d'E. Pellerin ([2]) a été utilisée pour les prélèvements d'eau en profondeur.

La salinité des échantillons d'eau a été obtenue par le dosage des chlorures par le nitrate d'argent. Le pH a été mesuré avec un comparateur *Hellige*.

Trois graphiques sont joints à cette Note. Leur examen peut être fait séparément :

1. La première figure représente les variations de la salinité au cours du flot, en été (17 août 1939) et en hiver (30 décembre 1939) ([3]), en surface et au fond, au pont du village de Penzé.

A ces deux époques de l'année, on est frappé par les variations très brusques de la valeur de la salinité. Entre le minimum et le maximum, les différences sont considérables, l'amplitude de la variation est en effet :

32 ‰	pour les eaux	de fond	en été
22,5	»	de surface	en été
24,5	»	de fond	en décembre
12	»	de surface	en décembre

Pendant les premières heures du flot, la hauteur d'eau est insignifiante : surface et fond ont été confondus. Quand la montée de l'eau a lieu, la salinité reste encore la même pour les eaux de fond et de surface pendant deux heures environ. Puis, subitement, la salinité de l'eau du fond passe, en été, de moins de 1 ‰ à 27 ‰. En hiver, il en est de même, mais le retard est encore plus grand.

Les eaux de surface gardent de faibles teneurs en sels plus longtemps que les eaux du fond : ce qui indique que la marée, c'est-à-dire les eaux à forte salinité, progresse par le fond.

Pour mieux analyser ces brusques changements de salinité que, pour le

---

([2]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1039-1041.

([3]) Les heures de haute mer se correspondent, à quelques minutes près. Le 17 août le coefficient de marée était de 113. Le 30 décembre le coefficient de marée était de 92.

moment, je n'ai pas retrouvé dans les différentes stations d'observations

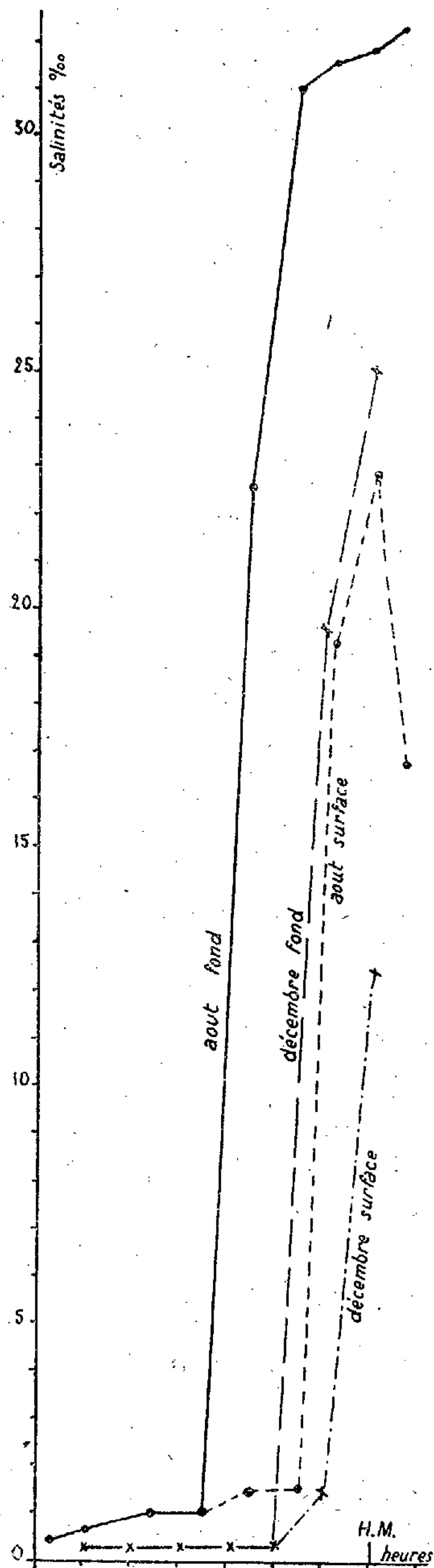


Fig. 1.

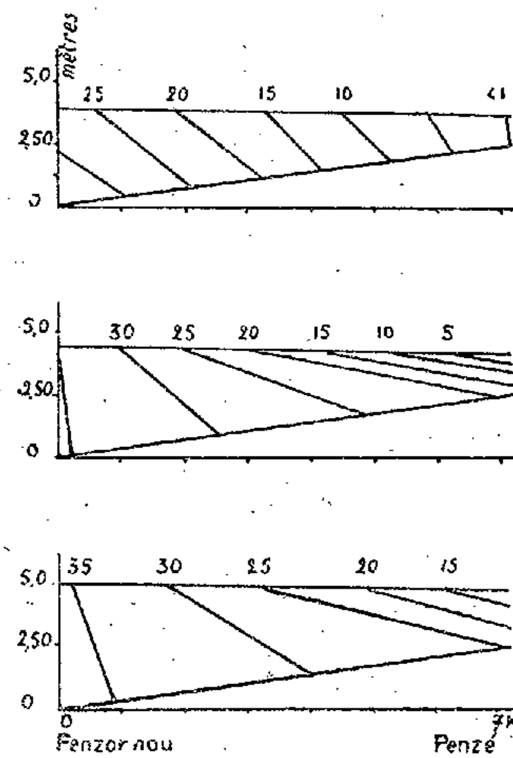


Fig. 2. — Isohalines des 3 dernières heures de flot le 30 décembre 1939.

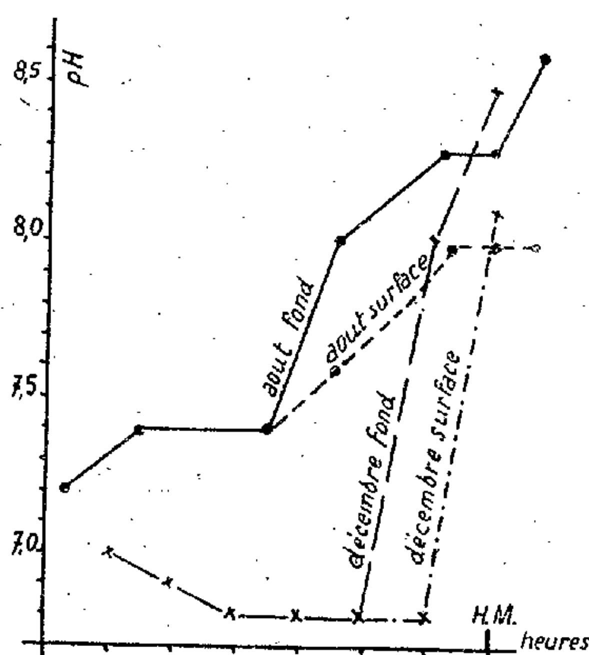


Fig. 3.

d'autres estuaires, il faudrait, à défaut d'un enregistrement continu de la valeur de la salinité, effectuer des mesures très rapprochées, pendant les

quatre dernières heures du flot. On saisirait peut-être, si le passage d'une teneur de 1 ‰ à une teneur de 27 ‰, en une heure, se fait par variation continue ou discontinue de la valeur de la salinité.

Les résultats obtenus en 1925 par M. Prenant et M. Duval ([4]) laissaient déjà entrevoir d'aussi curieux phénomènes.

2. La deuxième figure représente les isohalines des trois dernières heures du flot le 30 décembre, entre Penzornou et Penzé. J'ai déjà indiqué ([5]) comment on pouvait construire de tels graphiques. Ils permettent de saisir la difficulté pour la marée de pénétrer jusqu'au fond de l'estuaire par suite du volume d'eau fluviale qu'elle doit refouler vers l'amont. Mais ces eaux douces, ou à faible salinité, s'accumulent en aval du barrage, aussi ont-elles toujours tendance à s'écouler en surface vers l'aval, alors même que le flot progresse par le fond.

3. La troisième figure indique les variations du pH des eaux de surface et de fond au pont de Penzé, aux mêmes dates que précédemment pour la salinité.

Le pH des eaux à faible salinité (prépondérance des eaux fluviales) est plus élevé (dans le sens de l'alcalinité), en été qu'en hiver; à cette époque, il était même légèrement acide (pH 6,8).

Le pH des eaux du fond, comme celles de surface, augmente avec la marée, et ses variations sont également brusques. En fin de flot, il atteint, en été comme en hiver, une valeur élevée (alcaline) : eau de fond, pH 8,5. Les eaux de surface, toujours moins salées, ont un pH inférieur aux eaux de fond.

En résumé, la station d'observation du pont du village de Penzé est particulièrement intéressante pour étudier les mécanismes du mélange des eaux marines et fluviales et de diffusion des sels des premières dans les secondes.

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'origine double des racines nées dans les cultures* in vitro *de liber de Carotte sous l'influence de l'hétéroauxine.* Note de M. **Roger Buvat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les travaux de Gautheret ([1]) ont montré que si l'on cultive aseptiquement des fragments de tissu cambial de Carotte sur un milieu gélosé

([4]) *Trav. Stat. Bio. Roscoff*, 4, 1926, 14 pages.

([5]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 619-621.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 130, 1939, p. 7.

sucré additionné d'une forte dose d'hétéroauxine (10^{-4} à 10^{-6}), ces fragments forment des radicelles parfois nombreuses; nous avons recherché les modalités histologiques de ces formations sur des fragments cultivés selon les mêmes techniques; le liber, isolé aseptiquement du bois au niveau de la zone génératrice, est couché sur le milieu gélosé coulé en tubes, la face morphologiquement externe reposant sur le milieu, la zone génératrice située à la partie supérieure, opposée à la gélose. Ces fragments comprennent du tissu cambial proprement dit et du parenchyme libérien, les cellules de celui-ci sont d'autant plus grandes qu'elles sont plus périphériques; elles contiennent une grande vacuole et leur cytoplasme est réparti en une mince pellicule contre la membrane; les noyaux sont petits, accolés à une face de ces cellules, lesquelles contiennent de gros chromoplastes porteurs de cristaux de carotène.

Les premières racines formées sont d'origine cambiale; elles naissent de petits massifs du cambium, dont les cellules se recloisonnent et aboutissent rapidement à l'organisation d'un méristème radiculaire, avec les trois feuillets habituels. Ces racines se forment de préférence autour des *rayons rhizogènes*, c'est-à-dire des anciennes racines secondaires, dont le cambium est en continuité avec celui de la racine principale [2]. Elles se forment aussi autour du bourrelet cambial du fragment. Dans les deux cas beaucoup naissent superficiellement et sortent directement; d'autres ont une origine plus interne et naissent du côté du cambium où se trouve le parenchyme libérien; elles refoulent alors le tissu et le défoncent jusqu'à sortir du fragment.

D'autres racines naissent du parenchyme libérien à la suite d'une évolution plus remarquable. Tandis que les méristèmes des racines cambiales, déjà formés au bout de 11 à 15 jours de culture, continuent à se développer, la sole parenchymateuse qui repose sur le milieu nutritif commence à former un tissus caractéristique. Les grandes cellules à carotène se cloisonnent, et l'examen attentif des premières mitoses montre qu'elles sont souvent aberrantes.

Il résulte des dimensions de la vacuole que les phragmoplastes ne parviennent pas toujours rapidement à séparer complètement les deux cellules-filles. Au début on observe parfois des cloisons très incomplètes, et il se forme d'abord des cellules binucléées. Nous avons même pu constater la division des noyaux de telles cellules, par mitoses conjuguées

---

[2] Gautheret, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 457.

rappelant celles que l'on observe chez les Champignons qui présentent des dicaryons.

Cependant cet état binucléé ou même polynucléé est transitoire; après de nouvelles divisions il aboutit à la formation de cellules complètement isolées et à un seul noyau. Ainsi se forment dans le parenchyme libérien des massifs de cellules plus petites que les cellules environnantes, où l'on reconnaît encore les contours des grandes cellules-mères. Ces massifs s'accroissent, à la fois par recloisonnement des premières cellules néoformées et par segmentation de cellules parenchymateuses périphériques. Ajoutons que de nombreuses cellules de ce tissu néoformé acquièrent des cadres ligneux réticulés caractéristiques, mais restent vivantes, ressemblant ainsi à celles que Gautheret a décrites dans toutes ses cultures de tissus végétaux.

C'est seulement dans ce tissu néoformé qu'apparaissent les racines d'origine parenchymateuse. Nous n'avons jamais pu observer de formation plus directe. On voit apparaître dans ce tissu de petits nodules, dus à la segmentation d'un très petit nombre de cellules, une seule peut-être; ces nodules s'organisent vite et acquièrent rapidement la structure de méristèmes radiculaires. La dédifférentiation commencée lors de la formation du néotissu s'achève rapidement et les radicelles s'allongent en refoulant les tissus qu'elles rencontrent, jusqu'à leur sortie du fragment.

En résumé, sous l'influence de l'acide indol-β-acétique, les fragments de tissu cambial de Carotte, cultivés aseptiquement, donnent naissance à des racines de deux origines; les unes naissent directement du cambium et se montrent au bout de peu de temps, les autres naissent indirectement du parenchyme libérien, et se forment dans un tissu nouveau résultant de la segmentation des grandes cellules de ce parenchyme; celles-ci sont donc le résultat de phénomènes de dédifférenciations plus que les premiers.

ANATOMIE COMPARÉE. — *La structure de l'œil des Vertébrés et la phylogénie.* Note de Mlle **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Bouvier.

Dans son intéressante Note sur l'œil de *Lepidosiren paradoxa* (1) A. Rochon-Duvigneaud conclut que « l'essentiel de l'œil du *Lepidosiren*, c'est-à-dire tout ce qui dérive de la vésicule oculaire secondaire, est d'un

---

(1) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 307.

Triton ». Il signale également que la rétine du Protoptère est pourvue de cônes et de bâtonnets analogues à ceux des Tritons. De ces constatations, il tire des arguments qui s'ajoutent à ceux qu'apportent divers anatomistes en faveur de la parenté entre le *Lepidosiren* et les Urodèles. En présence de ces faits il est normal de chercher si, dans l'ensemble des Vertébrés, les yeux d'autres espèces ne permettraient pas des remarques de cet ordre.

Or, dès 1927, je faisais remarquer que les yeux de deux Poissons téléostéens, de la famille des Siluridés, *Clarias batrachus* L. et *Ameiurus nebulosus* Lesueur, présentent de grandes analogies, spécialement quant aux cellules visuelles, avec l'œil des Batraciens (²).

Voici un complément d'information à ce sujet.

Chez *Ameiurus nebulosus* les dimensions de l'œil, rapportées aux dimensions de la tête et à celles du corps tout entier sont plus réduites que chez l'ensemble des Poissons. Ces rapports tendent vers ceux que l'on peut observer chez les Batraciens, spécialement chez les Urodèles.

Il n'existe aucune trace de pli conjonctival, mais une double cornée cutanée et sclérale, comparable à celle de divers Poissons apodes et de divers Batraciens.

Le cristallin est sphérique, comme chez les Poissons en général, mais aussi comme chez les Batraciens.

La description de la rétine mérite une mention particulière. L'épithélium pigmentaire bien développé présente, dans la région des noyaux, des amas de gouttes huileuses comparables à celles que l'on rencontre habituellement dans l'épithélium pigmentaire des rétines de Batraciens et, exceptionnellement, chez les Poissons. Les cellules visuelles sont de deux sortes. D'une part, des bâtonnets typiques, de petite taille (26^{μ} de haut pour une rétine dont l'épaisseur est de 180^{μ} au fond de l'œil et 170^{μ} dans les régions périphériques). Les cônes doubles, fréquents chez les Téléostéens, font ici défaut. Les bâtonnets ont une forme très spéciale qui n'a d'équivalent chez aucun autre Poisson, jusqu'à plus ample informé, mais qui s'apparente nettement au *bâtonnet en massue* décrit par Cajal dans la rétine de Grenouille. Ce sont des éléments à segment externe massif, volumineux (hauteur 20^{μ}, largeur 6^{μ}), à ellipsoïde globuleux, à myoïde filiforme qui, au maximum d'extension, atteint les trois quarts de la hauteur totale de l'élément.

La répartition des cellules visuelles demeure sensiblement la même en

(²) *Bull. Soc. Zool. de France*, 52, 1927, p. 581.

tous points de la rétine. Un ou deux cônes alternent avec un ou deux bâtonnets. De même le rapport du nombre des cellules ganglionnaires est à peu près constant : de 4 à 6 cellules visuelles sont en relation avec une seule cellule ganglionnaire. Toute fovea fait défaut, l'area est à peu près nulle. Et cette extrême réduction de l'area est encore un caractère qui rapproche l'œil de l'*Ameiurus* de celui des Batraciens et l'éloigne de celui de nombreux Poissons.

Les traits caractéristiques de l'œil d'*Ameiurus nebulosus* se retrouve chez *Clarias batrachus*. Il convient cependant de noter que les bâtonnets constituent les seuls éléments visuels. Ils sont d'assez grande taille (hauteur totale 42^{μ}). Le segment externe épais, cylindrique, surmontant un ellipsoïde globuleux, rappelle entièrement un batônnet de Triton. L'ébauche d'area est encore moins marquée que chez *Ameiurus*.

Ainsi les yeux de ces deux Siluridés sont beaucoup plus voisins des yeux des Batraciens que des yeux des autres Téléostéens. Ils se rapprochent même davantage à cet égard des yeux des Batraciens que les yeux de Lepidosiren. Cependant par l'ensemble de leurs autres caractères anatomiques, *Ameiurus* et *Clarias* sont incontestablement des Téléostéens.

Si l'on s'adresse à l'ensemble des Vertébrés, on constate que, dans de nombreux cas, des cellules visuelles d'un même type se rencontrent dans des groupes fort éloignés dans la classification. De même en est-il des rapports que contractent ces éléments récepteurs avec les cellules ganglionnaires ou éléments conducteurs, et l'on sait que ces rapports conditionnent une importante fonction de la rétine, le pouvoir séparateur. C'est ainsi que la rétine de nombreux Poissons téléostéens, avec son absence de fovea et l'alternance d'un cône et d'un faisceau de fins bâtonnets, rappelle, à bien des égards, la rétine de divers Mammifères carnassiers. Rien ne rappelle mieux une rétine de Poissons apodes ou de Sélaciens qu'une rétine de Mammifère rongeur. Et dans ces derniers groupes la forme et les dimensions du cristallin, rapportées aux dimensions de l'œil tout entier, présentent bien des analogies. De même en est-il de l'amplitude des processus accommodatifs. Notons aussi que, par leur forme et leurs inclusions lipoïdiques, les cellules visuelles de nombreux Reptiles et Oiseaux se rapprochent des cellules visuelles des Batraciens.

Ces convergences morphologiques d'une ou plusieurs parties de l'œil, avec toutes leurs conséquences physiologiques, s'observent chez des animaux dont le système nerveux central atteint des degrés d'évolution assez différents.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action de la cholinestérase sur l'extrait de glande à pourpre de* Murex trunculus. Note [1] de M. **Antoine Jullien** et Mlle **Amédée Bonnet**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Dans des recherches récentes, l'un de nous, avec D. Vincent [2], a montré que, dans l'extrait déjà très complexe de la glande à pourpre de *Murex trunculus*, il existe des substances à action stimulante sur le muscle dorsal de Sangsue dont l'effet correspondrait à une teneur de 200 à 300$^{\gamma}$ d'acétylcholine par gramme de tissu. Ultérieurement, A. Jullien [3] a constaté que l'intensité de cette action, en l'absence d'ésérine, se maintenait longtemps inchangée pour ne baisser ensuite que graduellement et très lentement, ce qui paraissait prouver l'absence de cholinestérase dans l'extrait.

Les observations que nous rapportons dans cette Note ont trait aux curieux effets produits dans l'extrait de glande à pourpre de *Murex trunculus* par l'introduction d'une estérase étrangère (sérum sanguin de Mammifère, riche en cholinestérase); elles soulèvent divers problèmes concernant la nature des *substances actives* dont nous avons signalé la présence dans cet extrait.

La technique de nos expériences fut la suivante : à différentes dilutions de l'extrait total de glande à pourpre de *Murex trunculus*, on ajoute du sérum fraîchement préparé de Lapin; on porte à l'étuve à 37° pendant 24 heures avec des solutions témoins, de même concentration en extrait, mais privées d'estérase; puis on dose sur le muscle de Sangsue, l'effet restant dans chacune des deux liqueurs. Pratiquement, 20$^{cm^3}$ d'extrait à 1/1000, 1/5000, 1/10000 ou 1/15000 représentant respectivement l'activité de 5$^{\gamma}$, 1$^{\gamma}$, 0$^{\gamma}$,5 et 0$^{\gamma}$,33 d'acétylcholine, sont additionnés de 2$^{cm^3}$ de sérum. Les dilutions d'extrait et les quantités d'estérase sont calculées de telle façon que des solutions d'acétylcholine d'effet équivalent, mais moins riches en estérase, sont totalement inactivées après un séjour à l'étude de même durée.

Dans ces conditions, on constate que, pour les plus fortes concentrations (1/1000), les deux liqueurs provoquent rapidement une contraction

---

[1] Séance du 5 mai 1941.
[2] *C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 1506.
[3] *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 1015-1017.

maximale du muscle de Sangsue; il semble que l'estérase ait été sans effet. Mais, lorsque, par dilution avec du Ringer, on amène le taux des solutions précédentes à 1/5000, l'application de la liqueur qui correspond à l'extrait ayant subi l'action de l'estérase est suivie d'une réponse dont l'amplitude est très inférieure à celle de la liqueur témoin, ce qui témoigne d'une hydrolyse estérasique plus avancée. Lorsqu'on fait croître de nouveau le taux de la dilution (concentration de 1/10000), l'extrait additionné d'estérase provoque encore une faible contraction; enfin, à la concentration de 1/15000, l'estérase produit son plein effet et l'extrait est complètement inactivé.

Ainsi se trouve confirmée l'absence de cholinestérase dans l'extrait de la glande à pourpre, puisqu'en ajoutant cette estérase à l'extrait on parvient, à certaines dilutions, à diminuer ou à supprimer l'action stimulante sur le muscle de sangsue, alors que cette action persiste aux diverses dilutions pour l'extrait non modifié.

Deux interprétations peuvent être mises en avant pour expliquer l'influence de la dilution sur l'action de l'estérase. Dans une première hypothèse, on peut penser que les substances actives de la pourpre appartiennent à deux catégories; la plus importante comprend des produits hydrolysables par la cholinestérase; elle est constituée par des esters de la choline plus ou moins actifs de nature et de proportion imprécisées, peut-être à acétycholine prédominante, mais déterminés comme tels par un faisceau de preuves convergentes : preuves biologiques fournies par l'hydrolyse précédente et l'action renforçatrice nette de l'ésérine, quoique moins marquée que pour l'acétylcholine seule; preuves d'ordre chimique exposées par l'un de nous avec D. Vincent [2] dans des travaux antérieurs et montrant qu'on a affaire à des dérivés choliniques. Quant aux substances actives appartenant à la seconde catégorie et dont l'action est moins marquée elles ne seraient pas hydrolysables; peut-être pourrait-il s'agir d'esters stables de la choline. Leurs effets diminueraient rapidement quand la dilution augmente et même pour les concentrations très faibles (1/15 000) leur taux s'abaisserait au-dessous du seuil, d'où, pratiquement, une inactivation complète de l'extrait, qui est à rapprocher de celle obtenue par A. Jullien et D. Vincent et signalée dans un récent travail.

Dans une deuxième hypothèse, les substances actives seraient intégralement constituées par des esters hydrolysables de la choline; mais l'action de l'estérase additionnelle serait freinée par un composant de l'extrait à propriétés antiestérasiques; celles-ci empêcheraient une hydro-

lyse complète aux concentrations les plus élevées, mais elles s'atténueraient ou même disparaîtraient aux très fortes dilutions (1/15000) pour lesquelles l'hydrolyse serait totale. Cette hypothèse trouverait un certain fondement dans le fait observé par l'un de nous et rappelé plus haut ([2]), concernant la longue invariabilité du taux des *substances actives* dans les extraits préparés en milieu non ésériné. Ces substances, normalement instables, se maintiendraient inaltérées à la faveur, semble-t-il, de certains facteurs physicochimiques ou constituants de l'extrait.

En résumé, en présence d'une estérase étrangère, l'inactivation d'un extrait de glande à pourpre de *Murex trunculus*, n'est totale qu'aux très fortes dilutions. On peut penser que les esters instables de la choline ne représentent qu'une partie des substances à action acétylcholinique, mais il est très possible qu'ils les constituent dans leur totalité; leur hydrolyse, dans cette hypothèse, serait freinée à certaines concentrations par un composant de l'extrait à propriétés antiestérasiques.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action organisatrice des greffes de sole pédieuse chez un Mollusque,* Agriolimax agrestis *L.* Note de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

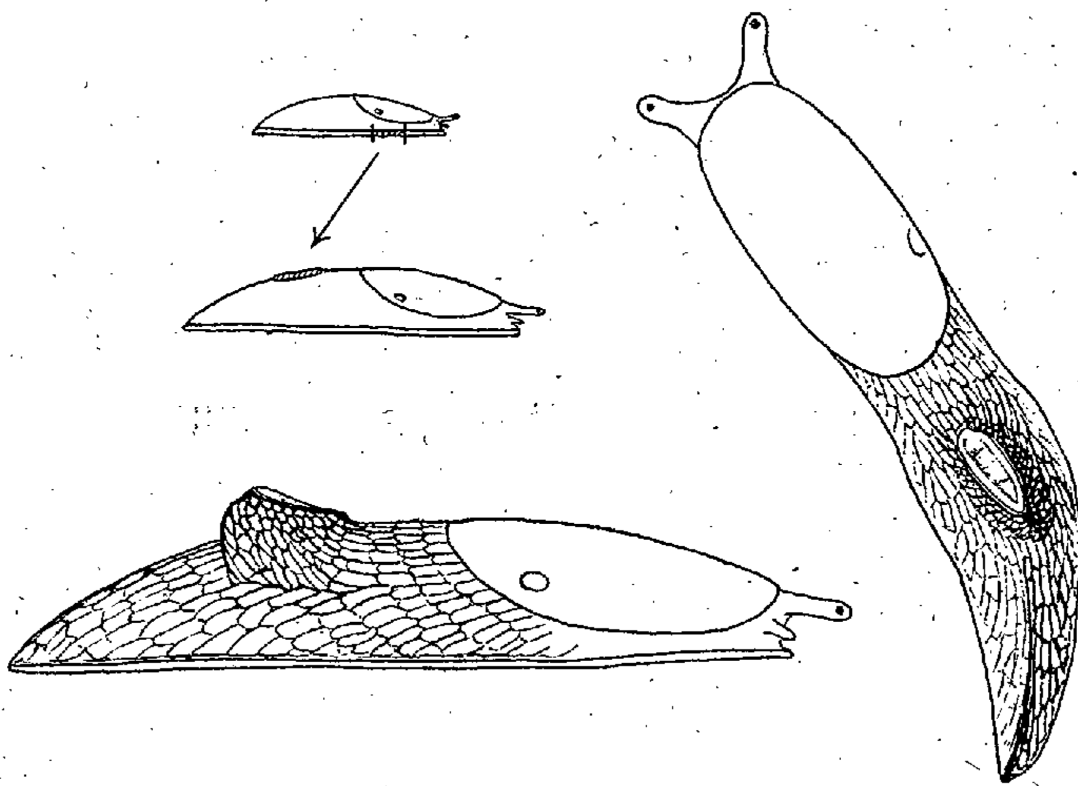
Le pied des jeunes *Agriolimax agrestis*, qui possède de remarquables facultés de cicatrisation et de régénération, se prête également à des greffes de portions de tégument. Ce sont les premières greffes de ce genre réalisées chez un Mollusque. Des transplantations de fragments de sole pédieuse ventrale dans la région dorsale du pied d'un autre individu m'ont montré le rôle organisateur joué, dans la morphogenèse du pied, par cette sole ciliée et musclée, dont j'ai déjà constaté l'importance dans la régénération ([1]).

Sur la face dorsale du pied de l'individu porte-greffe, qui mesure de 10 à 15^{mm} de longueur totale, je pratique une fente ou une fenêtre adaptée à la taille du greffon (moins d'un millimètre). Celui-ci, prélevé sur un individu plus jeune, est constitué par un fragment de sole pédieuse décollée du tégument dorsal et limité par deux sections transversales. Il est simplement déposé dans la fenêtre tégumentaire du porte-greffe et, au bout de quelques jours, il adhère aux lèvres de la plaie. Il y a naturellement une forte proportion d'insuccès, dus au déplacement du greffon non

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 675.

encore soudé. Une dizaine de jours après l'opération, les greffons paraissent subir une sorte de désorganisation et certains sont alors partiellement résorbés. Puis commencent les phénomènes morphogénétiques, qui sont déjà nets au bout de trois semaines.

Dans un certain nombre de cas, j'ai observé l'édification, aux dépens du greffon et des tissus de l'hôte, d'une extrémité postérieure supplémentaire parfaitement conformée, soudée à l'hôte par le dos, et dont l'axe antéro-postérieur peut faire un angle plus ou moins grand avec celui du porte-greffe. La sole greffée, qui est toujours le siège d'ondes de contraction caractéristiques, a formé une pointe postérieure et présente l'aspect d'une sole normale. D'autre part, le greffon se trouve soulevé au-dessus du dos



de l'hôte par une croissance du tégument dorsal qui s'effectue tout autour de lui, mais surtout au niveau de la pointe postérieure, et qui modèle un pied en complétant la sole provenant du greffon. A la surface de ce pied se forment une carène et un réseau de sillons, dont les mailles ont une taille proportionnée à celle de la sole greffée et sont orientées normalement par rapport à cette sole. Le pied supplémentaire dorsal ainsi induit s'accroît en même temps que l'hôte, au cours des mois qui suivent l'opération.

Dans un cas, l'extrémité antérieure du greffon, restée libre de connexions avec les téguments du porte-greffe, a fourni un régénérat inverse. Ce régénérat antérieur du greffon, qui avait tendance à se courber latéralement, était constitué uniquement par une sole pédieuse. Les tissus de la sole pédieuse ne semblent donc pouvoir fournir autre chose que des tissus

semblables et se montrent, en particulier, incapables de produire du tégument dorsal. Cette constatation confirme le fait que la région dorsale des pieds supplémentaires induits est fournie par l'hôte et non par le greffon.

Dans les cas où le greffon subit une résorption, il se forme souvent néanmoins, à l'endroit de la greffe, une sorte d'éperon, dont la surface a l'aspect du tégument dorsal. Cette formation est stable et s'accroît avec l'hôte. Il est vraisemblable que, dans ce cas, l'épithélium de la sole greffée a été résorbé, mais qu'une partie des tissus sous-jacents, muscles et conjonctif, a subsisté et provoqué une croissance localisée du tégument dorsal. De simples traumatismes, ou des transplantations de tégument dorsal, n'ont jamais d'effet analogue. L'induction à la croissance serait donc exercée, non par l'épithélium cilié de la sole pédieuse, mais par les tissus tégumentaires sous-jacents.

Ainsi les fragments de sole pédieuse greffés sont capables, non seulement de régénérer une sole pédieuse, mais encore d'agir comme de véritables *organisateurs*, provoquant et dirigeant la croissance et la différenciation du tégument dorsal voisin. Ces propriétés régénératrices et organisatrices existent dans toutes les régions de la sole pédieuse, notamment dans les parties antérieures, dont le pouvoir régénérateur ne peut être testé par une simple section transversale du corps.

BACTÉRIOLOGIE. — *Une bactérie cellulosolytique*, Clostridium Leptinotarsæ *n. sp., isolée du tube digestif du Doryphore et son influence sur l'évolution de l'insecte.* Note [1] de MM. **Auguste Sartory** et **Jacques Meyer.**

Dans le but d'activer la lutte contre le Doryphore, nous avons entrepris une série d'expériences concernant l'étude de la flore intestinale de cet insecte à l'état de larve et d'adulte.

A cet effet nous avons tout d'abord réalisé une mise au point de l'isolement et de la culture des bactéries intestinales en général et de la flore anaérobie en particulier.

L'idée que l'assimilation de la cellulose doive être sinon déterminée

(1) Séance du 5 mai 1941.

entièrement, tout au moins favorisée par l'intervention de microbes cellulosolytiques vivant à l'intérieur du tube digestif de l'insecte, nous a amenés à étudier les techniques de l'isolement des bactéries cellulosolytiques.

Nous avons donc, pour résoudre ces problèmes, en premier lieu mis au point un procédé nous permettant la dissection et le prélèvement du tube digestif de l'insecte parasite et nous donnant toutes les garanties d'une asepsie rigoureuse. Munis de cette technique, nous avons été protégés contre les souillures accidentelles de la flore bactérienne ambiante.

Nos prélèvements nous ont permis d'établir que la digestion cellulosique s'effectuait principalement au niveau du cæcum du tube digestif du Doryphore.

Nos prélèvements anatomiques du cæcum ont été partagés ensuite en quatre lots :

Le premier a été réservé à l'examen direct sans coloration; le second sert à effectuer des préparations colorées; le troisième est destiné au contrôle histologique; le quatrième constitue le lot d'ensemencement.

Cette technique nous a permis de caractériser une flore bactériennne spécifique localisée surtout au niveau du cæcum et d'en isoler une bactérie strictement anaérobie et possédant un pouvoir cellulosolytique marqué.

Cette bactérie se caractérise par les propriétés suivantes : Bâtonnet le plus souvent de petite taille, droit ou incurvé, se groupant souvent par deux. Il ne se colore pas par la méthode de Gram et fixe difficilement les colorants usuels d'aniline à l'exception de la fuchsine phéniquée de Ziehl. Formation de spores terminales de taille assez grande et ovalaire. Au moment de la sporulation, les dimensions du bâtonnet augmentent et l'on remarque des formes ondulées, spermatozoïdiques.

Ces spores sont thermorésistantes (50 à 60 minutes à $+100°$). Elles sont caractérisées par une germination apiculaire et présentent à ce stade souvent un aspect incurvé.

Dimensions : bâtonnet, 1,5 à 4^{μ} sur 0,5 à $0,7^{\mu}$; spores terminales ovales, 1 à $1,8^{\mu}$ sur 0,6 à $1,2^{\mu}$.

Notre bactérie est immobile, sans cils ni capsule.

Elle est anaérobie stricte et durable.

L'organisme possède un pouvoir cellulosolytique très prononcé, surtout dans les milieux contenant d'autres glucides.

Il attaque, à côté de la cellulose, un grand nombre d'autres hydrates de carbone, que nous citerons ici par ordre dégradant :

Mannite, maltose, saccharose, glucose, galactose, lactose. La lévulose n'est qu'un aliment très médiocre. Les produits cataboliques de l'assimilation glucidique sont l'hydrogène et l'anhydride carbonique, avec acidification du milieu de culture par la production d'acide lactique et butyrique.

Notre bactérie possède des propriétés protéolytiques très peu prononcées, nous notons l'absence de gélatinase et de trypsine, mais production de présure et de caséase.

Les milieux peptonés sont troublés par le développement du microbe et il y a production d'indol.

Le pouvoir réducteur vis-à-vis du rouge neutre et des nitrates est néant.

D'après la systématique provisoire des bactéries anaérobies cellulosolytiques établie par Weinberg et Prevot, nous nous croyons en droit de classer notre organisme à côté du *Clostridium cellulososolvens* de Cowles et Rettger 1931.

Notre bactérie se différencie toutefois de celle de ces deux auteurs par les caractères suivants : forme de la spore et propriétés biochimiques vis-à-vis des différents glucides.

En effet cette bactérie attaque la cellulose, la dextrine, l'arabinose, le xylose, alors qu'elle reste sans action sur le glucose et que la glycérine et le lactose ont plutôt un pouvoir inhibiteur sur la croissance du microbe.

Nous avons indiqué plus haut le pouvoir glycolytique de notre organisme, qui est nettement différent de celui du *Clostridium cellulososolvens*.

Notre bactérie forme, avec ce dernier, un groupe intermédiaire des microbes cellulosolytiques anaérobies, caractérisé par la formation de spores terminales, anaérobie strict et durable, poussant à une température de $+27°$ à $+37°$ et attaquant plusieurs glucides en dehors de la cellulose même, thermorésistant.

En considération de ces faits, nous nous croyons en droit de ranger ce microorganisme dans le genre *Clostridium Prazmowski* et dans le sous-genre des cellulosolytiques. Nous lui proposons le nom de *Clostridium leptinotarsæ* n. sp. en relation avec l'origine de cette bactérie, que nous avons pu isoler du tube digestif du Doryphore à l'état de larve ou d'adulte.

La séance est levée à 15h45m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 16 avril 1941.)

Note de M. *Paul Fallot*, Sur le Haut-Atlas marocain :

Page 649, ligne 15, *au lieu de* Si Allal Keroumi, *lire* Tizi n'Machou.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MAI 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **ÉMILE PICARD** dépose sur le bureau de l'Académie deux Ouvrages publiés par le BUREAU DES LONGITUDES :

1° *Connaissance des Temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs pour l'an* 1942;

2° *Éphémérides nautiques* ou *Extrait de la Connaissance des Temps pour l'an* 1941, *spécialement à l'usage des marins.*

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains problèmes d'hérédité connexes au problème de la ruine des joueurs.* Note de M. **ÉMILE BOREL.**

La ruine des joueurs a donné lieu, dès le XVIIIe siècle, à de nombreux travaux; des artifices ingénieux, tels que le problème du scrutin de Désiré André, ont été utilisés pour éviter les dénombrements directs. L'élégance même de ces solutions indirectes a conduit à négliger ces dénombrements. Ceux-ci sont cependant fort simples, et il me paraît invraisemblable qu'ils n'aient pas été faits par quelques-uns des nombreux mathématiciens qui, depuis plus de deux siècles, se sont intéressés à ces questions; ne les ayant cependant vus reproduits nulle part, je vais les indiquer brièvement, malgré leur caractère élémentaire.

Le triangle arithmétique de Pascal donne le nombre C_n^b des combinaisons que peuvent présenter n parties successives dont a sont gagnées et b perdues $(a+b=n)$; il y a fort peu de chose à y modifier pour ne conserver que les combinaisons où la fortune initiale du joueur, supposée égale à c

$(c \leqq b)$, n'a jamais été réduite à zéro. Il suffit, en adoptant la disposition ci-après, de supprimer tous les nombres qui se trouveraient à gauche d'un trait vertical correspondant à la valeur de c; notre tableau est calculé dans l'hypothèse $c = 3$.

		1								
	1		1							
1		2		1						
	3		3		1					
3		6		4		1				
	9		10		5		1			
9		19		15		6		1		
	28		34		21		7		1	
28		62		55		28		8		1

Les nombres de la $(n+1)^{\text{ième}}$ ligne, à partir de la droite, ont pour valeurs C_n^0, C_n^1, C_n^2, $C_n^3 - C_n^0$, $C_n^4 - C_n^1$, etc. Si c a une valeur quelconque, le terme général de notre tableau est égal à $C_n^k - C_n^{k-c}$, si l'on convient : 1° que C_n^{k-c} est remplacé par zéro lorsque $k-c$ est négatif; 2° que l'on conserve seulement les termes tels que $C_n^k - C_n^{k-c}$ soit positif.

On tire aisément de ce tableau la solution du problème du scrutin généralisé, et l'on peut en tirer également la solution de problèmes sur la ruine des joueurs que Moivre a résolus par un ingénieux artifice (voir Joseph Bertrand, *Calcul des probabilités*).

Il va de soi que, si les probabilités de gain et de perte sont respectivement p et q, la probabilité pour que, au bout de n parties, le joueur dont la fortune initiale est c n'ait pas été ruiné et ait réalisé un gain $a-b$, sera $(C_n^b - C_n^{b-c})p^a q^b$.

Dans les calculs sur ces probabilités, s'introduisent les polynomes

$$P_{2n+1}(x) = x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 x^{2n} y + C_{2n+1}^2 x^{2n-1} y^2 + \ldots + C_{2n+1}^n x^{n+1} y^n \qquad (x+y=1),$$

et les polynomes analogues P_{2n}, dont le dernier terme $C_{2n}^n x^n y^n$ sera divisé par 2. Bornons-nous aux polynomes $P_{2n+1}(x)$; en tenant compte de $x+y=1$, on obtient aisément

$$P_{2n+1}(x) - P_{2n-1}(x) = \frac{1}{2} C_{2n}^n (x-y) x^n y^n,$$

d'où l'on conclut

$$P_{2n+1}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(x-y)[1 + C_2^1 xy + C_4^2 x^2 y^2 + \ldots + C_{2n}^n x^n y^n].$$

On se trouve ainsi conduit à étudier la série

$$\varphi(xy) = 1 + C_2^1 xy + C_4^2 x^2 y^2 + \ldots + C_{2n}^n x^n y^n + \ldots$$

dont la somme est, puisque $x + y = 1$,

$$\frac{1}{\sqrt{(x+y)^2 - 4xy}} = \frac{1}{|x-y|}.$$

C'est une série tout à fait analogue à celle qui donne le développement en série de $|x|$ au moyen de $\sqrt{1-(1-x^2)}$, série citée dans le *Traité de Calcul différentiel et intégral* de Joseph Bertrand et dont M. Lebesgue, qui l'a retrouvée, a mis en évidence l'intérêt. Notre série se présente naturellement lorsque l'on cherche la limite du polynome $P_{2n+1}(x)$ pour n infini. Cette limite est 1 pour $x > y$, $1/2$ pour $x = y = 1/2$, et zéro pour $x < y$.

Les résultats précédents, et tous ceux qui ont été obtenus sur le problème de la ruine des joueurs, s'appliquent aisément aux problèmes sur l'hérédité énoncés à la fin d'une précédente Note [1]. Nous utilisons ici les définitions de cette Note. On peut considérer que chaque être qui naît (ainsi que chaque chromosome de cet être) se trouve engagé dans un jeu où il risque sa fortune égale à l'unité. S'il meurt sans postérité, il est ruiné; s'il a k descendants à la génération suivante (s'il s'agit d'un chromosome, on ne tiendra compte que de ceux des descendants qui possèdent ce chromosome; leur nombre moyen sera $k/2$), sa fortune est devenue k, c'est-à-dire que son bénéfice est $k-1$. Il continue alors le jeu en jouant k parties successives [ou simultanées, cela revient au même [2]] analogues à la partie initiale; du résultat global de ces k parties dépend la valeur de sa fortune (c'est-à-dire le nombre de ses héritiers), à la génération suivante, et ainsi de suite.

Il faut toutefois observer, lorsqu'il s'agit de descendants généalogiques, que certains risquent de figurer plusieurs fois, s'il y a des croisements parmi les descendants; s'il s'agit des chromosomes, un même chromosome peut figurer au plus deux fois dans une paire.

Dans le cas général où la probabilité pour que le nombre des descen-

---

[1] *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 777.

[2] Il faut cependant regarder les parties comme consécutives et tenir compte de leur nombre pour calculer la correspondance entre le nombre n des parties envisagé ci-dessus et le nombre des générations.

dants soit k est désignée par p_k, nous avons

$$p_0 + p_1 + \ldots + p_k = 1,$$
$$p_1 + 2p_2 + \ldots + kp_k = \lambda.$$

Dans le cas où la population reste constante, $\lambda = 1$ s'il s'agit des descendants biologiques d'un chromosome et $\lambda = 2$ s'il s'agit des descendants généalogiques. La probabilité pour que la descendance s'éteigne est égale à la plus petite racine positive de l'équation

$$x = p_0 + p_1 x + p_2 x^2 + \ldots + p_k x^k.$$

Cette équation a toujours deux racines réelles positives, dont l'une est égale à 1, l'autre étant supérieure, égale ou inférieure à 1 suivant que λ est inférieur, égal ou supérieur à l'unité. C'est donc seulement lorsque λ est supérieur à 1 que la probabilité x est inférieure à 1.

Dans le cas où l'on considère les descendants généalogiques d'un individu H, nous trouvons que la probabilité pour que sa descendance ne s'éteigne pas, égale à $1 - x$, a une valeur finie dès que λ est supérieur à 1; cependant, si λ est inférieur à 2, la population totale décroît rapidement et tend vers zéro. L'explication de ce paradoxe apparent est que la décroissance de la population entraîne nécessairement, au bout de peu de générations, des croisements entre cousins et par suite de nombreux descendants comptés plusieurs fois; le nombre des descendants généalogiques réels est donc très inférieur au nombre qui résulte de la théorie du jeu. Pour que l'application de la théorie du jeu fût correcte, il faudrait admettre que les descendants de l'individu considéré trouvent toujours à s'allier avec des membres d'une population plus prolifique, en évitant soigneusement les alliances entre cousins, même fort éloignés. Admettons, en outre, que les descendants résultant de ces croisements conservent la fécondité de l'ancêtre peu prolifique dont nous sommes partis, fécondité définie par les coefficients p_i qui conduisent à une valeur de λ comprise entre 1 et 2. Dans ces conditions, il y aura une probabilité non nulle pour que le nombre total des descendants généalogiques de cet ancêtre aille en croissant avec le temps. Mais, si l'on porte l'attention sur l'un des chromosomes de cet ancêtre, λ devant alors être remplacé par $\lambda/2$, qui est inférieur à un, le nombre des descendants de ce chromosome tendra rapidement vers zéro et, par suite, le nombre des descendants biologiques de l'individu considéré tendra également vers zéro, bien que le nombre de ses descendants généalogiques augmente à chaque génération.

Les hypothèses précédentes correspondent assez exactement, pour certains pays et certaines périodes, à l'étude de la descendance d'une population urbaine peu prolifique qui se renouvelle et s'accroît par ses croisements avec une population rurale plus prolifique.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces admettant une seconde forme fondamentale donnée.* Note de M. **Élie Cartan**.

1. Si les travaux relatifs aux surfaces de ds^2 donné (problème de la déformation de Gauss) sont très nombreux, il ne semble pas, du moins à ma connaissance, qu'on ait étudié le problème analogue relatif à la seconde forme fondamentale

$$\Phi = \mathrm{D}\, du^2 + 2\mathrm{D}'\, du\, dv + \mathrm{D}''\, dv^2, \tag{1}$$

qui, comme on sait, pour un arc de courbe infiniment petit tracé sur la surface, est égale au produit de la courbure normale par le carré de la longueur de l'arc. Le cas où la forme Φ est le carré d'une forme linéaire en du, dv est sans intérêt. Le cas général où le discriminant $\mathrm{D}'^2 - \mathrm{D}\mathrm{D}''$ est différent de zéro, que la forme soit définie, positive ou négative, ou indéfinie, présente au contraire un intérêt assez considérable. Je vais indiquer quelques résultats relatifs à ce problème en supposant les fonctions D, D′, D″ analytiques; nous nous limiterons au domaine réel.

2. Les surfaces analytiques réelles admettant la seconde forme fondamentale (1) dépendent de trois fonctions arbitraires d'un argument. Il existe un théorème analogue au théorème célèbre de Gauss d'après lequel la courbure totale d'une surface admettant une première forme fondamentale donnée ne dépend que de cette forme et est égale à sa courbure riemannienne. Si nous regardons la forme Φ comme le ds^2 d'une variété riemannienne à deux dimensions et si nous désignons par Q sa courbure riemannienne au point (u, v), toutes les surfaces admettant Φ pour seconde forme fondamentale ont en commun, au point (u, v), une certaine fonction de leurs courbures principales et de leurs dérivées suivant les directions principales, et cette fonction a la valeur Q. On peut définir cette fonction en considérant un rectangle infinitésimal formé de lignes de courbure; en appelant $d\sigma$ l'aire de ce rectangle, L et K la courbure moyenne et la courbure totale de la surface, on a l'égalité

$$\mathrm{Q} = \lim \frac{1}{2\sqrt{\mathrm{K}}\, d\sigma} \int \frac{\mathrm{L}}{\sqrt{\mathrm{K}}} \frac{ds}{\mathrm{R}_g}, \tag{2}$$

l'intégrale étant étendue au périmètre du rectangle, $1/R_g$ désignant la courbure géodésique. Sous forme finie, rapportons la surface à un système de coordonnées rectangulaires ayant pour origine le point considéré M, l'axe des z étant normal à la surface; soit

$$(3)\qquad z = \frac{1}{2}(ax^2 + 2bxy + cy^2) + \frac{1}{6}(\alpha x^3 + 3\beta x^2 y + 3\gamma xy^2 + \delta y^3) + \ldots$$

le développement de z suivant les puissances de x et de y. La relation (2) s'écrit alors

$$(4)\qquad Q = \frac{a+c}{2} + \frac{1}{4}\frac{a(\gamma^2 - \beta\delta) + b(\alpha\delta - \beta\gamma) + c(\beta^2 - \alpha\gamma)}{(ac - b^2)^2};$$

le premier terme est la demi-courbure moyenne de la surface; le second terme est un invariant simultané par rapport à toute substitution linéaire effectuée sur x et y de la forme quadratique et de la forme cubique qui figurent au second membre de (3). Si les axes Mx et My sont les tangentes principales, le coefficient b est nul, a et c sont les courbures principales, α et β les deux dérivées de la première courbure principale, β et δ celles de la seconde, suivant les deux directions principales. Le second membre de (4) est nul pour toute surface minima; il est classique en effet que la seconde forme fondamentale d'une surface minima est réductible à la forme $du^2 - dv^2$, mais il y a une infinité d'autres surfaces jouissant de la même propriété. La quantité Q a la dimension de l'inverse d'une longueur

3. Le *problème de Cauchy* se pose de la manière suivante. Nous supposerons, pour fixer les idées, que la forme Φ est définie positive; nous appellerons V la variété riemannienne à deux dimensions dont le ds^2 est la forme Φ. Donnons-nous sur V une courbe analytique γ et appelons t l'abscisse curviligne d'un point de γ comptée à partir d'une origine fixe et dans un sens positif donné sur γ [*cette abscisse est calculée suivant la métrique* (1) *de* V]. Le problème de Cauchy sera bien déterminé et admettra une solution analytique unique si l'on peut faire correspondre aux différents points de γ des trièdres satisfaisant à certaines conditions qu'il serait trop long de préciser. Nous pourrons par exemple faire correspondre à chaque point m de γ un trièdre dont l'origine sera le point M de la surface S qui correspondra au point m de γ, et qui sera formé de trois vecteurs $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ dont le premier $\vec{e}_1$ sera le vecteur tangent à S qui correspond au vecteur unitaire tangent à γ dans la variété V; le second $\vec{e}_2$ sera le

vecteur tangent à S qui correspond au vecteur unitaire normal à γ en m dans la variété V ($\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ seront portés par deux tangentes conjuguées de S); enfin le vecteur $\vec{e}_3$ sera le vecteur unitaire normal à S. Choisissons arbitrairement la ligne analytique C, lieu des origines des trièdres, qui correspondra à V, ainsi que la correspondance ponctuelle analytique entre C et γ. Désignons enfin par $1/R$ la courbure de C, $1/T$ sa torsion, ϖ l'angle de la normale à la surface avec la normale principale à C. Appelons s l'abscisse curviligne d'un point de C; on aura, d'après la signification même de Φ, la relation

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{\cos\varpi}{R} = 1;$$

on a donc une condition de possibilité, à laquelle doit satisfaire la correspondance ponctuelle entre C et γ,

$$(5) \qquad \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \geqq R.$$

Cette condition étant supposée remplie, on aura ϖ au signe près. Désignons, pour abréger, par A et B la courbure normale et la torsion géodésique de C,

$$A = \frac{\cos\varpi}{R}, \qquad B = \frac{d\varpi}{ds} + \frac{1}{T}.$$

On a alors (¹)

$$(6) \qquad \vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{A}}\vec{T}, \qquad \vec{e}_2 = \lambda\left(A\vec{\Theta} - B\vec{T}\right), \qquad \vec{e}_3 = \cos\varpi\vec{N} + \sin\varpi\vec{B}.$$

Le coefficient λ est donné par l'équation du second degré

$$(7) \qquad \left[A\frac{dB}{ds} - B\frac{dA}{ds} + A(A^2+B^2)\tan\varpi\right]\lambda^2 - 2hA\lambda + \tan\varpi = 0,$$

où h désigne la courbure géodésique de γ dans la variété riemannienne V.

Une nouvelle condition de possibilité est donc que le discriminant de cette équation soit positif,

$$(8) \qquad h^2A^2 - \tan\varpi\left[A\frac{dB}{ds} - B\frac{dA}{ds} + (A^2+B^2)A\tan\varpi\right] > 0.$$

(¹) $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{B}$ sont les vecteurs unitaires du trièdre de Frenet de la courbe C; $\vec{\Theta}$ désigne le vecteur unitaire $\sin\varpi\vec{N} - \cos\varpi\vec{B}$ normal à $\vec{T}$ et tangent à la surface.

L'angle ϖ ayant deux valeurs possibles, égales et opposées, on voit que si l'inégalité (3) est vérifiée, le problème comporte zéro solution, deux solutions ou quatre solutions [2].

Si le déterminant de l'équation (7) en λ est nul, les données sont *caractéristiques*. Le problème est alors en général impossible. Pour qu'il soit possible, il est nécessaire d'ajouter une nouvelle condition aux données; elle s'exprime par une certaine relation faisant intervenir A, B, ϖ et leurs dérivées du premier ordre par rapport à s. Les lignes caractéristiques d'une surface S admettant la seconde forme fondamentale donnée admettent pour tangentes en un point M celles dont les paramètres directeurs x, y s'obtiennent en annulant, dans l'équation (2) de la surface rapportée au trièdre trirectangle d'origine M dont il a été question plus haut, le jacobien des deux formes quadratique et cubique [3] qui figurent dans le second membre de (2) :

$$(9)\quad (a\beta - b\alpha)x^3 + (2a\gamma - b\beta - c\alpha)x^2y + (a\delta + b\gamma - 2c\beta)xy^2 + (b\delta - c\gamma)y^3 = 0.$$

Il y a donc sur la surface S trois familles de caractéristiques, dont une au moins est réelle.

4. Si la forme Φ est indéfinie et si l'on considère, dans la variété riemannienne V, une ligne de longueur nulle γ, on peut se donner arbitrairement une courbe *gauche* C lui correspondant, ainsi qu'une correspondance ponctuelle arbitraire entre C et γ : il existe alors toujours deux surfaces analytiques S contenant C et admettant C comme ligne asymptotique. En tout point de C ces deux surfaces sont tangentes et admettent les mêmes tangentes asymptotiques. Si l'on se donnait pour C une droite, cette droite serait une ligne caractéristique et certaines conditions nécessaires seraient à réaliser.

---

(2) Ces résultats légitiment, en la précisant, l'affirmation énoncée au début du n° 2 que les surfaces admettant la seconde forme fondamentale Φ dépendent de trois fonctions arbitraires, la courbe C dépendant de deux fonctions arbitraires et la correspondance entre C et γ introduisant une troisième fonction arbitraire.

(3) La forme cubique, égalée à zéro, donne les trois tangentes au point M à l'intersection de la surface S avec le paraboloïde ayant pour axe la normale à la surface en M et admettant en ce point un contact du second ordre avec la surface.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une décomposition en produit infini des opérateurs linéaires de l'espace hilbertien.* Note de M. **Gaston Julia.**

1. Un opérateur linéaire borné A de l'espace hilbertien H est défini par les vecteurs $A_n = Ae_n$ correspondant aux vecteurs (e_n) formant le système orthonormal qui sert de base à H. Ces vecteurs doivent être tels que $\sum_n |(A_n, X)|^2$ converge pour tout vecteur X de H. On a donné antérieurement [1] une règle intrinsèque pour reconnaître ce fait. Il faut former le système orthonormal (ε_n) déduit des A_n par la règle de E. Schmidt; on a alors $A_n = \alpha_{n1}\varepsilon_1 + \ldots + \alpha_{nn}\varepsilon_n$ $(n = 1, 2, \ldots, \infty)$ et la matrice récurrente $\mathcal{A}'$,

$$\mathcal{A}' = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \ldots & \alpha_{nn} & 0 & 0 \quad \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{Vmatrix}$$

doit être bornée. Dans ces conditions, on a, pour tout vecteur $X = \sum_{n=1}^{\infty} x_n e_n$, $Y = AX = \sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n$, cette dernière série convergeant fortement pour tout X de H.

L'opérateur auxiliaire $\mathcal{A}$ défini par $\mathcal{A}\varepsilon_n = A_n$ $(n = 1, 2, \ldots, \infty)$ est borné en même temps que A (même borne), et sa matrice, *dans le système* (ε_n), n'est autre que la *transposée de* $\mathcal{A}'$, c'est-à-dire

$$\mathcal{A} = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \ldots & \alpha_{n1} & \ldots \\ 0 & \alpha_{22} & \ldots & \alpha_{n2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \alpha_{nn} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{Vmatrix}.$$

On sait que $A = \mathcal{A}U$, U étant l'opérateur, unitaire ou unitaire à gauche, tel que $\mathcal{V} e_n = \varepsilon_n$ $(n = 1, 2, \ldots, \infty)$. On a $AX = \mathcal{A}UX = \mathcal{A}\xi$ pour tout $\xi = UX$. D'ailleurs $\xi = \sum_n x_n \varepsilon_n$ lorsque $X = \sum_n x_n e_n$.

Nous allons montrer que $\mathcal{A}$ se décompose en *produit canonique fortement convergent d'opérateurs simples*.

2. Soit $\mathcal{A}_1$ l'opérateur tel que $\mathcal{A}_1\varepsilon_1 = A_1$, et $\mathcal{A}_1\varepsilon_n = \varepsilon_n$ pour $n \neq 1$. Il est borné, et l'on a, pour tout $\xi = \Sigma\xi_n\varepsilon_n$, $\mathcal{A}_1\xi = \xi + \xi_1(A_1 - \varepsilon_1)$.

---

(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 733-736.

En général, soit $\mathcal{A}_p$ l'opérateur tel que $\mathcal{A}_p \varepsilon_p = A_p$ et $\mathcal{A}_p \varepsilon_n = \varepsilon_n$ pour $n \neq p$. Il est borné et l'on a, pour tout ξ, $\mathcal{A}_p \xi = \xi + \xi_p (A_p - \varepsilon_p)$.

L'opérateur $\mathcal{A}_p$ laisse invariant tout vecteur de la variété $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{p-1}]$ et tout vecteur de la variété $[\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \ldots]$. Il laisse donc aussi invariants les vecteurs $A_1, A_2, \ldots, A_{p-1}$.

3. Le produit $\mathcal{A}_p \mathcal{A}_{p-1} \ldots \mathcal{A}_1$ est borné. Il transforme ε_k en A_k, pour $k = 1, 2, \ldots, p$. Il laisse invariant tout vecteur de $[\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \ldots]$.

Par ailleurs, désignons par $\mathcal{E}_p$ le projecteur qui projette l'espace $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p, \ldots]$ sur l'espace $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p]$. L'opérateur $1 - \mathcal{E}_p$ projettera l'espace $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p, \ldots]$ sur l'espace $[\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \ldots]$; il transformera donc en zéro tous les vecteurs $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p$ et laissera invariant tout vecteur de $[\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \ldots]$.

Il est alors évident que $\mathcal{A}_p \mathcal{A}_{p-1} \ldots \mathcal{A}_1 = \mathcal{A}^{(p)} + 1 - \mathcal{E}_p$, en désignant par $\mathcal{A}^{(p)} = \mathcal{E}_p \mathcal{A} \mathcal{E}_p$ *l'opérateur réduit d'ordre* p que Hilbert attache à l'opérateur $\mathcal{A}$.

Lorsque p devient infini, $1 - \mathcal{E}_p$ converge fortement vers zéro et $\mathcal{A}^{(p)}$ converge fortement vers $\mathcal{A}$. Par conséquent, on peut écrire :

$\mathcal{A} = \ldots \mathcal{A}_p \mathcal{A}_{p-1} \ldots \mathcal{A}_1$, avec *convergence forte vers* $\mathcal{A}$ *du produit infini* qui est au second membre. On en déduit le développement en produit infini fortement convergent de A par $A = \ldots \mathcal{A}_p \mathcal{A}_{p-1} \ldots \mathcal{A}_1 U$.

4. Les opérateurs $\mathcal{A}_p$ de décomposition possèdent un spectre ponctuel très simple. On a, en effet, $\mathcal{A}_p \xi = \xi + \xi_p (A_p - \varepsilon_p)$. Par conséquent, pour que $\mathcal{A}_p \xi = \lambda \xi$, il faudra :

1° ou bien $\xi_p = 0$, avec $\lambda = 1$ et ξ quelconque dans la variété $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{p-1}, \varepsilon_{p+1}, \ldots]$. $\lambda = 1$ est valeur propre d'ordre infini.

2° ou bien $\xi_p \neq 0$ et $(\lambda - 1)\xi = \xi_p (A_p - \varepsilon_p)$. On reconnaît sans peine qu'il faut alors prendre $\lambda = \alpha_{pp} = (\varepsilon_p, A_p)$ et $\xi = a_p (A_p - \varepsilon_p)$, a_p étant un nombre complexe quelconque. Cette valeur propre est donc d'ordre un et la solution propre correspondante est $A_p - \varepsilon_p$ à un facteur scalaire près.

5. Il est clair que, pour un opérateur non borné A, défini par des A_n quelconques, la décomposition formelle se fait de la même manière, mais la question de la convergence est plus délicate. Soit $\xi = \Sigma \xi_n \varepsilon_n$. On aura $\mathcal{A}_1 \xi = \xi + \xi_1 (A_1 - \varepsilon_1)$. Puis $\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \xi = \mathcal{A}_2 \xi + \xi_1 \mathcal{A}_2 (A_1 - \varepsilon_1)$. Mais, $A_1 - \varepsilon_1$ restant invariant par $\mathcal{A}_2$, on aura aussi

$$\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \xi = \mathcal{A}_2 \xi + \xi_1 (A_1 - \varepsilon_1) = \xi + \xi_1 (A_1 - \varepsilon_1) + \xi_2 (A_2 - \varepsilon_2).$$

D'une façon générale

$$\mathcal{A}_p \mathcal{A}_{p-1} \ldots \mathcal{A}_1 \xi = \xi + \sum_{k=1}^{p} \xi_k (A_k - \varepsilon_k).$$

Si l'on suppose ξ tel que $\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k A_k$ converge fortement, $\sum_{k=1}^{p}\xi_k(A_k-\varepsilon_k)$ convergera fortement vers $\Sigma\xi_k A_k-\Sigma\xi_k\varepsilon_k$, c'est-à-dire vers $\Sigma\xi_k A_k-\xi$. Il en résulte que $\mathfrak{A}_p\mathfrak{A}_{p-1}\ldots\mathfrak{A}_1\xi$ converge fortement, pour $p=\infty$, vers $\Sigma\xi_k A_k=\mathfrak{A}\xi$, lorsque ξ appartient au domaine $d_{\mathfrak{A}}$ de convergence forte de $\Sigma\xi_k A_k$. La réciproque est immédiate puisque

$$\sum_{k=1}^{p}\xi_k A_k=\mathfrak{A}_p\mathfrak{A}_{p-1}\ldots\mathfrak{A}_1\xi-\xi+\sum_{k=1}^{p}\xi_k\varepsilon_k.$$

La série $\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k A_k$ et le produit infini $\ldots\mathfrak{A}_p\mathfrak{A}_{p-1}\ldots\mathfrak{A}_1\xi$ ont donc *même domaine de convergence forte* $d_{\mathfrak{A}}$. C'est aussi le domaine de convergence forte des opérateurs réduits $\mathfrak{A}^{(p)}$ d'ordre p qu'Hilbert associe à $\mathfrak{A}$, la relation $\mathfrak{A}_p\mathfrak{A}_{p-1}\ldots\mathfrak{A}_1=\mathfrak{A}^{(p)}+1-\mathcal{E}_p$ étant toujours valable.

Si l'on se rappelle que $\xi=\mathrm{UX}$ a, par rapport aux ε_k, les mêmes coordonnées que X par rapport aux e_k, $[\Sigma\xi_k\varepsilon_k=\Sigma\xi_k \mathrm{U}e_k=\mathrm{U}\Sigma\xi_k e_k=\mathrm{UX}]$, on voit que $\xi_k=x_k$ pour tout k, si $\mathrm{X}=\Sigma x_k e_k$; par suite

$$\mathrm{AX}=\Sigma x_k A_k=\Sigma\xi_k A_k=\mathfrak{A}\xi,$$

pour $\xi=\mathrm{UX}$, et l'on obtient cette conclusion définitive : le produit canonique considéré $\ldots\mathfrak{A}_p\mathfrak{A}_{p-1}\ldots\mathfrak{A}_1\mathrm{UX}$ converge fortement vers $\mathrm{AX}=\Sigma x_k A_k$ dans le même domaine d_{A} que la série $\sum_{k=1}^{\infty}x_k A_k$.

6. Le cas où les vecteurs A_n seraient des fonctions linéaires d'un nombre *fini* d'entre eux, qu'on peut appeler $A_1, \ldots, A_p$ (les $A_1, \ldots, A_p$ étant indépendants), n'est pas exclu de ce qui précède. Mais la règle de E. Schmidt ne fournit alors qu'un nombre fini p de vecteurs orthonormaux ε_n; on complétera ce système fini pour former un système orthonormal infini complet (ε_n). Les A_n s'exprimeront par des formes linéaires des ε_n, dont les coefficients sont tous nuls lorsqu'ils affectent un ε_n d'indice $n>p$. La matrice $\mathfrak{A}$ ne possède alors que p lignes non identiquement nulles. Tout ce qu'on a dit s'applique encore, mais peut être simplifié. Car, dans le cas présent, les opérateurs définis par $\mathrm{AX}=\Sigma x_k A_k$ peuvent se traiter directement et le domaine de convergence forte d_{A} peut être déterminé de la façon la plus simple.

SPECTROSCOPIE. — *Application à des molécules intéressantes de l'analyse nouvelle des spectres moléculaires. Relations simples entre les fréquences d'une même molécule dans les états gazeux, liquide et solide.* Note de M. **Henri Deslandres.**

La Note actuelle est présentée sous le même titre que les trois Notes précédentes du 30 septembre, du 2 novembre 1940 et du 6 janvier 1941, auxquelles je prie le lecteur de se reporter. Ces Notes analysent et comparent les fréquences Raman des molécules H^2S, CS^2, $CHCl^3$ et CCl^4, relevées par les physiciens hindous, Sirkar et Gupta, dans les trois états gazeux, liquide et solide. Les auteurs ont signalé dans le cristal de ces molécules à la température de l'oxygène liquide, à —180°, des fréquences nouvelles très petites, les points de fusion de ces molécules étant à —83°, —112°, —63° et —23°.

J'analyse aujourd'hui trois autres molécules, C^6H^6, C^6H^5Cl et C^6H^{12}, plus riches en atomes et en électrons, étudiées à la même température basse par les physiciens hindous (1). Leurs points de fusion sont à +5°,5, —45° et +6°,6; et, pour deux d'entre elles, la température de —180°, à laquelle on relève de petites fréquences, est plus éloignée de leur point de fusion, et leur volume doit être plus voisin du covolume.

Le benzène C^6H^6 cristallisé a même deux groupes de petites fréquences, l'un à 0° avec les fréquences $\nu 63$ et 104, et l'autre à —180° avec $\nu 81$, 98 et 124 (2). Or, en 1935, j'ai analysé déjà 11 fréquences du benzène liquide, mesurées avec soin (3); les deux fréquences les plus intenses, $\nu 991,5$ et $\nu 3061,2$, sont émises également l'une et l'autre par les deux arrangements des atomes $C^3H^3—C^3H^3$ du type A^2 (A étant un atome ou groupe d'atomes), et $C^6H^5—H$ du type ClH ou du type plus général $M\text{-}nH—H^n$, souvent rencontré dans les molécules hydrogénées. Ces deux fréquences

(1) Les sources sont : C^6H^6, Sirkar, *Ind. J. Phys.*. 10, 1936, p. 189; C^6H^5Cl, Sirkar et Gupta, *Ind. J. Phys.* 11, 1937, p. 55; C^6H^{12}, Mitra, *Philos. Mag.*, 25, 1938, p. 895; Wenkateswaran, *Ind. Acad. Sc.*, 8, 1938, p. 243; Cox, *Proceed R. S.*, London, 135, 1932, p. 491.

(2) Les petites fréquences du benzène à 0° ont été signalées en premier lieu par Gross et Vuchs, *Nature*, 135, 1935, p. 100 et 395; *Journ. de Physique*, 8, 1936, p. 113.

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 603. Cette Note signale seulement les fréquences rattachées à 6^6H^5 — H; mais le nombre *n* des atomes H détachés peut varier de 1 à 6.

TABLEAU XXV. — *Analyse de fréquences infrarouges de molécules.*

Liste *Act.* — Nombres s' d'électrons des anneaux (a.), des sous-anneaux et anneaux (a'.) activables dans les atomes et groupes d'atomes des molécules C^6H^6, C^6H^5Cl, C^6H^{12} et de leurs polymères.

C^6H^6.				C^6H^5Cl.						C^6H^{12}.			
C^3H^3.	C^6H^5.	C^6H^4...	C^6H.	C^6.	C^6H^5.	Cl.	C^6H^4Cl.	C^6H^3Cl..	C^6Cl.	C^3H^6.	C^6H^{11}.	C^6H^{10}..	C^6.
9	*17*	*16...*	*13*	*12*	*17*	*5*	*21*	*20....*	*17*	*12*	*23*	*22...*	*12*
15	*29*	*28...*	*25*	*24*	*29*	*7*	*35*	*34....*	*31*	*18*	*35*	*34...*	*24*
						13	*53*	*52....*	*49*				
21	*41*	*40...*	*37*	*36*	*41*	*15*	*55*	*54....*	*51*	*24*	*47*	*46...*	*36*
						17	*57*	*56....*	*53*				

Molécule et mode d'excitation.	Intensité entre ( ) et fréquence de la radiation en cm^{-1}.	Multiple correspondant de $d_1/s'r'$	et résidu.	Nombre s' d'électrons activés dans l'atome ou groupe d'atomes et nombre de sous-anneaux et d'anneaux activés (a'. et a.).
cristal à 0° Raman.......	63	$= d_1/\ 17$	+0,5	17 de C^6H^5 1 a'. — 1 de H ou 34 de $C^{12}H^{10}$ 1 a'. — 2 de H^2.
électrons, 2 petites fréq.		$2d_1/\ 33$	−1,4	33 de $C^{12}H^9$ 1 a'. — 3 de H^3.
		$3d_1/\ 50$	−0,7	25 de C^6H 1 a. — 5 de H^5.
		$5d_1/\ 83$	−1,0	83 de $C^{12}H^{11}$ 2 a. — 1 de H.
		$5d_1/\ 84$	−0,8	42 de C^6H^6 2 a. — 42 de C^6H^6 2 a.
		$7d_1/117$	−0,6	39 de C^6H^3 2 a. — 3 de H^3.
		$7d_1/118$	−0,0	59 de $C^{12}H^{11}$ 1 a. — 1 de H.
	104	$= d_1/\ 10$	−2,2	40 de C^6H^4 2 a. — 2 de H^2.
		$4d_1/\ 41$	−0,3	41 de C^6H^5 2 a. — 1 de H.
		$5d_1/\ 51$	−0,2	17 de C^6H^5 1 a'. — 1 de H.
		$7d_1/\ 71$	−0,9	71 de $C^{24}H^{23}$ 1 a'. — 1 de H.
al à −180° Raman	81	$= d_1/\ 13$	−0,7	39 de C^6H^3 2 a. — 3 de H^3.
etites fréquences.		$2d_1/\ 27$	+2,3	27 de C^6H^3 1 a. — 3 de H^3.
		$3d_1/\ 40$	+1,3	40 de C^6H^4 2 a. — 2 de H^2.
		$8d_1/105$	+0,0	15 de C^6H^3 1 a'. — 3 de H^3.
	124	$= 2d_1/\ 17$	−1,0	17 de C^6H^5 1 a'. — 1 de H.
		$7d_1/\ 60$	+0,0	15 de C^6H^3 1 a'. — 3 de H^3.
		$9d_1/\ 78$	+1,4	39 de C^6H^3 2 a. — 3 de H^3.
Cl cristal à −180° Raman.	(2) 49	$= d_1/\ 21$	−1,6	21 de C^6H^4Cl 1 a'. — 1 de H.
électrons, 4 petites fréq.		$d_1/\ 22$	+0,7	22 de C^6H^5Cl 1 a'. — 22 de C^6H^5Cl 1 a'.
		$4d_1/\ 85$	−1,0	17 de C^6H^5 1 a'. — 17 de Cl 3 a.
		$4d_1/\ 87$	+0,1	87 de $C^{24}H^{19}Cl^4$ 1 a'. — 1 de H.
	(1) 67	$= d_1/\ 16$	+0,6	32 de C^6HCl 1 a. — 4 de H^4.
		$4d_1/\ 63$	−0,5	21 de C^6H^4Cl 1 a'. — 1 de H.
		$5d_1/\ 80$	+0,6	20 de C^6H^3Cl 1 a'. — 2 de H^2.
	(1) 86	$= 2d_1/\ 25$	+1,0	100 pour 50 de C^6HCl 2 a'. — 4 de H^4.
		$8d_1/\ 99$	+0,1	33 de C^6H^2Cl 1 a. — 3 de H^3.
	(2) 103	$= 2d_1/\ 21$	+1,8	21 de C^6H^4Cl 1 a'. — 1 de H.
		$5d_1/\ 51$	−1,2	17 de C^6H^5 1 a'. — 17 de Cl 3 a.
² cristal 48 électrons, etites fréquences.	60	$= d_1/\ 18$	+1,0	18 de C^3H^6 1 a. — 18 de C^3H^6 1 a. ou 18 de C^6H^6 1 a'. — 6 de H^6.
		$2d_1/\ 35$	−0,7	35 de C^6H^{11} 1 a. — 1 de H.
		$2d_1/\ 36$	+1,0	36 de C^6H^{12} 1 a. — 36 de C^6H^{12} 1 a.
		$4d_1/\ 69$	−1,6	23 de C^6H^{11} 1 a'. — 1 de H.
		$4d_1/\ 71$	+0,1	71 de $C^{12}H^{23}$ 1 a. — 1 de H.
	105	$= d_1/\ 10$	−1,2	20 de C^6H^8 1 a'. — 4 de H^4.
		$2d_1/\ 21$	+3,8	21 de C^6H^9 1 a'. — 3 de H^3.
		$7d_1/\ 71$	+0,2	71 de $C^{12}H^{23}$ 1 a. — 1 de H.

se retrouvent dans le benzène gazeux et aussi dans le cristal, diminuées de 2 à 3 unités. Ces petites diminutions ont été déjà signalées dans les molécules précédentes et expliquées simplement.

Il suffira d'analyser avec soin les petites fréquences qui sont les seules présentées dans le tableau XXV ci-dessus. Les deux petites fréquences du cristal benzène à 0° sont émises seulement par l'arrangement C^6H^{6-n} — H^n et ses polymères (¹). Dans l'état solide, les molécules ne se heurtent plus, leurs mouvements sont très réduits et leurs atomes d'hydrogène, très légers, sont les plus faciles à déplacer. Comme, de plus, le déplacement d'un seul atome H est plus facile, les deux fréquences ν63 et 104, égales à $d_1/17$ et à $4d_1/41$ avec un résidu très faible, sont liées à l'arrangement C^6H^5 — H, les nombres 17 et 41 étant les nombres d'électrons du sous-anneau et des deux anneaux de C^6H^5. Les petites fréquences analysées dans les Notes précédentes ont donné un résultat analogue.

Le tableau indique les autres arrangements du type C^6H^{6-n} — H^n qui peuvent émettre les deux petites fréquences, arrangements qui sont astreints à la condition suivante : le nombre n doit être un sous-multiple du nombre s' de C^6H^{6-n}, car alors les deux parties C^6H^{6-n} et H^n, par un effet de résonance, peuvent émettre la même fréquence, conformément à la loi générale qui exige l'égalité des fréquences propres de toutes les parties de la molécule.

Le tableau annonce aussi la formation de polymères dans le cristal de C^6H^6. Pour chaque fréquence, l'analyse révèle les arrangements d'atomes et d'électrons qui ont assuré son émission. Les polymères de ces arrangements peuvent aussi émettre cette fréquence; mais, lorsque le nombre s' de l'arrangement est un nombre premier, le numéro du polymère qui lui correspond peut être souvent déterminé. Tel est le cas avec les nombres s' 71 et 83 des deux fréquences ν 104 et 63. Le nombre d'électrons des sous-anneaux de $C^{24}H^{23}$ est égal à 71 qui est un nombre premier, et la fréquence ν104 est émise par l'arrangement $C^{24}H^{23}$ 1a. — H du polymère n° 4 et non par la molécule simple et les polymères nos 2 et 3. Comme les autres arrangements signalés dans le tableau peuvent être rattachés aussi au polymère n° 4, il apparaît que le spectre de ce polymère est constitué par les deux fréquences.

D'autre part l'étude de la diffraction des rayons X par la molécule,

---

(¹) Il y a une exception à la cinquième ligne du tableau où l'arrangement est du type A^2.

poursuivie par Cox, a montré que la maille du cristal comprend 4 molécules. On peut admettre que le nouveau spectre du cristal-benzène à 0° est le spectre de sa maille.

Les petites fréquences du cristal à —180°, ν 81, ν 124 et ν 98 (cette dernière étant une bande) ont été publiées en 1935 par Sirkar qui ajoute : les deux premières fréquences proviennent évidemment du déplacement des fréquences ν 63 et 104 émises à 0°. Cette assertion me paraît prématurée; car, à ma connaissance, les fréquences émises entre 0° et —180° n'ont pas encore été mesurées. Le tableau donne l'analyse ordinaire des fréquences à —180°, analyse moins nette et moins suggestive que les précédentes.

Or la formule générale (1) $\nu = qd_1/s'r'$, sur laquelle l'analyse nouvelle est appuyée, a été vérifiée sur plus de 300 molécules de types très divers, mais seulement dans les états gazeux et liquide. Il est possible qu'elle soit à modifier dans l'état solide aux températures très basses, lorsque le covolume peut intervenir. Cette étude sera reprise lorsque les données expérimentales seront suffisantes (5).

Le tableau donne ensuite l'analyse des quatre petites fréquences du chlorobenzène C^6H^5Cl à —180°. De même qu'avec les molécules précédentes, ces fréquences sont liées à des arrangements dans lesquels un ou plusieurs atomes de H sont détachés. Le nombre s' 87 de ν 49 a été rattaché à $C^{24}H^{19}Cl^4$ 1 a'. — H, soit à 4 molécules, et la maille du cristal comprendrait 4 molécules, comme dans le cristal du benzène; mais le nombre 87 n'est pas premier, il est égal à 29×3, et la conséquence suggérée sur la maille est douteuse.

Enfin le tableau présente l'analyse des deux fréquences du cyclohexane C^6H^{12}. Comme précédemment, les arrangements dans lesquels un ou plusieurs atomes de H sont séparés des autres atomes prédominent. De plus, les nombres s' 36 et 71 de ν 64, le nombre s' 71 de ν 103 annoncent la formation du dimère de la molécule, et 71 est un nombre premier. Il est très probable que la maille du cyclohexane est constituée par 2 molécules.

---

(5) Les publications des physiciens hindous, très importantes sur l'effet Raman, sont peu répandues en France; la bibliothèque de l'Université de Paris ne les reçoit plus depuis 1937. Si l'on excepte le volume du jubilé Raman de 1938, qui m'a été communiqué en mars dernier, je n'ai pas eu à ma disposition les publications de 1938 à 1940.

Je rappelle que, dans la formule (1), s' est le nombre des électrons activés par sous-anneaux et anneaux dans un atome ou groupe d'atomes de la molécule, et que d_1 est la constante universelle 1062,5; q et r' sont des nombres entiers.

En résumé, lorsque Sirkar et Gupta ont publié leurs premières recherches à $-180°$, on a pu croire que les petites fréquences étaient spéciales aux températures très basses. Mais l'étude du benzène, et surtout de 14 composés organiques par Venkateswaran, un peu au-dessous du point de fusion, ont montré qu'elles sont un caractère de l'état solide. L'analyse nouvelle permet de préciser davantage et les rapporte à la maille cristalline ou à l'élément primordial dont la répétition forme le cristal. Avant de présenter une conclusion ferme, il faut attendre que la recherche expérimentale soit complète ou largement suffisante.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Continu et discontinu en Physique moderne*, qu'il vient de publier dans la collection *Sciences d'aujourd'hui*, dirigée par M. André George. Dans ce livre, qui fait suite à l'Ouvrage intitulé *Matière et Lumière* paru antérieurement dans la même collection, l'auteur a réuni un certain nombre d'articles ou d'exposés relatifs à l'évolution contemporaine de la Physique, ainsi qu'à la philosophie ou à l'histoire de cette science. Il a particulièrement insisté sur l'aspect que prend dans les théories actuelles de la Physique l'antinomie du continu et du discontinu, ainsi que sur les formes les plus récentes de la théorie de la lumière.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° André Boivin. *Bactéries et virus.*

2° L. Escande. *Étude de quelques écoulements comportant la formation d'une veine de courant. Vannes de fond, barrages-déversoirs, piles de ponts* (transmis par M. Ch. Camichel).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Probabilités des oscillations maxima.* Note (¹) de M. **Louis Bachelier**.

La loi généralisée qui régit les probabilités des écarts est exprimée par la formule

$$\frac{e^{-\frac{x^2}{\varphi(t)}}}{\sqrt{\pi}\sqrt{\varphi(t)}}\,dx.$$

(¹) Séance du 12 mai 1941.

x est l'écart, il peut être relatif à la théorie des épreuves répétées ou des grands nombres, à la théorie mathématique du jeu, à la spéculation, au mouvement brownien, aux probabilités cinématiques et à toutes autres questions analogues.

t est une variable continue que je nommerai le temps et qui, dans la théorie des grands nombres, exprime une suite d'épreuves.

$\varphi(t)$ est une fonction soit arbitraire soit donnée du temps, soumise à la condition d'être positive et croissante et nommée *fonction d'instabilité.*

La formule ci-dessus exprime la probabilité pour que l'écart soit x (compris entre x et $x + dx$) à l'époque t, c'est-à-dire au bout du temps t.

Le but de cette Note est de faire connaître de nouveaux résultats relatifs au plus grand écart, à l'écart maximum et à l'oscillation maxima.

I. La probabilité pour que *le plus grand écart* positif qui se produit dans l'intervalle de temps t ait pour valeur x s'obtient en doublant la probabilité de l'écart x au bout du temps t, comme je l'ai démontré précédemment.

Pour ce genre de questions, on peut résoudre des problèmes plus compliqués et intéressants : par exemple, la probabilité pour que, dans l'intervalle de temps T, le plus grand écart positif soit x, pour qu'il soit atteint à l'époque $t\,(t < \mathrm{T})$ et pour que finalement l'écart soit z à l'époque T, est exprimée par la formule

$$\frac{4x\,\varphi'(t)\,e^{-\frac{x^2}{\varphi(t)}}(x-z)\,e^{-\frac{(x-z)^2}{\varphi(\mathrm{T})-\varphi(t)}}}{\sqrt{\pi}\,\varphi(t)\sqrt{\varphi(t)}\,[\varphi(\mathrm{T})-\varphi(\mathrm{T})]\sqrt{\varphi(\mathrm{T})-\varphi(t)}}\,dx\,dz\,dt,$$

où $\varphi'(t)$ est la dérivée de $\varphi(t)$.

II. *L'écart maximum* qui se produit dans l'intervalle de temps t est le plus grand écart en valeur absolue, par exemple; si le plus grand écart positif est $+3$ et si le plus grand écart négatif est -7, l'écart maximum est 7.

J'ai fait connaître dans mes études antérieures la probabilité pour que l'écart maximum soit x; il est intéressant de résoudre le problème inverse : La probabilité pour que l'écart maximum donné x soit atteint exactement à l'époque t (entre t et $t + dt$), est donnée par la formule

$$\frac{2\,\varphi'(t)\,x}{\sqrt{\pi}\,\varphi(t)\sqrt{\varphi(t)}}\left[e^{-\frac{x^2}{\varphi(t)}} - 3\,e^{-\frac{(3x)_2}{\varphi(t)}} + 5\,e^{-\frac{(5x)^2}{\varphi(t)}} - 7\,e^{-\frac{(7x)^2}{\varphi(t)}} + 9\,e^{-\frac{(9x)^2}{\varphi(t)}} - \dots\right]dt.$$

III. *L'oscillation maxima* dans l'intervalle de temps t est la somme arithmétique du plus grand écart positif et du plus grand écart négatif.

Par exemple, si le plus grand écart positif est $+3$ et si le plus grand écart négatif est -7, l'oscillation maxima est 10.

Cette notion est intéressante dans la théorie mathématique de la spéculation, où elle désigne la différence entre le plus haut et le plus bas cours cotés dans l'intervalle de temps t. Elle est utile également dans toutes les études citées précédemment.

Dans mon Ouvrage, *Les nouvelles méthodes du calcul des probabilités*, j'ai fait connaître la probabilité pour que l'oscillation maxima soit x dans l'intervalle de temps t. La formule suivante résout le problème inverse :

La probabilité pour que l'oscillation maxima donnée x soit atteinte exactement à l'époque t (entre t et $t+dt$) est

$$\frac{4\varphi'(t)x}{\sqrt{\pi}\,\varphi(t)\sqrt{\varphi(t)}}\left[e^{-\frac{x^2}{\varphi(t)}}-2^2e^{-\frac{2^2x^2}{\varphi(t)}}+3^2e^{-\frac{3^2x^2}{\varphi(t)}}-4^2e^{-\frac{4^2x^2}{\varphi(t)}}+5^2e^{-\frac{5^2x^2}{\varphi(t)}}-\ldots\right]dt.$$

On peut également connaître la probabilité pour que, dans l'intervalle de temps t, l'oscillation maxima soit x et l'écart maximum y. Cette probabilité est exprimée par la somme de deux séries, sa valeur est

$$\begin{aligned}\frac{4\,dx\,dy}{\sqrt{\pi}\,\varphi(t)\sqrt{\varphi(t)}}\Big[\;& 1.2(2x-y)e^{-\frac{(2x-y)^2}{\varphi(t)}}-2.3(2x+y)e^{-\frac{(2x+y)^2}{\varphi(t)}}\\ &+3.4(4x-y)e^{-\frac{(4x-y)^2}{\varphi(t)}}-4.5(4x+y)e^{-\frac{(4x+y)^2}{\varphi(t)}}\\ &+5.6(6x-y)e^{-\frac{(6x-y)^2}{\varphi(t)}}-\ldots\\ &+1.2(x+y)e^{-\frac{(x+y)^2}{\varphi(t)}}-2.3(3x-y)e^{-\frac{(3x-y)^2}{\varphi(t)}}\\ &+3.4(3x+y)e^{-\frac{(3x+y)^2}{\varphi(t)}}-4.5(5x-y)e^{-\frac{(5x-y)^2}{\varphi(t)}}\\ &\qquad\qquad+5.6(5x+y)e^{-\frac{(5x+y)^2}{\varphi(t)}}-\ldots\Big].\end{aligned}$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques exemples de factorisation de variables aléatoires.* Note de M. **Daniel Dugué**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Décomposition de la loi de Laplace.* — La loi de Laplace ($1/2\, e^{-|x|}\, d^x$) a pour fonction caractéristique $1/(1+z^2)$, qui peut se mettre sous la forme du produit $[1/(1+iz)]\,[1/(1-iz)]$.

$1/(1+iz)$ est la fonction caractéristique d'une variable aléatoire ayant pour fonction de distribution $e^{-|x|}$ pour $x<0$ et 0 pour $x>0$.

$1/(1 - iz)$ est la fonction caractéristique d'une variable aléatoire ayant pour fonction de distribution $e^{-|x|}$ pour $x > 0$ et 0 pour $x < 0$.

Une variable de Laplace possède donc cette particularité d'être la somme de deux variables suivant des lois obtenues en prenant la moitié positive et la moitié négative de la loi de distribution de la somme.

Aucune variable aléatoire ayant pour fonction caractéristique une fonction entière d'ordre fini ne jouit de cette propriété, qui caractérise peut-être la loi de Laplace.

2. *Sur une propriété de la loi de Poisson.* — On sait qu'une variable gaussienne ne peut être décomposée en une somme de deux variables indépendantes que si ces deux variables suivent une loi de Gauss. (Résultat de MM. Lévy et Cramer.)

De même, une loi de Poisson ne peut être décomposée en deux variables indépendantes que si ces deux variables suivent une loi de Poisson. (Résultat de M. Raikoff.) Si l'on suppose qu'aucune des variables A et B ne peut être décomposée en deux variables indépendantes dont l'une est de Gauss (ou de Poisson), que peut-on dire de la somme A + B ? On ne connaît encore aucun résultat pour la loi de Gauss. L'exemple suivant, inspiré des méthodes de M. Paul Lévy [*Sur les exponentielles de polynomes* (*Ann. École Norm. sup.*, 1937)], prouve que la somme A + B peut fort bien contenir une loi de Poisson A et B n'en contenant pas. Nous considérons dans ce paragraphe les fonctions génératrices $f(z) = \Sigma p_n z^n$.

Soit A tel que

$$f_A(z) = \frac{\lambda}{\lambda + 1} e^{\frac{z}{\lambda} - \frac{z^2}{2\lambda^2} + \frac{z^3}{3\lambda^3} - \frac{z^4}{4\lambda^4} + \dots} = \frac{\lambda}{\lambda + 1}\left(1 + \frac{z}{\lambda}\right) \qquad (\lambda > 1);$$

A est une variable aléatoire prenant la valeur zéro avec la probabilité $\lambda/(\lambda + 1)$ et un avec la probabilité $1/(1 + \lambda)$. Elle est donc indécomposable et en particulier ne contient aucune variable de Poisson.

Prenons B tel que

$$f_B(z) = \mathrm{K}\, e^{\frac{z^2}{2\lambda^2} + \frac{z^4}{4\lambda^4} + \frac{z^6}{6\lambda^6} + \dots} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2}}}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{\lambda^2}}}.$$

Cette fonction sera évidemment génératrice puisque tous les termes du développement auront des coefficients positifs. Elle ne contient pas de variable de Poisson car, la fonction génératrice de la loi de Poisson

étant $e^{C(z-1)}$ $(C > 0)$, il faudrait que

$$e^{-C(z-1)+\frac{z^2}{2\lambda^2}+\frac{z^4}{4\lambda^4}+\dots}$$

fût fonction génératrice, ce qui est impossible, le premier terme du développement ayant un coefficient négatif.

Par contre on a A + B tel que

$$f_A(z) f_B(z) = f_{A+B}(z) = \frac{\lambda}{\lambda+1}\sqrt{1-\frac{1}{\lambda^2}}\, e^{\frac{z}{\lambda}+\frac{z^3}{3\lambda^3}+\frac{z^5}{5\lambda^5}+\dots}.$$

Cette variable contient le facteur de Poisson $e^{\frac{z-1}{\lambda}}$. Cet exemple montre une des différences, soulignées par M. Paul Lévy dans le travail cité, entre l'arithmétique des variables aléatoires et l'arithmétique des entiers, dans laquelle, si A et B ne contiennent pas de facteur de la forme p^n (p premier), AB n'en contient pas non plus.

3. *Décomposition de lois uniformes.* — La fonction caractéristique de la variable aléatoire x, répartie avec une densité uniforme dans l'intervalle $-1/2$, $+1/2$, est $\sin z/z$. On a

$$\varphi(z) = \frac{\sin z}{z} = \cos\frac{z}{2}\cos\frac{z}{2^2}\cdots\cos\frac{z}{2^n}\cdots;$$

$\cos z/2^n$ est la fonction caractéristique d'une variable aléatoire indécomposable prenant les valeurs $1/2^n$ et $-1/2^n$ avec les probabilités $1/2$.

La variable aléatoire x est donc ramenée à une somme de variables indécomposables et $\varphi(z)$ à un produit de facteurs *premiers*. $\varphi(z)$ admet évidemment comme facteur tous les produits de ces facteurs premiers. Elle admet de plus des facteurs qui ne peuvent se réduire à cette forme comme $(\sin z/n)/(z/n)$, n étant un entier qui n'est pas une puissance de 2.

On a ainsi un nouvel exemple du fait signalé à la fin du paragraphe précédent.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La loi des grands nombres pour des variables aléatoires liées et des événements liés.* Note (1) de M. **Michel Loève**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Variables aléatoires.* — Soient des variables aléatoires généralement liées $X_{n,i}$, $i = 1, 2, \dots, n$; $n = 1, 2, \dots$, de valeur moyenne $\mathfrak{M}(X_{n,i}) = 0$.

(1) Séance du 5 mai 1941.

Désignons par des lettres accentuées les quantités relatives à $X_{n,i}$ calculées dans l'hypothèse où l'on connaît les résultats des épreuves relatives à $X_{n,1}, \ldots, X_{n,i-1}$, et par le préfixe « sup » la borne supérieure d'une telle quantité quand ces résultats varient. Soit $S_{n,\nu} = X_{n,1} + \ldots + X_{n,\nu}$.

Théorème. — Supposons que n tende vers l'infini,

$$\sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_{n,i})| \to 0.$$

a. Si $\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2)$ reste borné, alors

$$\mathfrak{M}(S_{n,n}^2) - \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2) \to 0;$$

extension de l'égalité de Bienaymé.

b. Si $M^2 > \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2)$, alors

$$\Pr\left\{\left|\frac{S_{n,n}}{M_n}\right| > c\right\} < \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{M_n^2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2) + \varepsilon_n\right],$$

où $\varepsilon_n \to 0$ avec $1/n$ et $c > 0$ est une constante arbitraire.

c. Si $\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2) \to 0$, la suite $\{S_{n,n}\}$ est stable ([2]).

d. Si $\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2)$ reste borné, la suite $\{S_{n,n}\}$ est bornée en probabilité.

Une suite $\{X_n\}$ sera dite *bornée en probabilité* si, étant donné $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit, il existe un $N(\varepsilon)$ tel que pour $n > N(\varepsilon)$

$$\Pr\left\{|X_n| < \frac{1}{\varepsilon}\right\} > 1 - \varepsilon.$$

Lorsque la suite $\{X_n/\varphi_n\}$, où φ_n est une fonction certaine de n, est bornée en probabilité : 1° si φ_n est un infiniment grand avec n, X_n sera dit d'un *ordre de grandeur, en probabilité*, au plus égal à celui de φ_n; 2° si φ_n est un infiniment petit avec $1/n$, X_n sera dit un *infiniment petit, en probabilité,* d'un ordre au moins égal à celui de φ_n.

([2]) La suite $\{s_n\}$ est (normalement) stable si $s_n - \mathfrak{M}(s_n) \to 0$ en probabilité (terminologie de Kolmogoroff, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, 1933, p. 50).

Plaçons-nous dans le cas où $X_{n,i} = X_i/a_n$, $a_n > 0$ certain et $\mathfrak{M}(X_i) = 0$. Soit $S_n = X_1 + \ldots + X_n$.

c'. Lorsque $X_1, \ldots, X_n$ sont des variables aléatoires telles que, pour $n \to \infty$,

$$\frac{1}{a_n}\sum_{i=1}^{n} \sup|\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{a_n^2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_i^2) \to 0,$$

la suite $\{S_n/a_n\}$ est stable.

En supposant les X_i mutuellement indépendantes et $a_n = n$, on retrouve le résultat classique de Tchebichef.

Un cas particulier de D devient :

d'. Lorsque $(1/a_n\sqrt{n}) \sup|\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0$ et que les $\mathfrak{M}(X_i^2)/a_n^2$ sont bornés dans leur ensemble, l'ordre de grandeur de S_n/a_n est, en probabilité, au plus celui de $\sqrt{n}$. En supposant les X_i mutuellement indépendantes et $a_n = 1$, on retrouve un autre résultat classique.

2. *Événements*. — L'application à une suite $\{A_i\}$ d'événements généralement liés donne, en désignant par f_n la fréquence des n premiers et appelant suite stable d'événements celle dont la suite des $f_n - \overline{f_n}$ est stable :

Lorsque $n \to \infty$, la suite $\{A_i\}$ est stable et de plus $f_n - \overline{f_n}$ est, en probabilité, un infiniment petit d'ordre au moins égal à celui de $1/\sqrt{n}$ si

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n} \sup|\Pr'(A_i) - \Pr(A_i)| \to 0 \quad \text{avec } \frac{1}{n}.$$

En supposant les événements mutuellement indépendants, on retrouve le théorème de Bernoulli-Poisson.

Si

$$\frac{1}{n^{\frac{1}{2}+\alpha}}\sum_{i=1}^{n} \sup|\Pr'(A_i) - \Pr(A_i)| \to 0 \quad \text{avec } \frac{1}{n},\ \alpha > 0,$$

la suite $\left\{ n^{\frac{1}{2}-\alpha}\left(f_n - \overline{f_n}\right) \right\}$ est stable.

Posons

$$\sum_{i=1}^{n} \Pr(A_i) = np_1(n), \qquad \sum_{1 \leq i < j \leq n} \Pr(A_i A_j) = C_n^2 p_2(n)$$

et

$$d_n^2 = |p_2(n) - p_1^2(n)| = 0 \quad \text{(nulle dans le cas de Bernoulli)}.$$

Une étude directe montre que :

1° La condition nécessaire et suffisante pour la stabilité de la suite $\{A_i\}$ est que $d_n \to 0$ avec $1/n$.

Lorsque, de plus, $n d_n^2 \to \infty$ avec $1/n$, $f_n - \overline{f_n}$ est, en probabilité, un infiniment petit au moins de l'ordre de d_n.

2° Lorsque la suite $\{A_i\}$ est stable,

$$\mathfrak{M}(X_n) p_1(n) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Pr(A_i) \mathfrak{M}_{A_i}(X_n) \to 0 \qquad \text{avec } \frac{1}{n},$$

où X_n, à fluctuation bornée par un nombre fini indépendant de n, dépend des valeurs aléatoires Indic(A_1)... Indic(A_n) et $\mathfrak{M}_{A_i}(X_n)$ désigne la valeur moyenne de X_n évaluée lorsque A_i a lieu.

C'est l'extension au cas d'une suite stable de la relation des moyennes conditionnées ([3]).

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Diverses remarques concernant les effets thermiques qui accompagnent le déplacement relatif d'un solide et d'un fluide.* Note ([1]) de M. **Edmond Brun**, présentée par M. Henri Villat.

Les effets thermiques qui accompagnent le déplacement relatif d'un solide et d'un fluide ont fait l'objet de quelques travaux récents. La confrontation des résultats donnés et des résultats antérieurs (1931-1936) que j'ai obtenus, en partie en collaboration ([2]), donne lieu aux remarques suivantes.

1. Hilton ([3]) (1938) a mesuré, pour des nombres de Reynolds $\mathcal{R} = vd/\nu$ compris entre $0,8.10^5$ et $3,6.10^5$, la différence de température permanente θ qui existe entre un point d'une plaque plane situé à la distance d du bord d'attaque et le courant d'air qui lèche cette plaque à la vitesse v. Il trouve, pour deux points situés à des distances différentes du bord

---

([3]) Voir, par exemple, Fréchet, *Recherches théoriques modernes sur la théorie des Probabilités*, 1, 1937, p. 128.

([1]) Séance du 12 mai 1941.

([2]) Brun et Vernotte, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 594; Brun et Vernotte, *ibid.*, 195, 1932, p. 302; Brun, *ibid.*, 196, 1933, p. 1960; Brun, *ibid.*, 198, 1934, p. 899; Brun, *ibid.*, 198, 1934, p. 1213; Brun et Lecardonnel, *ibid.*, 202, 1936, p. 555.

([3]) *Proceedings of the Royal Society*, 168, 25 novembre 1938, p. 43.

d'attaque B, les relations suivantes (v en cm/s) :

Point le plus proche de B.......... $\theta = 4,36.10^{-8} v^2$
» éloigné » .... $\theta = 4,5 .10^{-8} v^2$

Les résultats de mes mesures, effectuées dans les mêmes conditions (surface parallèle à la vitesse du courant d'air) et jusqu'à des nombres de Reynolds dépassant 10^6, se traduisent par l'expression

$$\theta = 4,2.10^{-8} v^2,$$

tandis que mes mesures effectuées sur des disques en rotation dans l'air immobile donnent des résultats convenablement représentés par la loi

$$\theta = 4,4.10^{-8} v^2.$$

Étant donné la dispersion des points expérimentaux autour de la courbe moyenne (dispersion du même ordre dans les expériences de Hilton et dans les miennes), on peut conclure à la concordance des résultats des diverses mesures.

2. La théorie de Polhausen (*Zeitschrift für angew. Math. und Mech.*, I, 1921), qui suppose l'écoulement laminaire, conduit, dans les conditions des expériences précédentes, à la loi

$$\theta = 4,4.10^{-8} v^2.$$

L'accord est excellent. Cependant, si, dans les expériences de Hilton, l'écoulement est vraisemblablement toujours laminaire, dans mes essais j'ai dépassé la vitesse critique. Ainsi aucune discontinuité n'apparaît dans la loi quand on passe du régime laminaire au régime intermédiaire. Faut-il penser qu'au début du régime de transition la couche laminaire secondaire joue le rôle prépondérant dans le phénomène d'échauffement du solide?

Rappelons en outre que mes mesures dans des fluides autres que l'air montrent que l'équation de Polhausen est aussi vérifiée pour des gaz d'atomicité différente de deux.

3. Hilton indique le principe de mesures destinées à l'étude de la répartition des températures aux divers points d'un corps profilé placé dans un courant d'air. Le calcul qu'il fait ne tient pas compte de la variation de température le long des filets d'air de l'écoulement potentiel qui contournent le profil; quand la surface n'est plus plane et que, de ce fait, la

vitesse locale varie, la température locale de la paroi varie également et cela pour deux raisons : 1° la température n'est pas uniforme dans le fluide libre qui avoisine l'obstacle; 2° l'effet thermique dû au frottement varie comme le carré de la vitesse. Dans une publication technique ([5]), j'ai donné le calcul général de la répartition des températures et les vérifications expérimentales que j'en ai faites sur une maquette d'aile d'avion et sur une aile en vraie grandeur.

4. Les mesures de Hilton ont permis d'atteindre des nombres de Mach plus élevés que les miens (0,6). Il semble, d'après ces mesures, que le coefficient K de la loi $\theta = K v^2$ soit indépendant, non seulement du nombre de Reynolds, mais encore du nombre de Mach.

Des mesures ont été effectuées, en 1937, à La Courneuve par M. Sédille et Ménard ([6]), avec de l'air chaud (jusqu'à 500°) et des nombres de Mach élevés (jusqu'à 0,93). Elles ont conduit à la formule

$$\theta = 3,2 . 10^{-8} v^2.$$

Ainsi la loi en v^2 se conserve dans ce nouveau domaine de températures, le coefficient K différant en somme assez peu de celui qui est valable aux températures peu élevées.

Au cours des essais de la Courneuve, il a été vérifié, comme je l'avais constaté dans d'autres conditions, que la température moyenne prise par un solide de petites dimensions est à peu près indépendante de sa forme.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'effet de souffle d'un tandem d'hélices tournant en sens inverse, sur la portance de l'avion complet et sur le rendement propulsif de l'hélice.* Note de M. **Robert Silber**, présentée par M. Henri Villat.

En effectuant des mesures aérodynamiques sur une maquette d'avion étudiée successivement en planeur, puis munie d'une hélice tripale simple et enfin d'un tandem de deux hélices ([1]), nous avons pu voir que *le coefficient unitaire de puissance de l'avion complet* $\overline{C_x}$ ([2]) était amélioré

([5]) Brun, *Public. scient. et techn. du Ministère de l'Air*, 119, 1938.
([6]) Résultats inédits communiqués par M. Sédille.

([1]) Robert Silber, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 600.
([2]) Robert Silber, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 716.

de 3 à 4 % quand on passait d'une hélice tripale simple à un tandem de deux hélices.

Le coefficient unitaire de portance de l'avion complet $\overline{C_z}$ (²) est lui aussi amélioré, non seulement par rapport au planeur, comme il fallait s'y

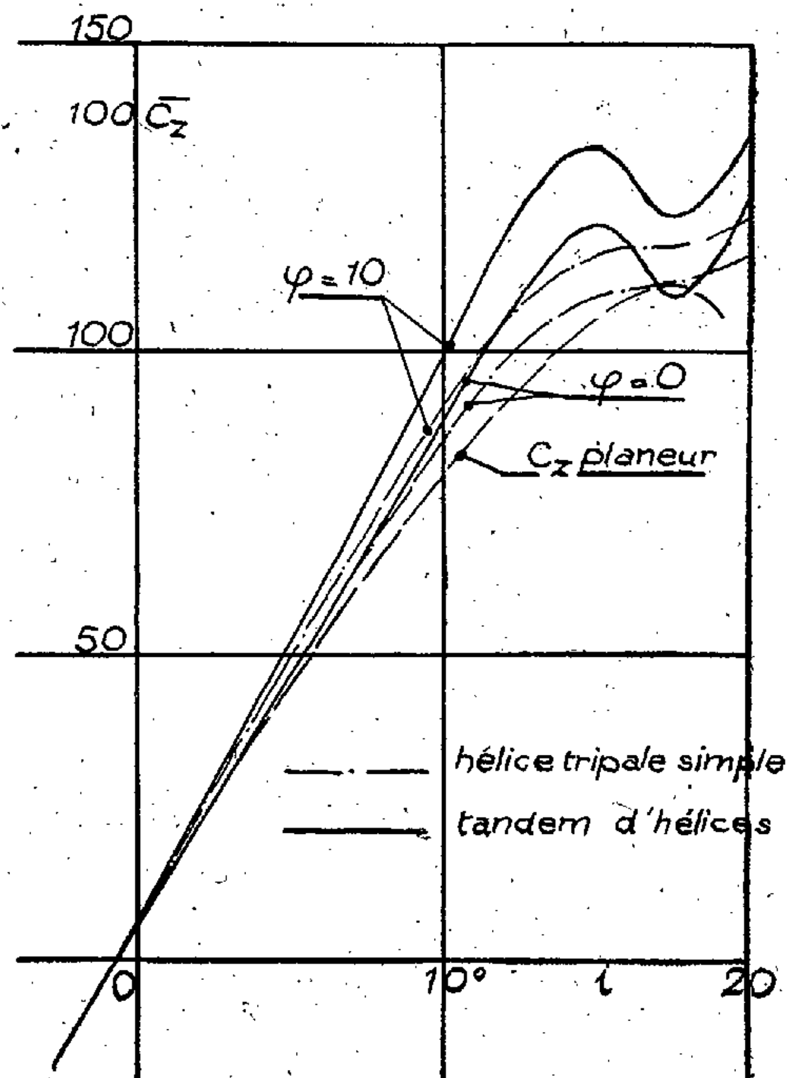


Fig. 1.

attendre (³), mais aussi par rapport à l'avion muni d'une seule hélice, comme le montre la figure 1 pour chaque valeur de l'angle de vol i (²). La comparaison a été faite pour le vol horizontal ($\varphi = 0°$) et pour le vol en montée ($\varphi = 10°$). Pour des angles de vol réellement utilisées, le gain sur $\overline{C_z}$ apparaît comme aussi important que celui déjà réalisé sur $\overline{C_x}$.

Nous avons pu construire ainsi les polaires de l'avion complet dans les deux cas. La figure 2 montre l'amélioration importante que représente l'avion muni d'hélices en tandem par rapport à l'avion muni d'une hélice simple.

Cette augmentation de portance si notable de l'avion muni du tandem doit être attribuée à la régularité plus grande du souffle de l'hélice sur l'avion.

(³) ROBERT SILBER, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 958.

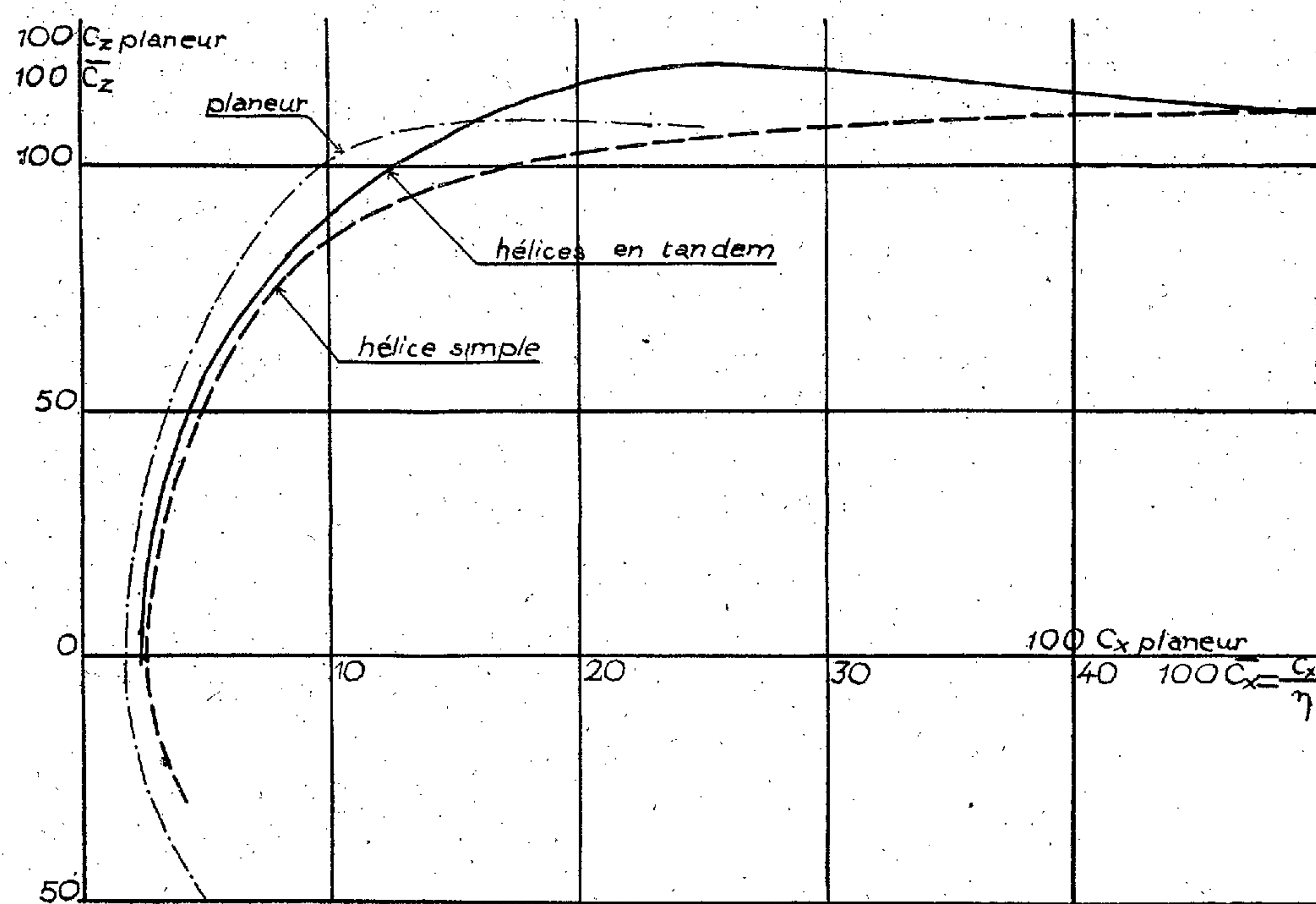

100 C_z planeur
100 $\bar{C}_z$
planeur
100
hélices en tandem
hélice simple
50
0
100 C_x planeur
10
20
30
40
100 $\bar{C}_x = \frac{C_x}{\eta}$
50

Fig. 2.

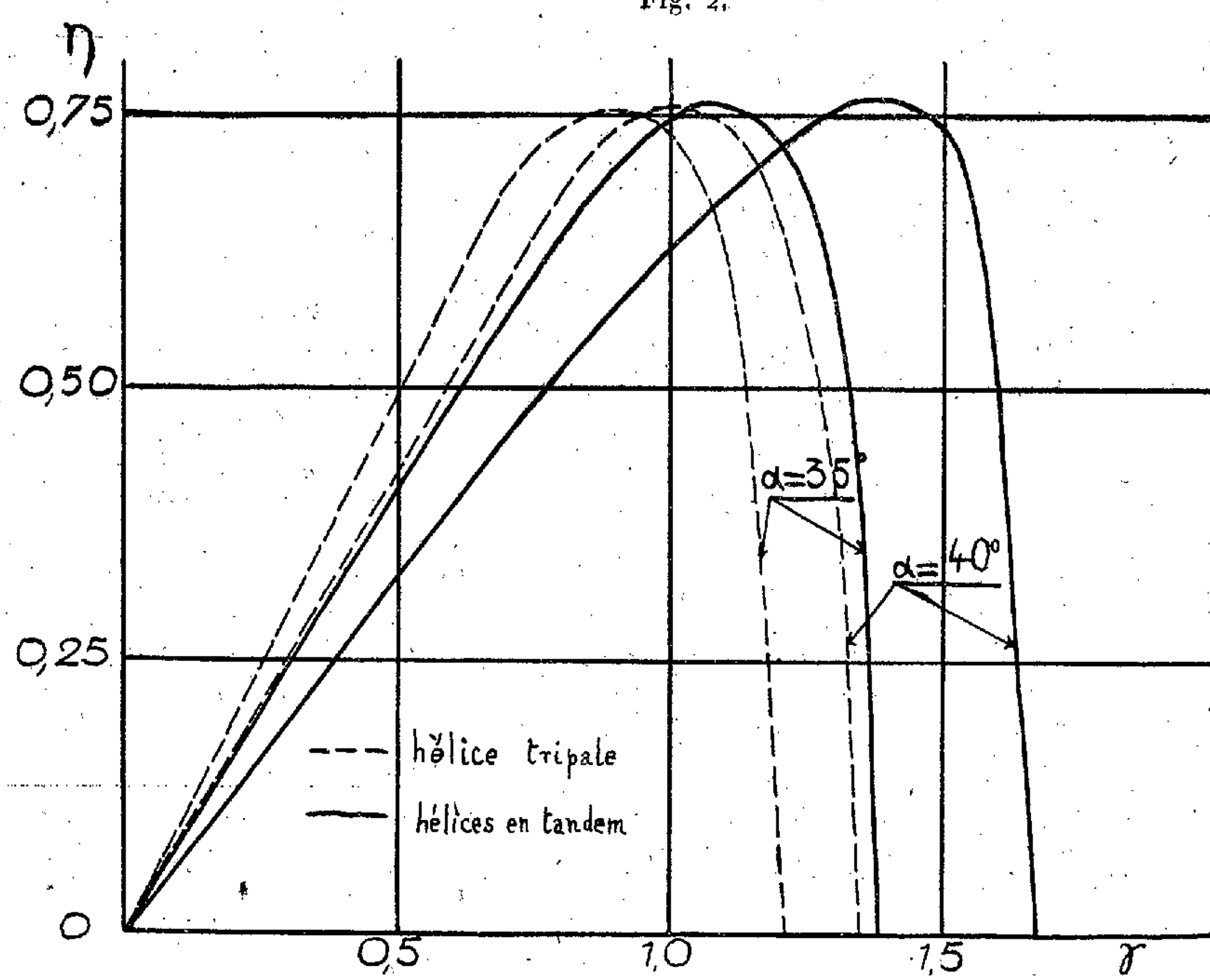

η
0,75
0,50
0,25
0
0,5
1,0
1,5
γ
α=35°
α=40°
hélice tripale
hélices en tandem

Fig. 3.

La figure 3 montre les gains de *rendement propulsif de l'hélice* η (4) obtenus en remplaçant l'hélice tripale par les deux hélices du tandem; les pales sont semblables (1/7) à ceux d'une même hélice Ratier de $2^{m},15$ de diamètre. La comparaison est faite en calant les pales au même angle α sur l'hélice tripale et sur les deux hélices en tandem. On voit que, pour un même calage, le rendement propulsif maximum des hélices en tandem est légèrement augmenté et correspond à un paramètre de fonctionnement de l'hélice γ (1) notablement plus élevé que celui de l'hélice unique.

Ainsi la substitution du tandem d'hélices tournant en sens inverse à une hélice tripale améliore non seulement le rendement propulsif de l'hélice, mais aussi les qualités aérodynamiques de l'avion complet.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Application de la transformation de Sundman au problème d'Euler.* Note (1) de M. **Pierre Sémirot**, présentée par M. Jean Chazy.

Un point matériel M est attiré par deux centres fixes A, B suivant la loi de Newton.

Prenons A comme origine des coordonnées; dirigeons l'axe des x suivant AB; soient x, y, z les coordonnées de M; soient c, $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $\rho=\sqrt{r^2+c^2-2cx}$ les distances AB, AM, BM; soient enfin K, K′ les coefficients attractifs des centres B et A.

1. u désignant la variable définie par la relation $dt=r\,du$, le système différentiel classique, par la transformation de Sundman, devient

$$(\mathrm{I})\quad\left\{\begin{array}{l}\dfrac{dr}{du}=r', \qquad \dfrac{dr'}{du}=r\left[\dfrac{K'}{r}+\dfrac{2K}{\rho}+\dfrac{K}{\rho^3}(cx-r^2)-h\right], \qquad \dfrac{dt}{du}=r,\\[2ex] \dfrac{dx}{du}=x', \qquad \dfrac{dy}{du}=y', \qquad \dfrac{dz}{du}=z',\\[2ex] \dfrac{dx'}{du}=\dfrac{x'r'-K'x}{r}+\dfrac{Kr^2}{\rho^3}(c-x), \qquad \dfrac{dy'}{du}=\dfrac{y'r'-K'y}{r}-\dfrac{Kr^2y}{\rho^3},\\[2ex] \dfrac{dz'}{du}=\dfrac{z'r'-K'z}{r}-\dfrac{Kr^2z}{\rho^3}.\end{array}\right.$$

(4) $\eta=TV/W$; T, effort de traction de l'hélice; V, vitesse de l'avion; W, puissance motrice.

(1) Séance du 12 mai 1941.

Les intégrales des forces vives et des aires se transforment en les deux équations

$$x'^2+y'^2+z'^2=r^2\left[2\left(\frac{K}{\rho}+\frac{K'}{r}\right)-h\right]=r^2(2U-h), \qquad yz'-zy'=rg,$$

où h et g sont les constantes correspondantes.

2. Si l'on prend B pour origine, et si l'on introduit de même la variable v définie par la relation $dt=\rho\, dv$, on forme un système différentiel analogue au système (I), et en particulier l'équation

$$\frac{d}{dv}\left(\frac{d\rho}{dv}\right)=\rho\left[\frac{K}{\rho}+\frac{2K'}{r}-\frac{K'}{2r^3}(r^2+\rho^2-c^2)-h\right].$$

3. Compte tenu des deux intégrales, les variables x, y, z, x', y', z' s'expriment en fonction des variables r, ρ, r', ρ'. Par suite nous pouvons former un système de cinq équations entre les cinq fonctions r, ρ, r', ρ', t de la variable indépendante u, soit

$$\frac{dr}{du}=r', \qquad \frac{dr'}{du}=r\left[\frac{K'}{r}+\frac{2K}{\rho}-\frac{K}{2\rho^3}(r^2+\rho^2-c^2)-h\right], \qquad \frac{dt}{du}=r,$$

$$\frac{d\rho}{du}=\rho', \qquad \frac{d}{du}\left(\frac{\rho\rho'}{r}\right)=r\left[\frac{K}{\rho}+\frac{2K'}{r}-\frac{K'}{2r^3}(r^2+\rho^2-c^2)-h\right].$$

4. L'intégrale des forces vives se transforme en l'équation

$$\rho^2r^2\rho'^2+\rho^2r^2r'^2-\rho r\rho' r'(\rho^2+r^2-c^2)=r^2\left\{[4c^2r^2-(r^2+c^2-\rho^2)^2]\left[\frac{2U-h}{4}\right]-g^2c^2\right\}.$$

L'expression $(\rho\rho'/r)(dr'/du)+r'(d/du)(\rho\rho'/r)$ est une dérivée exacte et donne par intégration l'équation

$$\rho r\rho' r'=\frac{r^2}{2}\left[K\frac{(3\rho^2+r^2-c^2)}{\rho}+K'\frac{(3r^2+\rho^2-c^2)}{r}-h(\rho^2+r^2)+\alpha\right],$$

où α désigne une constante arbitraire.

En combinant cette dernière équation et l'équation transformée de l'intégrale des forces vives, nous obtenons la double équation, valable soit avec les signes supérieurs, soit avec les signes inférieurs,

$$r^2\rho^2(r'\pm\rho')^2=r^2\left\{K'[(r\pm\rho)^3-c^2(r\pm\rho)]+K[(\rho\pm r)^3-c^2(\rho\pm r)]\right.$$
$$\left.-\frac{h}{4}[(r\pm\rho)^4-c^4]+\frac{\alpha}{2}[(r\pm\rho)^2-c^2]-g^2c^2\right\}.$$

5° La somme et la différence des variables ρ, r étant en évidence, posons

$$r+\rho=\lambda, \quad r-\rho=\mu,$$

$$f(\lambda)=-\frac{h}{4}\lambda^4+(K+K')\lambda^3+\frac{\alpha}{2}\lambda^2-(K+K')c^2\lambda+\frac{h}{4}c^4-\frac{\alpha}{2}c^2-g^2c^2,$$

$$\varphi(\mu)=-\frac{h}{4}\mu^4+(K-K')\mu^3+\frac{\alpha}{2}\mu^2-(K-K')c^2\mu+\frac{h}{4}c^4-\frac{\alpha}{2}c^2-g^2c^2.$$

L'équation obtenue se décompose en les deux équations

$$\frac{(\lambda-\mu)^2}{4}\lambda'^2=f(\lambda), \qquad \frac{(\lambda-\mu)^2}{4}\mu'^2=\varphi(\mu),$$

d'où

$$\frac{d\lambda}{\sqrt{f(\lambda)}}=\frac{d\mu}{\sqrt{\varphi(\mu)}}, \qquad dt=\frac{1}{4}\left[\frac{\lambda^2\,d\lambda}{\sqrt{f(\lambda)}}-\frac{\mu^2\,d\mu}{\sqrt{\varphi(\mu)}}\right].$$

L'angle d'azimut φ autour de la droite AB est donné par la quadrature résultant de l'expression

$$d\varphi=gc^2\left[\frac{d\lambda}{(\lambda^2-c^2)\sqrt{f(\lambda)}}-\frac{d\mu}{(\mu^2-c^2)\sqrt{\varphi(\mu)}}\right].$$

Nous retrouvons ainsi les formules d'intégration classiques du problème.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Résultats récents concernant la théorie quantique des champs.* Note [1] de M. **Guido Beck**, présentée par M. Louis de Broglie.

Il est bien connu que le développement de la théorie des champs se trouve être arrêtée par des difficultés qui ont leur origine dans la conception d'une particule ponctuelle. Toutefois il est possible d'obtenir des informations nouvelles en développant des méthodes qui permettent d'étudier le champ propre d'une particule à grande distance ($r > h/2\pi mc$) de la particule.

Il a été démontré [2] que l'état fondamental du champ se trouve être modifié par la présence d'une particule, de telle sorte que la valeur moyenne du champ quantique

$$\text{(1)} \qquad A=\sum_k \sqrt{2\pi}\,c\left(q_k^{\to}+\frac{1}{i\omega_k}p_k^{\to}\right)\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{\sqrt{L^3}}$$

---

[1] Séance du 12 mai 1941.

[2] G. Beck, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 528; *Journ. de Phys.*, 10, 1939, p. 200.

présentant des fluctuations, n'est plus zéro, comme dans le cas du vide, mais qu'elle représente un certain champ statique

(2) $$\overline{A} = F(\vec{r} - \vec{r}_1)$$

dépendant des coordonnées relatives à la position $\vec{r}_1$ de la particule.

L'auteur a entrepris, partiellement en collaboration avec MM. P. Havas, S. Hoxter et J. Pirenne, des travaux pour étudier les champs (2), excités par un électron dans le champ électromagnétique.

Il a été constaté que le comportement de l'électron de Dirac introduit dans la théorie du champ des traits qualitativement nouveaux.

Le spectre continu d'énergie d'un électron libre consiste en quatre branches séparées, qui correspondent respectivement aux deux orientations du spin ($\pm \frac{1}{2} h/2\pi$) et aux deux signes de la charge ($\pm e$).

L'excitation du champ étant liée, suivant la théorie quantique, aux transitions dites virtuelles entre les différents états des quatre branches du spectre, nous arrivons en première approximation, à la classification suivante :

a. Les transitions correspondant à une seule branche du spectre correspondent à l'excitation du champ de Coulomb

(3) $$\beta \frac{e}{r}, \quad \beta \frac{\vec{v}}{c} \frac{e}{r}.$$

b. Les transitions comprenant des transitions entre deux branches $\pm \frac{1}{2} h/2\pi$ produisent le champ d'un dipôle magnétique (champ du spin)

(4) $$\beta \mu \frac{[\vec{\sigma} \vec{r}]}{r^3}.$$

c. Les transitions entre des états de différent signe de la charge (production virtuelle de paires) donnent lieu à un champ du type

(5) $$\mu \frac{\vec{\alpha}}{r^2},$$

qui ne satisfait plus aux équations de Maxwell et ne présente plus les propriétés de transformation d'un quadrivecteur.

$\vec{\alpha}$, β et $\vec{\sigma}$ sont les matrices de Dirac, $\mu = eh/4\pi mc$ dénote le magnéton de Bohr.

La théorie est susceptible d'être appliquée au cas d'un électron lié.

Elle fournit dans ce cas de petits termes supplémentaires qui représentent l'influence de la retardation.

Les champs (3) et (4) conduisent à un échange d'impulsion entre deux électrons par l'intermédiaire du champ qui correspond à l'interaction connue entre deux particules chargées. Le champ (5), par contre, correspond à une interaction *nouvelle* entre un électron et un positron, qui peut être interprétée par un échange d'impulsion à la suite d'une annihilation de la paire et d'une production subséquente d'une nouvelle paire.

Les nouvelles forces n'agissent que si les deux particules sont à une distance extrêmement petite. Pour des vitesses non relativistes des deux particules, ces forces sont très faibles à l'exception de l'état ^3S où elles sont d'une grandeur intermédiaire entre celle des forces de Coulomb et celle des forces entre les spins. Elles pourraient être observées par l'étude de la diffusion des positrons par des électrons. Il n'est pas improbable que les forces entre un proton et un neutron soient dues à un mécanisme analogue.

Bien que la théorie ne puisse pas encore être présentée sous une forme invariante par rapport à une transformation de Lorentz, elle indique que le champ (5) se comporte comme un potentiel tenseur $A_{ik} = -A_{ki}$. Un tel champ pourrait se manifester par de faibles radiations à grand pouvoir de pénétration formées de photons longitudinaux, qui, cependant, n'ont pas encore pu être mis en évidence (expériences inédites de J. Thibaud).

BAROMÉTRIE. — *Altimètre intégrateur*. Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les altimètres actuellement en usage mesurent l'altitude en fonction de la pression d'après la formule

$$z = -\frac{1}{g}\int_{P_1}^{P} \frac{dp}{a}, \tag{1}$$

a est la masse de l'unité de volume d'air à l'altitude z.

On suppose une loi prédéterminée de répartition en hauteur de la température, qui permet d'effectuer l'intégration. Or cette loi est incertaine.

Un système qui totaliserait automatiquement les termes de l'intégrale (1) serait plus précis. Remplaçons dans (1) a par sa valeur en fonction de a_0

relative aux conditions normales, il vient

$$(2) \qquad z = -\frac{p_0}{ga_0}\int_{p_1}^{p_2}\frac{T}{T_0}\frac{dp}{p}.$$

Considérons maintenant un baromètre métallique à aiguille OA, dont les déplacements angulaires $d\theta$ sont proportionnels aux variations de pression dp

$$-dp = k\,d\theta.$$

Cette aiguille se déplace parallèlement à un plan recouvert d'une feuille de papier, à une distance constante ρ de lui. Elle sert d'axe à une molette finement dentée et encrée, de rayon précisément égal à ρ, qui roule sur la feuille de papier quand θ varie et qui peut en même temps glisser le long de l'aiguille sous l'influence suivante :

Une cellule, plissée, étanche, très souple, est emplie d'air dans les conditions normales. Sa longueur est alors l_0. Exposée à l'air, elle prend dans les conditions p et T la longueur

$$l = l_0\frac{p_0 T}{p T_0}.$$

Or on peut imaginer divers modes de liaison tels que l'allongement de cette boîte fasse glisser la molette le long de l'aiguille, et en particulier rende l égal au rayon vecteur r de la courbe tracée par la molette.

L'intégrale (2), dans laquelle on remplace dp par $-k\,d\theta$ et T/T_0 par sa valeur

$$\frac{T}{T_0} = \frac{pr}{p_0 r_0}$$

tirée de l'équation précédente, devient

$$z = \frac{K}{ga_0 r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2} r\,d\theta.$$

Or la molette totalise, par l'angle φ dont elle tourne, l'intégrale précédente, et

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} r\,d\theta = \rho\varphi.$$

En définitive

$$z = \frac{K\rho}{ga_0 r_0}\cdot\varphi.$$

On peut à la fois lire l'altitude et conserver un enregistrement de l'ascension. L'altitude est proportionnelle au nombre des hachures tracées par la molette.

L'appareil peut être gradué sous cloche en atmosphère fictive isotherme. Il est réalisé et fonctionne correctement.

TENSION SUPERFICIELLE. — *Mesure des tensions interfaciales par la méthode de la lame immergée.* Note de M. **André Dognon**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Nous avons signalé, M. Abribat et moi (1), qu'une lame de platine dépoli, ayant une mouillabilité parfaite, peut servir à la mesure statique et continue de la tension de surface des liquides par la méthode de Wilhelmy, d'une façon à la fois précise et très commode. Dans notre dispositif les forces, égales à Al, qui s'exercent sur le contour l de la lame dont le bord inférieur affleure la surface, sont équilibrées par un couple de forces électromagnétiques connu. Avec une lame de contour $l = 4^{cm}$ suspendue à un bras de levier de 3^{cm}, la fidélité est de l'ordre du $1/20^{e}$ de dyne : cm pour l'eau; elle peut être multipliée par 4 ou 5 par accroissement de la longueur du bras ou de la lame.

Si l'on cherche à étudier de la même façon l'interface eau/benzène par exemple, la lame, qui doit d'abord traverser le benzène, est irrégulièrement mouillée par l'eau et fournit des valeurs inutilisables. Par contre, si on la mouille préalablement avec de l'eau et qu'on l'essore soigneusement, elle conserve dans la traversée du benzène une gaine d'eau qui la rend brillante comme un miroir. Lorsqu'elle affleure l'interface, elle est violemment aspirée, et les valeurs fournies sont parfaitement constantes, et correctes si l'on prend soin d'équilibrer le système lorsque la lame est totalement immergée dans le liquide supérieur. Dans le cas d'un liquide plus dense que l'eau, le sens des forces est inversé, et il faut lester la lame de façon que son poids soit suffisant pour lui permettre de pénétrer à travers l'interface. Si les tensions sont élevées, et les différences de densité faibles, le ménisque, au contact de la lame, atteint une hauteur bien plus considérable que dans le cas d'une surface libre, et la hauteur de la lame doit être plus grande (1^{cm} au lieu de $0^{cm},5$).

---

(1) *Bull. Soc. fr. de Physique*, n° 418, 1939, p. 22.

Une deuxième méthode, utilisable pour les liquides qui s'étalent à la surface de l'eau (benzène, éther, chloroforme, huiles végétales), consiste à les déposer sur cette surface en une couche mince. Si la lame traverse la double couche ainsi formée, les forces de traction qui s'exercent sur elle sont la somme des forces dues à l'énergie libre de l'interface et à celles de la surface, ces dernières pouvant être connues par une mesure préalable effectuée avec la lame affleurant la surface libre seule. Dans le cas où l'on a à étudier les variations dues à des traces de matière dissoute, il faut remarquer que l'énergie de surface du liquide organique ne subit que des variations négligeables vis-à-vis de celles qui affectent l'interface.

Les chiffres suivants donnent en dynes : cm quelques valeurs obtenues avec chacune de ces deux méthodes, directe et indirecte (θ, 13°,5 C.).

Corps.	Tension de surface.	Tension interfaciale par rapport à l'eau: directe.	indirecte.	valeur standard à 20° C.
Benzène	30,5	34,2	34,0	35,0
Chloroforme	28,5	–	31,0	32,8
Éther	18,6	9,5	9,8	10,7
Huile d'arachide	44,5	9,3	9,9	–

Il faut remarquer que la valeur des tensions de surface mesurées est celle de liquides saturés d'eau, et par conséquent un peu plus élevée que celle du liquide pur. Dans le cas de l'huile, la méthode directe est difficile, ce corps ayant à peu près le même pouvoir mouillant que l'eau vis-à-vis de la lame. Il faut revêtir préalablement celle-ci d'une épaisse gaine d'eau avant de l'introduire dans le liquide. La méthode indirecte, au contraire, n'offre aucune difficulté, à condition de faire d'abord affleurer la lame à la surface de l'eau avant d'ajouter la goutte d'huile, ou de l'humidifier légèrement à l'eau avant de la mettre en contact avec la double couche.

ÉLECTROCHIMIE. — *Conductibilité et dissociation de l'acétate de cadmium.* Note [1] de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il existe peu de renseignements sur la conductivité des solutions des sels de type de valence 1-2 aux grandes dilutions, de telle sorte que la confrontation des données expérimentales et de la théorie des électrolytes est

[1] Séance du 5 mai 1941.

malaisée. Il m'a semblé intéressant d'étudier de ce point de vue l'acétate de cadmium, dont on pourrait penser qu'il est un électrolyte faible.

La conductibilité est mesurée par la méthode du pont de Kohlrausch, en utilisant un dispositif à haute sensibilité dont la source de courant alternatif est un oscillateur à lampes, et l'appareil de détermination du minimum un téléphone monté sur un amplificateur à lampes. La cellule en verre peu soluble est entièrement fermée et placée dans un thermostat à air réglé à $25^\circ,0 \pm 0^\circ,1$; les électrodes sont platinées légèrement. Chaque détermination est la moyenne de dix mesures, l'erreur moyenne étant inférieure à 0,05 %, l'erreur maximum à 0,1 %. L'eau distillée quatre fois est utilisée fraîche, sa conductivité est de $0,8.10^{-6}$.

L'acétate de cadmium, obtenu en préparant d'abord du carbonate de cadmium pur, puis en attaquant celui-ci par l'acide acétique, est purifié par cristallisations successives. La concentration de la solution mère (à 25°) est déterminée par dosage électrolytique à 0,05 % près.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de la conductivité spécifique χ (corrigée pour la conductivité de l'eau) et celles de la conductivité équivalente Λ pour les solutions étudiées. Il faudrait, en outre, tenir compte de la conductivité de l'acide acétique résultant de l'hydrolyse de la solution, mais les mesures du pH des solutions montrent que cette correction est négligeable, même pour les solutions les plus diluées où elle atteint à peine l'ordre de précision des mesures de conductivité.

c (éq. gr./litre).	χ ($cm^{-1}.ohm^{-1}$).	$\Lambda = \frac{1000\chi}{c}$.	γ.	K.
0,04224	$211,3 .10^{-5}$	$50,0_3$	0,737	–
0,02112	124,0 »	$58,7_1$	0,782	304.10^{-5}
0,008448	58,97 »	$69,8_0$	0,857	139 »
0,004224	32,44 »	$76,8_0$	0,903	58 »
0,002112	17,31 »	$81,9_5$	0,935	44 »
0,0008448	7,30 »	$86,4_1$	0,960	11 »
0,0002112	1,91 »	$90,4_3$	0,981	2 »

L'allure de la courbe de variation de Λ en fonction de $\sqrt{3c}$ correspond plutôt à un électrolyte fort qu'à un électrolyte faible : les quatre derniers points sont parfaitement en ligne droite et permettent une détermination aisée de la conductivité équivalente limite par extrapolation. La valeur d'ailleurs ainsi obtenue ($\Lambda_\infty = 94,3$) est d'un ordre de grandeur très accep-

table, car d'après la littérature ([2]) les mobilités limites l des deux ions conduisent à $\Lambda_\infty = l_{Ac} + l_{Cd} = 41 + 53,8 = 94,8$.

Cependant la pente de la tangente à la courbe $\Lambda = f(\sqrt{3c})$ n'est pas, pour les grandes dilutions, celle prévue par la théorie des électrolytes forts. Pour un électrolyte de type de valence 1-2, la formule d'Onsager est en effet

$$(1) \qquad \Lambda = \Lambda_\infty - \alpha\sqrt{3c},$$

où à 25° et en prenant $\Lambda_\infty = 94,3$, $l_{Ac} = 41$ le coefficient α est égal à 86,4, tandis que sa valeur expérimentale est 154.

On peut chercher à expliquer cet écart considérable par une dissociation incomplète. L'application de la méthode de Fuoss et Krauss ([3]) ne donne pas de résultats satisfaisants, car elle conduit à admettre une valeur assez incertaine et très basse de Λ_∞. Si l'on considère la valeur $\Lambda_\infty = 94,3$ comme correcte, on peut calculer le coefficient de dissociation γ par la formule d'Onsager qui, pour un électrolyte 1-2 incomplètement dissocié, est

$$(2) \qquad \Lambda = \gamma(\Lambda_\infty - \alpha\sqrt{3c\gamma}).$$

D'autre part, la loi d'action des masses, appliquée à l'équilibre de dissociation de l'acétate de cadmium, donne

$$(3) \qquad \frac{4c^2\gamma^3 f_+ f_-^2}{1-\gamma} = K,$$

où f_+ et f_- représentent respectivement le coefficient d'activité de l'ion Cd^{++} et celui de l'ion $CH_3CO_2^-$. En première approximation, on peut calculer f_+ et f_- par la formule de Debye-Hückel

$$(4) \qquad \operatorname{Log} f_+ = \frac{-4B\sqrt{6c\gamma}}{1 + Aa\sqrt{6c\gamma}}, \qquad \operatorname{Log} f_- = \frac{-B\sqrt{6c\gamma}}{1 + Aa\sqrt{6c\gamma}},$$

en donnant au rayon ionique une valeur arbitraire ($a = 4$ Å), mais plausible.

Les valeurs de la constante K ainsi déterminées sont données dans le tableau ci-dessus; on voit qu'elles varient considérablement avec la concentration. Bien que les formules (2) et (4) ne soient valables que pour des solutions très diluées, il semble que ces variations soient beaucoup

---

([2]) *Tables critiques internationales*; Ferguson et Vogel, *Phil. Mag.*, (7), 4, 1927, p. 233.

([3]) *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 476.

plus grandes que celles que l'on pourrait attendre d'un électrolyte faible.

En résumé, l'acétate de cadmium paraît se rapprocher des électrolytes forts, bien que la tangente à la courbe $\Lambda = f(\sqrt{3c})$ ne soit pas, à la limite, celle prévue par la théorie d'Onsager.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le transport des acides forts et des bases fortes lors de l'électrolyse en solution aqueuse.* Note (¹) de M. **Pierre Jolibois**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans des publications précédentes (²), j'ai été amené à formuler des hypothèses concernant l'électrolyse des sels dissous dans l'eau. J'ai notamment proposé une théorie dans laquelle le processus élémentaire de l'électrolyse est un dégagement d'hydrogène et une production d'oxyde basique à la cathode, tandis qu'à l'anode il apparaît corrélativement de l'oxygène et un acide, les deux phénomènes obéissant rigoureusement à la loi de Faraday.

Il convient donc d'examiner avec soin ces phénomènes élémentaires et en particulier l'électrolyse des acides et des bases. Or, si l'on électrolyse une solution d'un acide fort, on constate du côté de la cathode une fuite de l'acide et son remplacement progressif par de l'eau sensiblement pure.

Voici quelques détails sur une expérience relative à l'acide sulfurique en solution N/100 : l'électrolyse a lieu dans un tube de verre de 1^{cm} de diamètre et la cathode est située à la surface du liquide. Ce tube est relié à un compartiment anodique de grande capacité et situé au-dessous. Deux sondes électriques en platine, situées, l'une à 10^{mm}, l'autre à 38^{mm} en dessous de la cathode, permettent de connaître à chaque instant la résistance R et par conséquent la concentration moyenne C de l'électrolyte situé entre les sondes. En effectuant l'électrolyse avec un courant constant de 2 milliampères, on obtient les nombres suivants :

Temps (m)....	0.	15.	30.	45.	60.	75.	90.
R (ohms).....	$1,6.10^3$	$1,6.10^3$	$2,2.10^3$	$1,3.10^4$	$6,5.10^4$	$12,8.10^4$	17.10^4
C (mg/l).....	490	490	350	50	10	5	4

On voit qu'au bout d'un certain temps une colonne d'eau presque pure

(¹) Séance du 5 mai 1941.

(²) *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, 5, 1938, p. 1429; *Helv. Chim. Acta*, 23, III, 1940, p. 405.

repousse l'électrolyte dont la composition reste constante et qui s'éloigne de l'électrode.

Ce phénomène est général pour les acides forts (et les bases fortes en inversant les pôles). Nous l'avons vérifié en outre pour les acides HCl, HI, pour les bases NaOH, KOH, LiOH. Il en résulte que l'électrolyse des acides forts ou des bases fortes en solution non agitée se transforme instantanément en une électrolyse dont une électrode plonge dans l'eau pure. Cette expérience peut d'ailleurs être montée qualitativement. Dans un tube en U avec un courant constant un peu intense, on voit, du côté de la cathode pour les acides, l'électrolyte s'échauffer par suite de l'augmentation de la résistance. En même temps des bulles gazeuses, dues au dégagement de l'air dissous, dessinent la colonne d'eau superposée à la solution acide. Avec le temps cette colonne augmente régulièrement de hauteur. La surface de séparation, rendue visible grâce à une légère différence d'indice, est agitée et légèrement ondulante.

On peut tirer les conclusions suivantes de ce phénomène, qui ne semble pas jusqu'ici avoir attiré l'attention.

Les acides étant remplacés par de l'eau au cours de l'électrolyse, il en résulte que les ions H suivent les anions et ne sont pas, malgré leur charge, attirés vers la cathode. Les ions ne sont donc pas, comme on le dit souvent, librement errants au sein d'une solution. Même au cours de l'électrolyse, toute portion d'électrolyte contient un nombre sensiblement égal d'ions H et d'anions. La dissociation ionique n'empêche donc pas de considérer des associations ayant des propriétés analogues à celles des molécules.

D'autre part le raisonnement reproduit dans tous les traités pour expliquer les changements de concentration aux électrodes doit être abandonné. Il est fondé sur le déplacement des ions H et OH dans un sens contraire à celui que montre l'expérience citée plus haut. Lorsqu'on dit par exemple que l'ion Cl est cinq fois plus lent que l'ion H, on traduit simplement le fait que 5 atomes d'hydrogène se dégagent à la cathode, tandis qu'une seule molécule d'acide chlorhydrique a cheminé du compartiment cathodique vers le compartiment anodique. Le raisonnement classique est erroné en outre parce que l'hydrogène dégagé à la cathode n'est pas emprunté à l'acide, dans lequel celle-ci ne baigne pas, mais à l'eau de la couche créée par l'électrolyse.

Les changements de concentration aux électrodes dans le cas des électrolyses d'acides forts et de bases fortes sont dus à des déplacements de ces derniers vers l'anode ou la cathode, analogues en tous points à la

cataphorèse. Dans le cas des acides, il se dégage toujours à la cathode de l'hydrogène emprunté à l'eau (dans le cas des bases, de l'oxygène à l'anode). A l'autre pôle, des phénomènes chimiques d'oxydation (ou de réduction) se produisent parfois avec mise en liberté du métalloïde (ou du métal), détruisant ainsi l'acide (ou la base) transporté par cataphorèse vers ce pôle.

Il ne faut pas croire que l'explication de cette cataphorèse exclue l'hypothèse de la charge des ions H ou OH ainsi que celle des ions qui leur sont associés. Elle implique seulement une liaison très forte entre les ions de signe opposé, liaison que le courant électrique ne peut rompre. Le fait que l'ensemble H^+Cl^- soit neutre pris isolément n'implique nullement qu'il le reste en solution. Il suffit de supposer qu'une solution acide ou basique électriquement neutre contienne de l'acide ou de la base porteurs d'une charge égale et opposée à celle de l'eau. L'explication de la cataphorèse constatée devient alors évidente.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Les caractères systématiques des sommes d'intervalles consécutifs entre désintégrations radioactives.* Note [1] de M. **Jean Thibaud**, présentée par M. Louis de Broglie.

J'ai signalé, il y a quatre ans [2], une anomalie qui se présenterait dans le classement par ordre de grandeur x des intervalles de temps entre désintégrations α successives du polonium : elle consiste en écarts périodiques, positifs et négatifs, entre la distribution des intervalles observés et la distribution continue théorique $\beta e^{-\beta x}$ (β inverse de l'intervalle moyen x_0), de sorte que certaines longueurs d'intervalles P se trouvent en excès, et d'autres longueurs D en défaut. Depuis j'ai retrouvé également cette anomalie sur les courbes représentant la distribution des plus grandes valeurs.

1. Pour rechercher comment se succèdent *dans le temps* les diverses classes d'intervalles, j'ai étudié la distribution des sommes obtenues en ajoutant m intervalles consécutifs : là encore le groupage des intervalles successifs par deux, puis par trois etc., révèle une répartition discontinue.

---

(1) Séance du 12 mai 1941.

(2) *Bull. Soc. Fr. Phys.*, n° 406; voir *Journal de Physique*, 7e série, 8, 1937, p. 97 S.

La distribution en fréquence des sommes de deux intervalles (*fig. a*), ou des sommes de trois intervalles (*fig. b*), présente un caractère périodique assez éloigné de la distribution statistique continue

$$p(x) = \frac{\beta^m}{(m-1)!} e^{-\beta x} x^{m-1}.$$

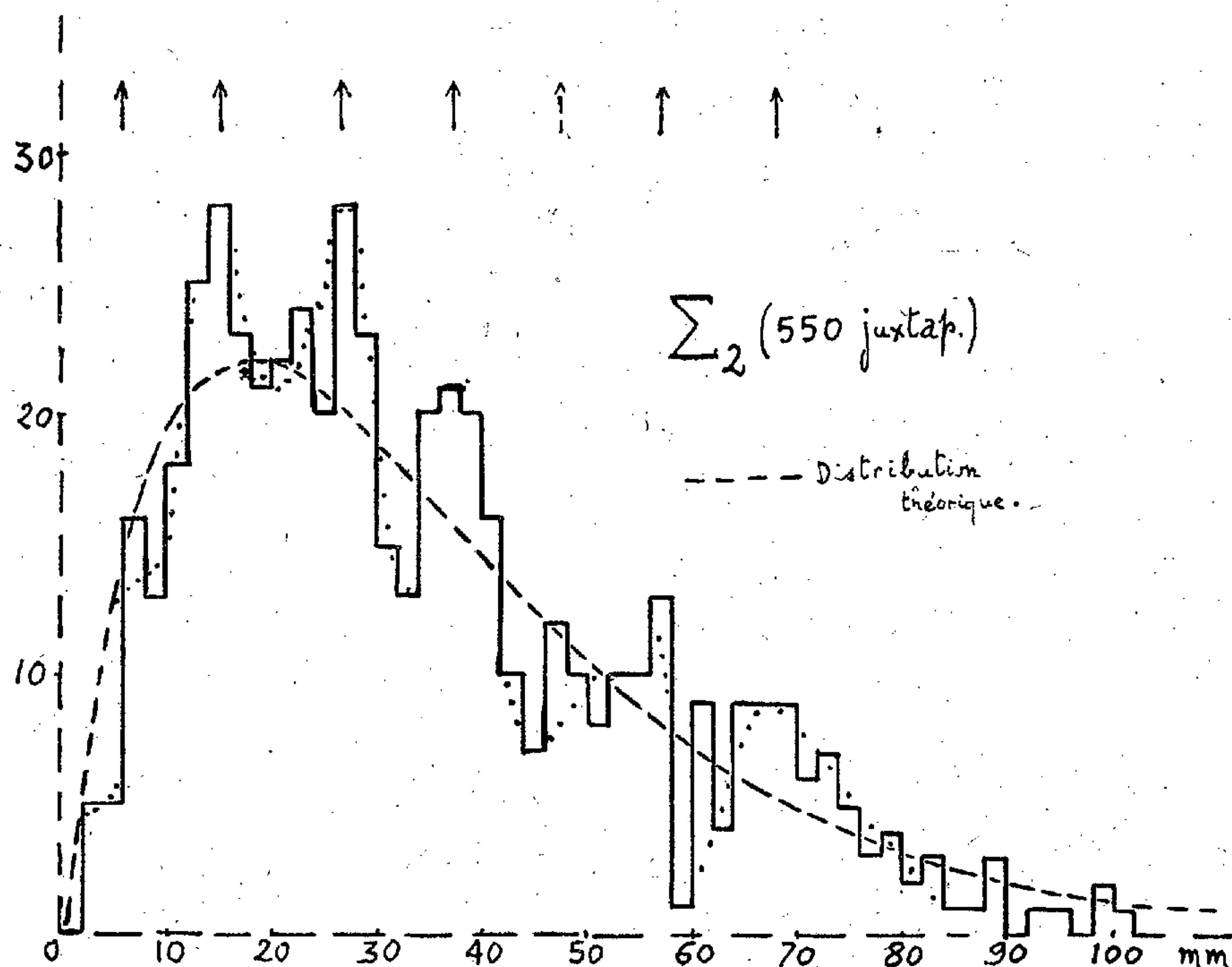


Fig. *a*.

Certaines valeurs de sommes sont privilégiées P (fréquences en excès), d'autres défavorisées D (en défaut). D'une façon très générale, pour les divers enregistrements de désintégration α étudiés et pour les divers modes de découpages possibles de ceux-ci, la périodicité de ces sommes P ou D peut être exprimée au moyen d'une expression paramétrique et d'un intervalle de temps élémentaire X, $P = nX$; $D = (n + 1/2)X$.

2. Sur la distribution réduite obtenue par division préalable des longueurs d'intervalles observés par cet intervalle élémentaire X, on note un défaut de la décimale 0,5 et un excès des décimales voisines de 0,1 ou de 0,9. Ceci est également en faveur de l'existence d'un intervalle élémentaire X.

3. L'ensemble des résultats pourrait être résumé sous la forme suivante : les longueurs des intervalles, ou des groupes d'intervalles successifs,

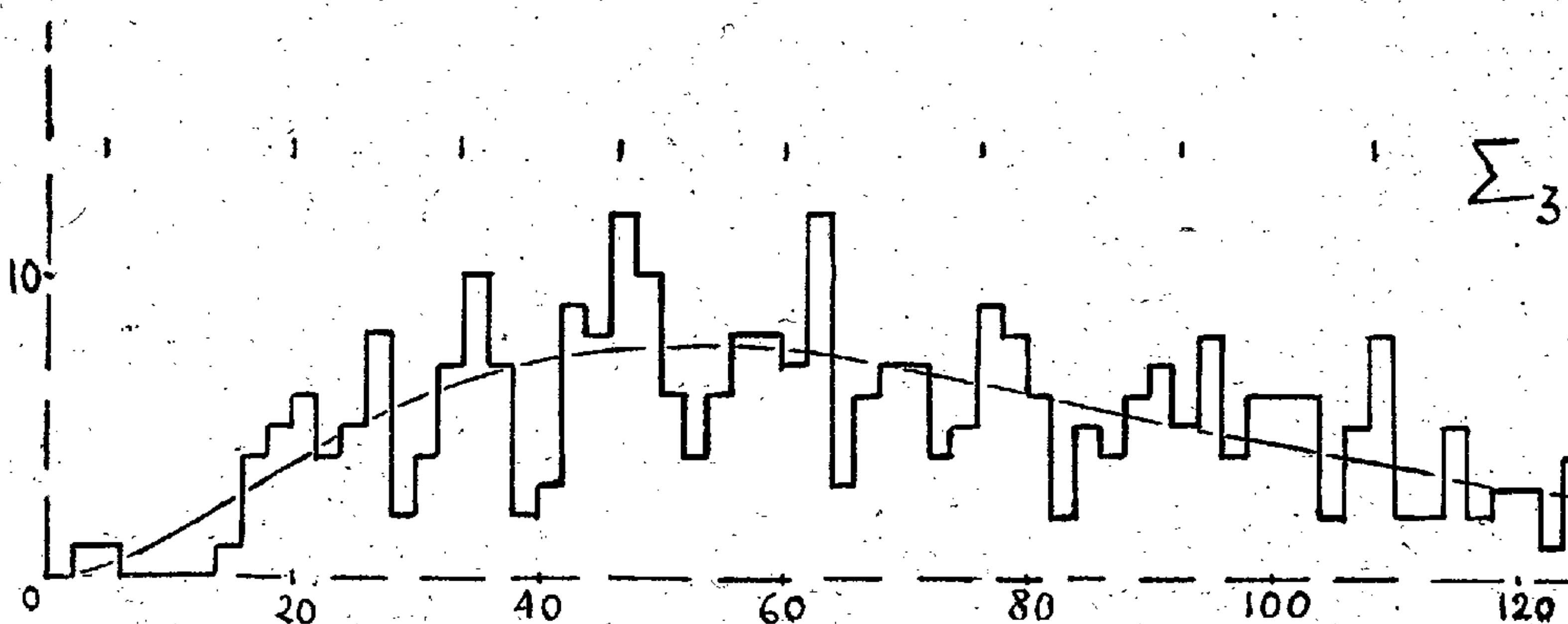


Fig. b.

s'expriment fréquemment par une relation paramétrique d'un élément d'intervalle de temps, qui est lui-même lié à l'intervalle moyen x_0.

4. Ces résultats, qui expriment une tendance générale de la distribution, demandent confirmation sur un matériel statistique plus abondant, mais ce qui, dès maintenant, paraît frappant est la reproductibilité des caractères décrits pour des valeurs numériques toujours les mêmes.

PÉDOLOGIE. — *Évolution des minéraux résiduels et notamment du quartz dans les sols autochtones en Afrique Occidentale française.* Note (¹) de M. Louis Glangeaud, présentée par M. Auguste Chevalier.

Pour distinguer les sols autochtones, formés uniquement d'éléments provenant de la roche mère, des sols allochtones ayant reçu des apports exogènes, nous avons étudié l'évolution des minéraux résiduels dans chaque profil. En effet, les minéraux résiduels provenant de la roche mère ont une évolution irréversible. Ils représentent donc de meilleurs repères que les produits de décomposition très mobiles.

L'échantillon est d'abord examiné au binoculaire. Puis, après attaque aux acides et à la potasse et séparation par liqueurs lourdes, on détermine le pourcentage et la courbe granulométrique des minéraux résiduels. Les

(¹) Séance du 12 mai 1941.

plaques minces permettent de mesurer la grosseur, le pourcentage, et de préciser la forme et la répartition de ces éléments. Avec ces données, nous établissons les courbes de variations du quartz Q et des autres minéraux résiduels R (en ordonnées, la profondeur relative; en abscisses, le pourcentage de quartz). Puis, nous calculons le *coefficient d'éluviation* $E = Qn/Qo$, Qn étant le pourcentage du quartz au niveau n et Qo le pourcentage dans la roche mère. Le *coefficient de décomposition* est $D = Rn/Ro$, où Rn est le pourcentage des minéraux résiduels, autres que le quartz au niveau n et Ro le même pourcentage dans la roche mère.

Cette méthode a été appliquée aux échantillons de la Mission Scaëtta (1937). Nous avons utilisé parmi les profils de l'A. O. F. seulement ceux pour lesquels la roche mère conservait une teneur en quartz sensiblement constante.

Dans les profils autochtones, les minéraux résiduels R, autres que le quartz, disparaissent graduellement par décomposition entre la roche mère et la surface. Si, dans un profil et en dehors des relicts, apparaissent des minéraux nouveaux, des sables éoliens ou des minéraux résiduels plus gros et moins altérés que ceux situés dessous, il y a eu apport de minéraux exogènes. Nous avons pu ainsi reconnaître que des profils, en apparence autochtones, étaient en réalité allochtones.

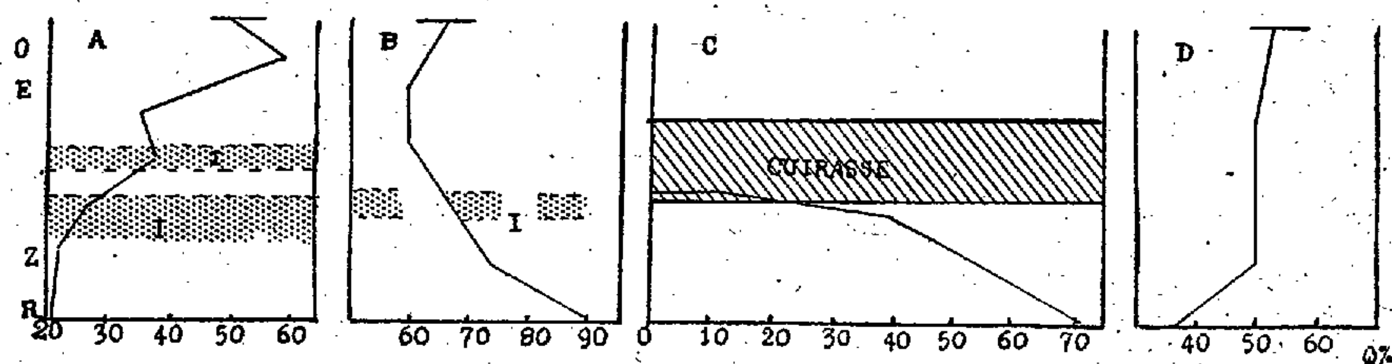
Évolution du quartz. — *Pourcentage.* — A. Dans le cas le plus fréquent (12 profils), la teneur en quartz augmente entre la roche mère et la surface. Ces *types éluviaux* autochtones ont été observés dans la forêt tropicale de la Côte d'Ivoire (*fig.* A, Km. 19 du chemin de fer d'Abidjan, épaisseur 12^m), de l'Est de la Guinée et dans le Nord du Soudan. Les horizons illuviaux I aluminoferriques n'y sont généralement pas encore durcis et ils se superposent au profil sans modifier sensiblement le pourcentage en quartz. L'augmentation du quartz est donc due ici, non à des apports exogènes, mais à la disparition du ciment entraîné par le phénomène d'éluviation.

B. Dans 5 profils, la teneur en quartz diminue en allant vers la surface ($E < 1$). Ceci peut être dû, soit à une dissolution du quartz, soit à un apport de produits de décomposition, formant un sol *semi-autochtone*, la roche mère étant une quartzite (*fig.* B, Sikasso, Soudan, ép. $1^m,30$).

C. Dans les *cuirasses subaériennes* et les croûtes, il y a souvent disparition totale des minéraux résiduels ($E = 0$). C'est le cas dans quatre profils, pour les carapaces subaériennes de plusieurs sommets de la Côte d'Ivoire (*fig.* C, Mt. Nouava, Massif du Nimba, ép. 0^m50) et de la

Guinée. Il a pu se produire ici une exsudation des produits alumino-ferriques qui auraient formé une néoroche, au-dessus de la roche mère.

D. Dans un quatrième type (8 cas), le pourcentage de quartz varie peu



entre la roche mère et la surface (E voisin de 1). Ce type est fréquent dans les *colluvia de dépression* et de bas de pente. On a là un sol semi-autochtone (*fig.* D, Massif de Man, ép. 4^{m}), dans lequel les éléments entraînés en profondeur sont remplacés par des produits de décomposition amenés par ruissellement. Mais il n'y a pas ici d'apport ou de départ de minéraux résiduels, comme dans les sols allochtones.

Grosseur. — La diminution de grosseur des grains de quartz se produit rarement par dissolution, mais presque toujours par fragmentation. Les grains de quartz peuvent, dans la roche mère, offrir une courbe granulométrique irrégulière, notamment dans les granites et dolérites à micropegmatite, ainsi que dans les complexes métamorphiques. Dans les complexes métamorphiques, le quartz provient soit de grains formant les lits des gneiss et micaschistes, soit de cristaux plus gros constituant les amandes et les filonnets. Dans ces cas les deux grosseurs restent distinctes sur une partie du profil. Vers la surface, les grains les plus gros tendent, par diminution, à se confondre avec les grains fins. La pédogenèse provoque ainsi une *régularisation des grosseurs*.

Forme. — Le quartz, xénomorphe dans la roche mère et dans les ersatz, perd ses caractères primitifs vers la surface où ses petites indentations disparaissent. Pour les grains de quartz homogènes et non fissurés, les angles ont tendance à s'arrondir. Par contre, si le quartz est fissuré, les grains se fragmentent avec des angles aigus et des cassures conchoïdales. Ces variations de la forme sont surtout nettes pour les éléments au-dessus de 200^{μ}.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'une ligne de rebroussements des plis posthumes au sud de Reims.* Note (¹) de M. **Paul Jodot**, transmise par M. Lucien Cayeux.

Le brusque rebroussement de l'anticlinal de Gamaches (²) dans la Montagne de Reims ne représente pas une anomalie tectonique isolée. Cette déformation correspond à l'un des points d'une ligne axée, à direction grossièrement subméridienne, jalonnée par des rebroussements, partiellement en abaissement d'axe, des autres ondulations champenoises, situées plus au Sud. Tous ces rebroussements ont la forme d'un V évasé, souvent à fort relief, et les branches du V sont travaillées différemment par l'érosion : dans le pli de Gamaches, l'angle du V est érodé; la branche ouest du V n'existe plus dans l'anticlinal du Montaigu; par contre, dans les ondulations du bois du Tartre et du Bray, chacun des axes traverse ou bien passe en bordure des buttes-témoins, isolées de la cuesta.

Voici le tracé des rebroussements au sud de l'anticlinal de Gamaches :

1° L'anticlinal secondaire du Montaigu, nouvellement identifié, qui vient de l'Ouest, porte la craie vers 200ᵐ à Mutigny. De ce village, l'axe esquisse un V, particulièrement érodé, jusqu'au Moulin Battreau, passe sur le mamelon 185 couvert de meulières sannoisiennes en débris, avant de faire remonter le Sénonien C^8 à 198ᵐ au Montaigu (212ᵐ) et d'aboutir à Ambonnay. 2° L'anticlinal à relief mousse du Multien coupe le plateau, en Sannoisien voûté, de la Brie champenoise : de la cote 252 (Sud d'Igny-le-Jard), il gagne au SSE le point 255 (Est de Villers-au-Bois); par un rebroussement peu accusé vers le Nord, il contourne Gionges-Saint-Ferjeu. Puis, le Maestrichtien s'élève à 218ᵐ sous le point haut 240, et l'axe atteint le Mont-Blanc au sud du Mesnil-sur-Oger. 3° L'anticlinal du Bois du Tartre monte à 248ᵐ avec le Stampien de Férébrianges; il semble gagner, par un double crochet, les buttes isolées en Maestrichtien avec meulières de Brie, la plus méridionale, celle de Toulon-la-Montagne, qu'il longe sans atteindre le point haut 239, mais traverse celle de Charmont (210ᵐ) au Nord; puis le pli borde, par le Sud, le Montien du Mont-Aimé et abandonne la craie sénonienne au Nord-Est de Pierre-Morains. 4° L'anticlinal du Bray, bien jalonné par le Stampien de Charleville à Allemand, prend une

(¹) Séance du 12 mai 1941.

(²) P. Jodot, *C. R. S. S. G. F.*, 31 mars 1941, p. 34-35.

direction telle qu'il doit laisser sur son flanc méridional la butte de Chalmont (201m), couronnée de meulières fragmentaires du Sannoisien. Son axe semble remonter d'une façon brusque à partir d'une des cotes 183 ou 180 jusqu'au Mont-Aout (221m), coiffé des mêmes roches siliceuses; d'où, sans quitter la même craie, recouverte de blocs assez « volumineux » en grès stampiens et de « petits cailloux de meulières » [3], il décrit, au Nord de Fère-Champenoise, un arc de cercle jusqu'à Montépreux. 5° C'est entre les deux derniers rebroussements de Toulon-la-Montagne et de Chalmont que les marais de Saint-Gond occupent, dans le synclinal du Thérain, leur surface transversale la plus étendue : peut-être y a-t-il là aussi une amorce de rebroussement.

Le voisinage de cette ligne de rebroussements paraît avoir eu une certaine répercussion sur la géologie locale :

a. Tout d'abord, rappelons « le caractère très spécial des dépôts tertiaires de l'Est du Bassin de Paris », indices pour P. Lemoine [4] d'une « ligne de Schaarung » : 1° les zones les plus inférieures du Thanétien localisées dans la région de La Fère; 2° les lagunes sparnaciennes envahies dès le début de l'Yprésien, beaucoup plus tôt qu'ailleurs; 3° le dépôt des premiers sédiments bartoniens (Mont-Notre-Dame); 4° l'importance du Ludien marin dans la région de Reims.

b. D'autres formations stratigraphiques sont mieux groupées que les assises précédentes, sur la bordure de la cuesta entre Reims et Sézanne. Leurs dépôts s'allongent dans une bande territoriale subméridienne; ils se déposèrent ainsi parallèlement et bien plus près de la ligne des rebroussements : 1° le Montien du Mont-Aimé et de Vertus accumule ses sédiments dans un chenal étroit en forme de fjord; 2° pendant le Thanétien, le travertin de Sézanne est relié au lac de Rilly-la-Montagne par un fleuve, tandis que trois golfes marins, emboîtés les uns dans les autres, se succèdent et s'avancent en Champagne; le second, le plus resserré de toutes les avancées marines tertiaires, celui de l'assise à *Pholadomya Konincki*, représente au Nord-Ouest de Reims les sédiments marins de cet étage, les plus anciennement connus; 3° un fleuve yprésien et son large estuaire sableux avec Unios et Térédines s'étendit depuis Sézanne jusque dans la partie occidentale de la Montagne de Reims.

c. A signaler l'hydrologie très particulière des fonds de vallées

(3) J. Laurent et P. Lemoine, *B. S. G. F.*, 4e série, 12, 1912, p. 323.

(4) *Cinquantenaire de la Soc. Géol. de France*, 11, 1930, pp. 401-498, pl. XLIX-L.

marécageuses des marais de la Vesle, près de Reims, et des marais de Saint-Gond.

d. Enfin on tiendra compte d'une série de petites failles de glissement à direction subméridienne : 1° les failles de la craie à Dieu-Lumière, dans le sud-est de la ville de Reims, se trouvent placées dans le prolongement N de la ligne de rebroussements; 2° d'autres failles s'échelonnent dans le Tertiaire, à l'ouest de cette ligne, suivant une orientation générale NNW : *a.* au Mont Bernon près d'Epernay; *b.* non loin de Pourcy; *c.* 14 petites failles à Pargny-les-Reims; *d.* entre Jonchery et Hervelon; *e.* à Cormicy.

La « ligne de Schaarung », entrevue par P. Lemoine, et la ligne axée de rebroussements des plis posthumes dont j'indique le tracé, ne représentent, à mon avis, qu'un seul accident tectonique. Cet axe transversal a pu se former à la limite de la zone affaissée du Bassin de Paris et d'une région profonde de roches massives édifiées en un dôme allongé. C'est probablement l'enfoncement du Bassin parisien qui, par subsidence, motiva l'ébauche du plissement, et provoqua, par contre-coup, la naissance des petites failles de tassement.

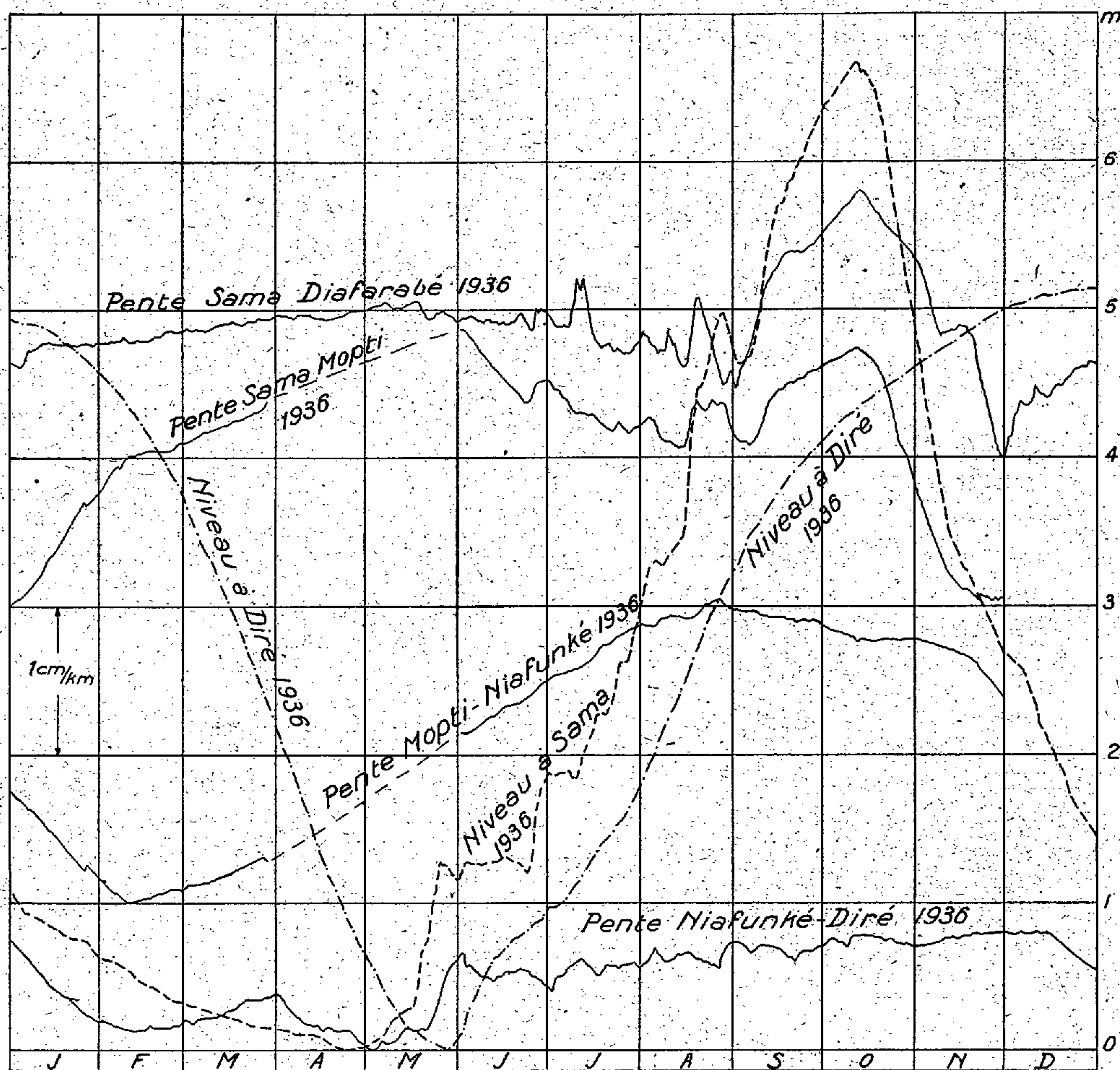
HYDROLOGIE. — *La marche des pentes du Niger entre Sama et Diré.* Note de M. **Vladimir Frolow.**

En aval de Sama et jusqu'à Tondifarma, les échelles de crue du Niger n'ont pas été rattachées à un repère commun. C'est pourquoi, pour ce parcours du fleuve, on étudiera seule la *marche* de la pente, sans pouvoir en donner la valeur.

Les échelles comparées sont, d'amont à aval, Sama, Diafarabé, Mopti, Niafunké, Diré. La station de Diafarabé n'ayant pas d'années communes avec Mopti, on a comparé Sama avec chacune d'elles. Le graphique accompagnant cette Note représente la pente additionnelle qui résulte de la variation de la différence de niveau au-dessus de sa valeur minimum.

Sama-Diafarabé. — Sama se trouve dans la partie amont des inondations et Diafarabé au départ du marigot de Diaka, à l'origine du delta intérieur actuel du Niger. Sur ce parcours, sous l'action du vidage du lac Débo, la pente augmente lentement jusqu'à l'arrivée de la crue, lorsque se produit une brusque diminution de la pente, suivie par une nouvelle et forte augmentation due à la stabilisation du niveau de l'inondation à Diafarabé,

tandis que l'eau monte encore à Sama. Ce fait explique le maintien du lit dans les sables, car il y a ici augmentation de la vitesse pour le plus fort volume des eaux. L'étal du maximum de la crue terminé à Diafarabé, la pente diminue brusquement, mais en ce moment il n'y a plus de sédiments



transportés en quantité notable et le débit d'étiage suffit pour maintenir le lit. On vérifie aisément sur le graphique que, pour un même niveau à Sama, la pente est plus forte à la montée qu'à la décrue des eaux.

Sama-Mopti. — Ici toute la marche des pentes est dominée par le niveau du lac Débo. La pente augmente en raison de la baisse de celui-ci pendant la décrue et en étiage, à partir du moment, variable d'année en année, où

le débit de l'exutoire du lac l'emporte sur celui qui y arrive. Pendant la montée de la crue, la pente montre une tendance générale à la décroissance; cependant, à chaque augmentation de la rapidité de la montée des eaux à Sama, correspond un accroissement de la pente auquel succède une diminution dès que la montée à Sama se ralentit, ou lorsqu'il y a une stabilisation passagère du niveau. La cause en est évidemment dans le remplissage du lac.

Mopti-Niafunké. — La marche de la pente affecte entre ces deux échelles la forme d'une grande onde annuelle avec un maximum coïncidant avec le maximum en amont du lac, à Mopti, et un minimum pendant l'étiage en cet endroit, lorsque le premier quart environ de la décrue en aval du lac est réalisé. Ce régime s'explique par l'emmagasinement dans le lac Débo. Le maximum du graphique des pentes est dû à la surélévation des eaux en amont par rapport à la surface du lac dont l'altitude varie sensiblement moins. Le minimum est dû à la baisse des eaux du lac qui continue pendant que l'étiage stabilise le niveau en amont. Aucune conclusion sur les conditions locales d'écoulement ne peut être tirée de ces constatations par suite justement de l'existence du lac Débo.

Niafunké-Diré. — Sur ce parcours on retrouve les conditions d'écoulement dans un canal, la pente augmentant avec la crue. Le graphique présente des variations secondaires qui seront discutées ultérieurement. La valeur de la pente totale est très réduite en aval du lac Débo, et ses variations intéressent peu le lit, car le débit solide y est négligeable.

AGRONOMIE. — *Amendements à apporter aux sols tropicaux dégradés pour la régénération de la fertilité.* Note de M. **Hélios Scaëtta**, présentée par M. Auguste Chevalier.

La technique de la fumure minérale du sol semble devoir être pratiquée dans les pays intertropicaux humides sous une forme très particulière et insoupçonnée jusqu'à ce jour, infiniment moins coûteuse aussi, puisque les engrais chimiques sont remplacés ici, grâce au climat, par des roches banales, pourries, alors que dans les zones tempérées la lenteur de l'action climatique nécessite l'épandage de substances facilement décomposables. Cette conclusion est conforme à celle déjà exprimée par A. Demolon [1].

[1] *Chimie et Industrie*, numéro spécial des *Journées des Engrais*, Paris, 1939.

Les roches qui nous paraissent remplir le mieux le rôle de reminéralisateurs sont : le groupe des rhyolites-granites; les néphélines-syénites; les diorites, les gabbros; les quartz-monzonites; latites, dacites, la plupart des schistes métamorphiques, les phonolites, les basaltes et basaltites. Parmi les roches sédimentaires, celles qui contiennent de hautes proportions des feldspaths, hornblende, pyroxène et glauconite. Les calcaires et marnes paraissent efficaces, si on les emploie en association avec des roches cristallines. Parmi les sédiments clastiques, citons les grès feldspathiques (arkoses).

L'expérience modifiera naturellement cette liste et établira une hiérarchie des roches d'après leur composition en fonction du sol qu'elles sont appelées à fertilliser.

Le degré d'altération des roches destinées à être incorporées au sol devrait, à notre sens, ne pas dépasser celui de la séricitisation. L'altération pourrait probablement être obtenue par une application judicieuse des *phénomènes de pneumatolyse* qui utiliserait au maximum les ressources locales (eaux chargées de CO^2, hautes températures solaires, bois et huiles végétales).

L'adoption des principes qui viennent d'être énoncés à la suite de nos observations nous paraît avoir une importance fondamentale pour l'avenir de l'agriculture des pays intertropicaux.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action du benzoate d'œstradiol en solution huileuse dans la différenciation du sexe d'une race de* Rana temporaria *L. appartenant au type différencié.* Note de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans une précédente étude, j'ai montré (1938) que l'hormone femelle, administrée sous forme de benzoate d'œstradiol en solution huileuse à une race indifférenciée de *Rana temporaria* L., avait une action homologue sur la différenciation du sexe, en ce sens que tous les animaux traités étaient femelles lors de la métamorphose, comme les témoins. Cependant Padoa (1936-1938), Foote (1938), Witschi et Crown (1937) (1), administrant

(1) L. Gallien, *Bull. Biol. France et Belgique*, **72**, 1938, p. 269; E. Padoa, *Monit. Zool. Ital.*, 1936, p. 285; *Arch. Ital. Anat. Embr.*, **40**, 1938, p. 122; Ch. Foote, *Anat. Rec.*, **72**, 1938, p. 120; E. Witschi et E. Crown, *Anat. Rec*, **70**, 1937, p. 121.

l'hormone femelle en solution aqueuse chez d'autres Anoures, *Rana esculenta* et *Rana pipiens*, obtinrent une masculinisation des gonades, résultat qui traduit une action hétérologue de l'hormone femelle.

Deux questions se sont trouvées posées alors : 1° Le résultat contradictoire observé tenait-il au fait d'opérer sur deux espèces différentes et surtout sur deux types raciaux différents ?

2° Si le benzoate d'œstradiol en solution huileuse a une action homologue dans la différenciation du sexe, comment se traduira cette action sur une race différenciée de *Rana temporaria*, dans laquelle on peut admettre que les facteurs génétiques de la détermination sexuelle sont plus forts que dans une race indifférenciée ?

Dans le but d'élucider ces deux questions, les expériences de 1938 furent reprises sur une race différenciée de *Rana temporaria*, race de montagne provenant du refuge de Pratlong (Sud de Luchon, altitude 1860^{m}).

L'expérience a été conduite de la manière suivante :

Origine des Grenouilles : Pratlong.

Développement du lot étudié, séries définies. — Des pontes fraîches ayant été observées le 4 juin 1938, il fut recueilli le 12 juin un lot de têtards. Ceux-ci venaient de résorber leurs branchies externes, le spiracle était formé. L'âge des têtards, leur état, correspondaient au stade où la gonade est encore indifférenciée.

Les animaux furent divisés en plusieurs séries, dont deux sont à retenir ici :

Série B. — 30 têtards furent destinés à constituer le lot témoin. Les animaux furent élevés à la température de 19° à 20°, qui, on le sait, représente, chez les races différenciées, le point thermique assurant à la métamorphose la *sex-ratio :* 1 ♂, 1 ♀.

Série D. — 40 têtards, élevés à 19-20°, reçurent trois injections (les 13, 22 et 27 juin) d'une solution huileuse de benzoate d'œstradiol titrée à 1^{mg}, soit 10000 U. I. pour 1$^{cm^3}$. Chaque têtard a ainsi reçu environ la valeur de 65 U. I.

La métamorphose s'est déroulée entre le 11 juillet et le 6 août pour la série B, entre le 18 juillet et le 6 août pour la série D. 28 têtards de la série B et 32 têtards de la série D achevèrent leur métamorphose et furent étudiés histologiquement. Au cours de l'autopsie, il fut constaté que tous les animaux de la série D avaient encore, sous les téguments, de fines gouttelettes, plus ou moins émulsionnées, de la solution injectée.

L'étude des animaux a montré les faits suivants :

Série B. — Sur 28 animaux, 13 étaient mâles, 15 étaient femelles, ce qui représente très sensiblement une *sex-ratio* 1 ♂ : 1 ♀ et établit que la race en cause est du type différencié. Les ovaires étaient à un stade avancé et remplis d'auxocytes.

Série D. — Sur 32 animaux, 18 étaient des ♀ pures, à ovaires très développés présentant un développement marqué des auxocytes; 2 étaient

des mâles purs; 12 étaient des intersexués. Le degré d'intersexualité de ces 12 animaux était variable; 2 avaient des ovariotestes à tendance ♀ assez accentuée, 2 avaient des ovariotestes à tendance ♂, 7 avaient, d'un côté, un ovarioteste à tendance ♂ et de l'autre un testicule pur, 1 présentait, à gauche, un ovaire pur avec nombreux auxocytes, à droite, un ovarioteste.

On peut donc admettre que les 18 ♀ étaient des ♀ génétiques, sur lesquelles l'action homologue de l'œstradiol n'entraîne aucune modification, et que 14 animaux étaient des ♂ génétiques, qui ont été, à des degrés variables, transformés en intersexués sous l'action de l'hormone ♀. Celle-ci a donc eu une action homologue, qui, dans l'ensemble, a été relativement faible.

Ces résultats permettent d'apporter une réponse aux deux questions posées :

1° Le benzoate d'œstradiol, administré en solution huileuse, n'a pas, sur une race différenciée de *Rana temporaria*, d'action hétérologue. Il ne masculinise pas les animaux, qu'il s'agisse de ♀ ou de ♂ génétiques.

Ceci permet de conclure que les résultats obtenus, lorsque l'hormone agit en solution aqueuse, ne tiennent pas à la race considérée. De l'ensemble des résultats obtenus par moi-même et par les auteurs cités ci-dessus, on peut dire que le résultat paradoxal d'une hormone femelle ayant une action masculinisante lorsqu'elle est administrée en solution aqueuse, ne tient ni aux races, ni aux espèces en cause, mais au mode d'administration, celui-ci étant lié au solvant.

2° L'action de l'hormone ♀ en solution huileuse est homologue. Elle se traduit uniquement, chez les ♂ génétiques, en entraînant de l'intersexualité. Les ♂ génétiques possèdent des ovariotestes, sans toutefois qu'un animal subisse un renversement sexuel total dans le sens ♂ → ♀.

La séance est levée à 15h 25m.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MAI 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 4 juin au lieu du lundi 2.

AÉRODYNAMIQUE. — *Souffleries aérodynamiques avec réservoir aspirateur.* Note de M. **Albert Caquot.**

J'avais posé, il y a quelques mois, le problème de la soufflerie de dimensions normales à très grande vitesse.

Les avions atteignent actuellement des vitesses telles que, dans les réactions de l'air, la compressibilité intervient de façon notable.

L'extrapolation des résultats tirés des souffleries actuelles à faible vitesse cesse d'être légitime, même au titre d'évaluations approchées.

Avec les types actuels de souffleries, la puissance mise en jeu atteint des grandeurs telles qu'il faut chercher d'autres organes que ceux des souffleries à action directe, où la puissance des moteurs fournit à chaque instant ce qui est nécessaire au mouvement de la veine fluide.

L'idée simple, et ici parfaitement réalisable, est celle de l'accumulation préalable de travail.

L'expérience sur le modèle, avec des dynamomètres ou des balances convenables, peut durer environ 5 secondes, tandis que, même avec des moyens rapides, la mise en place et le réglage des modèles ne permet pas de rythmer les essais à moins de 10 minutes d'intervalle.

La puissance d'entretien se trouverait par accumulation ainsi réduite au 120 de la puissance pendant l'essai.

On obtiendra ce résultat en réalisant l'aspiration de la tuyère par un réservoir mis en dépression à l'aide d'une pompe en fonctionnement continu. Le débit permanent pour l'exécution de la mesure aérodynamique est assuré par la présence dans la tuyère d'une section à vitesse sonique.

La Note ci-dessous (page 889) de MM. Villey et Jamin fixe les conditions de fonctionnement. Si la vitesse est subsonique, la tuyère sera immédiatement en aval de la chambre d'expérience, par suppression du divergent et de la chambre de repos où sont localisées les pertes principales des souffleries de type actuel.

On passera à la soufflerie supersonique en remplaçant le convergent par un convergent-divergent.

Un facteur essentiel du bon rendement est la manœuvre très rapide des clapets qui établissent ou arrêtent l'écoulement. Ces clapets sont disposés en batterie. M. Jamin a expérimenté un type de clapet manœuvré à l'air comprimé qui donne de bons résultats.

Une autre difficulté réside dans le refroidissement intense de la veine avec formation de givre. Elle peut être éliminée en utilisant de l'air sec, en circuit fermé. A l'amont, l'air serait pris dans un ou plusieurs ballons où l'air pompé du réservoir aval serait maintenu simplement à la pression atmosphérique.

Une telle réalisation du circuit fermé permet l'utilisation d'un gaz quelconque, ce qui peut être intéressant au point de vue de la variation de viscosité et au point de vue de mesures industrielles directes.

L'ordre de grandeur d'une telle installation se détermine ainsi :

Soit à obtenir le mouvement d'un courant d'air de 6^{2} de section à 300 mètres par seconde.

La mesure durerait 3 secondes, les débits perdus à l'ouverture et à la fermeture équivaudraient à un écoulement de 2 secondes au régime de mesure.

Au total, le volume mis en jeu serait de $6 \times 300 \times 5 = 9000^{m^3}$ avec un volume spécifique égal à 1,5 fois le volume spécifique à la pression atmosphérique.

Il serait prélevé à l'amont dans le ballon 6000^{m^3}.

Le volume du réservoir aval résultera d'un calcul de maximum d'économie entre le prix de l'augmentation de capacité, et le prix de l'augmentation du travail par la variation des pressions limites.

Prenons comme exemple le cas où ces pressions limites sont 0,60 et

0,80 atm. En négligeant dans cette première approximation les variations de température, en appelant m la masse d'air aspirée, M la masse d'air du réservoir à la fin de l'aspiration, nous trouvons pour volume du réservoir $V = (6000/0,8)\ M/m$ avec $M - m/M = 0,6/0,8$ ce qui donne $M = 4m$, $V = 30\,000^{m^3}$.

Admettons que le travail de recompression des 6000^{m^3} se fasse en moyenne avec une augmentation de pression de 0,3 atm., nous trouvons un travail inférieur à 2×10^7 kgm, correspondant pour 10 minutes à une puissance de moins de 500 chevaux.

Ces réalisations sont très accessibles; la puissance est de beaucoup inférieure à celle des souffleries actuelles de grandes dimensions et le volume des réservoirs facile à réaliser. MM. Villey et Jamin apportent dans ce domaine des observations et une expérience particulièrement précieuses.

ÉCONOMIE RURALE. — *Une Algue marine peut fournir de grandes quantités d'un aliment égal à l'avoine pour chevaux, bétail et volaille.* Note de M. **Louis Lapicque**.

En ce moment où la nécessité s'impose d'utiliser au maximum les ressources du sol national, je désire appeler l'attention sur les Algues marines. On peut en effet, par un changement relativement simple dans la technique d'exploitation, récupérer sur ces végétaux, par centaines de milliers de quintaux, une matière organique équivalent, poids pour poids, à l'Avoine dans l'alimentation des Chevaux, du bétail et de la volaille. Ceci n'est pas une vue théorique, c'est le résultat d'expériences directes poursuivies pendant plusieurs années et qui ont été poussées jusqu'à la pratique sur des attelages de travail.

Au début de l'année 1917, pendant l'autre guerre, l'intendant militaire Adrian, partant d'une ressemblance superficielle sur des chiffres d'analyses chimiques, se demanda si il n'y avait pas moyen de tirer des Laminaires un aliment, pour les Chevaux, capable plus ou moins de remplacer l'avoine déficitaire; il s'adressa au service des Inventions dirigé par notre regretté Confrère J.-L. Breton pour faire étudier la question et l'on commença des recherches à mon laboratoire du Muséum. J'étais fort sceptique et restai d'abord simple témoin. En fait des Laminaires, soumises à des lavages abondants et répétés (*lavage*

méthodique) par l'eau douce additionnée d'un peu d'acide, puis séchées et hachées, furent acceptées par des chevaux; une partie de la ration d'avoine étant remplacée par cette matière, on constata le maintien du poids et du bon état des animaux (1).

J'entrepris alors une étude plus précise, avec le concours de deux chimistes, un français M. E. Barbé, et un américain M. Powick. L'intendance fournit la matière première, qui fut essayée sur des Chevaux installés dans les écuries du laboratoire. On détermina un régime d'entretien strict, avec paille, foin et 2^{kg} d'avoine, puis on substitua les algues à l'avoine, poids pour poids. Les Algues, qui avaient toujours subi un lavage prolongé, soit à l'acide, soit à la chaux, furent digérées totalement après 8 jours d'accoutumance; elles suffirent à l'entretien pour les animaux au repos; mais ce régime se montra insuffisant, dès qu'il y eut travail, même léger (*Bull. du Muséum*, 1918, p. 354).

Dans l'été de 1918, je repris l'étude des Algues à partir de végétaux recueillis par moi-même dans leur habitat. Par des constatations directes comme par la bibliographie, je compris que les lavages laborieux auxquels avaient été soumises les Laminaires avaient eu pour résultat d'éliminer, outre une proportion notable de mannitol sans intérêt physiologique (le mannitol a une saveur sucrée prononcée, mais traverse l'organisme sans être attaqué), l'hydrate de carbone qui est dans les plantes l'équivalent de l'amidon chez nos plantes terrestres. La *laminarine*, identifiée autrefois par Schmiedeberg, et étudiée plus récemment par le botaniste suédois Kylin (2), est, comme l'amidon, un polyglucose, mais soluble comme le glycogène; hydrolysable par les ferments digestifs, elle paraissait une matière alibile essentielle; il fallait ne pas la perdre en débarrassant l'Algue des sels qui la rendent hygroscopique et peut-être toxique (iodures, sels de magnésium et de potassium). Utilisant la différence des vitesses de dialyse, on obtient ce résultat par un lavage de 15 minutes dans un lait de chaux léger suivi d'un rinçage. La matière résultante n'est nullement visqueuse et sèche facilement; provenant d'Algues cueillies en août et septembre, elle fournit 30 à 40 % de glucose digestible. Elle doit donc pouvoir remplacer l'Avoine, tandis que les Algues longuement lavées, ne contenant plus guère

---

(1) Adrian, *Comptes rendus*, 166, 1918, p. 5.

(2) Plusieurs mémoires dans *Z. f. Physiolog. Ch.*, de 1913 à 1917, notamment 94, 1915, p. 354.

que des celluloses *lato sensu*, et des pentosanes, ne sont que du foin, comme l'avaient montré les essais sur les animaux [3].

De tels essais ont au contraire confirmé la valeur des Algues d'été traitées comme ci-dessus. Les plus décisifs ont été réalisés au laboratoire des recherches vétérinaires de l'armée, sous la direction de M. Brocq-Rousseu, au printemps de 1920. Quatre Chevaux, répartis en deux attelages, dont chacun tirait chaque jour 1200^{kg} au pas sur 13^{km}, ont été mis à une ration juste suffisante, comprenant $3^{kg},500$ d'Avoine; puis, pour l'un des attelages, l'avoine fut remplacée, partiellement d'abord, totalement ensuite pendant 15 jours consécutifs, par un même poids d'algues. Les animaux sont restés en état excellent; ils ont tiré avec la même vigueur; leur poids a légèrement augmenté et, après cette période, la ration restant la même, le travail fut notablement augmenté pendant 4 jours consécutifs, (1600^{kg} sur 25^{km}); les animaux se sont aussi bien comportés que les témoins nourris à l'avoine [4].

Cette *avoine marine* pourrait être utilisée aussi comme aliment pour d'autres animaux, les bêtes à corne, très probablement; j'ai eu l'occasion de constater que les vaches en mangent volontiers. Pour la volaille, Mme Lapicque et moi avons constaté, dans des expériences sur des Coqs et des Poules nourris au sarrasin, qu'on pouvait remplacer la moitié de la ration par des Algues en poids égal; l'engraissement et la ponte continuaient sur le même rythme [5].

C'est donc une denrée qui serait hautement précieuse en ce moment. Or il n'y a guère de sacrifice à faire pour en obtenir dès cet été des quantités importantes; il y a seulement une routine à changer.

Je considérerai ici la seule *Laminaria flexicaulis*. Sur presque toute la côte du Finistère, elle est récoltée pour faire de l'iode. Dans ce but, on la fait sécher, opération assez laborieuse, puis on la brûle dans des fosses rustiques, opération délicate dans laquelle une proportion notable d'iode est toujours volatilisée, même aux mains des *soudiers* les plus habiles. La cendre appelée soude, est achetée, suivant son titre en iode, par des usines fort simples qui en tirent l'iode et le chlorure de potassium. La précieuse matière organique est ainsi sacrifiée.

---

(3) *Bull. off. de la Direction des Recherches et Inv.*, **1**, 1920, p. 682. Le brevet auquel il est fait allusion p. 690 est tombé dans le domaine public.

(4) Rapport de M. Brocq-Rousseu, *Bull. off. de la Direction des Recherches et Inv.*, **2**, 1921, p. 53.

(5) *Bull. off. de la Direction des Recherches et Inv.*, **1**, 1920, p. 701.

Il faudrait, sans séchage ou, au besoin, après un séchage sommaire, laver les Algues comme je l'ai dit plus haut. L'installation est des plus simples : deux bassins en maçonnerie pareils aux lavoirs de campagne, sur le bord d'un ruisselet. La même main-d'œuvre effectuerait le lavage au lieu du brûlage; le second séchage est très rapide.

Quant à l'iode, que, dans la situation actuelle, on ne peut songer à sacrifier, on le récupérerait assez simplement en le précipitant dans le premier bassin sous forme d'iodure cuivreux. Le principe est bien connu; la technique pour le cas particulier a été réglée avec précision et mise au point dans des conditions industrielles par M. Devillers qui y a ajouté un collage ([6]). Le précipité qui adhère au fond du bassin résiste à l'écoulement du liquide surnageant; il constitue une nouvelle matière première infiniment plus concentrée que la soude et facile à transporter. Les usines actuelles, si elles ne veulent pas transformer leur pratique, auraient un rôle commercial et technique comme ramasseurs du produit, fournissant les réactifs et surveillant l'opération.

La richesse en laminarine, qui fait de l'avoine marine un équivalent exact de l'avoine céréale, ne s'obtient que sur *L. flexicaulis* en août et septembre, et encore à la condition qu'il ne s'agisse pas d'Algues repoussées sur une coupe de printemps. Dans ce dernier cas, la valeur alimentaire, quoique moindre, serait encore très intéressante dans les conditions actuelles; il est probable que les récoltes de cet été dans les gisements littoraux du Finistère régulièrement exploités par les goémoniers donneront surtout des produits de second ordre. Mais il existe sur les côtes de France bien d'autres gisements qui actuellement ne sont pas exploités parce qu'ils sont moins avantageux et que l'iode, seul produit de l'exploitation, paie mal; l'iode sous-produit de l'avoine marine paierait. Là il s'agirait moins de révolution dans les habitudes que de travail nouveau à organiser, ce qui est socialement plus facile, et serait sans doute bien venu des marins en chômage. Je connais un armateur entreprenant qui y pense. Il faut signaler, comme localité particulièrement favorable, les parages de l'île Bréhat où les Algues ont été exploitées industriellement jusqu'à une date récente; elles ne le sont plus que comme engrais agricole, usage très ancien, très général et très fécond, mais qui néanmoins, s'il est pratiqué sans discernement constitue un fâcheux gaspillage. C'est une question que j'examinerai dans une prochaine Communication.

([6]) *Ibid.*, 3, 1923, p. 486.

PHYLOGÉNIE. — *Sur les Crabes cotystoïdes.* Note de M. **E.-Louis Bouvier.**

Il est bien établi que les Brachyures ou Crabes sont issus des Décapodes marcheurs du groupe des Homarides par l'intermédiaire des Crabes dromiacés, et l'on admet depuis Boas (1880) que ceux-ci ont servi de souche à tous les autres Crabes (*Brachyura genuina* de Boas) divisés actuellement en Oxystomes, Brachyrhynques et Oxyrhynques. En fait cette dernière dérivation, bien que vraisemblable, n'a pas encore été établie avec quelque rigueur; mais dans mon étude sur les Crustacés marcheurs de la Faune de France j'ai soutenu que la liaison entre Dromiacés et Crabes vrais s'effectue par un groupe de Crabes primitifs réunis par H. Milne-Edwards et De Haan autour des *Corystes* et des *Atelecyclus*, groupe auquel fut attribué par Dana le terme de *Corystoidea* que j'ai conservé et qui s'ajoute aux trois relevés ci-dessus.

Cette thèse n'a certainement pas pour elle la faveur des zoologistes modernes, qui semblent tous, à l'exemple de mon ami et élève Georges Bohn (1903), considérer les Crabes corystoïdiens comme un ensemble de formes primitives hétérogènes que réunit fallacieusement une convergence par adaptation au fouissage pratiquée par la plupart d'entre eux. Ainsi, dans leurs systèmes de classification actuels, les zoologistes dissocient complètement le groupe établi par Dana et y voient deux séries distinctes qui n'auraient entre elles aucune liaison : *Corystiens* (*Corystidæ auct.* = *Euryalidæ* Rathbun) et *Atélécycliens* (*Atelecyclinæ* Alcock), les premiers formant dans les Brachyures une section spéciale qu'Ortmann (1893) réunit aux Oxyrhynques, les seconds voisins surtout des Brachyrhynques de la famille des Cancer ou tourteaux.

Cette question étant fondamentale pour établir l'origine des Crabes, il convient de la discuter tout d'abord; et ce sera l'objet exclusif de la présente Note.

En quoi diffèrent essentiellement les Corystiens et les Atélécycliens ? D'après Alcock (1899), et surtout d'après Borradaile (1907) suivi par Rathbun (1930), c'est par les orbites qui sont plus ou moins incomplètes chez les premiers, complètes chez les seconds bien qu'il puisse y subsister des fissures; — par le bord antérieur du cadre buccal, qui serait indistinct chez les Corystidés et en marge saillante chez les Atélécyclinés; de plus chez les Corystiens le corps est toujours en ovale allongé, tandis qu'il serait en général subcirculaire chez les Atélécycliens.

Cette dernière différence paraîtra sans valeur si l'on songe que les Atélécycliens du genre *Pliosoma* sont aussi étroitement ovalaires que les plus étroits Corystiens, et que ceux du genre *Peltarion* sont à peu près de même envergure que les *Nautilocorystes*. J'en dirai autant des avances frontales qui, dans l'Atélécyclien *Telmessus cheiragonus* ne sont pas moindres que celles des Corystidés les plus typiques. Il faut donc passer à des traits plus essentiels.

Examinons d'abord les *cavités orbitaires* et rappelons que celles-ci, dans la majorité des Crabes, sont limitées en dessus par un bord supérieur, en dehors par une dent externe, en dessous pas un bord inférieur qui s'élève presque toujours en lobe, en dedans par l'article basal 2 + 3 des pédoncules antennaires, celui-ci intercalé entre la chambre antennulaire et ce dernier lobe avec lequel il se met souvent en contact ou se soude pour fermer l'orbite. — Chez tous les Corystiens, cette clôture est toujours incomplète en ce sens que l'article 2 + 3 reste toujours mobile étant un peu éloigné du lobe ou en contact libre avec lui. La clôture est particulièrement incomplète dans notre *Corystes cassivelaunus* Penn. où le lobe orbitaire inférieur est réduit et longuement dépassé par l'article 2 + 3 qui est très fort. Dans les *Gomeza*, article et lobe sont en contact libre avec mobilité faible du premier qui dépasse le lobe dans *G.* 20*spinosa* A. M.-Edw., qui est dépassé par la longue pointe de celui-ci dans *G. distincta* De H. Il en est de même chez *Pseudocorystes sicarius* Poepp. où d'ailleurs la cavité est ouverte en dehors, ouverte également en dessous par une fissure; à peu près aussi dans *Nautilocorystes ocellatus* H. M.-Edw. où le lobe prolonge le ptérygostome. — Chez les Atélécycliens de l'espèce *Peltarion spinulosum* White, l'article 2 + 3 conserve sa mobilité comme chez les Corystiens et s'appuie sur un lobe orbitaire inférieur analogue à celui des *Pseudocorystes*; dans *Erimacrus isenbeckii* Ben., l'article dépasse au contraire le lobe et conserve une légère mobilité; dans notre *Atelecyclus* 7 *dentatus* Mont., l'article est plus volumineux et immobilisé sans suture par le lobe qu'il dépasse; dans *Pliosoma parvifrons* St., lobe et article paraissent fusionnés en une seule pièce. Ainsi, en ce qui concerne les orbites, pas de différences essentielles entre Atélécycliens et Corystiens.

La délimitation par une crête ou marge saillante du *bord antérieur de la chambre buccale* est un caractère distinctif plus douteux encore. Assez nette dans toute son étendue chez *Corystes*, très saillante et granuleuse dans *Gomeza* 20*spinosa*, cette crête est presque nulle dans *Pseudocorystes* où on la trouve réduite à la base aplatie de ses deux moitiés qui s'affrontent

sur la ligne médiane. Dans *Peltarion spinulosum*, elle se borne aux mêmes moitiés un peu plus nettes; dans *Atelecyclus*, il y a en outre une vague ébauche de ses moitiés externes, tandis qu'elle est partout très basse dans *Pliosoma*, en bourrelet continu dans *Erimacrus* et plus développée encore dans *Telmessus cheiragonus*, où chaque moitié du bourrelet présente vers son milieu une échancrure.

Les *fouets antennaires* nous offrent des passages encore plus distinctifs qui semblent avoir échappés jusqu'ici aux observateurs. *Chez Corystes* (et probablement chez tous les autres Corystiens), on sait depuis Garstang (1896-1897) que les fouets sont épais, comprimés de dedans en dehors, frangés de longues soies sur le bord dorsal comme sur le ventral, et que les soies correspondantes, d'un fouet à l'autre, s'affrontent en un tube filtrant destiné à l'inspiration de l'eau quand l'animal est enfoui (respiration renversée). Une disposition absolument semblable, jusque dans les détails, s'observe dans *Erimacrus isenbeckii*, du Pacifique boréal; on ignore le comportement de ce Crabe, mais étant donnés la structure de ses antennes et le développement de sa chambre prostomiale qui rappellent les Corystes, on peut presque assurer que cet Atélécyclien présente la même habitude fouisseuse et utilise semblablement le même organe. Chez son cousin germain, le *Telmessus cheiragonus*, qui occupe les mêmes eaux, la disposition est identique, mais les fouets sont moins longs et les soies réduites à des poils courts, épais et raides qui ne peuvent s'affronter et jouer un rôle dans la respiration; aussi peut-on justement dire, avec Bohn, que, dans cette espèce, « la vie fouisseuse a été abandonnée au cours du développement phylogénétique ».

Ces deux exemples suffiraient pour établir que certains caractères essentiels [1] dus à l'adaptation au fouissage persistent un temps quand cette adaptation a pris fin et qu'ils sont l'indice d'une filiation chez *les espèces d'un même type zoologique* [2]. Les autres Atélécycliens, à ce point de vue, doivent nous paraître dégénérés : dans notre *Atelecyclus 7 dentatus* Mont., qui est fouisseur, les fouets, presque sans compression, montrent encore une rangée dorsale et une rangée ventrale de soies plus longues,

(1) Dans les détails, l'adaptation au fouissage varie beaucoup chez les représentants d'un même groupe, comme l'a montré Bohn dans son travail.

(2) Dans des groupes différents l'adaptation au fouissage peut être bien différente : c'est surtout frappant chez les *Albunea* qui sont des Anomoures de la famille des Hippidés, où les fouets *antennulaires* ont la structure et, sans doute, le même rôle respiratoire que les fouets antennaires des Corystiens.

tandis que chez *Peltarion spinulosum*, les soies sont disposées sans ordre tout autour et l'animal ne fouit certainement pas.

Les observations précédentes ont porté sur tous les Corystiens sauf *Podocatactes* Ortmann, et sur tous les Atélécycliens sauf *Trachycarcinus* Faxon et *Trichopeltarion* A. M.-Edw. De leur ensemble on doit conclure, au contraire des vues actuellement dominantes, que les deux groupes sont les représentants d'une même série évolutive, dont le premier ne comprend que des formes fouisseuses où l'article basal 2 + 3 est mobile et où les fouets comprimés portent deux rangées de soie, dont la deuxième présente d'abord les mêmes caractères puis les perd progressivement ensuite pour abandonner le fouissage.

Ainsi se justifient les idées anciennes de H. Milne-Edwards et de De Haan, celles aussi de Dana, qui avait donné à l'ensemble le nom de *Corystoidea*. Il convient de conserver ce terme et de l'opposer à ceux d'*Oxystomata*, de *Brachyrhyncha* et d'*Oxyrhyncha* qui désignent les autres Brachyures vrais. Mais, comme je l'ai fait en 1940, il faudra l'étendre aux *Thia*, aux *Pirimela* et, plus sûrement encore, aux *Cancrinæ* ou Crabes tourteaux qui, depuis les travaux de Cunningham (1898) et de Bohn (1903) sont considérés à juste titre comme des Atélécycliens transversalement élargis.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Chauchard. *Le système nerveux et ses inconnues.*

2° *Revue internationale des industries agricoles. Bibliographie.* Rédacteur en chef : Henry-François Dupont. 2ᵉ année, 1940.

3° J.-L. Destouches. *Corpuscules et systèmes de corpuscules.* Tome I. *Notions fondamentales. Préface de* M. Léon Brillouin (présenté par M. L. de Broglie).

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points rationnels des courbes algébriques de genre supérieur à l'unité.* Note de M. **Claude Chabauty**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit une courbe algébrique de genre positif, définie par une équation $f(x_0, x_1, x_2) = 0$, à coefficients algébriques. Soit K_0 le corps algébrique fini engendré par ses coefficients,

et K un surcorps *fini* de K_0. Appelons *rationnels* (sous-entendu, par rapport à K) les systèmes de points dont les fonctions symétriques des coordonnées appartiennent à K. Les *systèmes rationnels de g points sur une courbe de genre g* ont été étudiés de la façon la plus générale dans les travaux classiques de Mordell et Weil. Mais pour les *points rationnels*, quand $g > 1$, on n'a considéré jusqu'ici que des courbes très particulières. Elles n'ont toujours révélé qu'un nombre fini de points rationnels. Mordell a conjecturé que cette circonstance est générale. Nous démontrerons ici qu'elle se produit en tout cas, chaque fois qu'un certain invariant arithmétique de la courbe, par rapport au corps K, est inférieur au genre de la courbe.

Soient p un nombre naturel premier, R_p le corps des rationnels p-adiques, H_p le corps des nombres algébriques p-adiques. Rappelons que H_p est algébriquement fermé, et que tous ses sous-corps de degré fini par rapport à R_p sont complets et localement compacts, en particulier K_p le plus petit sous-corps de H_p contenant K. Soit (P) l'espace projectif à deux dimensions, où les coordonnées, x_0, x_1, x_2, d'un point sont trois nombres, non tous nuls, de H_p. On le munit de la structure uniforme définie par la métrique

$$\text{Distance}\,(A'A'') = \frac{|x'_1 x''_2 - x'_2 x''_1|_p + |x'_2 x''_0 - x'_0 x''_2|_p + |x'_0 x''_1 - x'_1 x''_0|_p}{(|x'_0|_p + |x'_1|_p + |x'_2|_p)(|x''_0|_p + |x''_1|_p + |x''_2|_p)}.$$

Désignons par (C) l'ensemble des points de (P) satisfaisant à

$$f(x_0, x_1, x_2) = 0,$$

et par (C′) la restriction de (C) aux points dont les coordonnées sont dans K_p. (C′) est un sous-ensemble *compact* de (P).

Supposons qu'il y ait sur C une infinité de points rationnels, ils ont au moins un point d'adhérence p-adique A (a_0, a_1, a_2), supposons $a_0 \neq 0$ par exemple. On peut trouver un couple de fonctions analytiques normales $\xi(t)$, $\eta(t)$ (c'est-à-dire des séries de puissances entières positives de t à coefficients dans un même corps p-adique fini), toutes deux convergentes dans un même intervalle non nul $|t|_p < T$, qui vérifient identiquement $f(1, a_1/a_0 + \xi(t), a_2/a_0 + \eta(t)) = 0$, et qui, pour une infinité de valeurs de t intérieures à l'intervalle de convergence, donnent des points rationnels de (C) $(1, a_1/a_0 + \xi(t), a_2/a_0 + \eta(t))$, adhérents à A. Choisissons un système de g différentielles abéliennes de première espèce, linéairement indépendantes, attachées au corps de fonctions algébriques définies par $f(1, x, y) = 0$,

$$du_i = \varphi_i(x, y)\,dx \qquad (i = 1, 2, \ldots, g),$$

les φ_i étant des fonctions rationnelles de x et y à coefficient dans K_0.

Par le changement de variables $x = a_1/a_0 + \xi(t)$, $y = a_2/a_0 + \eta(t)$, on a $du_i = \psi_i(t)\,dt$, les ψ_i étant des fonctions analytiques normales de t, convergentes dans un intervalle non nul $|t|_p < T_1 \leqq T$, et leurs intégrales $\int_0^t du_i$ définies par l'intégration terme à terme et la condition d'être nulles pour $t = 0$, sont aussi des fonctions analytiques normales, convergentes dans le même intervalle. Nous désignerons par (A) l'ensemble des points de coordonnées 1, $a_1/a_0 + \xi(t)$, $a_2/a_0 + \eta(t)$, pour $|t|_p < T_1$. A tout système $\mathfrak{S}$ de g points $B_1, \ldots, B_g$, de (A), de paramètres $t_1, \ldots, t_g$, faisons correspondre dans un espace p-adique affine (U), à g dimensions, le point σ qui a pour coordonnées

$$X_i = \sum_{j=1}^{g} \int_0^{t_j} du_i \quad (i = 1, 2, \ldots, g),$$

Il y a correspondance biunivoque entre les points du domaine de (U) décrit par σ quand les B parcourent (A), et les classes d'équivalence (au sens de la géométrie algébrique) de systèmes $\mathfrak{S}$ de g points de (A). Et si les points de $\mathfrak{S}$ ne sont pas sur une même adjointe d'ordre $m - 3$, la classe de $\mathfrak{S}$ ne contient qu'un élément. D'autre part l'ensemble $\mathcal{R}_A$ des points σ rationnels, c'est-à-dire correspondants à un système $\mathfrak{S}$ rationnel forment un module de points par rapport à l'addition vectorielle, si l'on transporte l'origine en un de ces points. Soit $\bar{r} + 1$ le nombre maximum (au plus égal à $g + 1$) de ces points linéairement indépendants dans (U). Nous appellerons r le *rang réduit* de (C) pour K, car c'est un invariant arithmétique de (C) pour le corps K. Il est évidemment majoré par le rang de (C) pour K, au sens de Poincaré et Weil.

Supposons $r < g$ et considérons les points σ images des systèmes $(D, D_1, \ldots, D_{g-1})$, où $D_1, \ldots, D_{g-1}$, sont $g - 1$ points rationnels fixes et D un point rationnel variable de (A). Leurs coordonnées vérifient une même équation linéaire. On obtient ainsi une relation $\lambda_1 u_1(t) + \ldots + \lambda_g u_g(t) + \mu = 0$ où les λ ne sont pas tous nuls et qui est satisfaite pour une infinité de valeurs de t adhérentes à zéro. Le premier membre qui est une fonction analytique normale de t, est donc identiquement nul. En dérivant on voit que les du_i ne sont pas linéairement indépendantes, contrairement aux hypothèses. On a donc le théorème (trivial pour $g = 1$).

THÉORÈME. — *Sur une courbe algébrique de genre $g > 0$ et dont le rang*

réduit pour un corps K, *sur corps fini du corps de ses coefficients*, *est inférieur à g*, *il n'y a qu'un nombre fini de points rationnels* (par rapport à K).

Soit (C) une courbe algébrique de genre $g > 1$, $(\hat{C})$ un recouvrement de degré n non ramifié de (C), son genre $\hat{g}$ est $n(g-1)+1$. On sait qu'à tout corps algébrique fini K, il correspond un surcorps fini $\hat{K}$ tel qu'aux points de (C) dans K correspondent des points de $(\hat{C})$ dans $\hat{K}$. Chaque fois qu'on aura pu trouver $\hat{C}$ de façon que le rang réduit de $\hat{C}$ pour $\hat{K}$ soit inférieur à $n(g-1)-1$, (C) ne pourra donc avoir qu'un nombre fini de points dans K. Si pour toute courbe algébrique (C) et tout corps algébrique fini K, on pouvait trouver un tel recouvrement $(\hat{C})$, la conjecture de Mordell serait démontrée.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Représentation conjointe de l'ordination et de l'énumération d'un ensemble dénombrable, par un nombre ou par une figure plane.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Élie Cartan.

Rappelons quelques définitions. Soit E un ensemble ordonné. a et b étant deux éléments de E, a antérieur à b ($a \prec b$), nous disons que a et b sont *consécutifs* si aucun élément de E n'est à la fois ultérieur à a et antérieur à b; a sera dit le *précédent* de b, b le *conséquent* de a. Un élément c sera dit *isolé* s'il possède à la fois un précédent et un conséquent (un seul des deux si c est initial ou final à E).

Ainsi l'ensemble des milieux des intervalles contigus à un ensemble parfait linéaire, totalement discontinu et ordonné suivant les abscisses croissantes, a tous ses points isolés géométriquement, non isolés ordinalement.

Un élément de E non isolé sera dit *élément d'accumulation* (*unilatéral*, s'il est extrême à E ou s'il a soit un précédent, soit un conséquent).

Une *classe inférieure* (*supérieure*) ou gauche (droite) *de* E est un ensemble C (C′) inclus dans E et tel que si a est dans C (dans C′) tout élément antérieur (ultérieur) à a est dans C (dans C′).

Nous disons que l'ensemble E est *ordinalement fermé* si, quelles que soient les deux classes de E complémentaires et non vides, C inférieure, C′ supérieure, ou bien C a un élément final, ou bien C′ a un élément initial. L'ensemble des éléments d'accumulation d'un ensemble ordinalement fermé est ordinalement fermé.

Pour qu'un ensemble ordonné E *soit bien ordonné*, *il faut et il suffit qu'il remplisse ces trois conditions*, *mutuellement indépendantes* : 1° E *a un élément initial*; 2° *tout élément de* E *a un conséquent*; 3° E *est ordinalement fermé*.

J'ai montré [1] que tout ensemble ordonné E, contenant un ensemble dénombrable Δ tel qu'entre deux éléments quelconques de E n'appartenant pas tous deux à Δ il existe

[1] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1011.

toujours un élément de Δ, E est semblable à un ensemble linéaire e, situé sur l'intervalle $\sigma(0, 1)$ et renfermant tous ses points limites unilatéraux situés sur σ. Je qualifie un tel ensemble de *régulier*. Si E est ordinalement fermé, e l'est géométriquement sur σ.

L'ensemble des ordinations du dénombrable, fermées, n'admettant que des éléments d'accumulation UNILATÉRAUX, et deux à deux dissemblables, *a la puissance du continu.* Car il en est déjà ainsi quand on suppose encore le dérivé ordinal semblable à la suite des entiers positifs. On sait qu'il suffit d'ajouter au caractère de ces éléments d'accumulation d'être unilatéraux, la condition que le côté d'accumulation soit constant, pour poser le problème de la puissance de l'ensemble des nombres transfinis de la classe II. Rien ne saurait mieux montrer combien il est artificiel de rejeter dans la métaphysique un sujet différant aussi peu de ceux que les mathématiques les plus certaines traitent immédiatement.

I. Soit à représenter *par un nombre* simultanément l'ordination (la loi $\theta_p \prec \theta_q$) et l'énumération (θ_n) (nous dirons le couple $\mathcal{OE}$) d'un ensemble dénombrable ordonné E composé d'éléments θ. Ce problème a reçu de M. Lebesgue une solution féconde en conséquences : Un ensemble dénombrable donné η, situé et partout dense sur un intervalle $\alpha < z < \beta$, étant ordonné dans les sens des z croissants et une fois pour toutes énuméré, faisons correspondre au point $t = 2^{-k}$ le point z_k de η et à $t = \Sigma 2^{-k_n}$ (k_n croissant) l'ensemble réunissant les z_{k_n}. Le couple $\mathcal{OE}$(E) sera représenté par t si $\theta_p \prec \theta_q$ et $r < s$ sont simultanés à $z_{k_p} < z_{k_q}$ et à $k_r < k_s$. Une infinité continue de nombres t remplit ces conditions pour $\mathcal{OE}$(E) donné, indépendamment de l'ordination arbitraire de η.

Appelons écriture *népérienne* d'un nombre ξ son expression (unique si ξ est irrationnel, double si ξ est rationnel), $\xi = \Sigma a_n/(n+1)!$, les a_n étant entiers, a_0 quelconque, $0 \leq a_n \leq n$ pour $n > 0$. Soit $a_0 = 0$, donc $0 \leq \xi \leq 1$. Un ensemble dénombrable E étant ordonné et énuméré en θ_i, soit e_{n-1} la réunion de $\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_{n-1}$; θ_n aura a_n éléments de e_{n-1} avant lui et $n - a_n$ après lui. Au couple $\mathcal{OE}$(E) correspond donc un nombre unique ξ sur le segment $0, 1$. La réciproque est vraie, sauf pour les ξ rationnels auxquels correspondent deux couples $\mathcal{OE}$ [les ensembles E (ξ) correspondants sont de sens constant à partir d'un certain rang]. Pour une ordination donnée ω et une énumération indéterminée, l'ensemble I(ω) des ξ est invariant par toute translation rationnelle.

II. E étant un ensemble dénombrable ordonné, tout sous-ensemble de η semblable à E donne une *représentation géométrique* de l'ordination de E,

mais non pas de son énumération. Nous figurerons le couple $\mathcal{OE}[E(\xi)]$ au moyen d'un système $\Sigma(\xi)$ de courbes planes L_n. Soit $\alpha_{n,p}$ le rang de θ_n dans e_p; $\alpha_{n,p}$ n'existe pas pour $p < n$; $\alpha_{n,n} = a_n$ et, si $\varepsilon(u) = 1$ pour $u \geqq 0$, $\varepsilon(u) = 0$ pour $u < 0$, $\alpha_{n,p} = \alpha_{n,p-1} + \varepsilon(\alpha_{n,p-1} - a_p)$.

Dans le plan Oir (i indice, r rang), considérons les points $r = \alpha_{n,i}$. Pour chaque valeur de n, joignons les points d'abscisses i, $i+1$ par un segment de droite. Celui-ci est parallèle à Oi si $a_{i+1} > \alpha_{n,i}$ et incliné à 45° vers le haut si $a_{i+1} \leqq \alpha_{n,i}$. La ligne L_n obtenue représente l'élément θ_n de $E(\xi)$. Elle naît au point $A_n(n, a_n)$. Soit OB la première bissectrice des axes. Les lignes L_n sont dans l'angle fermé Oi, OB. Une ligne L_n naît ou sur OB ou au *voisinage inférieur* de L_m si $a_n = \alpha_{m,n-1}$. Elle naît ou sur Oi ou au *voisinage supérieur* de L_h si $a_n = \alpha_{h,n-1} + 1$. Deux lignes L_p, L_q sont disjointes. Si $\theta_p \prec \theta_q$, L_q surpasse L_p, dès $i \geqq p$ et $i \geqq q$ à la fois. Le système $\Sigma(\xi)$ représente donc l'ordination de l'ensemble $E(\xi)$ par l'inégalité de hauteur des lignes L_n et, en même temps, son énumération par l'abscisse de leur point de naissance.

Une classe inférieure C de Σ, dépourvue d'élément supérieur, met en évidence une ligne enveloppe Λ formée par les points d'ordonnée maximum de C pour chaque abscisse, les discontinuités étant effacées par l'introduction de segments à 45°; Λ figure le type d'ordre de C.

$\Sigma(\xi)$ sera *bien ordonné* moyennant ces trois conditions :

1° L'axe Oi est, à partir d'une certaine abscisse i_0, une ligne L_n; 2° les L_n naissant au voisinage supérieur d'une ligne quelconque L_m sont en nombre fini (ce nombre ne peut pas surpasser un pour toutes les lignes L_m); 3° toute ligne-enveloppe Λ soulevée d'une unité parallèlement à Or coïncide à partir d'une certaine abscisse k avec une ligne L_k de Σ.

Si l'ensemble $E(\xi)$ n'a pas d'élément final, les L_n (les Λ) naissant sur OB définissent une suite croissante de nombres ordinaux (de types d'ordre) tendant vers le type d'ordre de $E(\xi)$.

La transformation $r' = r/(r+1)$ appliquée aux points d'abscisse positive amène Σ dans le domaine D fermé, infini, limité par Oi et par la courbe $O\beta : r(i+1) = i$. Si l'on ajoute bout à bout un nombre fini ou une infinité énumérée d'ensembles dénombrables ordonnés $E(\xi_1)$, $E(\xi_2)$, ... et si E est l'ensemble ordonné total, on logera la représentation de $E(\xi_j)$ dans le domaine obtenu en imprimant à D la translation (j, j). Si l'on incline infiniment peu vers la droite chacun des segments d'abscisse entière i intérieurs à l'angle iOB, la succession des abscisses des points de naissance des lignes du système total définit dès lors l'énumération de E, et les

inégalités de hauteur de ces lignes montrent l'ordination de E. Il sera ensuite aisé de donner à la figure la disposition normale du système Σ représentatif de Œ(E).

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Nouveau dispositif de mesure des coefficients de convection.* Note de M. **Edmond Brun**, présentée par M. Henri Villat.

La paroi d'un solide placé dans un courant fluide ne prend pas une température uniforme quand on la soumet à un chauffage uniforme; en particulier, une plaque uniformément chauffée et léchée par un courant est plus froide au bord d'attaque qu'au bord de fuite. Ce fait complique beaucoup la mesure des coefficients de convection, mesure au cours de laquelle la paroi doit avoir une température uniforme. Il faut, pour assurer une quasi-uniformité de température, régler convenablement le débit de chaleur sur les diverses portions de surface; la complication d'un tel dispositif rebute fréquemment les expérimentateurs.

Dans un grand nombre de mesures, on se borne à assurer un chauffage uniforme et, quand le régime permanent est atteint, à mesurer la température en divers points : on détermine ainsi des coefficients locaux de convection, à partir desquels il est possible de passer au coefficient moyen. La signification théorique des coefficients ainsi mesurés est assez complexe car l'une des conditions aux limites (température de la paroi) varie avec le site. Les mesures n'en conservent pas moins un intérêt pratique, puisqu'elles réalisent sensiblement les conditions de fonctionnement des radiateurs. En outre, pour des mesures relatives au cours desquelles un seul paramètre est variable, les renseignements théoriques obtenus sont souvent très suffisants.

Cependant des difficultés expérimentales se présentent encore, même avec le dispositif simplifié à chauffage uniforme : la mesure de la température aux divers points de la paroi pose un problème parfois délicat, surtout du fait que la présence des thermomètres ne doit pas perturber l'écoulement du fluide. Si la paroi est métallique, on peut souder des fils de thermocouple sur sa face intérieure; encore faut-il que la paroi soit mince pour que sa conductibilité propre ne modifie pas trop le flux de chaleur normal à la surface. Le dispositif que nous allons décrire permet d'opérer avec une paroi isolante et en l'absence de tout thermomètre; il est fondé sur la photographie directe des lignes isothermes de la surface.

Un solide est uniformément recouvert d'une résistance superficielle parcourue par un courant électrique (toile métallique par exemple); une couche de substance plastique isolante, teintée en noir, définit la nature de la surface, plus ou moins rugueuse. Le solide chauffé est placé dans une soufflerie réfrigérée au-dessous de zéro degré. Quand le régime permanent est atteint, on envoie dans la soufflerie une fine bruine d'eau surfondue. Pour un chauffage convenable, une partie de la surface se recouvre d'une couche de givre, l'autre reste noire. La ligne de démarcation des deux régions définit l'isotherme zéro qu'on pourra ainsi photographier commodément. La connaissance du débit uniforme de chaleur permet alors de calculer le coefficient local de convection pour tous les points de cette ligne. Avec un chauffage un peu différent, on obtient une autre ligne isotherme correspondant à une autre valeur du coefficient local de convection.

La méthode a déjà été expérimentée, avec l'aide de MM. Caron et Roux (Station expérimentale du Froid, Bellevue), au cours de l'étude de glaces dégivrantes. La soufflerie était placée dans une grande chambre réfrigérée; elle était alimentée par un brouillard surfondu obtenu par pulvérisation. La glace étudiée était disposée, par rapport au vent, comme sur l'avion auquel elle était destinée. La concordance des résultats obtenus en faisant varier la densité du brouillard a montré que la présence de ce brouillard ne modifiait pas, d'une manière sensible, la valeur des coefficients de convection, tout au moins tant que le brouillard restait léger. Finalement, dans ce cas particulier, la convection a pu être étudiée avec une bonne précision. Les essais sont actuellement repris, avec un dispositif perfectionné, en vue de l'étude systématique de la convection du plan en fonction de l'angle d'incidence du vent.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur le rendement des souffleries aérodynamiques à succion sonique.* Note de MM. **Jean Villey** et **Raymond Jamin**, présentée par M. Albert Caquot.

Les souffleries aérodynamiques à très grandes vitesses (250 à 300 mètres par seconde) de dimensions industrielles, qui deviennent indispensables pour guider les progrès de l'aviation dans ce domaine où la compressibilité cesse d'être négligeable, exigent des puissances énormes : pour les obtenir pratiquement on sera conduit à appliquer le procédé de succion au moyen

d'un vaste réservoir préalablement mis en dépression par un pompage de durée beaucoup plus longue que celle de l'expérience. Le courant d'air à vitesse constante qu'exigent les mesures aérodynamiques sera obtenu en réalisant cette succion à travers un orifice à vitesse sonique. On est ainsi conduit à prévoir une installation générale dérivée ([1]) de celles, parmi les souffleries actuelles, où le diffuseur débouche librement dans une chambre d'aval maintenue en dépression par des ventilateurs aspirateurs. Ces derniers seront remplacés par l'orifice de succion ([2]) et le réservoir aspirateur.

Pour améliorer le rendement économique de l'installation, on pourra chercher à réaliser la dépression nécessaire dans le réservoir aspirateur en utilisant, comme orifice sonique, non pas un orifice en mince paroi, mais une tuyère complète à section successivement décroissante puis croissante.

Nous distinguerons les grandeurs relatives à diverses sections successives de l'écoulement total par les indices suivants : 0 dans l'atmosphère d'amont en repos, 1 dans la chambre d'expérience, 2 à la sortie du diffuseur, 3 dans la chambre d'aval en repos approximatif, 4 au col sonique de la tuyère de succion, 7 ([3]) dans la section de sortie de ladite tuyère, 8 dans le réservoir aspirateur en repos approximatif.

Le problème qui se pose est de choisir l'intervalle (p'_8, p''_8) dans lequel on laissera varier la pression p_8 du réservoir aspirateur pendant les expériences. Cet intervalle doit être suffisant pour fournir la durée d'écoulement permanent jugée nécessaire pour les expériences; mais la recherche d'un bon rendement économique conduit à le situer vers les valeurs les plus élevées possibles, pour rendre le pompage plus facile.

La limite supérieure p''_8 jusqu'où l'on peut laisser remonter la pression p_8 est celle où l'écoulement cessera d'être sonique. C'est celle pour laquelle l'écoulement redevient continu et subsonique de s_4 à s_7, alors que la pression p_4 a encore la valeur sonique $0,527 p_3$ (au-dessus de laquelle elle va se mettre à croître si p_8 continue d'augmenter).

Cherchons la valeur qu'aurait cette limite p''_8 dans l'hypothèse de première approximation (d'ailleurs assez éloignée de la réalité) où cet

---

([1]) Voir la Note de M. A. Caquot ci-dessus, p. 873.

([2]) Ou une batterie d'orifices en parallèle, pour permettre la réalisation de débits variés.

([3]) 5 et 6 étant réservés pour l'amont et l'aval de l'onde de choc quand elle existe.

écoulement continu serait isentropique, non seulement de s_3 à s_4, mais aussi de s_4 à s_7.

En écrivant l'égalité des débits dans s_4 et s_7, la conservation de l'énergie, et l'isentropie de l'écoulement de s_3 à s_7, et en posant $p_7/p_3 = \pi$, on obtient facilement l'équation

$$\frac{1}{\pi^{1,428}(1-\pi^{0,286})} = \left(\frac{s_7}{s_4}\right)^2 \frac{1}{\overline{0,527}^{1,428}\left(1-\overline{0,527}^{0,286}\right)}.$$

Pour $s_7 > s_4$, elle a deux racines. L'une π'' comprise entre 0,527 et 1, définit la pression $p''_7 = \pi'' p_3$ cherchée; l'autre, comprise entre 0,527 et zéro, définit la pression p_7 dans l'écoulement supersonique complet sans discontinuité.

Il n'y aura d'ailleurs pas intérêt à allonger beaucoup le divergent, car, si l'on augmente s_7/s_4, l'accroissement corrélatif de cette valeur théorique p''_7 vers sa limite p_3 devient très lent, et d'ailleurs négligeable, tandis que l'augmentation des pertes de charge dans la tuyère (où l'écoulement n'est pas en réalité isentropique, par suite des frottements) abaissera au contraire de façon notable la valeur réelle de cette limite p''_7.

Le rendement économique global est diminué par le fait que la pression p''_8 pour laquelle on arrête l'expérience est atteinte adiabatiquement dans le réservoir aspirateur. Elle baissera ensuite par refroidissement jusqu'à une valeur moindre p''_8, qui rendra le pompage ultérieur plus coûteux.

Un autre facteur défavorable du rendement est lié aux débits inutilisables dans les périodes de régime non permanent, lorsque l'on établit et que l'on arrête l'écoulement. Il réclame l'emploi de clapets à manœuvre très rapide.

Les pertes dans la soufflerie aérodynamique elle-même augmentent le prix du pompage en abaissant p_3, et, par là, la limite p''_7. On peut d'ailleurs envisager de supprimer celles qui sont localisées dans le diffuseur et dans la chambre d'aval [4] en supprimant ces deux éléments de l'installation pour placer la tuyère de succion sonique immédiatement en aval de la chambre d'expérience [5].

---

(4) C'est-à-dire presque la totalité des pertes dans la soufflerie proprement dite lorsqu'elle fonctionne sans obstacle dans la chambre d'expérience.

(5) Un problème pratique se poserait toutefois dans ce cas : c'est celui de l'installation des clapets de manœuvre, qu'il faudrait alors placer en aval de la tuyère de succion, à l'entrée du réservoir aspirateur.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'adsorption de divers cations par une méthode polarographique.* Note de M. **Raymond Amiot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nos recherches ont eu pour objet d'étudier, à l'aide de la méthode de Heyrovsky, la fixation de quelques cations (Ba^{++}, Cu^{++}, Ni^{++}, Al^{+++}) sur la bentonite en suspension aqueuse, lorsque la concentration de ces cations est suffisante pour entraîner une floculation rapide de la bentonite.

Cette méthode, basée sur l'emploi d'un polarographe muni d'une cathode à gouttes de mercure et d'une anode de mercure, consiste à enregistrer les variations de l'intensité I du courant qui prend naissance dans une solution électrolytique, lorsqu'on fait croître progressivement la différence de potentiel V établie entre les électrodes plongées dans la solution. Les courbes $I = f(V)$ comportent, lorsqu'on opère dans certaines conditions, une branche ascendante (correspondant au dépôt du cation de l'électrolyte étudié) comprise entre deux paliers. La différence entre les ordonnées de ces paliers est sensiblement proportionnelle à la concentration du cation envisagé, en sorte qu'après étalonnage, l'appareil permet de doser ce cation dans une solution de titre inconnu.

Dans toutes nos expériences, les solutions électrolytiques préparées à partir des chlorures métalliques et la suspension de bentonite de concentration égale à $36^{g},53$ par litre étaient mélangées à volumes égaux.

Après agitation et centrifugation du mélange, l'ion métallique non fixé était dosé en présence d'un électrolyte étranger difficilement réductible à la cathode, additionné au besoin d'un éther méthylique de la cellulose (tylose) dans le but de neutraliser diverses influences perturbatrices.

Les solutions accessoires suivantes étaient ajoutées, à volumes égaux, aux solutions à analyser amenées par dilution à une concentration suffisamment faible en C :

1° pour l'ion Ba, ($C = M/500$) (1), une solution renfermant par litre $5^{g},5$ de chlorure de lithium et 120^{g} de tylose à 10 %;

2° pour les ions Cu et Ni, ($C = M/300$) (1), une solution renfermant par litre 100^{cm^3} d'ammoniaque, 100^{g} de chlorure d'ammonium et 40^{g} de tylose à 10 %;

3° pour l'ion Al ($C = M/200$) (1), une solution décinormale de sulfate de sodium.

---

(1) Ordre de grandeur de *c*.

A l'exception des solutions cuivriques de très faible concentration, toutes les solutions ont pu être analysées sans qu'il soit nécessaire d'en éliminer l'oxygène dissous.

Dans le tableau suivant, x_0 désigne la concentration initiale, x la concentration d'équilibre en millièmes d'ion-g. par litre et s la concentration d'adsorption en millièmes d'ion-g. par gramme de bentonite.

	Ba.		Cu.		Ni.		Al.	
x_0.	x.	s.	x.	s.	x.	s.	x.	s.
3,33.....	–	–	0,33	0,164	0,78	0,139	–	–
6,66.....	1,08	0,304	1,12	0,303	2,14	0,247	1,71	0,269
10,00.....	2,88	0,388	3,13	0,376	4,30	0,312	4,18	0,317
13,33.....	5,73	0,415	6,05	0,398	6,51	0,373	7,15	0,337
20,00.....	11,28	0,476	12,36	0,418	13,23	0,370	13,46	0,357
23,33.....	14,48	0,483	15,49	0,429	16,14	0,392	16,65	0,365

L'examen des résultats précédents et des courbes $s = \varphi(x)$ permet de formuler les remarques suivantes :

1° Les quantités des divers ions envisagés qui sont fixées, pour une même valeur de x, sont assez voisines. L'ion Al qui se montre en général beaucoup plus actif que les cations bivalents, lors de la floculation des sols ou des suspensions électro négatifs, est légèrement moins adsorbé par la bentonite que les cations bivalents.

2° Les isothermes d'adsorption ne vérifient pas de manière satisfaisante la formule de Freundlich; par contre elles sont bien représentées par la formule de Langmuir-Perrin

$$s = \frac{Ax}{1 + Bx}.$$

C'est ce que l'on peut constater en représentant $1/s$ en fonction de $1/x$. On obtient des tracés sensiblement rectilignes, les droites relatives aux ions Ni et Cu ayant des ordonnées à l'origine très voisines, peu différentes de celle relative à l'ion Ba.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le rayonnement γ de l'actinium et de l'actinium* K. Note de M[lle] **Marguerite Perey** et M. **Marcel Lecoin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié le rayonnement γ émis par une préparation d'Ac privé de ses dérivés. Nous nous sommes servis d'une quantité de lanthane

actinifère, correspondant à l'équilibre à $0^{mg},67$ Ra Élément (au travers de 1^{cm} de Pb) soit 18,8 millicuries d'actinium.

L'actinium a été, tout d'abord, privé de tous ses dérivés : RAc, AcX, dépôt actif, ainsi que de l'AcK, suivant la méthode indiquée par l'un de nous ([1]). Le produit ainsi obtenu, scellé dans un tube de verre de 1^{cm} de diamètre, a été disposé suivant l'axe d'une canalisation cylindrique, creusée dans un bloc de plomb.

Le rayonnement γ émis par le radioélément se trouve ainsi canalisé avant de traverser les différents écrans interposés entre le canaliseur et un compteur de Geiger et Müller convenablement protégé.

Nous avons pris comme origine des temps la fin de la dernière filtration opérée dans l'élimination de RAc, AcX, dépôt actif (AcK, étant un alcalin, reste en solution). Trois ou quatres minutes séparaient la fin de la filtration et le début des mesures.

L'intensité du rayonnement croît pour atteindre un palier, suivant une période de 21 minutes. Nous avons retrouvé le même accroissement en utilisant des écrans de plomb d'épaisseurs croissantes, 0,85, 1,7, 3,4, 5,7 g cm^{-2}. Les courbes ainsi obtenues, extrapolées au temps zéro, partent toutes de l'origine avec une période de 21 minutes, cette période étant celle de l'AcK; le rayonnement γ constaté semble lui être attribuable. Cette hypothèse a été confirmée en étudiant, avec le même dispositif, le rayonnement γ émis par AcK pur, précipité avec du perchlorate de cæsium, la décroissance étant observée quelle que soit l'épaisseur de l'écran utilisé.

Utilisant le produit d'actinium lorsque il vient d'atteindre le palier, environ 2 heures après la fin de la purification, nous avons étudié l'absorption du rayonnement γ de l'actinium K dans différents écrans de plomb.

L'absorption de moitié ayant lieu dans 3^{mm} de Pb, le coefficient global d'absorption de moitié est 3,42 g cm^{-2}.

Reprenant les expériences d'absorption du rayonnement β d'actinium K ([2]) dans des écrans de cuivre, nous avons pu établir que la proportion $\gamma/(\gamma+\beta)$ était de 1 %, ce qui correspondrait à environ un quantum γ émis par désintégration.

Les courbes d'accroissement du rayonnement γ de AcK dans Ac partant

---

([1]) Mlle M. Perey, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 97; *J. Phys. et Radium*, **10**, 1939, p. 435.

([2]) Mlle M. Perey, *J. Phys. et Radium*, **10**, 1939, p. 435.

de l'origine, quel que soit l'écran utilisé, l'actinium privé de ses dérivés n'émet donc pas, dans les limites de précision de nos mesures, de rayonnement γ.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la projection d'atomes par les rayons de recul des désintégrations* α. Note [1] de M. **André Berthelot** et Mlle **Tosiko Yuasa**, transmise par M. Paul Langevin.

Depuis la découverte de la rupture du noyau d'uranium sous l'action des neutrons, donnant naissance à deux fragments lourds et de grande vitesse initiale, l'attention des physiciens s'est trouvée de nouveau attirée sur le ralentissement des particules de grande masse traversant la matière. Une étude de ce genre avait été faite dès 1934 par M. Joliot [2] photographiant les trajectoires tracées, dans la chambre de Wilson à basse pression, par les atomes de recul projetés lors des désintégrations α des émanations radioactives.

Nous avons repris ce travail. L'appareil utilisé est le même. Nous avons photographié un millier de désintégrations d'actinon ou d'actinium A réparties sur 180 paires de clichés stéréoscopiques. Nous avons abaissé la pression initiale à 18^{mm} de mercure (12^{mm} vap. eau $+ 6^{mm}$ air), ce qui donne, avec un rapport de détente 2,25, une pression finale de 8^{mm}. Les caractères généraux observés sont ceux qu'avait déjà signalés M. Joliot. En particulier, il y a lieu d'insister sur le rôle de la projection d'atomes du gaz dans la perte d'énergie, et la nécessité pour toute théorie du ralentissement d'en tenir compte.

Nous avons spécialement porté notre attention sur les points suivants :

1° En classant en trois catégories les rayons de recul observés : ceux pour lesquels une ou plusieurs trajectoires ont leur origine confondue avec le point de désintégration, ceux pour lesquels le rayon de recul a parcouru moins de 1^{mm} avant de projeter le premier atome, enfin les autres, leur pourcentage respectif est 67, 11, 22, mettant en évidence la grande probabilité de projection dans le voisinage immédiat de l'origine du rayon de recul. Fréquemment on observe deux et même trois trajectoires issues de ce point. Nous avons vérifié que la probabilité de projection à l'origine

(1) Séance du 19 mai 1941.

(2) *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 216 et 219.

est sensiblement la même pour les deux espèces d'atomes de recul, soit AcA et AcB.

2° En mesurant l'angle de projection et le parcours d'un atome de masse connue projeté à l'origine, nous pouvons établir la relation vitesse-parcours dans l'atmosphère de la chambre connaissant la vitesse du rayon de recul. Celle-ci est déduite de la vitesse du rayon α.

Les atomes projetés peuvent être hydrogène, oxygène, ou azote. S'il s'agit d'hydrogène on obtient la courbe de la figure 1, qui s'étend dans la

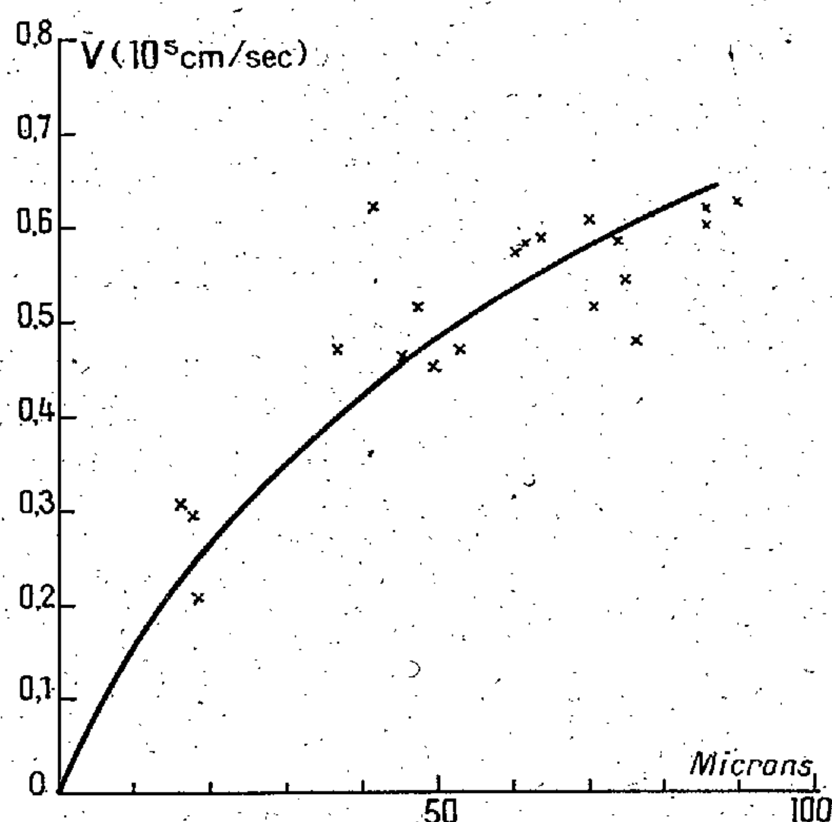


Fig. 1. — Relation vitesse-parcours des protons projetés dans le mélange $\frac{1}{3}$ air $+\frac{2}{3}$ vapeur d'eau à 760mm Hg.

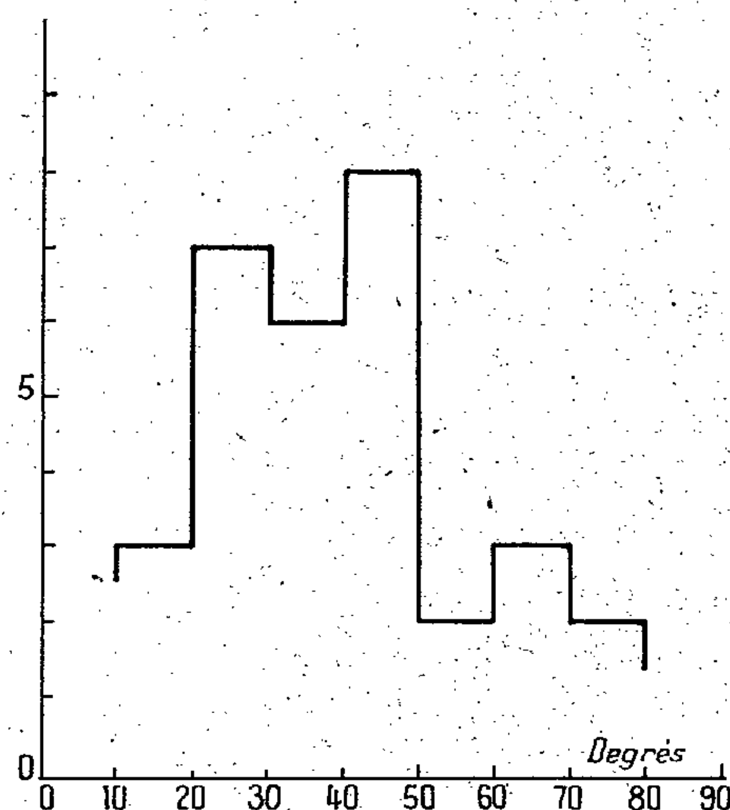


Fig. 2. — Nombre de trajectoires projetées à l'origine, en fonction de l'angle de projection, par tranches de 10°.

région de vitesse comprise entre 0 et $0,6.10^8$ cm/sec. Les mesures les plus voisines sont celles de Blackett et Lees ([3]), qui s'étendent de 1 à 10.10^8 cm/sec. On peut chercher quel doit être, dans la région de vitesse explorée, le pouvoir d'arrêt moyen relatif à l'air pour que notre courbe vienne se placer dans le prolongement de celle de Blackett et Lees.

Pour une vitesse de $0,6.10^8$ cm/sec la courbe de Blackett et Lees extrapolée donne un parcours dans l'air de 91μ. Or nous trouvons 74μ. De là on déduit, connaissant la composition du mélange, un pouvoir d'arrêt ato-

([3]) *Proc. Roy. Soc.*, 134, 1932, p. 658.

mique relatif à l'air égal, pour la molécule H^2O, à 2,70. Celui de l'atome d'oxygène étant 0,97, on en déduit celui de l'atome H par la loi d'additivité, soit 0,86. Aux grandes vitesses ce parcours d'arrêt est de l'ordre de 0,2 et l'on savait déjà qu'il augmentait très vite vers les faibles vitesses et atteignait 0,40 pour les vitesses de l'ordre de 3.10^8 cm/sec ([4]). Il semble donc que cette croissance continue pour des vitesses plus faibles et qu'on tende vers des valeurs de l'ordre de 1, indiquant qu'aux faibles vitesses des molécules différentes se comportent de façon analogue vis-à-vis du proton en mouvement.

Si l'on admettait que les atomes projetés soient O ou N, on serait conduit à des pouvoirs d'arrêt encore plus grands, ce qui est peu vraisemblable. De plus, l'aspect même des trajectoires, qui présentent de nombreux coudes sans apparition d'atomes projetés, indique qu'il s'agit de particules se heurtant à des atomes plus lourds qu'elles. On est donc conduit à admettre qu'il s'agit bien, au moins en grande partie, de protons.

3° La figure 2 représente le nombre de trajectoires projetées à l'origine en fonction de l'angle de projection par tranches de 10°. On constate l'existence d'un maximum égal ou un peu inférieur à 45°, indiquant un comportement analogue à celui du choc de deux sphères rigides.

4° La longueur moyenne des rayons de recul est $7^{mm},2$ dans les conditions indiquées. Le nombre moyen de trajectoires d'atomes projetés de longueur supérieure à 1^{mm} est, par rayon, 5,7. La section efficace moyenne de choc correspondante est de 10^{-17} cm^2 et le rayon de choc de $1,8.10^{-9}$ cm.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Le pourcentage et le rôle des photons dans les grandes gerbes de l'air.* Note ([1]) de MM. **Pierre Auger** et **Jean Daudin**, présentée par M. Charles Maurain.

I. D'après la théorie des gerbes en cascades, les photons sont créés lors du freinage des électrons rapides dans la matière et donnent naissance à leur tour à d'autres électrons créés par paires. Ces photons constituent donc un stade intermédiaire au cours de la multiplication des électrons dans les gerbes.

La fréquence anormale des désintégrations nucléaires dans les clichés de

---

([4]) Gerthsen, *Ann. der Physik*, 5, 1930, p. 657.

([1]) Séance du 19 mai 1941.

grandes gerbes pris à la chambre de Wilson, et aussi l'extension latérale considérable de ces grandes gerbes, extension inexplicable par une simple diffusion des électrons, ont attiré notre attention sur le rôle des photons. Les expériences décrites ici ont pour but l'étude du nombre et du spectre d'énergie de ces photons.

II. La théorie des gerbes néglige les pertes d'énergie par ionisation vis-à-vis des pertes par rayonnement. Elle cesse donc d'être valable au-dessous de l'énergie pour laquelle ces 2 pertes sont égales (énergie dite critique, égale à $1,5.10^8$ eV pour l'air et 10^7 eV pour le plomb). Au-dessus de l'énergie critique, le nombre et la répartition spectrale en énergie des électrons et des photons sont voisins. Il n'en est plus de même au-dessous de l'énergie critique : la plupart des électrons sont alors des électrons de grande énergie parvenus à la fin de leur parcours; le nombre d'électrons d'énergie comprise entre E et $E+dE$ varie relativement peu avec E.

Dans le même domaine d'énergie (5.10^6-1.510^8 dans l'air), la création de photons de freinage est très abondante. D'après la théorie, les photons d'énergie comprise entre k et $k+dk$ sont produits avec une probabilité proportionnelle à $1/k$ par les électrons rapides, pourvu que ceux-ci aient une énergie bien supérieure à k. Dans ce même domaine d'énergie, l'absorption des photons est due 1° à la matérialisation, dont la probabilité décroît vers les basses énergies; 2° à la diffusion Compton, qui croît au contraire vers les basses énergies. Au total l'absorption des photons entre 5.10^6 et 1.10^8 eV reste pratiquement constante.

III. L'équilibre entre la production et l'absorption des photons dans ce domaine d'énergie entraîne la présence à un niveau donné d'un nombre de photons considérable où chaque domaine d'énergie $K+dk$ est représenté par un nombre de photons inversement proportionnel à k. La théorie prévoit donc une énergie moyenne des électrons, voisine de l'énergie critique et une énergie moyenne des photons beaucoup plus basse, le nombre des photons étant double ou triple du nombre des électrons.

Toute grande gerbe de l'air est accompagnée d'un rayonnement électromagnétique considérable formé de photons dont l'énergie moyenne est de l'ordre de quelques 10^7, et où sont abondamment représentées les basses fréquences capables d'activer les noyaux atomiques.

IV. Examinons de quelle façon on peut espérer mettre en évidence et étudier ce rayonnement photonique contenu dans les grandes gerbes. Si l'on s'adresse à un compteur de Geiger-Muller à coque relativement mince, celui-ci compte seulement les électrons incidents provenant de l'atmo-

sphère. Si au contraire cette coque est plus absorbante, si elle est recouverte par exemple de plomb, elle arrêtera les électrons de l'air présentant une faible énergie (électrons qui sont en petit nombre), mais elle provoquera aussi la matérialisation de nombreux photons, dont les électrons secondaires pourront actionner le compteur.

On peut dire encore que, dans la coque, milieu de poids atomique élevé et où l'énergie critique n'est plus que de 10^7, il s'établit un nouvel équilibre entre photons et électrons. Cet équilibre correspond à une répartition plus égale entre le nombre des photons et celui des électrons.

Nous avons opéré en enroulant directement sur la coque des compteurs métalliques des feuilles de plomb, et en mesurant l'accroissement du nombre de coïncidences enregistrées entre compteurs éloignés. La distance des compteurs était de 3^m dans une expérience et de 13^m dans l'autre (la surface utile des appareils était différente dans ces deux séries).

Base de 3 mètres.

		Plomb			
	Coque nue.	2^{mm}.	4^{mm}.	6^{mm}.	8^{mm}.
Nombre de coups....	874	816	1351	480	1328
Durée.............	101^h	77^h	121^h	43^h	128^h
Moyenne.......	$7,84\pm0,20$	$9,65\pm0,25$	$10,15\pm0,30$	$10,1\pm0,5$	$9,82\pm0,25$

Base de 13 mètres.

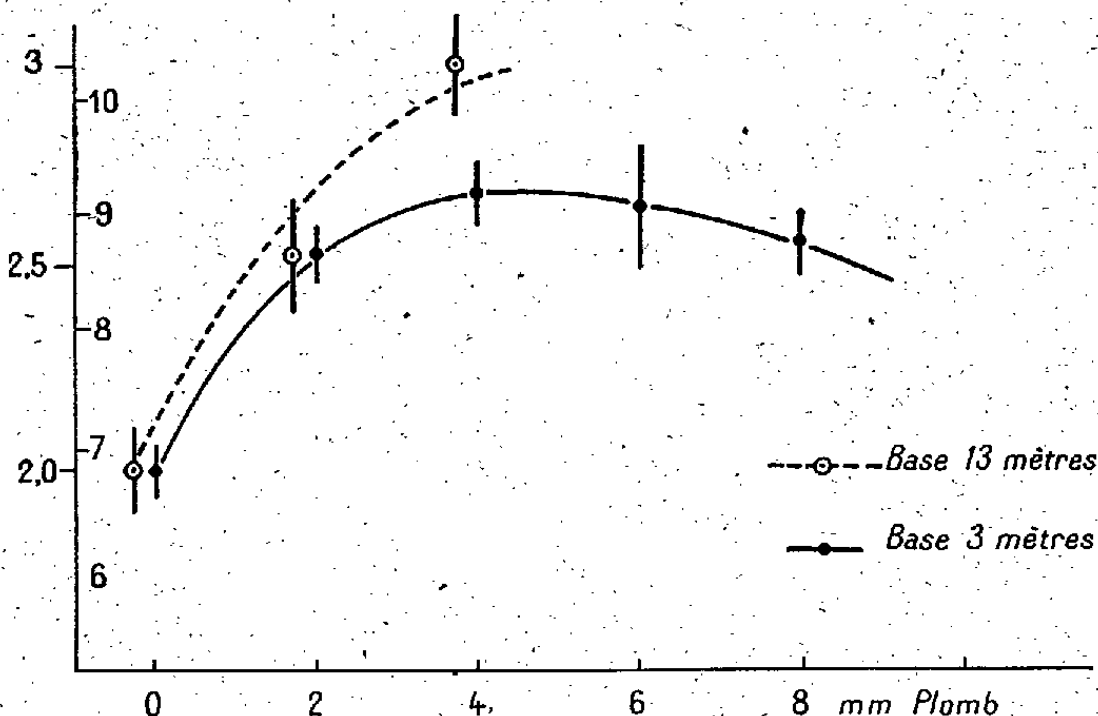
		Plomb	
	Coque nue.	2^{mm}.	4^{mm}.
Nombre de coups..........	510	671	202
Durée....................	197^h	214^h	60^h
Moyenne.............	$2,50\pm0,10$	$3,03\pm0,15$	$3,50\pm0,15$

Les moyennes sont corrigées de l'effet barométrique, et les coïncidences fortuites ont été déduites. Les ordonnées ont été choisies de façon à rendre les deux courbes comparables.

On voit que l'adjonction d'une coque de plomb accroît rapidement le nombre des coïncidences pour les premiers millimètres. La saturation est atteinte vers $4\text{-}5^{mm}$. Cette valeur peut être déduite par le calcul d'après la théorie de Bethe Heitler.

Il est intéressant de comparer cette valeur avec celle, beaucoup plus élevée, qui est obtenue si l'écran de plomb au lieu d'être appliqué sur le compteur en est écarté, et prend la forme d'une voûte. Dans ce cas en

effet, c'est surtout un accroissement de surface efficace qui accroît le nombre de coïncidences, les électrons de l'air pouvant produire dans le plomb des gerbes locales et exciter le compteur, même si la trajectoire ne l'avait pas traversé. On obtient l'épaisseur optimum d'environ 2^{cm} qui est celle des courbes de Rossi. Au contraire les écrans appliqués sur la coque



ne font que matérialiser les photons de l'air qui sont en excès pour le plomb, en donnant des électrons de faible pouvoir pénétrant, d'où l'épaisseur optimum faible.

L'effet est un peu plus grand pour les gerbes prises sur les plus grandes bases, mais seules des expériences faites sur des bases plus grandes encore permettront d'aborder la question de la contribution des photons à l'extension latérale de ces gerbes.

L'effet maximum obtenu dans ces expériences a été de l'ordre de 40 %, notablement moindre que celui prévu par la théorie. Cette différence pourrait être interprétée en admettant une extension moyenne en surface plus grande pour des photons que pour les électrons, ce qui réduirait leur densité superficielle.

RADIOCHIMIE. — *Sur la cristalloluminescence par refroidissement.* Note de M. **Charles Racz**, présentée par M. Charles Mauguin.

J'ai montré récemment (1) que la cristalloluminescence accompagnant la précipitation chimique de certains sels comme $NaCl$, KCl etc., s'étend

(1) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 604.

dans l'ultraviolet et est décelable par des compteurs photoélectriques à Cu I, dont le domaine de sensibilité est situé entre entre 1900 Å et 2700 Å. On sait que les effets les plus intenses sont obtenus en précipitant le sel d'une solution saturée par l'addition de l'acide correspondant. La précipitation du sel par addition d'alcool, produit également une luminescence visible et ultraviolette, mais sensiblement moins forte. Il était intéressant de voir si la précipitation d'un sel par refroidissement brusque d'une solution saturée est accompagnée, elle aussi, d'une émission de rayonnement.

A cet effet, le montage suivant a donné les meilleurs résultats : une tige de bronze (de 5^{cm} de diamètre et de longueur de 15^{cm}) creusée à son extrémité supérieure en forme de cuvette cylindrique (4^{cm} de diamètre et 1^{cm} de profondeur), est destinée à recevoir la solution saturée. L'autre extrémité de la tige plonge dans un vase de Dewar, rempli d'air liquide. La température du fond de la cuvette, déterminée au moyen d'un couple thermoélectrique, peut être réglée en enfonçant plus ou moins la tige dans le vase de Dewar, à l'aide d'un support à crémaillère. A chaque expérience on ajoute 4^{cm^3} d'une solution saturée en présence d'un excès de sel, et chauffée à la température voulue. La température au fond de la cuvette était réglée, selon les expériences entre 0° et —40°, celle de la solution variant de 0° à 100°.

Les résultats suivants on été obtenus : le refroidissement d'une solution saturée de NaCl n'est accompagné d'aucune émission de lumière décelable, comme on pouvait s'y attendre à cause de la faible valeur du coefficient de température de sa solubilité. Par contre, la précipitation des cristaux de KCl par refroidissement brusque donne lieu à une forte intensité de rayonnement ultraviolet, en même temps qu'une luminescence visible est observable dans une chambre noire. On constate un phénomène analogue avec KBr, mais son intensité est beaucoup plus faible. Par contre le refroidissement d'une solution saturée de KI produit une intense luminescence visible, mais aucun rayonnement n'est décelable à l'aide des photorompteurs à CuI. Cette différence est sans doute liée d'une part aux différents spectres d'absorption de ces solutions, d'autre part aux positions respectives des spectres de fluorescence de ces sels. En effet la fluorescence des cristaux de KCl s'étend de 2400 Å à 3800 Å, tandis que celle de KI est située entre 3800 Å et 4800 Å (2), donc en dehors du domaine de sensibilité du compteur à photons employé.

(2) Von Meyeren, *Zeits. f. Phys.*, 61, 1930, p. 321.

L'étude détaillée du phénomène dans le cas de KCl a mené aux observations suivantes : pour obtenir une luminescence nette il faut d'abord que la température de la cuvette soit inférieure à 0°C; ensuite que la différence de température avec la solution soit au moins de 20° à 25°C. L'émission de lumière est due au processus de précipitation, car si la température de la surface de contact n'est pas trop basse (> à — 15°C.) la précipitation du sel et la congélation du liquide sont nettement séparées et la luminescence due à la contraction du solide ne suit que longtemps après la cristalloluminescence.

L'intensité de l'émission, aussi bien dans le visible que dans l'ultraviolet, est du même ordre de grandeur que celle obtenue par la précipitation de NaCl par HCl. Toutefois, pour l'étude dans l'ultraviolet, il est nécessaire d'utiliser une moindre épaisseur de solution, par suite du grand pouvoir absorbant de celle-ci. L'émission est qualitativement simultanée dans le visible et dans l'ultraviolet et sa durée totale varie de 10 à 40 secondes. Pour KI elle est encore plus courte. L'observation du rayonnement visible permet de distinguer deux phases : après une très courte période d'induction (1 à 2 sec.) il apparaît une vive luminescence à fond continu qui décroît rapidement et s'éteint au bout de 2 à 10 secondes. Elle est suivie d'une luminescence par étincelles d'une intensité plus faible. Des étincelles accompagnées de craquements, dues à la contraction ne suivent que longtemps après. L'étude dans l'ultraviolet à l'aide des compteurs à photons permet de tracer des courbes cinétiques d'une forme semblable à celle décrite dans la Note précédente [1]. Malheureusement les difficultés de l'évaluation du gradiant de température dans le sein de la solution pendant le phénomène empêche une interprétation aisée de ces courbes.

En définitive, des processus différents de précipitation, tels que le refroidissement brusque, le déplacement de la solubilité par addition d'acide ou d'alcool, donnant lieu à des phénomènes semblables, le mécanisme de l'émission de lumière dans tous ces cas doit être le même.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur un appareil destiné à l'étude de la cinétique d'une réaction rapide comportant l'absorption d'un gaz par une solution.* Note de M. **René Jouan**, présentée par M. Paul Lebeau.

Quand l'un des corps participant à une réaction est gazeux, il est indispensable, pour obtenir une vitesse de réaction bien définie, d'assurer un

contact intime entre le gaz et la solution. Ce but est atteint quand un accroissement de l'agitation ne modifie plus la vitesse d'absorption du gaz par la solution. L'étude de la cinétique de la réaction se réduit alors à la mesure de cette vitesse d'absorption.

Si le gaz est renfermé dans un réservoir de volume invariable, sa pression diminue à mesure qu'il est absorbé. Mais, pour une réaction assez rapide (durée de l'ordre de 20 secondes), la détente du gaz n'est pas isotherme et il est impossible de déduire la vitesse d'absorption de simples mesures de la pression, sans effectuer au préalable, sur chaque courbe expérimentale, des corrections assez longues ([1]).

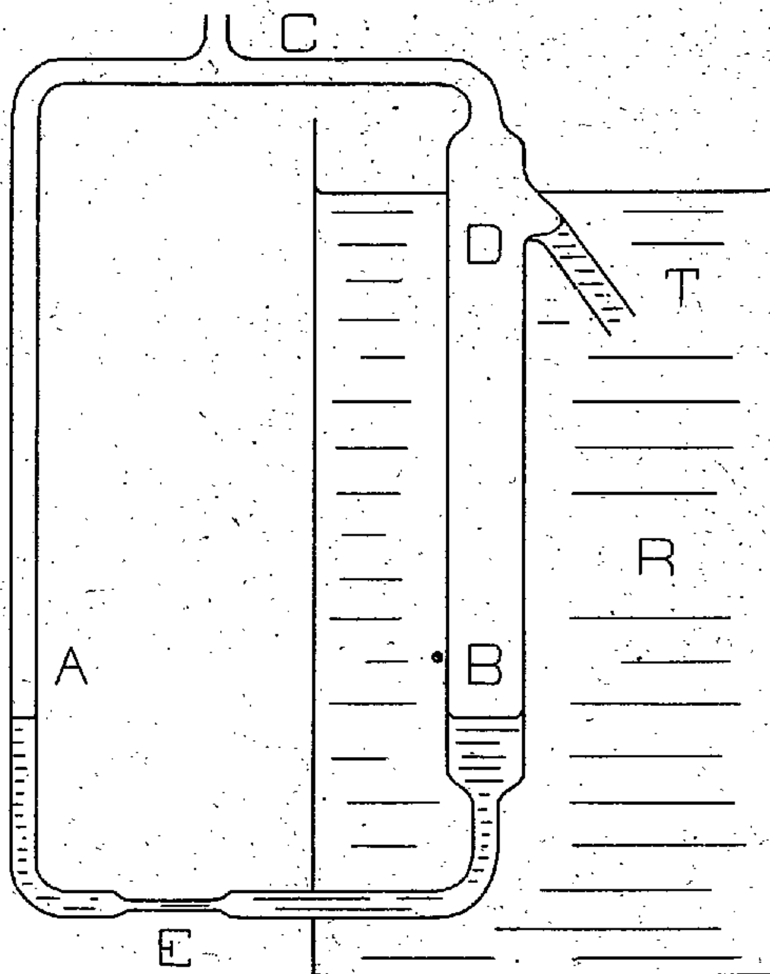
On peut s'affranchir de cette difficulté en maintenant la pression du gaz constante et en mesurant à chaque instant la diminution de volume. Il n'y a aucune détente du gaz, dont la température reste alors bien définie.

Le schéma de principe de l'appareil est indiqué ci-après. L'enceinte où a lieu la réaction communique par C avec le réservoir à gaz constitué par deux tubes A et B, en partie remplis d'eau et reliés ensemble par un étranglement E. La tubulure T plonge dans un réservoir R où le niveau d'eau est maintenu constant par un dispositif auxiliaire. Au début d'une expérience, la pression du gaz est telle que le niveau affleure en D. Toute absorption de gaz par C diminue la pression (cette diminution demeure inférieure à 1^{cm} d'eau) et provoque aussitôt une rentrée d'eau par T. L'eau coule le long de la paroi verticale de B; le niveau monte dans B, et par suite, dans A. On enregistre photographiquement en fonction du temps le niveau dans A, ce qui fournit une courbe Γ.

Pour vérifier l'exactitude du procédé, j'ai aspiré le gaz par C à l'aide d'un phénomène purement mécanique d'écoulement d'eau dont la courbe Γ' était parfaitement connue. J'ai d'ailleurs étudié plusieurs phénomènes d'allures différentes, correspondant à une absorption totale d'environ 250^{cm^3} de gaz, soit une élévation de 25^{cm} du niveau dans A; le débit maximum était de l'ordre de 20^{cm^3} par seconde. Les tubes A et B et la tubulure T étant choisis, il est possible de régler E de telle sorte que deux courbes Γ et Γ' correspondantes coïncident (différence d'ordonnées, en vraie grandeur, pour une même abscisse, partout inférieure à 1^{mm}). En réalité, la montée dans A est toujours en retard sur l'absorption de gaz par C; mais ce retard restant constant (0,7 seconde environ), les deux courbes Γ et Γ' se déduisent l'une de l'autre par une translation le long de

(1) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 348.

l'axe des temps. L'étranglement E permettant d'obtenir ce résultat produit un amortissement des oscillations dans AB, très peu inférieur à l'amortissement critique.



Des calculs d'hydrodynamique permettent d'interpréter le principe de l'appareil et confirment que la coïncidence des courbes Γ et Γ′ ne dépend pas du phénomène d'absorption particulier étudié. La vitesse de l'eau au déversoir D est suffisamment grande pour que l'écoulement dans cette partie de l'appareil ne soit pas influencé par le choc de la veine liquide sur le niveau libre en B, ce qui a permis d'étudier le déversoir D et la colonne oscillante AB indépendamment l'un de l'autre.

Cet appareil a été construit dans le but d'étudier la cinétique d'oxydation d'une solution ammoniacale de chlorure de cobalt.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une méthode de dosage de l'étain en présence d'antimoine par le cupferron.* Note de M. **Élie Gray**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le dosage de l'étain en présence d'antimoine présente un certain nombre de difficultés, peu de réactifs permettant une séparation quantitative de ces deux éléments.

Parmi les dernières méthodes de dosage indiquées se trouve celle de MM. A. Pinkus et J. Claessens ([1]) qui repose sur le principe suivant : le cupferron [$C^6H^5.N(NO).ONH^4$ sel d'ammonium de la nitrosophényl-hydroxylamine] précipite les ions stanniques alors qu'il ne donne aucun précipité avec les composés antimoniques, même en solution neutre et concentrée.

La difficulté de cette méthode consiste dans l'obtention d'un précipité susceptible d'être rassemblé et entièrement retenu par filtration. Aussi était-il impossible de doser ainsi l'étain dans les liqueurs de faible teneur en cet élément (teneur limite indiquée par les auteurs : 6^g d'étain par litre). Avec des solutions plus concentrées, il était même nécessaire de refroidir la liqueur par la glace au moment de la précipitation afin de rassembler le précipité de sel d'étain.

Nous avons repris et modifié cette méthode de façon à la rendre applicable avec des solutions de *faibles teneurs* en étain et *sans qu'il soit nécessaire* d'avoir recours au refroidissement par la glace.

Le principe de cette modification est le suivant : *Le précipité de sel d'étain obtenu avec le cupferron est* collé *par de la gélatine précipitée par du tanin au sein même de la solution tenant en supension ce précipité.*

Parmi les procédés de *collage* classiques essayés, seul celui-ci a donné satisfaction; les uns entraînaient de l'antimoine, les autres ne retenaient pas tout le précipité.

Voici, dans ses grandes lignes, le mode opératoire que nous avons suivi, quelque peu différent de celui indiqué par MM. Pinkus et Claessens :

La liqueur contenant le mélange de sels d'étain et d'antimoine (à l'état de chlorures) est peroxydée par l'eau oxygénée dans le milieu acide. L'excès de ce réactif est ensuite détruit totalement par ébullition. *Après refroidissement,* la liqueur est traitée par l'ammoniaque jusqu'à l'apparition d'un léger trouble que l'on fait *aussitôt* disparaître par quelques gouttes d'acide chlorhydrique. La solution est alors traitée par la quantité suffisante d'une solution aqueuse à 5 % de cupferron qui précipite totalement l'étain. On évitera un excès de ce réactif comme l'ont indiqué MM. Pinkus et Claessens : la précipitation complète exige une quantité de cupferron environ deux fois supérieure à la quantité théorique. A cette solution, contenant le précipité en suspension, on ajoute une petite quantité (environ 1^{cm^3} par 100^{cm^3} de solution) d'une solution de gélatine à 1 % puis quelques gouttes d'une solution de tanin à 2 %. Au bout de peu de temps la gélatine est entièrement précipitée et la liqueur est parfaitement éclaircie.

On filtre. Le précipité est lavé, séché et grillé. L'étain est alors pesé à l'état de SnO^2.

([1]) *Bull. Soc. chim. de Belgique*, 36, 1927, pp. 413-433.

Cette méthode de *collage* du précipité, qui ne nécessite aucun refroidissement, nous a permis de doser l'étain dans des solutions contenant des quantités *relativement faibles* de cet élément ($0^{g},5$ par litre) en présence de sel d'antimoine. Dans tous les cas elle s'est montrée d'une grande simplicité et d'une exactitude remarquable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Union labile de l'oxygène au carbone. Photooxydation des anthracènes 9-nitré et 9.10-dinitré.* Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Robert Priou**, présentée par M. Marcel Delépine.

Comme tous les corps présentant la structure anthracénique vraie, les anthracènes nitrés en méso sont photooxydables.

A. *Nitro-9-anthracène* (I). — Insolé en sulfure de carbone à la dilution de 1/5000, le nitro-9-anthracène (I) est entièrement attaqué par l'oxygène en peu de temps, 3 heures environ. Le produit résultant est très résineux, on n'a pu en retirer que de l'anthraquinone et de la nitroanthrone ($C^{14}H^{9}NO^{3}$) (III). Ces corps proviennent certainement d'une oxydation secondaire par le photooxyde primitivement formé (II) ($R_1 = NO^2$ et $R_2 = H$), et que nous n'avons pas réussi à isoler.

De même doivent s'expliquer les oxydations notées par Battegay, Brandt et Moritz [2] quand ils ont insolé des solutions de nitro-9-anthracène.

Le photooxyde paraît donc très fragile, ce qui était un peu à prévoir en raison de la présence d'un hydrogène en méso; cependant le groupement nitro intervient d'une manière inattendue pour accroître l'instabilité.

La nitroanthrone elle-même (III) n'est pas très stable. Elle se décompose en dessous de son point de fusion (fusion instantanée 155-157°) en donnant de l'anthraquinone; il se dégage en même temps un gaz formé pour les trois quarts d'oxyde azotique NO, et pour le reste d'un gaz non étudié, de l'azote sans doute.

B. *Dinitro-9.10-anthracène* (IV). — Plus régulière est la photooxydation du dinitro-9.10-anthracène (IV). Insolé en solution benzénique au 1/1000, ce corps est entièrement oxydé en moins de trois heures. On retire de la liqueur, à côté d'anthraquinone, un corps incolore en gros prismes, qui se décompose brusquement vers 100° en dégageant des vapeurs nitreuses et en abandonnant un résidu d'anthraquinone pure.

---

(1) Séance du 19 mai 1941.

(2) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 31, 1922, p. 915.

Ces propriétés correspondraient bien à celles que l'on attendrait du photooxyde (II), ($R_1 = R_2 = NO^2$), ($C^{14}H^8N^2O^6$), mais la composition centésimale s'en éloigne notablement. Malgré les soins apportés à la purification, réalisée spécialement en séparant à la main des cristaux bien formés et homogènes, les données analytiques ne correspondent à aucune formule vraisemblable; elles indiquent simplement la perte d'un groupe nitro environ pour quatre molécules de corps anthracénique peroxydé. La solubilité relativement élevée du produit, sa transformation nette en anthraquinone, l'état de saturation des carbones méso par suite de la fixation de l'oxygène sont autant de raisons d'écarter l'idée d'une condensation entre plusieurs molécules. Nous serions plutôt portés à admettre que notre produit résulte d'une syncristallisation entre le photooxydinitroanthracène (II) et un peu de nitroanthrone (III). La nitroanthrone proviendrait de mononitroanthracène (I), formé à partir du dinitro par attaque photochimique du solvant : en fait, quand on opère dans le benzène, on sent nettement l'odeur du nitrobenzène. Il y aurait alors environ une molécule de nitroanthrone pour trois molécules de photooxydinitroanthracène.

La pyrolyse a été effectuée suivant notre technique habituelle en recueillant les gaz non condensables sous haut vide par l'air liquide. La décomposition a lieu à 95°-100°; elle fournit un gaz formé de NO pur, un résidu formé d'anthraquinone pure et enfin, dans le condenseur à air liquide, un solide formé de peroxyde d'azote, NO^2, fortement teinté en bleu par l'anhydride azoteux N^2O^3. Le bilan de cette réaction s'accorde de manière satisfaisante avec la composition admise pour le produit d'après l'analyse : la présence supposée de nitroanthrone expliquerait la formation de NO et par suite de N^2O^3.

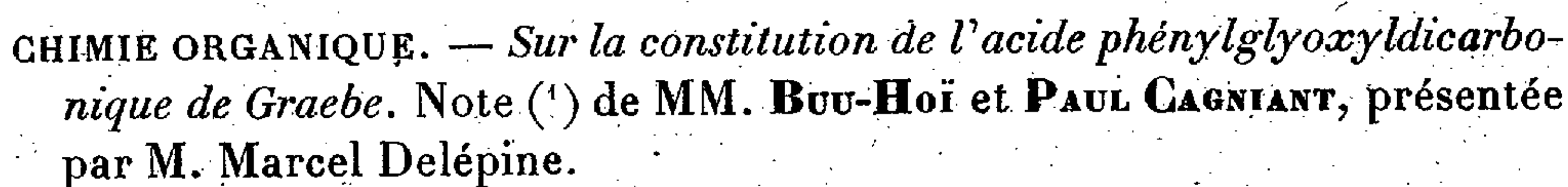
Nous pouvons donc conclure que le dinitroanthracène irradié donne bien le photoxyde normal et que celui-ci se décompose avec libération de peroxyde d'azote.

Une décomposition similaire a lieu également à froid, mais beaucoup plus lentement. Un tube scellé contenant un peu de produit sous vide manifeste à la longue la présence des vapeurs rouges de peroxyde d'azote.

C. Cette réaction représente le cas le plus net que nous ayons rencontré jusqu'ici d'un mode particulier de décomposition d'un photooxyanthracène, mode qui consiste en l'expulsion pure et simple des substituants en méso et leur remplacement par les deux atomes d'oxygène peroxydique, pour former l'anthraquinone (V). Certes il nous était arrivé à d'autres reprises

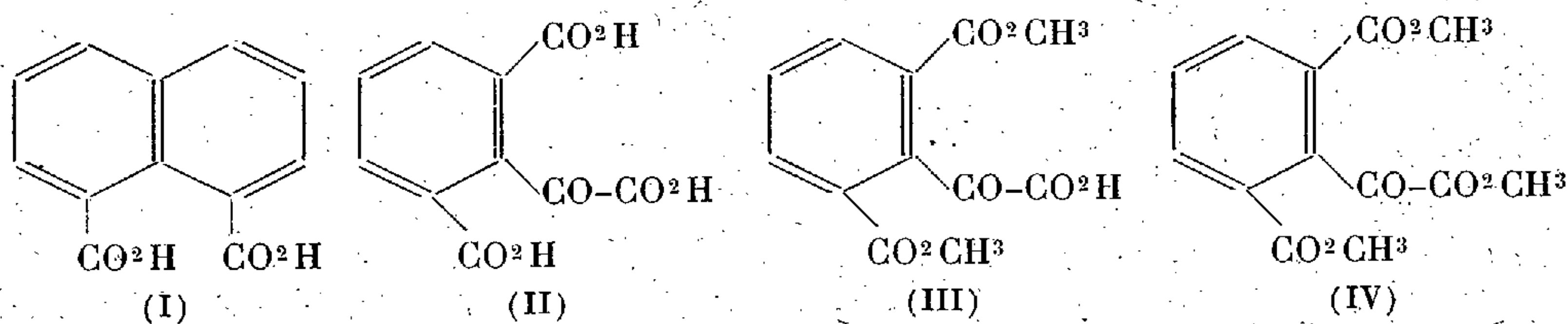
d'obtenir cette même quinone, par exemple dans le pyrolyse du photooxydiméthoxyanthracène ([3]), mais nous n'avions pas eu encore de transformation intégrale en anthraquinone.

Il en résulte que les restes nitro, NO^2, sont moins solidement fixés au carbone dans le photooxyde que les atomes d'oxygène, d'où le tour anormal pris par la scission.



CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la constitution de l'acide phénylglyoxyldicarbonique de Graebe.* Note ([1]) de MM. **Buu-Hoï** et **Paul Cagniant**, présentée par M. Marcel Delépine.

En 1893, Graebe et Bossel ([2]), en oxydant l'acide naphtalique (I) par le permanganate de potassium, obtinrent comme produit principal de la réaction, un triacide $C^{10}H^6O^7$, F 238°, auquel ils attribuèrent la constitution d'un acide phénylglyoxyl-*o*-*o'*-dicarbonique (II). En traitant cet acide par le méthanol et le gaz chlorhydrique, et son sel triargentique par ICH^3, ces savants obtinrent respectivement le diester (III), F 154-156° et le triester (IV) F 168° :

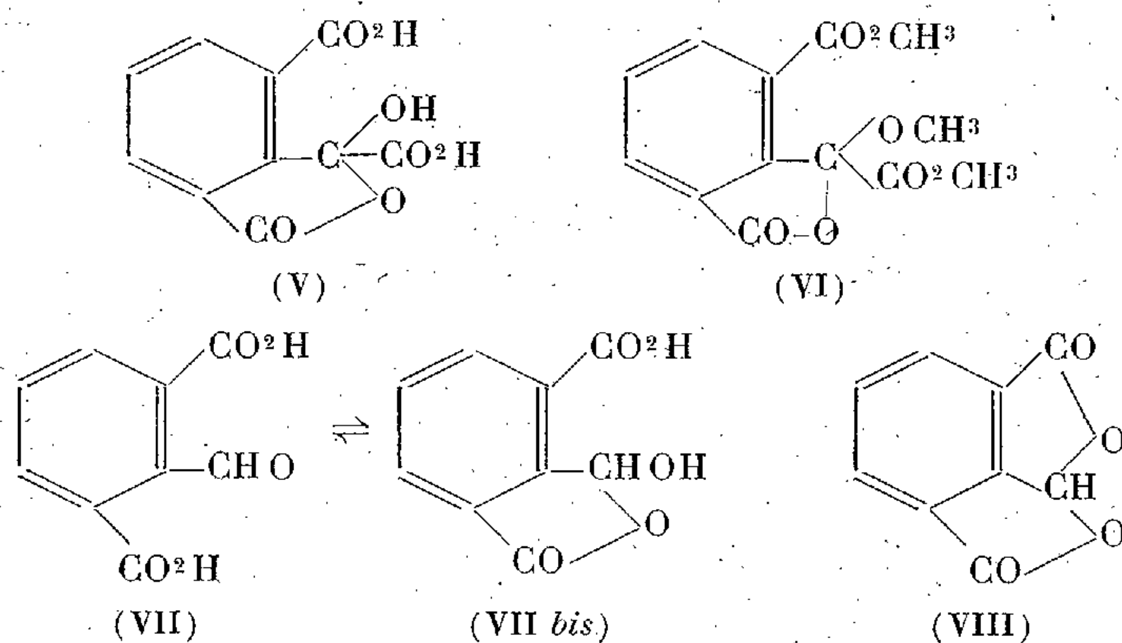


([3]) Ch. Dufraisse et R. Priou, *Soc. Chim.*, 5e série, 6, 1939, p. 1649.

([1]) Séance du 12 mai 1941.

([2]) *Liebig's Annalen*, 290, 1896, p. 206.

Depuis, cet acide a été obtenu accidentellement à diverses reprises par plusieurs auteurs ([3]), en particulier par Tettweiler et Drishaus ([4]) dans les produits de dégradation de la picrotoxine. Ces derniers savants remarquèrent que l'ester triméthylique de leur acide phénylglyoxyldicarbonique, préparé selon Graebe, fondait à 149° et non à 168°. Cette remarque nous a incités à reprendre l'étude de la constitution de l'acide en question et de ses dérivés. Nous sommes arrivés à la conclusion que cette substance présente le phénomène de tautomérie cétolactolique, et, qu'en solution dans des milieux neutres, elle prend la forme oxylactone (V). En effet les spectres



d'absorption de cet acide en solution dans l'alcool, et dans l'éther (*fig.* 1) ont une allure tout à fait différente de celle de la courbe d'absorption du même produit en solution alcaline, laquelle doit vraisemblablement correspondre à la forme cétonique (II). En ce qui concerne la constitution des esters de l'acide phénylglyoxyl-*o*-*o'*-dicarbonique, nous avons constaté qu'en faisant agir le sel triargentique sur ICH^3, tout comme en estérifiant par ClH gazeux, on aboutit à un seul et même ester neutre, ne ressemblant ni au diester (III) ni au triester (IV) décrits par Graebe et Bossel. Notre produit fond à 146° (non corr.) et est ainsi identique à celui de Tettweiler et Drishaus. En raison de la ressemblance de son spectre d'absorption avec celui de l'acide (V), nous lui attribuons une structure oxyphtalidique (VI).

En ce qui concerne les produits de dégradation de l'acide (II), nous avons bien obtenu comme Graebe et Bossel un mélange d'acide hémimellitique, d'acide 2-carboxyphtalaldéhydique (VII), et d'une substance

---

([3]) KRÜBER, *Ber. d. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 1011; CHARRIER et BERRETTA, *Gazz. chim. ital.*, 54, 1924, p. 988; DZIEWONSKI, *Ber. d. chem. Ges.*, 46, 1913, p. 2160.

([4]) *Liebig's Annalen*, 520, 1935, p. 163.

$C^9H^4O^4$ à laquelle ces auteurs ont attribué la formule d'une dilactone de la forme oxyphtalidique (VII *bis*) de l'acide (VII). Toutefois, nous ne sommes pas du même avis que ces savants en ce qui regarde la constitution de cette substance $C^9H^4O^4$, car, d'une part, un corps ayant cette structure (VIII) devrait se tranformer aisément en l'acide (VII) par dissolution

Fig. 1.

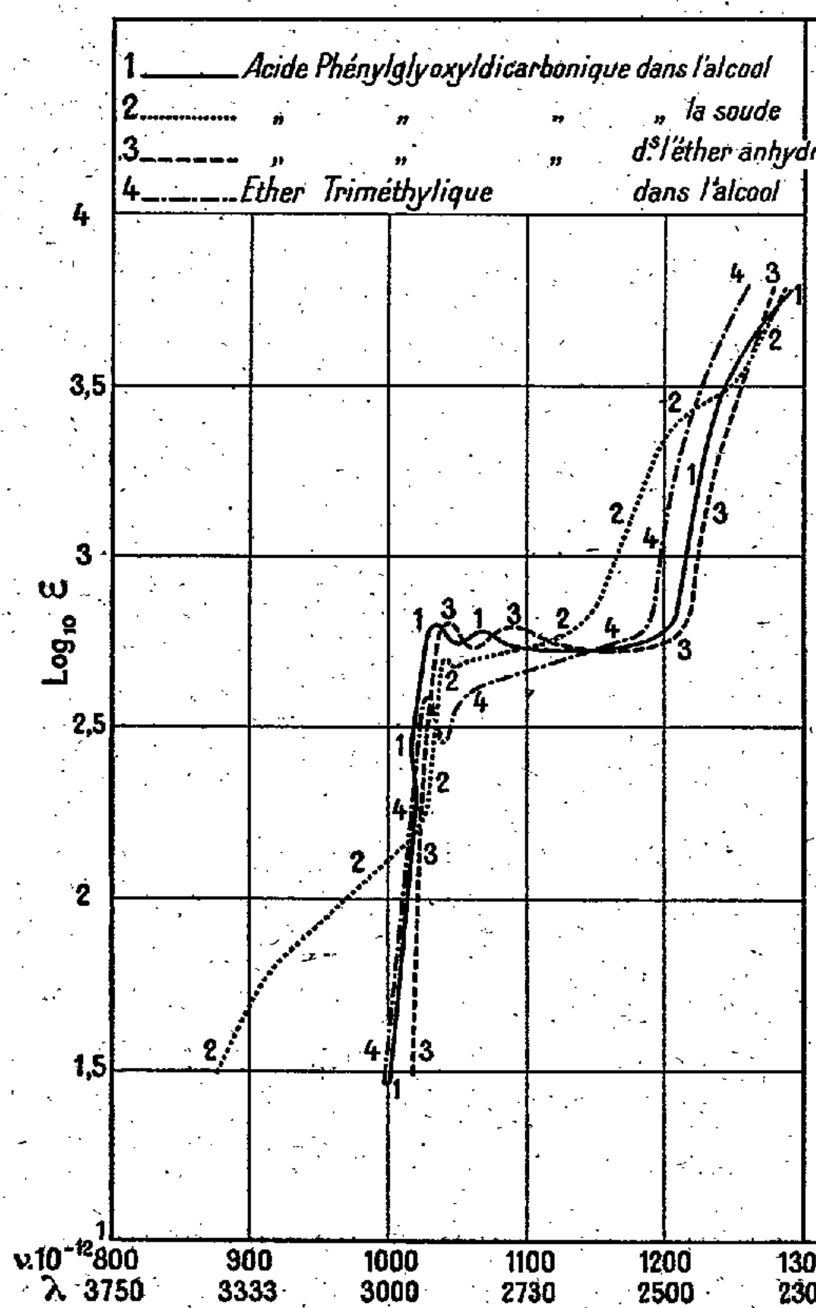
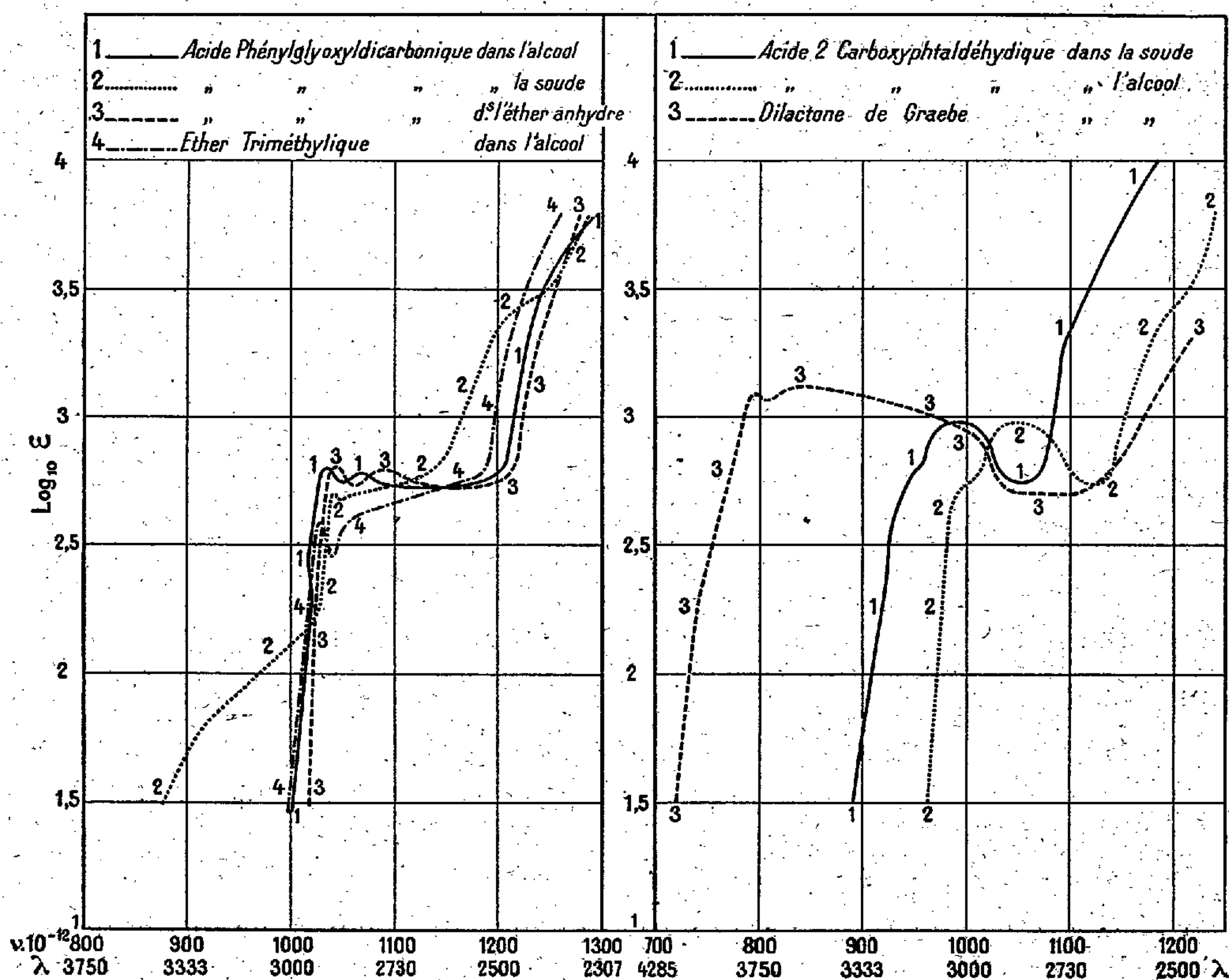


Fig. 2.



dans les alcalis et acidification, ce qui ne se produit pas. D'autre part, le spectre d'absorption de ce corps diffère totalement de celui de l'acide 2-carboxyphtalaldéhydique, comme on peut le voir sur la figure 2, où l'on constate en outre un effet bathochrome considérable dû à la salification de l'acide 2-carboxyphtalaldéhydique (anomalie cétolactolique).

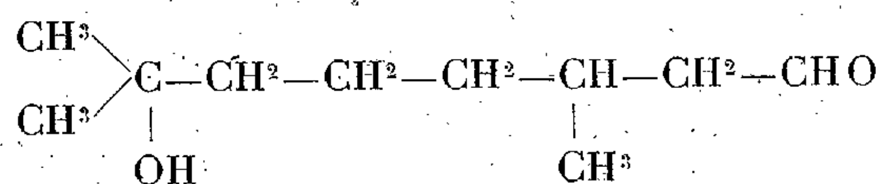
Partie expérimentale. — 1° Acide phénylglyoxyldicarbonique $C^{10}H^6O^7$ (V) : se prépare en oxydant une solution d'anhydride naphtalique dans la soude par MnO^4K en solution saturée chaude. F 248-250° (décomp.) (Graebe et Bossel indiquent 238°); 2° ester $C^{13}H^{12}O^7$ (VI) : on peut

l'obtenir soit en traitant à chaud le sel d'Ag de (V) par ICH^3 en milieu benzénique, soit par estérification directe : 1^g de (V) est dissous dans 20^{cm^3} de méthanol absolu. On sature par ClH sec à froid, et l'on fait bouillir à reflux un quart d'heure. On obtient des cristaux incolores, très solubles dans l'alcool, insolubles dans les solutions alcalines, F 146°. Le mélange des deux échantillons d'ester obtenu des deux façons fond également à 146°. Les deux produits montrent en outre le même spectre d'absorption, et deviennent également roses par exposition à la lumière. Cette couleur rose disparaît de nouveau à l'obscurité. Cette curieuse phototropie n'existe pas chez l'acide libre; 3° Les substances (VII) et (VIII) ont été obtenues selon Graebe et Bossel [avec des rendements infimes pour (VII)].

En résumé, nous avons montré que l'acide phénylglyoxyldicarbonique présente, tout comme l'acide phtalonique, la tautomérie cétolactolique, et c'est l'existence de cette tautomérie qui explique sans doute la pluralité des esters. Un exemple analogue de contradiction a déjà été signalé par Graebe lui-même ([5]), qui n'a pu obtenir qu'une seule fois un diester méthylique tétrachlorophtalique isomère de l'ester normal.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Produits d'oxydation et de réduction de l'hydroxycitronnellal.* Note de MM. Léon Palfray, Sébastien Sabetay et Alberto Rangel, présentée par M. Marcel Delépine.

Bien qu'il soit très employé dans l'industrie des parfums, on ne possède au point de vue scientifique que des données très incomplètes sur l'hydroxycitronnellal auquel on attribue la formule



Nous nous sommes donc proposé d'en compléter l'étude tant au point de vue des propriétés physiques que des propriétés chimiques, dérivés caractéristiques, produits de réduction et d'oxydation etc.

Dinitro-2.4 phénylhydrazone de l'hydroxycitronnellal. — On ne connaissait jusqu'à présent qu'un dérivé caractéristique solide de l'hydroxycitronnellal, la semicarbazone F 96°. Plus facile est la préparation

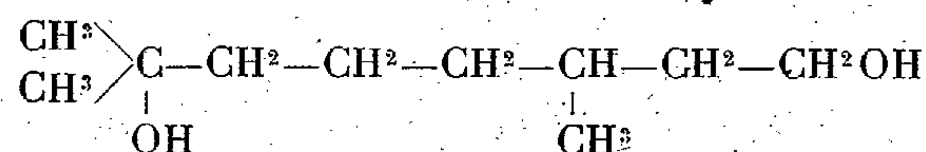
---

([5]) *Liebig's Annalen*, 238, 1887, p. 326.

de la dinitro-2.4-phénylhydrazone, à froid, suivant la technique préconisée par M. Mouton ([1]). C'est une poudre cristalline jaune qui, après recristallisation dans l'éther, fond à 85° inst. (Maquenne). Analyse (Dumas) N % calc. 15,91; tr. 15,93.

Hydrogénation sous pression. — Elle a été effectuée au moyen de l'appareil décrit par l'un de nous ([2]), en traitant l'hydroxycitronnellal par l'hydrogène sous pression, en présence de nickel Raney comme catalyseur. En partant d'une molécule (172^g), on observe que la phase d'hydrogénation rapide commence à 100° avec $dp/dt = 10$ kg/20 min $= 0,5$. Après élimination du catalyseur et distillation, nous avons recueilli 137^g d'un liquide incolore, visqueux, dont les constantes étaient celles que la littérature assigne à l'hydroxycitronnellol (E_1 124-125°; n_D^{17} 1,4618). Le rendement était ainsi de 79 % de la théorie, supérieur à ceux des méthodes d'hydrogénation chimique mises en œuvre par différents auteurs ([3]).

Cette facilité de préparer le glycol en quantités importantes nous a permis de compléter ses constantes physiques en y ajoutant le pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{10}$ $+1°25'$ et de confirmer la formule ci-dessous, qui lui est généralement attribuée,



Nous avons en effet pu isoler, par la méthode de formylation à froid de Glichitch ([4]), le diformiate de l'hydroxycitronnellol, alors que seul un monoformiate était connu. Constantes du diformiate : liquide incolore, inodore, non visqueux, E_1 103°,5; $n_D^{17,5}$ 1,4436; d_4^{19} 1,0019; I. S. calc. 487; tr. 473.

Le produit d'hydrogénation est donc bien un diol et le taux d'acétylation pyridinée 103 % ainsi que celui de la tritylation 90,5 % conviennent nettement à un glycol primaire-tertiaire.

Dérivés solides du glycol. — Par action directe du chlorure d'allophanyle sur le glycol en milieu benzénique, nous avons pu isoler un *monoallophanate* chloré solide, qui, recristallisé dans l'alcool, nous donne F 113°. Il

---

([1]) *Thèse Pharmacie*, Paris, 1938.

([2]) L. Palfray, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 3, 1936, p. 508.

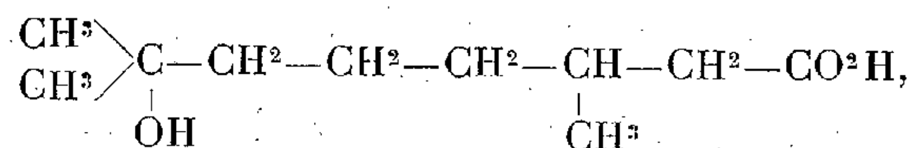
([3]) F. Tiemann et R. Schmidt, *Ber. d. chem. Ges.*, 29, 1896, p. 907; P. Barbier et R. Locquin, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1114; R. Sornet, *Rev. Chim. ind.*, 37, 1928, p. 75; S. Sabetay et L. Palfray, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1513.

([4]) L. S. Glichitch, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 33, 1923, p. 1284.

correspond à la composition $C^{12}H^{21}O^3N^2Cl$. Au contraire, en présence de pyridine anhydre, nous avons obtenu un diallophanate solide, qui, recristallisé dans l'alcool, fond à 196-197°. Il répond à la composition $C^{14}H^{24}O^6N^4$.

Oxydation ménagée. — L'oxydation permanganique à froid, en milieu acétonique, de l'hydroxycitronnellal, nous a fourni un acide de formule brute $C^{10}H^{20}O^3$ avec un rendement de 86 %. C'est un liquide incolore très visqueux, possédant une odeur grasse très faible, insoluble dans l'eau et l'éther de pétrole, soluble dans l'acétone et l'éther; ses constantes sont : E_1 150-151°; $d_4^{13,5}$ 1,010; n_D^{15} 1,4592; R_D calc. 50,98; tr. 51,44; $[\alpha]_D^{13,5}$ + 3°54'; I. A. calc. 298; tr. 296. Le sel de sodium n'a pas cristallisé; le sel d'argent est insoluble dans l'eau; le sel de triéthylolamine cristallise dans l'éther en tables incolores fondant à 72° inst. (Maquenne).

La présence d'une fonction alcool dans la molécule de cet acide est révélée par le formiate que donne la formylation à froid. Par ailleurs cet hydroxyle alcoolique est tertiaire, car le taux d'acétylation pyridinée n'est que de 10,1 %; il est en position 7, car le chauffage de l'acide-alcool, en présence d'acide sulfurique à 20 %, fournit de l'acide citronnellique (I. A. calc. 329; tr. 324). Cet acide-alcool est donc l'acide hydroxycitronnellique de formule



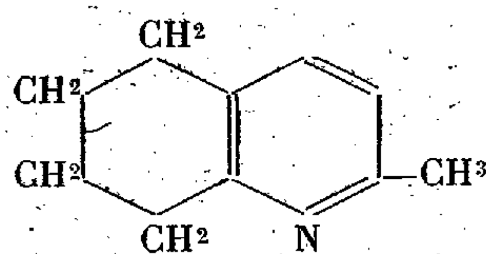
qui n'était connu que sous la forme de son ester éthylique ([5]).

Des essais de lactonisation directe de cet acide, soit par simple chauffage à l'ébullition, à la pression ordinaire, soit par action, à froid ou à chaud, d'acide sulfurique ou d'autres catalyseurs, ont échoué : dans tous les cas il y a eu déshydratation avec formation d'acide citronnellique. Nous pensons pouvoir obtenir l'olide cherchée par des voies indirectes, et nous nous proposons de continuer le travail amorcé par ces premiers résultats.

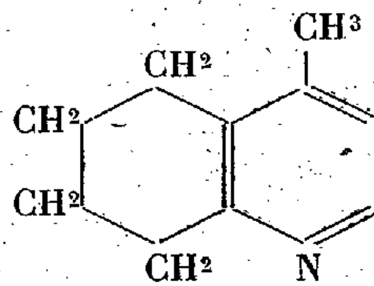
([5]) P. Barbier et R. Locquin, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1117.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de la cyclohexanone avec l'aldéhyde acétique et l'ammoniaque en présence d'oxyde d'aluminium.* Note [1] de MM. **Alexis Tchitchibabine** et **Constantin Barkovsky**, présentée par M. Marcel Delépine.

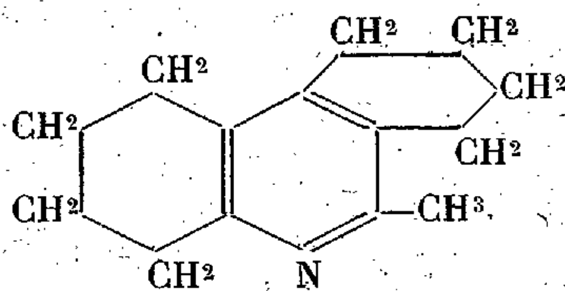
Conformément à la règle de formation des bases pyridiques à partir des mélanges des aldéhydes et des cétones avec l'ammoniaque établie par l'un de nous [2], la cyclohexanone avec l'aldéhyde acétique et l'ammoniaque peut former, en partant d'une molécule de cyclohexanone avec deux molécules d'aldéhyde acétique, deux produits de condensation de structure (I) et (II), et deux autres produits de condensation de structure (III) et (IV), si l'on part de deux molécules de cyclohexanone avec une molécule d'aldéhyde acétique.



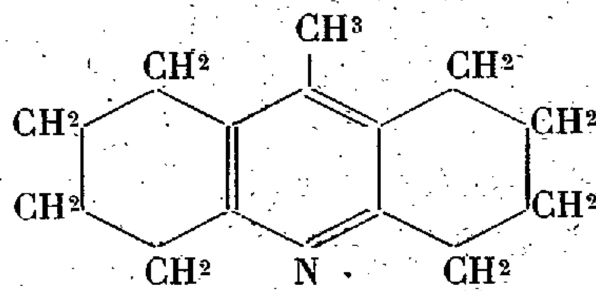
(I)
Bz-Tétrahydroquinaldine.



(II)
Bz-Tétrahydrolépidine.



(III)
Bz-Octohydrométhylphénanthridine.



(IV)
Bz-Octohydrométhylacridine.

En concordance avec la seconde règle exposée dans le travail susmentionné [2], l'essai de condensation effectué dans un autoclave à 180°-200° a donné principalement les produits de l'α-condensation (I) et (III) (ce dernier a été obtenu comme produit principal). La formation des produits de la γ-condensation ne fut point constatée pour le produit (IV); pour le produit (II), on ne put isoler de la solution mère du picrate de la tétrahydroquinaldine qu'un peu de picrate, impur d'ailleurs (F 174°-177°).

---

(1) Séance du 1 mai 1941.

(2) Tchitchibabine, *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, 6, 1939, p. 522.

Dans le même travail, nous avons émis l'opinion que, selon la seconde règle, il faut s'attendre à ce que, par condensation catalytique à température plus élevée, les produits principaux de la réaction soient les produits de condensation γ, (II) et (IV).

Cette condensation est actuellement réalisée. Nous avons effectué la réaction à 370°-400° sur l'oxyde d'aluminium comme catalyseur, et, en plein accord avec les règles susmentionnées, nous avons constaté que, dans ces conditions, les produits de la γ-condensation se forment en quantités prépondérantes, et que la proportion des produits à point d'ébullition plus bas est beaucoup plus grande que dans l'essai à l'autoclave.

Notamment, la Bz-tétrahydrolépidine, inconnue jusqu'à maintenant, se présente comme le produit principal de cette réaction. Elle put être facilement séparée de la Bz-tétrahydroquinaldine par précipitation fractionnée par l'acide picrique en solution acétonique. Son picrate pur F 180° est identique au picrate à F 174°-177° susmentionné.

Dans la fraction supérieure, nous n'avons pas pu constater la présence d'octohydro-méthyl-phénanthridine, laquelle, dans l'essai à l'autoclave, était le produit principal de la réaction. La précipitation fractionnée de cette fraction par l'acide picrique en solution éthérée nous a permis de séparer un nouveau picrate à F 167°-169° (après une cristallisation dans l'acétate d'éthyle), dont la base est de composition isomère à l'octohydro-méthyl-phénanthridine et n'est autre probablement que l'octohydrométhylacridine. Son point d'ébullition correspond également à cette structure. Outre cela, cette fraction contient plusieurs bases dont les picrates se présentent comme une huile non cristallisable.

Partie expérimentale. — Le mélange de 50^g de cyclohexanone et de 50^g de paraldéhyde a été introduit graduellement, pendant 6 heures, et simultanément avec un courant de NH^3 dans un tube en cuivre (rempli d'oxyde d'aluminium activé) chauffé à 370° (dans deux autres essais à 400°).

Le produit de la réaction est composé de deux couches. La couche aqueuse, saturée d'ammoniaque, ne contient que des traces des bases organiques. Les bases de la couche huileuse ont été séparées des produits neutres par traitement à l'acide chlorhydrique. Ces bases, régénérées et distillées sous pression de 17^{mm}, ont donné les fractions suivantes : 1° jusqu'à 100°, 3^g,3 (picolines et collidines); 2° de 100°-150°, 11^g,8; 3° de 150°-200°, 7^g,8.

La précipitation fractionnée par l'acide picrique de la fraction 2° a donné 11^g,4 de picrate de tétrahydrolépidine à l'état pur $C^{10}H^{13}N.C^6H^2(NO^2)^3OH$ (aiguilles plates de l'acétone), F 180°, et 1^g,6 de picrate de tétrahydroquinaldine (gros prismes ou petits prismes de l'acétone), F 157°. La *tétrahydrolépidine*, régénérée du picrate,

se présente comme un liquide à odeur forte et caractéristique, presque insoluble dans l'eau, miscible à l'éther, à l'alcool et à l'acétone, Éb 123°,5 sous pression de 13^{mm}; $d_{4°}^{20°}$ 1,0231, $d_{4°}^{0°}$ 1,0405, $n_{15°}^{D}$ 1,5466. Oxydée par la solution de $KMnO^4$, la base a donné l'acide pyridine 1.2.3-carbonique (α-carbo-cinchoméronique) à F 250°. Le chloroplatinate $(C^{10}H^{13}N)^2.PtCl^6$ grandes aiguilles (de l'eau chaude), F 220° (décomp.).

La *tétrahydroquinaldine*, Éb 104° sous pression de 12^{mm}, $d_{4°}^{20°}$ 1,0008, $d_{4°}^{0°}$ 1,0185, $n_{14°,5}^{D}$ 1,5379.

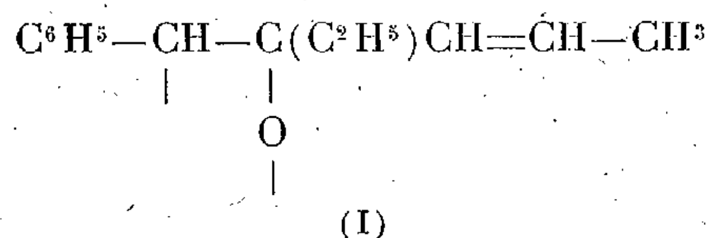
La fraction 3° a donné $3^g,2$ de picrate d'octohydro-9-méthylacridine, prismes (de l'acétate d'éthyle), F 167°-169°. La base est liquide, Éb 186°-188°, sous pression de 12^{mm}. Le chloroplatinate $(C^{14}H^{19}N)^2.PtCl^6$ est en petites aiguilles, peu solubles dans l'eau; chauffées à 200°, elles noircissent et se décomposent lentement.

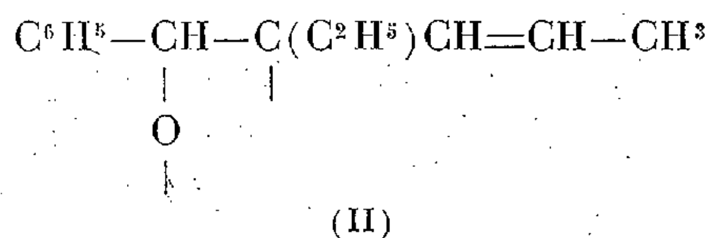
CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation du phényl-1-éthyl-2-propényl-2-glycol et déshalogénation argentique de son iodhydrine. Transposition semihydrobenzoïnique.* Note de M. **Yves Deux**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Nous avons montré [1] que, dans l'isomérisation de l'oxyde de phényléthylpropényléthylène, l'oxygène époxydique se rompt dans les deux sens avec formation de phényléthylpropénylacétaldéhyde par transposition semihydrobenzoïnique (migration du phényle) et de phényl-4-heptène-2-one-5, par transposition semipinacolique (migration préférentielle du propényle). Comme suite à ce travail, nous avons étudié, d'une part, la déshydratation du glycol correspondant que nous avons obtenu en fixant H^2O sur l'époxyde, d'autre part, la déshalogénation argentique de l'iodhydrine du même glycol obtenue en fixant l'acide hypoiodeux sur le phényl-1 éthyl-2 pentadiène-1.3. Dans les deux cas nous avons obtenu, comme dans l'isomérisation de l'époxyde correspondant, le phényléthylpropénylacétaldéhyde par transposition semihydrobenzoïnique; mais, tandis que dans le premier cas cet aldéhyde est le produit exclusif de la déshydratation du glycol, dans le second cas cet aldéhyde est accompagné, comme dans l'isomérisation de l'époxyde, de la cétone linéaire isomère, la phényl-4-heptène-2-one-5, provenant de la même transposition semipinacolique. Il y a donc dans les deux cas passage par la même structure

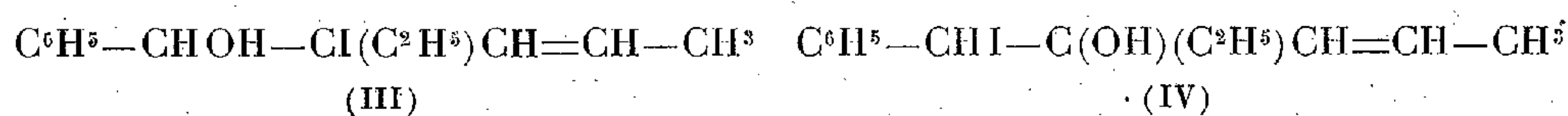
(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 795.

intermédiaire (I)





Toutefois, tandis que, dans l'isomérisation de l'époxyde, cette structure est accompagnée de la structure inverse (II), par suite de la rupture de l'oxygène époxydique dans les deux sens, dans le présent cas, ces deux structures intermédiaires résultent de ce que dans l'action de l'acide hypoiodeux il y a eu fixation de l'iode à la fois sur le carbone secondaire et sur le carbone tertiaire avec formation des deux iodhydrines isomères



La première de ces iodhydrines (III) donne par déshalogénation le phényléthylpropénylacétaldéhyde (transposition semihydrobenzoïnique) alors que la seconde (IV) conduit, dans les mêmes conditions, mais par transposition semipinacolique, à la phényl-4-heptène-2-one-5. Cette fixation de I et de OH dans les deux sens montre que les capacités affinitaires du radical phényle, d'une part, et des radicaux éthyle et propényle, d'autre part, sont sensiblement équivalentes.

Cette valeur sensiblement égale des capacités affinitaires ne semble pas se confirmer dans le cas de la déshydratation du phényléthylpropénylglycol; mais c'est là un fait déjà observé avec divers autres glycols [2], aussi estimons-nous que, dans l'évaluation des capacités affinitaires des divers radicaux, l'isomérisation des époxydes est une réaction plus sensible que la déshydratation des glycols.

I. *Déshydratation du phényléthylpropénylglycol* (phényl-1-éthyl-2-propène-3-diol-1-2). — Ce glycol (F 103°; paradinitrobenzoate F 148°), a été obtenu en chauffant l'époxyde correspondant avec six fois son poids d'eau faiblement acidulée. Sa déshydratation effectuée soit par simple distillation dans le vide, soit par chauffage avec l'acide sulfurique au cinquième, fournit un produit unique, le phényléthylpropénylacétaldéhyde ($Éb_{10}$ 120°; n_D^{16} 1,568; semicarbazone F 125°; oxime F 93°). Celui-ci avait déjà été obtenu dans l'isomérisation de l'époxyde, mais mélangé de

---

([2]) M. TIFFENEAU et JEANNE LÉVY, *Bull. Soc. Soc. Chim.*, 49, 1931, p. 1633.

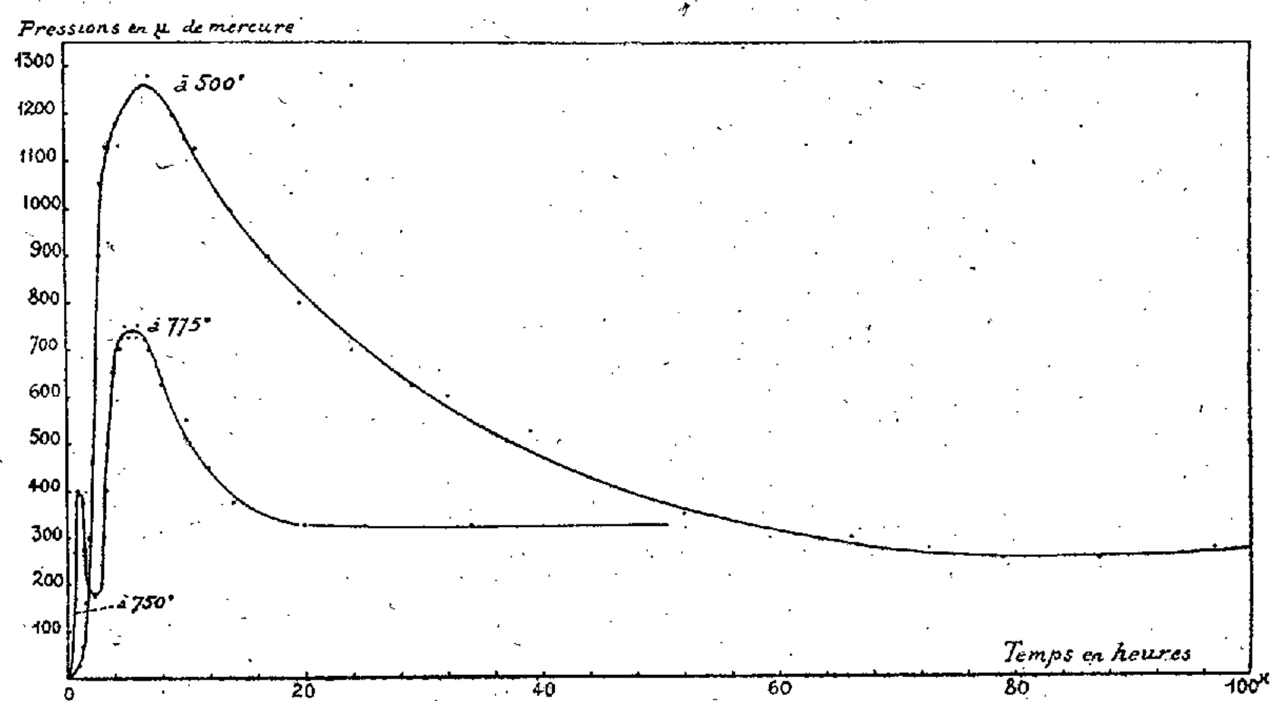
la cétone isomère et il n'avait pu être isolé à l'état pur. Son hydrogénation ménagée sur le nickel de Raney fournit l'aldéhyde saturé correspondant (semicarbazone F 183°) que l'oxydation argentique transforme en acide phényléthylpropylacétique déjà obtenu précédemment (F 125°, anilide F 98°). Ainsi la déshydratation du phényléthylpropénylglycol s'effectue par élimination exclusive de l'hydroxyle tertiaire, suivie d'une migration phénylique, c'est-à-dire par transposition semihydrobenzoïnique.

II. *Déshalogénation des deux iodhydrines du phényl-1-éthyl-2-propényl-glycol.* — Ces iodhydrines (III) et (IV) se forment simultanément lorsqu'on fixe IOH par action de l'iode en présence d'oxyde jaune de mercure, sur le phényléthylpentadiène-1.3 (Éb$_{16}$ 128-130°; n_D^{15} 1,579) obtenu lui-même par déshydratation sulfurique du phényl-1-éthyl-2-pentène-1-ol-5. Cette fixation a lieu exclusivement sur la double liaison en 1 et elle se produit dans les deux sens possibles, c'est-à-dire avec formation des deux iodhydrines (III) et (IV), qui se comportent différemment dans la déshalogénation argentique. Pour réaliser celle-ci, on agite la solution éthérée des deux iodhydrines avec une solution aqueuse concentrée d'azotate d'argent. On décante et lave la solution éthérée, on distille l'éther et l'on soumet le résidu à l'entraînement à la vapeur d'eau. Le produit entraîné réduit AgOH ammoniacal, mais c'est un mélange dont la semicarbazone brute fond de 150 à 170° et n'est pas purifiable par cristallisation fractionnée. Par hydrogénation catalytique sur le nickel de Raney, puis par oxydation argentique, on peut isoler, d'une part, l'acide phényléthylpropylacétique (F 127°, anilide F 98°) et, de l'autre, la phényl-4-heptanone-3 (semicarbazone F 109-110°). On peut donc conclure que la déshalogénation ci-dessus a fourni le phényléthylpropénylacétaldéhyde par déshalogénation de l'iodhydrine (III) (transposition semihydrobenzoïnique avec migration du phényle) et la phényl-4-heptène-2-one-4 par déshalogénation de l'iodhydrine (IV) (transposition semipinacolique et migration du propényle de préférence à l'éthyle).

MINÉRALOGIE. — *Étude du dégagement d'hydrogène associé au départ de l'eau de constitution des chlorites ferromagnésiennes.* Note de MM. **Jean Orcel** et **Paul Renaud**.

Sous l'action de la chaleur, les chlorites perdent leur eau de constitution à deux températures distinctes voisines de 500° et de 700°. Dans

l'intervalle, la vitesse de dégagement est à peine appréciable. D'autre part, dans le cas des chlorites ferromagnésiennes, l'analyse thermique différentielle, effectuée dans le vide, met en évidence, au moment du dégagement à 700°, un phénomène exothermique, vraisemblablement dû à l'action de l'eau, au moment de son brusque départ, sur le fer bivalent du minéral (¹). Dans cette hypothèse, envisagée déjà autrefois par M. W. Travers (²), puis par R. T. Chamberlin (³), le dégagement d'eau serait accompagné d'un dégagement d'hydrogène, conformément à l'équation $3FeO + H^2O \rightleftharpoons Fe^3O^4 + H^2$. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons cherché à mettre en évidence la présence de l'hydrogène dans



les gaz dégagés par deux chlorites dont les teneurs en ions ferreux sont très différentes. L'une, la ripidolite d'Androta (Madagascar), contient 18,73 % d'oxyde ferreux; l'autre, la chlorite blanche de Saint-Colomban-des-Villards (Savoie), en contient 1,24 %.

Mode opératoire. — Le minéral est chauffé dans un tube de silice rodé à un capuchon de verre pyrex. L'eau dégagée est congelée dans un tube en U refroidi par de la glace carbonique. Une double jauge de Mac Leod, à phtalate de butyle, permet d'apprécier des pressions variant de 10^{-5} à 30^{mm} de mercure. La tenue du vide a été vérifiée en déterminant les courbes représentant l'accroissement de la pression en fonction du temps. Nous avons opéré à froid d'abord, puis aux différentes températures auxquelles nous devions porter le tube de silice au cours de l'opération, enfin à

(¹) J. Orcel, *Bull. Soc. franç. Min.*, 50, 1927, p. 182; 52, 1929, p. 194.

(²) *Proceed. of the Roy. Soc. of London*, 64, 1899, p. 130-142.

(³) *The Gases in Rocks* (*Carnegie Inst. of Washington*, Pub. n° 106, 1908, p. 41).

une température supérieure. Nous avons construit ensuite la courbe donnant, en fonction du temps, la pression fournie par le minéral, chauffé à des températures déterminées. Les gaz émis ont été caractérisés par une analyse spectrale qualitative.

Résultats. — Le minéral, finement pulvérisé pour supprimer les irrégularités des courbes, a été maintenu 15 heures à 450°, afin d'éliminer les gaz absorbés par les surfaces des grains. La température est ensuite élevée rapidement à 540°, l'appareil étant vidé et clos. Entre le premier départ d'eau et le second, on fait le vide et l'on maintient 12 heures à 500°. Une pression de 33$^{\mu}$ s'établit. Pour le second départ, la température a été élevée en deux fois, d'abord de 500° à 720°, puis de 720° à 775°. Les courbes obtenues et les spectres observés montrent que la ripidolite fournit un dégagement d'hydrogène bien plus considérable que la chlorite blanche. Dans ce dernier cas, le dégagement gazeux, beaucoup plus lent et plus faible, fait monter lentement la pression pour laquelle nous n'avons pas constaté de maximum. Ce résultat confirme l'hypothèse rappelée au début. Nous donnons seulement ci-contre les courbes relatives à la ripidolite.

Conclusion. — Le dégagement d'hydrogène que l'on constate confirme l'hypothèse que l'eau est réduite par le fer bivalent au moment de son départ. La réabsorption, par la poudre de ripidolite, des gaz émis s'interprète par l'existence d'un équilibre entre l'eau, l'hydrogène, le fer ferreux et le fer oxydé. En présence de la grande quantité d'eau dégagée, une assez grande concentration en hydrogène apparaît. Lorsque l'émission d'eau a diminué, l'hydrogène réduit le fer et redonne de l'eau que la carboglace absorbe. Le déplacement de l'équilibre par l'absorption de l'eau conduit à la réabsorption de l'hydrogène dégagé pendant le départ de l'eau. Le dégagement de l'hydrogène susceptible de confirmer l'hypothèse de la réduction de l'eau se manifeste au premier, comme au second départ. Or les courbes d'analyse thermique ne mettent en évidence ce phénomène qu'au second départ. Une interprétation raisonnable de cette divergence s'obtient en comparant la vitesse des dégagements dans les courbes de pression et d'analyse thermique. Le crochet exothermique peut être dix fois plus faible au premier départ, et est ainsi invisible.

Enfin les mécanismes des deux départs sont nettement différents, puisqu'au premier départ la structure semble conservée dans ses grandes lignes, comme dans les chlorites pauvres en fer ferreux (¹), tandis qu'au

(¹) J. Orcel et S. Caillère, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 789.

second départ, elle est détruite pour donner naissance à d'autres minéraux. Comme la réduction précède le départ de l'eau, la structure du cristal doit jouer un rôle important sur le comportement du phénomène.

Quoi qu'il en soit, les réactions chimiques, analogues à celles du premier départ, qui ont lieu sans que l'édifice cristallin soit modifié, sont particulièrement intéressantes au point de vue cinétique. Les difficultés relatives à l'établissement des contacts entre gaz et solides ([5]), et dont les conséquences ont une si grande influence, sont automatiquement éliminées. On peut ainsi espérer rencontrer des phénomènes plus simples et plus reproductibles.

GÉOLOGIE. — *Relations entre l'axe transversal des rebroussements tectoniques champenois et la géologie profonde.* Note de M. **Paul Jodot**, transmise par M. Lucien Cayeux.

Il existe au sud de Reims une ligne axée, de direction grossièrement subméridienne, jalonnée par les rebroussements des ondulations tectoniques ([1]). Cet axe transversal a pu se former à la limite de la zone effondrée du Bassin de Paris et d'un ensemble de roches massives profondes, rassemblées en un dôme allongé.

D'autre part, la présence sous la Champagne d'un dôme en profondeur est également mise en évidence par les études récentes de la *Géologie profonde de la France*, basée sur l'examen des anomalies du réseau magnétique terrestre. Il est intéressant de comparer à cet égard avec la carte des anomalies de la pesanteur les cartes du réseau magnétique de la France rapportées au 1er janvier 1924 comprenant les anomalies de la déclinaison, de l'inclinaison, de la composante verticale, de la composante horizontale. Tous ces documents fournissent des renseignements précieux sur les anomalies de la Champagne dont les emplacements concordent à une approximation de quelques kilomètres près; sans doute, comme me l'a fait remarquer très justement M. L. Eblé, parce que les points d'observations, utilisés pour la confection de ces cartes, sont très lâches.

De leur côté, les travaux de M. J. Jung ([2]) laissent entrevoir les grandes

([5]) G. Costeanu et P. Renaud, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1014.

([1]) Paul Jodot, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 865.

([2]) *Ann. Inst. Phys. du Globe*, 11, 1933, p. 119-166, 3 cartes.

lignes de l'infrastructure de la France; ils font connaître, entre autres, que les causes qui déterminent les anomalies magnétiques dans le Bassin Parisien, doivent être recherchées au-dessous de la couverture secondaire : leurs origines seraient antérieures au cycle alpin; elles se trouveraient plutôt en rapport avec les « accidents tectoniques du bâti hercynien sous-jacent ».

De même que les ondulations hercyniennes sont considérées, d'après l'opinion généralement admise, comme pouvant se raccorder sous le Bassin de Paris, par des arcs réguliers qui prolongent les plis des massifs hercyniens de l'Est et de l'Ouest de la France, de même les anomalies régionales magnétiques positives mettent en évidence 2 lignes de crêtes magnétiques qui « s'emboîtent dans les arcs de Belgique et dessinent le V hercynien jusqu'au centre de la France » : 1° La ligne de crête la plus importante, « continue » et « remarquable », vient de la Souabe; elle franchit le Fossé Rhénan et la Trouée de Belfort, longe le Jura jusqu'au Sud de Lons-le-Saunier; puis elle oblique vers Mâcon, d'où d'Est en Ouest, elle traverse le Forez, la Limagne jusqu'à Gannat, et se perd dans le Limousin. Mais, à hauteur de Gannat, cette crête se trouve relayée par la branche montante du V hercynien, qui n'est autre que l'anomalie de Moureaux, dite anomalie de Paris, repérée entre Vailly (Cher) et la Seine-Inférieure.

2° A l'intérieur de cette première crête d'anomalies magnétiques, la seconde ligne de crête plus discontinue, qui passe par « Wurtzbourg-Sarrebourg-Lunéville, et dont on trouve des rappels jusque dans le Boulonnais, ne montre aucun fait très net ». Cependant M. J. Jung figure (*loc. cit.*, carte Pl. I, à comparer avec les Pl. II et III) à l'Est de Montmirail, un secteur de cette seconde crête magnétique, isolé et à direction subméridienne légèrement arqué vers le NNW dans sa partie septentrionale. Il ne semble pas y avoir superposition rigoureuse entre la ligne de rebroussements tectoniques champenois avec ce lambeau de la crête magnétique, mais comme la direction générale et l'allure particulière de ces deux accidents concordent, et que le décalage de l'un par rapport à l'autre paraît peu important, on ne peut échapper à l'idée qu'une certaine relation se manifeste entre eux : ainsi, il doit vraisemblablement exister en profondeur, sinon une concordance absolue, du moins un parallélisme approché entre la crête du lambeau magnétique, dessiné par M. J. Jung, et le dôme allongé que je suppose érigé à la limite de la fosse de subsidence du Bassin de Paris.

Ce mutuel appui a, pour moi, l'avantage de confirmer l'existence de l'axe transversal dans cette région.

Dans ces conditions, on est autorisé à reprendre les conclusions de M. J. P. Rothé ([3]) : 1° « Ces lignes de rebroussements n'expliquent pas l'anomalie magnétique, mais elles se modèlent elles-mêmes sur les rides profondes de la croûte, rides que les crêtes magnétiques nous signalent et que les séismes nous situent. » Malheureusement on possède peu de renseignements séismiques ([4]) sur la petite région champenoise envisagée [secousses de 1356, 1580, 1680 (non 1682), 1719 et 1756]; aucun épicentre n'y a été signalé, ce qui confirme l'importance relative des rebroussements des plis posthumes. 2° Quant aux variations des anomalies magnétiques qui sont dues au plissement de la couverture secondaire, elles sont relativement faibles. 3° Les causes de ces anomalies doivent être recherchées, au-dessous de cette couverture, « à une dizaine de kilomètres, celles de leurs déformations à une profondeur plus grande ».

GÉOLOGIE. — *Les phases orogéniques du Rif, comparées à celles des chaînes atlasiques*. Note ([1]) de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Totalement différent, au moins dans son aspect de surface, des chaînes atlasiques, le Rif se présente comme une virgation poussée au Sud. Chacune de ses zones concentriques chevauche la marge interne de la suivante. A l'extérieur, les charriages butent, dans l'Est, contre les avancées du bâti atlasique, tandis que, dans le centre, ils viennent mourir sur le glacis que forment ces mêmes avancées.

Du Trias au Tertiaire, l'orogénie du Rif est amorcée, sans doute par des jeux de tréfond, à coup sûr par quatre zones subsidentes concentriques d'inégale durée. Elle se complète ensuite par des déplacements tangentiels superficiels, commençant dès après le Chattien dans l'intérieur de l'arc, mais de plus en plus récents vers l'extérieur : les derniers mouvements affectent le Plio-quaternaire du Saïs.

Avec les phases orogéniques précédemment analysées dans les trois Atlas, le tableau ci-après tente de coordonner celles qui marquent l'évolution du Rif.

([3]) *Ann. Inst. Phys. du Globe*, 15, 1937, p. 1-111.

([4]) Paul Lemoine, *B. S. G. F.*, 4e série, 11, 1911 (1912), p. 341-412.

([1]) Séance du 12 mai 1941.

	ANTI-ATLAS. — *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 556.	HAUT-ATLAS. — *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 648.	MOYEN-ATLAS. — *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 708.	RIF. Rides prérifaines.	RIF. Sillon prérifain.	RIF. Rif moyen, zone marno-schisteuse.	RIF. Dorsale calcaire.	RIF. Zone paléozoïque.
Pliocène	**Ravivement**	**Ravivement**	**Ravivement probable** Déformations marginales	**Rejeux**	**Rejeux**	**Rejeux**		*Transgression locale*
Vindobonien	?	**Rejeux**	**Rejeux**	**Phase majeure**	**Phase majeure**	*Transgression* **Phase majeure**	*Transgression locale*	**Rejeux**
Burdigalien	Dépôt de l'Oligo-miocène (S. du Dadès)	Dépôt de l'Oligo-miocène discordant	Dépôt local de l'Oligo-miocène discordant	*Transgression*	*Subsidence* (Burdigalien–Oligocène)	*Sédimentation* (Burdigalien–Oligocène)	**Phase majeure**	
Oligocène	**Ravivement ?**	**Phase majeure**	**Phase majeure**				*Sédimentation*	
Éocène supérieur		Sédimentation continue (Dadès) (Oligocène–Éocène inférieur)						*Transgression locale*
Éocène moyen					*Transgression*	*Transgression*	*Transgression*	
Éocène inférieur					Sédimentation continue dans la zone du Sebou (Éocène moyen–Maestrichtien)			
Danien								
Maestrichtien		*Transgression* **Mouvements**	*Transgression* **Mouvements**				*Transgression locale*	
Sénonien					*Sédimentation Subsidence* (Sénonien–Lias)	*Subsidence Subsidence* (Maestrichtien–Lias)		
Turonien								
Cénomanien	*Transgression périphérique*	*Transgres. partielle*; Sédimentation continue dans l'Ouest et le Bassin des Haha (Sénonien–Dogger)	*Transgression partielle*	*Transgression partielle*				
Gault								
Néocomien						**Pliss. et émers. locaux** (marge externe)		
Tithonique								
Kiméridgien		**Plissements** (¹)	**Plissements** (²)					
Lusitanien								
Callovo-oxfordien								
Dogger		*Subsidence locale*	*Subsidence*					
Lias		*Transgression*	*Transgression*	*Subsidence*				
Trias		Série continentale du Stéphano-Trias subsidente à l'O.	Série continentale du Permo-Trias	Naissance d'un sillon	*Transgression*	*Transgression*	*Subsidence*	Dépôt du Permo-Trias
Permien								
Carbonifère	**Phase majeure**	**Phase majeure**	**Phase majeure**	?	?	?	?	**Phase majeure**

(¹) Discordance du Tizi n'Machou. (²) Discordance de D. Sidi Allal Keroumi (Djebilet).

N.-B. — Les grisés soulignent les périodes d'émersion.

PALÉOBOTANIQUE. — *Observations au sujet d'une Note de M. E. Boureau sur les dispositions vasculaires excentriques et pseudo-excentriques.* Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Je dois signaler que la figure 10, planche VII, du Mémoire original d'Unger (1856), d'après laquelle est exécuté le schéma 5*a* de M. E. Boureau [1], est un simple croquis fait au crayon par Unger d'après un échantillon scié et poli. J'ai cru devoir retenir cet échantillon au nombre des types du *Clepsydropsis antiqua*. Par ailleurs tous les *Clepsydropsis* examinés *en lames minces* (*C. antiqua, C. excelsa, C. elongata, C. exigua*, P. Bertrand, 1935 et *C. kirgisica*, B. Sahni, 1930) ont des faisceaux tubulaires toujours fermés, comme le montrent toutes les figures publiées par Sahni et par moi-même. De plus leurs pétioles primaires et secondaires renferment un seul faisceau tubulaire médian (Bertrand, 1935, pl. 23, *fig.* 46), à symétrie bilatérale, comparable à la trace foliaire de *Thamnopteris*. Cette forme, nous le répétons, est dérivée directement de la stèle diploxylée de *Rhynia major*, qui n'est pas encore une vraie solénostèle, mais qui représente une étape intermédiaire entre la microstèle de *Rhynia Gwyne-Vaughani* et les faisceaux tubulaires des *Cladoxylon* et des *Clepsydropsis*.

Note. — Contrairement à ce que j'avais cru, les *Cladoxylon* sont des Fougères distinctes des *Clepsydropsis*; elles n'ont pas de phyllophores. Les *Clepsydropsis* se rangent avec les *Ankyropteris* et les *Asterochlæna* dans la famille des *Clepsydracées*, à côté des Astéroptéridées et des Zygoptéridées (Ordre des Phyllophorales).

Les Filicales primitives comprennent actuellement trois ordres : Cladoxylales, Phyllophorales et Inversicaténales. Ces dernières englobent les quatre genres : *Botryopteris*, *Grammatopteris*, *Anachoropteris* et *Tubicaulis* (P. Corsin, 1937). C'est le faisceau pétiolaire des *Clepsydropsis* qui ressemble le plus à ceux des Osmondacées, des Gleichéniacées et des Hyménophyllacées; mais c'est le *Botryopteris antiqua* Renault, qui est le plus voisin de la souche commune d'où sont sorties les Osmondacées et toutes les autres Fougères.

Le faisceau pétiolaire de *Botryopteris* et celui de *Clepsydropsis* sont représentés tous deux dans les parties distales de la fronde de l'Osmonde. Le

---

(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 767.

premier est le faisceau nervuraire à structure épiarche ou divergeant (Bertrand et Cornaille, 1902, *fig.* 14); le second est représenté par le tube vasculaire destiné à un pétiole tertiaire ou à une foliole (*ibid.*, *fig.* 12). Le divergeant nervuraire lui-même est dérivé soit d'un petit tube ouvert sur son bord supérieur et transformé en gouttière, soit d'un petit faisceau à structure centrique par suppression de toute la partie centripète du bois et par réduction de la partie tangentielle.

Rien n'est donc plus facile que de faire l'anatomie et l'ontogénie comparées de toutes les Fougères : il suffit d'étudier des sections transversales pratiquées dans la trace foliaire et dans les extrémités de la fronde.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Repos apparent et repos réel des graines et semences.* Note (1) de M. MAURICE NIHOUS.

On sait que certaines graines ou semences, fraîchement récoltées et convenablement desséchées, ne germent pas même si on les place dans des conditions favorables; ainsi les semences de nombreuses Rosacées. Après la maturation du fruit, on admet généralement que la maturation interne de ces semences exige un repos de plusieurs mois, voire de une ou même plusieurs années.

Beaucoup d'autres graines et semences, d'ailleurs perméables, fraîchement récoltées et desséchées, manifestent la même inertie pendant des temps variables. Ainsi chez *Matricaria inodora* la germination débute au bout de 4-5 jours après la mise sur coton humide à $t = 20^{\circ}$ avec des taux de 11 % au 5e jour, 35 % au 17e, 49 % au 30e, 82 % au 42e, 94 % au 60e. J'ai observé le même étalement chez *Rumex obtusifolius* où la germination débute 15 jours après la mise sur coton et s'arrête un mois plus tard avec un taux de 40 % environ.

En réalité il semble bien, comme le montrent les trois séries d'expériences suivantes portant sur des graines sans albumen, que ce repos, exigé par certaines graines, soit purement apparent et qu'il résulte uniquement d'inhibitions mécaniques dues aux diverses enveloppes qui entourent l'embryon.

1° Il est souvent facile d'extraire l'embryon des semences à noyau et des pépins tirés des fruits mûrs ou d'enlever les téguments de la graine. Les

(1) Séance du 19 mai 1941.

embryons nus ainsi obtenus et non desséchés sont mis sur le coton humide à $t = 20°$. Dans ces conditions, avec les embryons de *Pirus malus*, *Pirus communis*, *Sorbus domestica*, *Cydonia vulgaris*, j'ai obtenu d'excellentes germinations très condensées. Elles débutent au troisième jour et s'achèvent 3-5 jours plus tard avec des pourcentages élevés (90-98 %). Les embryons nus des fruits à noyau (divers Prunus) m'ont donné des résultats aussi satisfaisants dans les mêmes conditions, mais la germination commence un peu plus tard, après 4 à 6 jours. J'ai aussi réussi à dépouiller de leurs enveloppes des embryons de *Geum urbanum* dont la germination à $t = 20°$, qui débute au bout de 6 jours, confirme les résultats précédents. Chez *Lappa major* et chez *Cirsium eriophorum*, les embryons nus germent au bout de 2 jours.

Cette méthode ne peut, en général, êlre employée avec les petites graines.

2° Une deuxième méthode consiste à libérer partiellement l'embryon en coupant les téguments à l'extrémité radiculaire. Mais parfois la radicule est lésée par l'incision. Toutefois, la germination de la graine ainsi coupée reste possible, car la tigelle libérée grandit et développe des racines, sauf naturellement si la lésion a été trop large. J'ai employé cette méthode avec de bons résultats avec *Thlaspi arvense*, *Lappa major*, *Onopordon acanthium*, *Bidens tripartita*, *Eupatorium cannabium*, *Mentha aquatica*, *Lycopus vulgaris*, *Rumex obtusifolius*. Les graines ou semences ainsi sectionnées à leur extrémité radiculaire, mises sur du coton humide à $t = 20°$, m'ont donné des germinations rapides avec des taux relativement élevés (70-90 %).

3° J'ai mis enfin au point une troisième méthode qui détermine souvent, en annihilant la résistance des enveloppes, une rupture rapide du *repos* des graines et semences et qui est applicable quelles que soient leurs dimensions.

Les graines ou semences, rebelles à la germination, sont traitées par l'acide sulfurique concentré à 66° Baumé pendant un temps optimum qui doit être recherché pour chaque espèce. Ce temps est de 2 minutes chez *Thlaspi arvense* et *Eupatorium cannabium*, de 15 minutes chez *Lappa major*, *Rumex obtusifolius* et *Matricaria inodora*, de 30 minutes chez *Reseda lutea* et *Onopordon acanthium*. Les graines ou semences sont ensuite abondamment lavées et immergées dans une eau calcaire qui élimine les dernières traces d'acide, puis elles sont mises à germer dans les conditions habituelles ($t = 20°$).

Les semences de *Matricaria inodora* et *Reseda lutea* ainsi traitées germent

après deux jours et la germination est terminée au 5e jour avec un taux de 95-98 %.

Cette méthode donne d'excellents résultats avec les graines ou semences à enveloppes externes résistantes. Quand, comme chez *Bidens tripartita*, l'inhibition est le fait du tégument le plus interne, les résultats sont incertains, car la destruction de la membrane est parfois accompagnée de la pénétration de l'acide au contact de l'embryon qu'il tue.

Les plantules issues des germinations provoquées par ces divers procédés sont absolument normales.

Il résulte de ces expériences que le long repos des graines et semences est purement apparent, au moins dans beaucoup d'espèces. Il est provoqué par la résistance des enveloppes et cesse lorsque celle-ci est brisée, d'une manière ou d'une autre. Si l'on supprime artificiellement cette résistance la germination, qui se manifestait fréquemment capricieuse chez les plantes d'une même famille, devient au contraire très régulière. Ainsi, chez les Rosacées, elle débute au bout de trois à six jours à $t = 20°$. Ce temps constitue le repos réel de ces semences.

Dans la nature les semences et graines enfouies à l'automne dans le sol sont attaquées par les moisissures et bactéries, qui progressivement désagrègent les enveloppes. Si la désintégration est totale au printemps suivant, les embryons germent dans la même période. Si elle n'est pas achevée, la germination peut s'échelonner sur un temps plus ou moins long.

De toute façon le repos apparent correspond au temps de désintégration des enveloppes.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Influence des conditions ioniques sur l'optimum thermique des fonctions physiologiques.* Note de Mlle **Eudoxie Bachrach** et M. **Noël Guillot**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Pour tout processus biologique complexe ou pour le fonctionnement d'un organe isolé, considérer la température optimum comme une caractéristique immuable est une tendance qui ne saurait actuellement se justifier. Sans doute pour un enzyme purifié agissant *in vitro* en milieu relativement homogène, il est possible que l'optimum thermique puisse dans une certaine mesure être caractéristique (1); mais ceci ne saurait être généralisé et l'on

(1) Firdman, *J. Ann. de Physiol.*, 14, 1938, p. 66-93.

sait aujourd'hui, notamment après les recherches de Crozier et ses collaborateurs (²) et les discussions qui en ont résulté (³), combien est complexe la variation de vitesse d'un processus biologique en fonction de la température et à quel point la valeur même de l'optimum thermique est contingente. Chez diverses races de bactéries lactiques et chez *Saccharomyces cerevisiæ*, il a été antérieurement montré (⁴) que la température optimum de multiplication se déplace suivant la composition ionique du milieu de culture.

Ce même problème vient d'être repris par nous sur un organe isolé, le ventricule de l'Escargot, dont Cardot et ses collaborateurs (⁵) ont montré la large tolérance vis-à-vis de la composition ionique du milieu de perfusion. Nous indiquons brièvement ici les premiers résultats.

En milieu équilibré, préparé en mélangeant quatre solutions isotoniques de chlorures ($\Delta = 0{,}55$) dans les proportions suivantes : ClNa, 10 volumes; ClK, 1 volume; Cl^2Ca, 2 volumes et Cl^2Mg, 2 volumes, l'optimum thermique pour le rythme ventriculaire est voisin de 36° et la température d'arrêt de 45°. Mais l'organe est capable de fonctionner aussi, à partir d'une température voisine de 0°, sur un régime régulier, dans des solutions isotoniques ne renfermant qu'un seul des chlorures de Na, Ca et Mg. Agissant séparément, chacun de ceux-ci donne, pour la fréquence des pulsations, des optima thermiques bien définis qui peuvent servir à estimer la part qui revient à chaque cation dans la détermination de l'optimum de fonctionnement dans l'hémolymphe ou dans une solution convenablement équilibrée comprenant Na^+, Ca^{++}, Mg^{++} à côté du cation K^+. Avec les deux premiers cations, la valeur déterminée pour l'optimum est moindre qu'en milieu équilibré : voisine de 33° avec Na^+ et de 31° avec Ca^{++}; la température d'arrêt n'est pas modifiée et reste sensiblement égale à celle

(²) W.-J. Crozier, *J. of Gen. Physiol.*, **7**, 1924-25, p. 123; **9**, 1926, p. 525 et 531; W.-J. Crozier et H. Federighi, *Proc. Ac. Sc. U. S. A.*, **11**, 1925, p. 80; W.-J. Crozier et T.-B. Stier, *J. of Gen. Physiol.*, **7**, 1925, p. 705; **9**, 1926, p. 547; **10**, 1927, p. 479 et 501.

(³) Heilbrunn, *Science*, **62**, 1925, p. 268; J. Belehradek, *Protoplasma*, **3**, 1928, p. 317.

(⁴) E. Bachrach et H. Cardot, *C. R. Soc. Biol.*, **95**, 1926, p. 962; E. Bachrach et Jeanne Roche, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1023; *Ann. de Physiol.*, **8**, 1932, p. 399; *J. Physiol. et Path. gén.*, **31**, 1933, p. 1049; E. Bachrach et N. Guillot, *C. R. Soc. Biol.*, **132**, 1939, p. 563.

(⁵) H. Cardot et A. Jullien, *Arch. int. Pharm. et Thér.*, **38**, 1930, p. 122; A. Arvanitaki et H. Cardot, *Ann. Physiol.*, **12**, 1936, p. 909.

trouvée en milieu équilibré. En solution isotonique de Cl^2Mg, l'optimum s'abaisse à 21° et la température d'arrêt à 33°. Dans ces trois solutions isotoniques, l'optimum est donc toujours au-dessous de celui trouvé en milieu équilibré. Il en est encore de même dans des solutions contenant à la fois Na et Ca, Na et Mg ou Na, Ca et Mg.

Il apparaît donc que c'est l'adjonction de potassium qui doit élever à 36° la valeur de l'optimum. Mais ClK ne peut constituer à lui seul une solution compatible avec le maintient de l'activité ventriculaire. Il faut donc nous borner à étudier l'influence de l'adjonction de doses non toxiques de ce sel à l'une ou l'autre des solutions isotoniques précédentes. Quand il est ajouté à Cl^2Mg, de façon à réaliser un rapport nombre d'ions Mg/K variant de 15 à 7, l'optimum thermique conserve la basse valeur qu'il avait pour $Mg/K = \infty$; mais la marge possible du fonctionnement rythmique se réduit par abaissement de la température d'arrêt et, pour les fortes doses de K^+, par élévation de la température à laquelle l'automatisme peut se manifester. Finalement il arrive ainsi que, pour la valeur $Mg/K = 6$, l'organe ne présente plus qu'une étroite marge de fonctionnement possible entre 26° et 27°.

Ajouté à Cl^2Ca, K^+ est mieux toléré, puisque, même pour la valeur $Ca/K = 5$, la marge de fonctionnement s'étend d'une limite inférieure située au-dessous de 15° à une température d'arrêt égale à 43°. Mais l'adjonction de ClK fait passer la valeur de l'optimum de 31° à 21°.

Ce n'est donc pas par ses effets antagonistes vis-à-vis des cations alcalino-terreux que K^+ fixe l'optimum thermique à la valeur constatée en milieu équilibré. Mais son effet est tout autre quand il agit en antagoniste de Na^+.

D'une série d'expériences faites comme les précédentes sur le ventricule d'*Helix aspersa* Müll. var. *major*, se dégagent des conclusions très nettes. Dès que ClK est ajouté à la solution isotonique de ClNa l'optimum thermique s'élève et dépasse même alors largement, en l'absence de Ca^{++} et Mg^{++}, la valeur observée en milieu équilibré. La zone du fonctionnement automatique possible se restreint aussi, essentiellement par forte élévation graduelle de la température limite inférieure. Les moyennes suivantes illustrent ce qui précède.

Rapport Na/K.	Température limite inférieure.	optima.	limite supérieure.
∞	voisine de 0°	31,5°	45°
14	33,7	37,4	45
9	33,7	40	42,7
7	38,7	41,7	45
6	41,9	41,9	42,7

Ajoutons que, dans nombre de ces expériences, où le ventricule est soumis à l'action simultanée de deux cations (en solution non parfaitement équilibrée par conséquent), la courbe obtenue en portant la fréquence en ordonnées et la température en abscisses, se montre visiblement constituée par deux ou plusieurs arcs de courbe se raccordant de façon anguleuse. Ainsi se trouvent mises en relief des températures critiques, et dans certains cas, il est possible de définir des optima secondaires. Ces faits, qui seront exposés en détail ailleurs et devront être discutés, indiquent que la méthode qui consiste à étudier l'influence de la température dans des milieux de composition ionique variée pourra utilement être mise à profit pour analyser un phénomène physiologique complexe et tenter d'atteindre certains processus élémentaires qui sont à sa base. Pour le moment nous retiendrons que la marge des températures compatibles avec le fonctionnement automatique du myocarde et la valeur de la température optimum sont sous l'étroite dépendance de l'équilibre entre cations alcalins et alcalinoterreux.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Toxicité de la pourpre en rapport avec la présence des substances à action stimulante sur le muscle de Sangsue.* Note [1] de M. **Antoine Jullien** et Mlle **Amédée Bonnet**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Parmi les diverses hypothèses émises quant à l'un des rôles éventuels de la glande à pourpre, celle de R. Dubois [2] attribuant à cet organe une fonction de *glande à venin* nous semble la moins contestable. Dans un travail publié ailleurs [3], nous avons systématiquement étudié la toxicité de la glande de *Murex trunculus* et nous avons constaté que la réceptivité à l'action toxique de l'extrait de cette glande est particulièrement marquée chez les Poissons, les Crustacés et les Batraciens. Nous nous sommes alors demandé si une relation de cause à effet pouvait exister entre ces propriétés et la présence, dans cet extrait, de *substances actives* sur le muscle dorsal de Sangsue que l'un de nous, avec D. Vincent [4] a mis récemment en

---

(1) Séance du 12 mai 1941.

(2) *Arch. zool. exper.*, 5e série, **11**, 1909, p. 471-590.

(3) *C. R. Soc. Biol.* (sous presse).

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **127**, 1938, p. 1506.

évidence. Les observations rapportées dans cette Note nous permettent de répondre par l'affirmative. Considérons d'abord l'extrait total de la glande à pourpre de *Murex trunculus*, préparé avec du liquide de Ringer normal sans ésérine. On peut, par centrifugations successives le séparer en deux phases : une phase colorée et une phase incolore ou à peine teintée en jaune violacé. Le culot coloré, lavé à plusieurs reprises, est ramené à sa dilution initiale à l'aide de la solution de Ringer. Puis, chez les Poissons, qui se sont révélé le groupe le plus sensible à l'action de l'extrait total, on étudie séparément la toxicité de chaque phase.

Les effets de la première (colorée) ne sont en rien comparables à ceux de l'extrait total. Les animaux ayant reçu en injection la phase colorée restent d'apparence normale pendant plusieurs heures, après quoi la mort survient. Cette toxicité, due peut-être au noyau indol, apparaît extrêmement faible si on la compare à celle de l'extrait total qui tue l'animal en quelques minutes. Quant à la phase incolore, son action est identique à celle de l'extrait total dont elle a d'ailleurs conservé l'odeur infecte caractéristique : mêmes symptômes d'intoxication dans le même court délai précédant la mort.

Or, si l'on applique successivement chaque phase sur le muscle dorsal de Sangsue, la phase colorée n'amène aucune réaction, tandis que la phase incolore provoque une contraction très forte, dont l'intensité est égale à celle de l'extrait total. C'est là déjà une indication sur la nature des composants auxquels on peut attribuer la toxicité de la pourpre.

Mais il y a plus; si l'on répète les expériences précédentes avec l'extrait de glande à pourpre de l'espèce voisine, *Murex brandaris*, on peut faire les deux constatations suivantes :

1° Cet extrait n'est pas toxique chez les Poissons de mer ou l'est nettement moins que l'extrait de *Murex trunculus* chez les Poissons d'eau douce et les Batraciens. En outre, les caractères de l'intoxication chez les Poissons d'eau douce diffèrent de ceux qu'on observe chez les Poissons de mer après injection de l'extrait de *M. trunculus* et qui ont été déjà signalés antérieurement [2]; il est donc permis de penser que les constituants respectifs des extraits responsables des accidents dans chaque groupe ne sont pas de même nature.

2° Si l'on applique l'extrait de *M. brandaris* sur le test habituel, et nos essais ont été faits avec des concentrations de 1/1000, 1/100 et 1/10 dans aucun cas, il ne se produit de contraction; cet extrait ne contient donc pas de *substances actives* sur le muscle de Sangsue.

Ces expériences montrent qu'il est plausible de rattacher, au moins pour une part, les propriétés toxiques particulièrement développées de la pourpre de *Murex trunculus* à la présence de substances à action stimulante sur le muscle dorsal de la Sangsue, sans qu'il soit pour l'instant possible de spécifier à quelle catégorie il convient de les rattacher, aux esters de la choline hydrolysables ou à d'autres constituants non hydrolysables.

En outre nos observations ajoutent de nouveaux caractères différentiels aux extraits respectifs d'un même organe chez deux espèces voisines. Aux oppositions qui se manifestent, tant dans la coloration des extraits que dans les conditions de la formation du pigment, s'ajoutent celles que nous venons de mettre en évidence et qui sont tirées aussi bien de la constitution chimique des extraits que de leurs propriétés physiologiques.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur un phénomène nouveau de croissance complexe dans les cultures bactériennes.* Note (¹) de M. **Jacques Monod**, présentée par M. Charles Pérez.

Au cours de recherches sur la croissance des populations bactériennes (²), nous avons eu l'occasion d'observer un phénomène que nous croyons être le premier à signaler. Nous nous contenterons pour l'instant de le décrire, sans chercher encore à en donner une interprétation précise.

Des expériences qui ont été exposées antérieurement ont montré que, dans certaines conditions de culture en milieu synthétique, la croissance n'était fonction que de la concentration de la source hydrocarbonée. Il a été possible ainsi d'étudier les courbes de croissance et les rendements correspondants à de nombreux sucres différents. Lorsque au lieu d'introduire un seul sucre dans le milieu on en introduit deux, on constate que le rendement résultant est la somme des rendements de chaque sucre. Mais on constate en outre que, si certains mélanges donnent une croissance normale, se traduisant par les courbes en S classiques, que l'on ne saurait distinguer des courbes correspondant à un seul sucre (*fig.* 1), en revanche d'autres mélanges donnent des courbes toutes différentes, comprenant deux croissances bien distinctes, séparées par une phase très ralentie, le plus souvent nulle ou même négative (*fig.* 2). Ce phénomène n'est pas parti-

(¹) Séance du 5 mai 1941.

(²) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1513; **202**, 1936, p. 162; **205**, 1937, p. 1456.

culier à une espèce bactérienne. Nous l'avons observé avec deux souches de *B. subtilis*, une souche de *B. coli* et une souche de *B. typhi-murium*. Or le bacille subtil est fort différent à tous points de vue des deux autres, qui appartiennent au groupe coli-typhique. Ces diverses souches nous ont cependant fourni des résultats essentiellement comparables. Il est donc

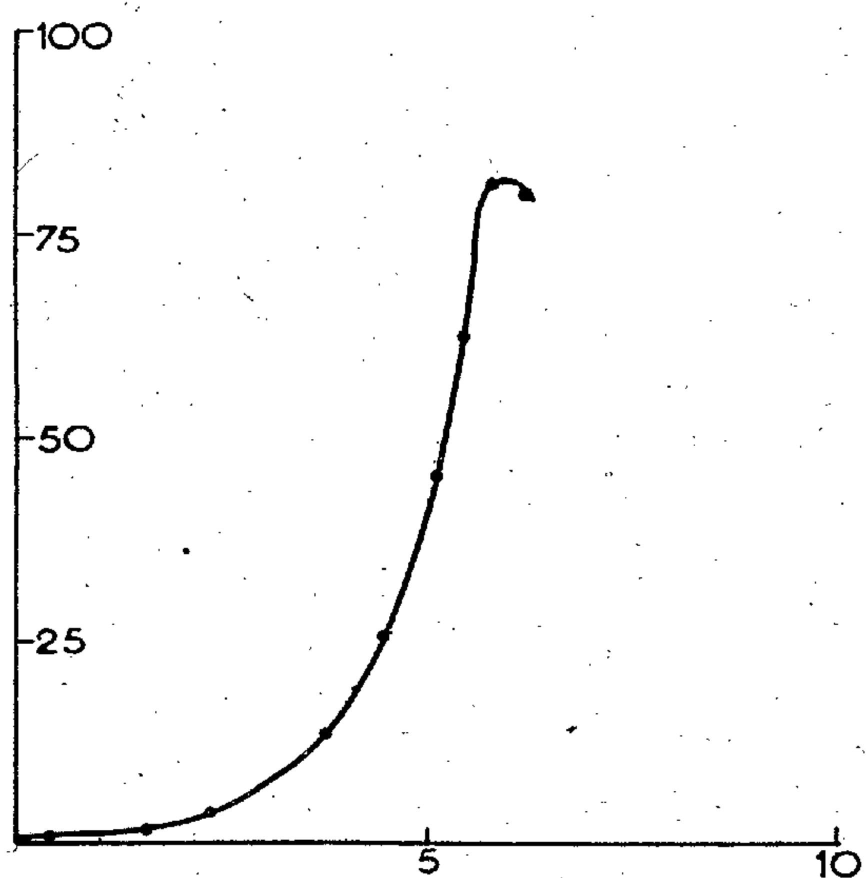


Fig. 1. — Croissance d'une culture de *B. subtilis* sur un milieu contenant du saccharose et du glucose. Temps en heures, densité de la population en unités arbitraires (100 = 80^{mg} de poids sec par litre environ).

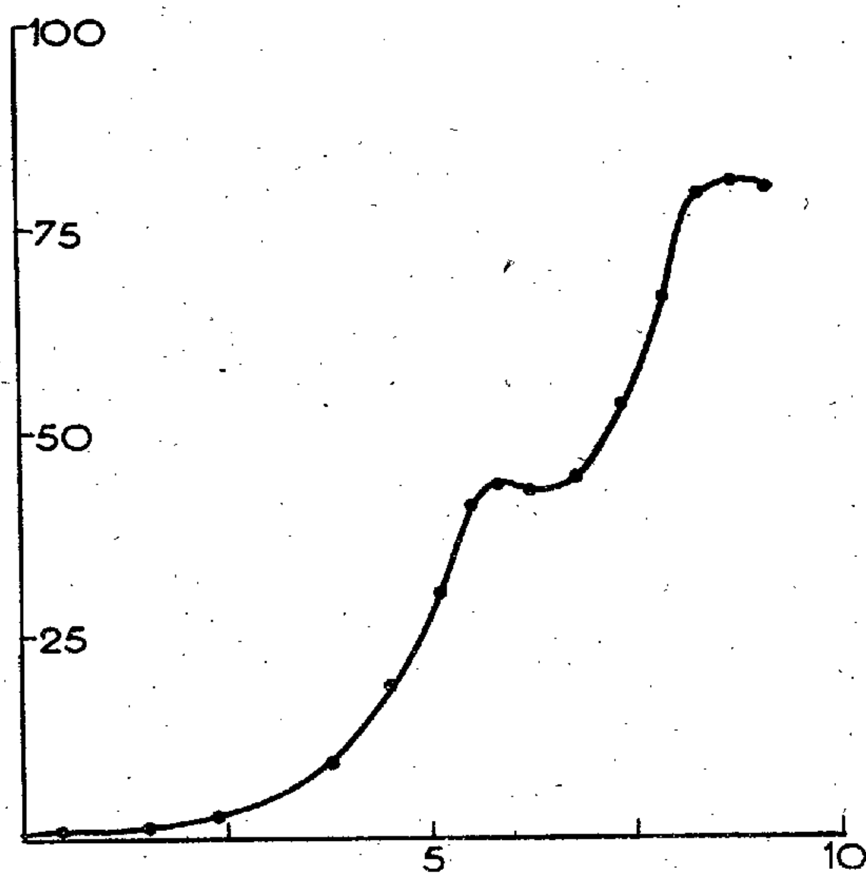


Fig. 2. — Croissance d'une culture de *B. subtilis* sur un milieu contenant du saccharose et de l'arabinose. Mêmes unités.

vraisemblable qu'il s'agit là d'un phénomène général, indépendant des idiosyncrasies physiologiques des bactéries, dépendant au contraire strictement des sucres essayés.

En effet l'observation de ce phénomène conduit à classer les sucres en deux groupes suivant qu'ils donnent ou non des croissances doubles lorsqu'on les associe à l'un d'entre eux pris comme test. Voici le classement obtenu avec une souche de *B. subtilis* en utilisant le saccharose comme test. Nous désignons par A les sucres qui, associés au saccharose, ne donnent pas, et par B ceux qui, dans les mêmes conditions, donnent lieu à ce phénomène.

A... *Saccharose, Glucose, Fructose, Mannose, Mannite.*
B... *Maltose, Xylose, Arabinose, Sorbite, Inosite.*

Chez *B. coli*, en utilisant le glucose comme test, on trouve le même classement pour tous les sucres attaquables par les deux bactéries. Il en est de

même avec *B. typhi-murium.* Comme on le voit, chaque classe comprend plusieurs catégories de sucres également représentées dans l'autre. L'examen de ces deux listes n'apporte donc, au premier abord, rien qui puisse nous mettre sur la voie d'une explication.

Nous espérons pouvoir apporter bientôt des résultats qui permettront de mieux définir les conditions du phénomène. Dès maintenant cependant, on peut être certain qu'on ne saurait se contenter de le décrire sous le nom d'*attaque préférentielle*. Outre que ce terme est extrêmement vague, il est tout à fait inadéquat lorsque, comme c'est le cas, la croissance s'arrête complètement ou même passe par une phase négative. Comme chacun sait, on connaît depuis longtemps des cas d'attaque successive de deux isomères optiques. Mais une telle explication est hors de cause. Richards (*Arch. f. Protistenkunde*, 78, 1932) a signalé l'existence, dans certains cas, d'une seconde poussée dans la croissance de la levure. Mais ses milieux ne contenaient qu'un sucre, et il a démontré qu'il s'agissait d'une croissance résiduelle après cytolyse partielle. Quelques auteurs ont observé des mutations affectant le pouvoir d'attaque du Colibacille vis-à-vis de certains sucres. Cette hypothèse n'est guère soutenable en l'occurence, et nous pensons pouvoir montrer qu'elle doit être définitivement écartée.

Il paraît donc probable que le phénomène que nous signalons pose un problème nouveau de physiologie bactérienne.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Rôle du pancréas dans la régulation du pouvoir choline-estérasique du sérum sanguin.* Note de MM. **Daniel Santenoise** et **Daniel Bovet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il est actuellement établi, depuis les travaux de Lœwi et de Dale, que l'acétylcholine joue, comme médiateur chimique, un rôle extrêmement important dans le fonctionnement du système nerveux et tout particulièrement du parasympathique.

Cette acétylcholine est détruite dans l'organisme au fur et à mesure de sa production, plus ou moins rapidement, par une diastase, la choline-estérase appelée aussi acétylcholinase, qui provoque son hydrolyse.

L'on pouvait dès lors se demander si l'action de l'acétylcholine ne se trouvait pas indirectement conditionnée par une modification du pouvoir des ferments qui assurent normalement son hydrolyse.

Les travaux antérieurs de l'un de nous ayant établi que le pancréas, par la sécrétion d'une hormone distincte de l'insuline, la vagotonine, actuellement obtenue à l'état de substance à caractères définis et constants, exerçait un contrôle puissant de l'activité neuro-végétative, nous nous sommes demandé si cette glande endocrine n'intervenait pas dans la régulation du pouvoir choline-estérasique du sérum sanguin.

Nous avons étudié le pouvoir choline-estérasique du sérum sanguin par titrage acidimétrique continu à pH constant en présence d'un indicateur coloré, en utilisant diverses méthodes et en particutier une technique dérivée de la technique de Willstaetter, qui a fait ses preuves entre les mains d'une série d'auteurs.

La quantité de soude N/100 nécessaire à la neutralisation de l'acide acétique libéré en 20 minutes par l'hydrolyse d'une solution de 50^{cm^3} de chlorhydrate d'acétylcholine N/100 en présence de $0^{cm^3},5$ de sérum à pH 7,3 et à la température de 37°, peut servir à définir le pouvoir acétylcholinestérasique du sérum.

1° Dans une première série d'expériences, nous avons étudié l'influence de la pancréatectomie sur le pouvoir estérasique du sérum sanguin. Nous avons ainsi constaté que cette intervention est suivie très régulièrement, et particulièrement à partir du 5ᵉ jour, d'une ascension considérable du pouvoir estérasique du sang qui est passé dans certaines expériences de 8 ou 9^{cm^3} à 25^{cm^3} ou même à plus de 30^{cm^3} une dizaine de jours après la pancréatectomie, chez des animaux n'ayant présenté aucune réaction péritonéale, bien cicatrisés, et correctement équilibrés par un régime alimentaire approprié et l'administration d'insuline parfaitement exempte de vagotonine.

2° Dans une seconde série d'essais, nous avons tenté de stimuler l'activité sécrétoire endocrine du pancréas par l'administration de ClH, porté au niveau de l'intestin et mieux encore par l'injection de sécrétine de diverses origines, et en particulier d'une poudre de sécrétine provenant de la collection de M. Delezenne, mise à notre disposition par M. Fourneau. Dans ces conditions, nous avons toujours observé une chute considérable de la quantité d'acétylcholine hydrolysée, cette quantité étant passée par exemple de $11^{cm^3},7$ à $4^{cm^3},5$ dans un essai, de $10^{cm^3},5$ à $2^{cm^3},3$, dans un autre, et de $12^{cm^3},7$ à $5^{cm^3},3$ dans une troisième expérience.

Par contre, si l'acide chlorhydrique ou la sécrétine sont administrés chez un animal préalablement dépancréaté on n'observe aucune variation de l'activité choline-estérasique du sérum sanguin.

3° A quelle fonction endocrine du pancréas convient-il de rattacher les modifications du pouvoir choline-estérasique du sérum qui viennent d'être décrites ?

Nous avons rapidement constaté que l'insuline pure n'est pas susceptible de ramener à un taux plus normal le pouvoir estérasique du sang des chiens dépancréatés. En effet, chez les animaux dépancréatés, l'administration deux fois par jour d'insuline purifiée à des doses suffisantes pour entraver la glycosurie n'empêche aucunement l'exagération du pouvoir estérasique du sang.

Par contre l'injection de vagotonine chez le Chien normal est constamment suivie d'un abaissement souvent fort important du pouvoir choline-estérasique du sérum.

Chez le Chien dépancréaté, traité à l'insuline purifiée, l'administration de vagotonine soit en injection, soit même par voie buccale, permet de ramener très régulièrement à un taux normal le pouvoir choline-estérasique du sérum.

Conclusions. — Les expériences qui viennent d'être rapportées permettent d'établir qu'il existe un système régulateur susceptible de modifier l'activité de la choline-estérase à l'intérieur de l'organisme. Dans cette régulation, le pancréas joue un rôle essentiel; une sécrétion interne distincte de l'insuline, la vagotonine, en diminuant la vitesse d'action des ferments hydrolysants de l'acétylcholine, conditionne aussi indirectement l'activité physiologique de l'acétylcholine elle-même. L'un des domaines dans lequel le rôle de cette régulation apparaît de la façon la plus immédiate est le système végétatif parasympathique, et il apparaît, par exemple, que la notion de vagotonie définie par Eppinger et Hess peut être appréciée par la mesure de l'activité de la choline-estérase du sérum.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le rôle de l'alcalose dans la production du rachitisme expérimental.* Note de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les syndromes avitaminiques observés dans l'espèce humaine ne semblent que rarement causés par la véritable carence d'une vitamine spécifique. Des troubles digestifs, nutritifs ou humoraux peuvent entraîner des modifications du métabolisme capables d'inhiber totalement ou partiellement l'action de l'une ou l'autre des vitamines présentes (soit sous sa forme propre, soit sous la forme de provitamine), provoquant ainsi indirectement

l'apparition de symptômes comparables à ceux des avitaminoses vraies.

De même, nous avons pu produire expérimentalement chez le pigeon des crises polynévritiques à l'aide de régimes très divers et l'étude que nous avons faite des processus d'intoxication dans ces différents cas, nous a conduit à attribuer, dans la genèse des accidents, un rôle primordial à l'*acidose*. Par ailleurs et en accord avec les investigations de nombreux auteurs ayant noté chez le rat une alcalinisation générale du tractus digestif au cours du rachitisme expérimental, nous avons été amené à considérer l'*alcalose* comme pouvant être responsable, pour une part, des lésions rachitiques (1). Plus récemment, nous avons souligné la généralité de ce trouble humoral, l'élévation de la réserve alcaline, observée primitivement chez les rats soumis au régime rachitigène Randoin-Lecoq, étant également de règle chez les cobayes et les rats (2) recevant à titre exclusif le régime 2965 de Steenbock et Black additionné, ainsi que le pratiquent M. Javillier et Mme Émerique-Blum, d'épinards frais (3).

Envisageant ce syndrome sous l'angle spécial d'une manifestation alcalosique, nous nous sommes proposé de rechercher l'action d'une médication acidifiante et, dans le cas particulier, de l'acide lactique, opposant ainsi en quelque sorte le syndrome rachitique au syndrome polynévritique. C'est le plus souvent, en effet, sous l'influence d'une imprégnation lactique du muscle qu'éclatent les manifestations polynévritiques, notamment celles causées par l'avitaminose B totale et le déséquilibre glucide aigu (4).

De jeunes rats blancs de 35 à 45g reçurent donc, dans les conditions habituelles et pendant 7 jours, le régime rachitigène Randoin-Lecoq (5). Puis, un contrôle radiographique ayant permis de mettre en évidence les lésions rachitiques diaphyso-épiphysaires humérales et tibiales de tous les sujets, nous avons additionné le régime précédent de 15 % d'acide lactique officinal. Une nouvelle radiographie, faite 10 jours plus tard, montrait une parfaite calcification des lésions précédemment notées. Parallèlement, des rats servant de témoins étaient maintenus au régime initial et voyaient leurs lésions rachitiques s'aggraver.

(1) *Déséquilibres alimentaires, nutritifs et humoraux*, 2e édition, Paris, 1939.
(2) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 189.
(3) L. Émerique, *Comptes rendus*, 206, 1937, p. 879; M. Javillier et Mme Émerique-Blum, *ibid.*, 212, 1941, p. 289.
(4) R. Lecoq et R. Duffau, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 449.
(5) *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 1277.

Vingt-quatre rats furent sacrifiés dans chacun des lots, ainsi que vingt-quatre rats de même âge maintenus au régime varié pour servir de comparaison. Nous déterminions alors la réserve alcaline (en centimètres cubes de CO^2 %) dans le plasma sanguin des animaux, prélevé par décapitation, et nous dosions dans le muscle frais les différents composés lactiques, glucidiques et phosphoriques, dont nous exprimions les résultats en milligrammes de phosphore pour 100. Les chiffres ainsi obtenus sont groupés dans le tableau ci-dessous.

	Rats.		
Régime	Varié.	R. L.	R. L. (a).
Orthophosphates	72	77	74
Acide créatinephosphorique	15	13	12
Acide adénylpyrophosphorique	29,5	28	27
Esters facilement hydrolysables	17,5	18	20
Phosphore total acidosoluble	191	179	186
Composés réducteurs glucidiques totaux	180	174	182
Acide lactique	192	136	226
Réserve alcaline plasmatique	43,1	54,8	44,3

R. L., Randoin-Lecoq. (a) + 15 % d'acide lactique.

Les modifications enregistrées chez les sujets rachitisés : augmentation des orthophosphates, chute du phosphore total acidosoluble et de l'acide lactique musculaire, élévation de la réserve alcaline plasmatique, sont en rapport avec ce que nous savions déjà. Inversement la chute des orthophosphates, l'augmentation du phosphore total acidosoluble et de l'acide lactique musculaire, de même que la diminution de la réserve alcaline, observées chez les rats traités par l'acide lactique, sont en relation directe avec la guérison et la neutralisation de l'alcalose.

Conclusion. — Quel que soit le mécanisme intime de sa production, le rachitisme expérimental peut être envisagé comme une manifestation d'alcalose, dont il est facile de combattre les effets au moyen d'un acide tel que l'acide lactique, sans que les conditions expérimentales de luminosité, de carence en vitamine D et de déséquilibre phosphocalcique de la ration soient en rien modifiées.

La séance est levée à $15^h 50^m$.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 4 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL dépose sur le bureau le tome soixante-quatrième (deuxième série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*.

MINÉRALOGIE. — *Essai d'interprétation de la genèse des gisements malgaches de phlogopite*. Note [1] de M. ALFRED LACROIX.

L'an dernier j'ai donné [2] une esquisse de la constitution minéralogique des gisements de phlogopite exploités dans l'Extrême Sud de Madagascar, gisements localisés au milieu de bancs de pyroxénites, intercalés dans les schistes cristallins de régions granitisées. Je me propose de résumer ici un essai d'interprétation de la genèse de ces poches ou filons de phlogopite, calcite et pyroxène, dont le développement se trouve dans un Mémoire dont l'impression s'achève à Tananarive, par les soins du Service des Mines de la Colonie.

Ces pyroxénites font partie d'un cortège de plagioclasites et de pyroxénites feldspathiques ou wernéritiques, associées parfois à des calcaires cristallins; elles ont une composition fort simple. Elles sont uniquement formées de pyroxène. Celles qui renferment les gisements de mica ne diffèrent en rien de celles qui n'en contiennent pas. La composition chimique de cet ensemble de roches ne laisse aucun doute sur son origine :

---

(1) Séance du 26 mai 1941.

(2) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 273.

il résulte de la transformation de marnes (généralement magnésiennes) sous l'influence d'un métamorphisme général, sans doute fréquemment aidé par l'action d'un magma granitique.

Si l'on excepte le diopside, les minéraux du cortège de la phlogopite ne se rencontrent pas comme constitutifs de la pyroxénite normale. Ils ne sont donc pas contemporains de la formation de celle-ci; ils lui sont postérieurs et, pour les interpréter, il faut faire appel à *une cause extérieure*.

Au point de vue chimique, la composition de la pyroxénite n'est pas compliquée; pauvre en alumine et en fer, elle est essentiellement constituée par de la silice, de la chaux et de la magnésie. Les autres éléments sont absents ou n'existent qu'en proportions minuscules.

A la pyroxénite sont associés non seulement les poches et filons de phlogopite, tels que je les ai définis antérieurement, mais encore deux autres roches, à faciès filonnien, des *dissogénites* et des *pegmatites normales*. Ces trois catégories lithologiques sont énumérées suivant leur ordre de formation qui a été précisé par des observations sur le terrain.

Poches et filons de phlogopite. — La composition chimique de ces poches et filons est complexe. Elle comporte tout d'abord les mêmes éléments que la pyroxénite. La chaux abonde dans les minéraux suivants : calcite, apatite, anhydrite, fluorine, pyroxène etc., la magnésie également (phlogopite, pyroxène), sans parler bien entendu de la silice et du fer.

Il y a d'autres éléments qui, eux, sans aucun doute, ont été apportés, la potasse (phlogopite) et une grande partie de l'alumine (phlogopite, spinelle). Il en est de même pour des minéralisateurs dont une certaine quantité est restée fixée sur place, le *fluor* (phlogopite, fluorine, apatite); l'*anhydride phosphorique* (apatite), le *gaz carbonique* (calcite), l'*anhydride sulfurique* (anhydrite), le *tungstène* (seyrigite), le *molybdène* (molybdénite, seyrigite); enfin la *vapeur d'eau* ne doit pas être oubliée, mais elle n'a laissé sa trace que sous la forme d'hydroxyle contenu dans la phlogopite. Cette énumération de minéralisateurs, aussi bien que leur nature, fait comprendre l'importance de leur rôle dans la production de gros cristaux de divers minéraux, et surtout des monstres que sont certains cristaux de phlogopite. Leur qualité rend peu douteuse l'intervention du magma granitique d'où ils sont partis. Il faut noter, comme autre argument en faveur du granite, la présence d'une *allanite* (orthite) riche en terres cériques. A ce propos je rappellerai le lointain gisement d'Ambatoarina où, au contact d'un granite, un calcaire métamorphisé par lui renferme comme minéraux néogènes, la *monazite* et un sulfate qui n'est pas l'anhydrite, mais la

célestine, accompagnée de ce carbonate de cérium et de strontium que j'ai appelé *ambatoarinite*.

Peut-être s'étonnera-t-on de voir, placé au nombre de ces minéralisateurs, le gaz carbonique qui, d'ordinaire, ne paraît pas jouer un rôle actif dans les phénomènes granitiques, mais il est fort probable qu'il n'est pas parti directement du magma granitique, qu'il a été *cueilli* par l'attaque de bancs calcaires rencontrés par les émanations ou libéré au contact du magma lui-même, dans des conditions que j'ai exposées jadis dans mon étude des phénomènes de métamorphisme du granite des Pyrénées ([3]).

L'hypothèse granitique étant admise, comment peut-on la légitimer, quand il s'agit d'expliquer la présence et surtout l'abondance de la calcite dans les poches à phlogopite? Il est fort probable que celle-ci ait été formée aux dépens de la chaux de la pyroxénite détruite. Le pyroxène aurait fourni encore la silice, la magnésie, une partie du fer et de l'alumine sur quoi se serait fixé l'apport de potasse pour constituer le mica. La remise en mouvement et la recristallisation du pyroxène en gros cristaux, l'imprégnation fréquente de la pyroxénite par des paillettes de phlogopite à leur voisinage seraient favorables à une telle hypothèse.

On peut donc supposer que la production de la phlogopite et de son cortège s'est effectuée, à une température relativement élevée, et sous forte pression, aux dépens de la pyroxénite, uniquement par voie pneumatolytique, sans intervention directe de la partie résiduelle du magma granitique plus ou moins voisin. On se trouverait en présence de phénomènes du même ordre que ceux observés au Vésuve, lors du grand paroxysme de 1906 ([4]).

Dissogénites. — Les dissogénites sont des sortes de pegmatites dont le feldspath prédominant (microcline), parfois accompagné de quartz, a été fourni par le magma résiduel, riche en eau, du granite, et qui, par corrosion, a emprunté à la pyroxénite les éléments nécessaires à la formation d'un plagioclase, d'un diopside ferrifère et d'une wernérite (dipyre ou scapolite), quand, dans les apports, a existé une quantité suffisante de chlorure de sodium.

Au voisinage des poches à phlogogite et des dissogénites, la pyroxénite change parfois d'aspect; elle n'est plus d'un vert homogène, à cause de la présence d'anorthite ou d'une wernérite; elle forme comme une sorte

---

([3]) *Bull. Serv. Carte géol. de France*, n° 71, **11**, 1900, p. 36.

([4]) *Nouvelles Archives du Muséum*, Paris, 4e série, **9**, 1907, p. 65.

de tache d'huile et prend par places un faciès pegmatitique. Dans d'autres cas, elle se charge de cristaux de *spinelle*.

Il n'est pas possible d'entrer ici dans le détail des modifications observées au contact des poches de phlogopite et des dissogénites. Je me contenterai de signaler les phénomènes endomorphes subis par ces dernières, qui se chargent parfois d'énormes cristaux de *dipyre* ou de *scapolite*, mesurant jusqu'à 20^{cm} de longueur, accompagnés ou non de gros cristaux de pyroxène.

De ces observations, il résulte que les dissogénites sont nettement postérieures aux poches à phlogopite et ceci est capital.

Pegmatites normales. — Ces pegmatites, formées uniquement de microcline et de quartz, n'ont déterminé aucune transformation dans la pyroxénite ni dans les poches à phlogopite qu'elles traversent; elles n'ont subi elles-mêmes aucune modification à leur contact.

Comme *conclusions*, on voit que la pyroxénite a été traversée par trois types de roches ou groupements de minéraux; sur leur succession, il n'y a pas de discussion possible, mais sur leur genèse il peut y avoir matière à controverse : j'ai pris position en la rattachant à un magma granitique voisin des gisements étudiés, mais non à son contact immédiat.

La formation phlogopite-calcite-pyroxène résulte de *l'action localisée sur la pyroxénite de minéralisateurs puissants et de vapeur d'eau accompagnés d'apports nombreux et variés : ils ont agi à la température la plus élevée de cet ensemble de phénomènes, qui ont été effectués sans l'intervention de la partie fluide du magma*. Ce fut une action opérant à distance de celui-ci.

2° La partie résiduelle, riche en eau du magma, a déterminé ensuite, à une température moins élevée, au cours de deux stades successifs, la formation de roches pegmatitiques et nettement filonniennes.

a. Les dissogénites sont constituées par le microcline dont les éléments ont été *fournis par le magma*; les éléments calcomagnésiens et ferrifères du diopside et la wernérite ont été *empruntés à la roche traversée*; la wernérite contient du chlore et parfois du gaz carbonique qui paraissent avoir été les seuls minéralisateurs de cette phase.

b. Enfin la pegmatite normale correspond à la phase d'épuisement des apports pneumatolytiques du magma; elle n'a attaqué en quoi que ce soit les roches traversées et ne leur a rien emprunté.

Ces trois types de roches ont donc le magma granitique comme origine commune, mais à des titres divers. Leur association dans un même lieu

est parfois réalisée (c'est le cas d'Ampandrandava, que j'ai pris comme exemple pour cet exposé), mais elle n'est pas nécessaire. Il n'est donc pas exact de dire que la phlogopite et ses satellites sont dus à l'action de la dissogénite; dans l'Extrême Sud, il y a des poches à phlogopite sans dissogénite et des dissogénites sans gisement de phlogopite; ce dernier cas est réalisé dans nombre d'autres points de la Grande Ile.

En terminant, je rappellerai que, dans certains gisements (Ankira), tout cet ensemble, y compris la pyroxénite et les gneiss voisins, est traversé par des dykes minces de roches volcaniques basaltiques, n'ayant exercé aucune action sur eux, mais c'est une autre affaire, car ces laves sont sans relation génétique avec les gisements de mica.

CORRESPONDANCE.

M. **Alexandre Dauvillier** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

TOPOLOGIE. — *Sur les propriétés d'homotopie des espaces fibrés*. Note de MM. **Charles Ehresmann** et **Jacques Feldbau**, présentée par M. Élie Cartan.

Définition d'un espace fibré associé à un groupe G *d'automorphismes de la fibre*. — Soit E un espace topologique connexe ([1]), R une relation d'équivalence dans E, B = E/R l'espace quotient de E par R (ou *espace de base*), p l'application canonique de E sur B, F_x (appelée *fibre*) la classe d'équivalence $\overset{-1}{p}(x)$ correspondant à $x \in B$, F un espace topologique, G un groupe d'automorphismes de F. Associons à tout $x \in B$ une famille H_x d'homéomorphismes de F_x sur F telle que :

a. si $h, h' \in H_x$, on ait $h'h^{-1} \in G$;

b. à tout $x \in B$ corresponde un voisinage U_x et un homéomorphisme de $\overset{-1}{p}(U_x)$ sur le produit topologique $U_x \times F$, cet homéomorphisme, qui

([1]) Pour la terminologie, voir N. Bourbaki, *Éléments de mathématique*, I, *Théorie des Ensembles;* III, *Topologie générale*, Paris, 1939-1940.

induit pour $y \in U_x$ un homéomorphisme $\bar{h}_y$ de F_y sur $\{y\} \times F$, étant tel que l'application composée de h_y avec la projection canonique de $U_x \times F$ sur F appartienne à H_y.

L'ensemble H des familles d'homéomorphismes H_x définit sur E une *structure d'espace fibré associée au groupe* G. On peut la désigner par E(B, F, G, H).

Par exemple, le produit topologique $B \times F$ définit une telle structure d'espace fibré. Les fibres sont les ensembles $\{x\} \times F$, et la famille H_x s'obtient en composant l'application canonique de $\{x\} \times F$ sur F et les automorphismes de F appartenant à G.

Le groupe G peut être le groupe de tous les automorphismes de la fibre F. Alors H_x est la famille de tous les homéomorphismes de F_x sur F, et les conditions *a* et *b* se réduisent à la suivante : à tout $x \in B$ correspond un voisinage U_x tel qu'il existe un homéomorphisme de $\overset{-1}{p}(U_x)$ sur $U_x \times F$ qui applique, pour tout $y \in U_x$ la fibre F_y sur $\{y\} \times F$. Si G se réduit à la transformation identique dans F, H_x se compose d'un seul élément et l'espace E(B, F, G, H) est le produit topologique $B \times F$.

LEMME DE DÉFORMATION. — *Soient* K *un complexe fini*, $\Phi_0(K)$ *une représentation continue de* K *dans* E, $p\Phi_0(K) = \varphi_0(K)$ *la projection de cette représentation sur* B. *Toute déformation continue* $\varphi_t(K)$ *de* $\varphi_0(K)$ *dans* B *est la projection d'une déformation continue* $\Phi_t(K)$ *de* $\Phi_0(K)$ *dans* E $(0 \leq t \leq 1)$.

On peut subdiviser K assez finement pour que, σ^p désignant un simplexe quelconque de la subdivision, à chaque *t* et à chaque σ^p corresponde un voisinage ouvert U_x satisfaisant à la condition *b* et contenant $\varphi_t(\sigma^p)$. Le lemme se démontre ensuite par récurrence sur la dimension de K.

Groupes d'homotopie. — E étant connexe, il résulte des définitions que B est connexe et que, si F n'est pas connexe, ses différentes composantes connexes sont homéomorphes. Soit $\pi_n(F)$ le $n^{\text{ième}}$ groupe d'homotopie de l'une d'elles. Soient $\pi_n(E)$, $\pi_n(B)$ les $n^{\text{ième}}$ groupes d'homotopie (2) de E et B. Soit $\pi'_n(F_0)$ le sous-groupe de $\pi_n(F_0)$ formé des classes de représentations de la sphère S^n dans une fibre F_0 qui sont homotopes à zéro dans E. Soit $\pi'_n(E)$ le sous-groupe de $\pi_n(E)$ formé des classes de représentations de S^n dans E qui contiennent des représentations de S^n dans F_0. Soit $\pi'_n(B)$ le sous-groupe de $\pi_n(B)$ formé des classes de représentations de S^n dans B

(2) HUREWICZ, *Proceedings Akad. Amsterdam*, 37, 1935, p. 112-119. On suppose que tous ces groupes d'homotopie existent.

qui sont projections de représentations de S^n dans E. Lorsqu'on change F_0, $\pi'_n(E)$ est invariant et $\pi'_n(F_0)$ reste homologue à un sous-groupe fixe $\pi'_n(F)$ de $\pi_n(F)$ dans un isomorphisme de $\pi_n(F_0)$ sur $\pi_n(F)$.

Théorème. — *On a les isomorphies suivantes :*

$$(1) \qquad \pi'_{n-1}(F) \cong \frac{\pi_n(B)}{\pi'_n(B)} \qquad (n > 1),$$

$$(2) \qquad \pi'_n(E) \cong \frac{\pi_n(F)}{\pi'_n(F)} \qquad (n \geqq 1),$$

$$(3) \qquad \pi'_n(B) \cong \frac{\pi_n(E)}{\pi'_n(E)} \qquad (n \geqq 1).$$

Si, de plus, F *est connexe, on a*

$$(1') \qquad \pi'_1(B) \cong \pi_1(B).$$

Voici une esquisse de la démonstration de (1) : Toute représentation $\varphi(S^{n-1}) \subset F_0$, homotope à o dans E, est prolongeable à une représentation $\Phi(B^n) \subset E$ de la boule B^n intérieure à S^{n-1}, coïncidant avec φ sur S^{n-1}. Par projection, on en déduit une représentation $\psi(S^n) \subset B$. En prenant tous les prolongements possibles Φ de φ, on associe à φ une famille de ψ qui forme un système de classes de $\pi_n(B)$, et ce système de classes est un élément du groupe quotient $[\pi_n(B)]/\pi'_n(B)$, qui ne dépend que de la classe de φ. On définit ainsi une application de $\pi'_{n-1}(F)$ dans $[\pi_n(B)]/\pi'_n(B)$. Inversement, en utilisant le lemme de déformation, on montre qu'une représentation $\psi(S^n) \subset B$ peut toujours être définie par projection d'une représentation de B^n dans E, la frontière S^{n-1} de B^n étant représentée dans une fibre. Donc $\pi'_{n-1}(F)$ est appliqué *sur* $[\pi_n(B)]/\pi'_n(B)$. On vérifie que cette application est un homomorphisme et que le noyau de cet homomorphisme se réduit à l'unité.

Applications. — *a.* Soit E un espace de recouvrement de B. L'espace E est fibré sur B. Chaque fibre (ensemble de points recouvrant un point de B) est un espace discret. On retrouve le théorème d'Hurewicz

$$\pi_n(E) \cong \pi_n(B) \qquad (n > 1).$$

b. Soit V^n une *variété admettant la sphère* S^n *comme espace de recouvrement universel* $(n > 1)$, et supposons que V^n soit recouvert q fois. On voit alors que *les classes de représentations de* S^n *dans* V^n *sont caractérisées par leur type d'homologie, c'est-à-dire par leur degré, et que l'ensemble de ces degrés est formé des multiples de* q.

c. Groupes d'homotopie des espaces projectifs complexes. — La sphère S^{2k+1}

est fibrée par des cercles S^1, la variété de base étant l'espace projectif P_k à k dimensions complexes (³) ($k \geqq 1$). Il résulte des théorèmes d'isomorphie que :

1° $\pi_1(P_k) = 0$;

2° $\pi_2(P_k) \cong \pi_1(S^1)$ (cyclique infini);

3° $\pi_n(P_k) \cong \pi_n(S^{2k+1})$ $(n > 2)$.

THÉORIE DES GROUPES. — *La caractérisation des hypergroupes de classes et le problème de Schreier dans ces hypergroupes.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit H un hypergroupe possédant une unité bilatère e qui soit un scalaire à droite (autrement dit, pour tout $c \in H$, $ce = e \in e.c$. Une permutation σ de H sera dite une *permutation droite* de H si 1° il existe un $a(\sigma) \in H$ tel que, pour tout $c \in H$, on ait $\sigma c \in a(\sigma).c$; 2° quels que soient c et $c' \in H$, on ait $\sigma(c.c') = \sigma c.c'$. A étant un sous-ensemble de H, on notera $\xi(A)$ l'ensemble des permutations droites σ de H telles que $a(\sigma) \in A$. Le nombre d'éléments d'un hypergroupe s'appellera son *ordre*.

Un hypergroupe H est dit un *hypergroupe*$_D$ s'il est isomorphe à un hypergroupe $G/g^{(d)}$ des classes à droite d'un groupe G suivant un de ses sous-groupes g. Le couple (G, g) sera dit une *représentation* de H, et cette représentation sera dite *irréductible* s'il n'y a aucun sous-groupe non-unité de g qui soit invariant dans G.

Théorème I. — *Pour que* H *soit un hypergroupe*$_D$, *il faut et il suffit qu'il existe un groupe* G *de permutations droites de* H *tel que :* 1° $a(G) = H$; 2° *pour tous* $c, c' \in H$, $[\xi(c) \cap G].[\xi(c') \cap G] = \xi(c.c') \cap G$; *dans ce cas, si* $g = \xi(e) \cap G$, (G, g) *est une représentation irréductible de* H, *et toute représentation irréductible de* H *peut s'obtenir (à l'isomorphie près) de la manière précédente.*

Théorème II. — *Si* H *est un hypergroupe*$_D$ *d'ordre fini, l'ensemble* $\xi(H)$ *de toutes les permutations droites de* H *est un groupe* G, *dit groupe résolvant de* H, *satisfaisant aux conditions* 1° *et* 2° *du théorème précédent.*

Conséquence. — *Un hypergroupe* H *d'ordre fini est un hypergroupe*$_D$ *si et seulement si l'ensemble* $\xi(H)$ *est un groupe satisfaisant aux conditions* 1°, 2°

(³) H. Hopf et M. Rueff, *Commentarii math. Helv.*, 11, 1, 1939-1940, p. 46-61.

du théorème I; *et, dans ce cas*, $[\xi(H), \xi(e)]$ *est l'unique* (à l'isomorphie près) *représentation irréductible de* H.

[Le théorème II se démontre à l'aide du résultat suivant, qui semble nouveau : *k étant un corps et $a_1, a_2, \ldots, a_m$ étant un nombre fini d'éléments, séparables par rapport à k, d'une extension algébrique de k, pour chaque polynome $F(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ en $x_1, x_2, \ldots, x_m$ dans k tel que $F(a_1, a_2, \ldots, a_m) = 0$, on peut trouver un nombre fini l de polynomes $f_i(y, z)$ $(1 \leq i \leq l)$ en y, z dans k, et, pour chaque $i = 1, 2, \ldots, l$, un couple $(p^{(i)}, q^{(i)})$ $(1 \leq p^{(i)}, q^{(i)} \leq m)$ d'indices (égaux ou inégaux) et un polynome $\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ en $x_1, x_2, \ldots, x_m$ dans k tels que : 1° pour tout i, $1 \leq i \leq l$, $f_i(a_{p^{(i)}}, a_{q^{(i)}}) = 0$; 2° $F = \varphi_1 f_1(x_{p^{(1)}}, x_{q^{(1)}}) + \varphi_2 f_2(x_{p^{(2)}}, x_{q^{(2)}} + \ldots + \varphi_l f_l(x_{p^{(l)}}, x_{q^{(l)}})$.*]

Pour les hypergroupes$_D$ d'ordre infini le théorème II se trouve, en général, en défaut.

2. Le problème de Schreier pour les hypergroupes$_D$ consiste en ceci : en regardant les hypergroupes à l'isomorphie près, soient h et H deux hypergroupes$_D$ donnés. Il s'agit de donner un procédé de construction, à partir de h et de H, de tous les hypergroupes$_D$ $\mathcal{H}$ tels que h en soit un sous-hypergroupe et que $\mathcal{H}/h = H$. La réponse à cette question est donnée par le

Théorème III. — *Soient* $(G, \overline{G})$ *et* $(g, \overline{g})$ *des* (dans le cas où h et H sont d'ordre fini, on peut écrire *les*) *représentations irréductibles de* H *et de* h. *Soient* $\overline{G}^\star$ *et* $g^\star$ *des sous-groupes invariants respectivement de* $\overline{G}$ *et* g *tels que* $\overline{G}/\overline{G}^\star \simeq g/g^\star$. *Soient* $\{S_\Sigma, C_{\Sigma,T}\}$ $(\Sigma, T \in \overline{G}/\overline{G}^\star)$ *et* $\{S_\sigma, C_{\sigma,\tau}\}$ $(\sigma, \tau \in g/g^\star)$ *des systèmes d'automorphismes respectivement de* $\overline{G}^\star$, $g^\star$ *avec les systèmes de facteurs de Schreier* [1] *correspondants, auxquels appartiennent les extensions* $\overline{G}$, g *des* $\overline{G}^\star$, $g^\star$. *Soit* ε *un isomorphisme de* $\overline{G}/\overline{G}^\star$ *à* $g/g^\star$. *Désignons par* $\overline{S}_\Sigma$ $(\Sigma \in \overline{G}/\overline{G}^\star)$ *l'automorphisme de* $\overline{G}^\star \oplus g^\star$ *qui induit* S_Σ *sur* $\overline{G}^\star$ *et* $S_{\varepsilon\Sigma}$ *sur* $g^\star$ (un tel automorphisme existe et est unique). *Le système d'automorphismes* $\{\overline{S}_\Sigma\}$ $(\Sigma \in \overline{G}/\overline{G}^\star)$ *possède un système de facteurs de Schreier, à savoir* $\{C_{\Sigma,T} C_{\varepsilon\Sigma,\varepsilon T}\}$. *Soit* $\overline{G}'$ *l'extension de* $\overline{G}^\star \oplus g^\star$ *appartenant à ce système d'automorphismes.* $\overline{G}^\star$ et $g^\star$ *sont invariants dans* $\overline{G}'$, *et l'on peut identifier chaque élément* AS_Σ $(A \in \overline{G}^\star, \Sigma \in \overline{G}/\overline{G}^\star)$ *de* $\overline{G}$ *avec l'élément* $A\overline{S}_\Sigma g^\star$ *de* $\overline{G}'/g^\star$, *et chaque élément* αS_σ $(\alpha \in g^\star, \sigma \in g/g^\star)$ *de* g *avec l'élément* $\alpha \overline{S}_{\varepsilon^{-1}\sigma} \overline{G}^\star$ *de* $\overline{G}'/\overline{G}^\star$.

---

[1] Voir H. Zassenhaus, *Lehrbuch der Gruppentheorie*, **1**, 1937, p. 89-93.

Soit $\overline{g}'$ *la réunion de toute les classes suivant* $\overline{G}^*$ *identifiées avec des éléments de* $\overline{g}$. *Soit* $\{\overline{S}'_\sigma, \overline{C}'_{\sigma,\tau}\}$ $(\sigma, \tau \in \overline{G} = \overline{G}'/g^*)$ *un système d'automorphismes de* g^*, *avec le système de facteurs correspondant, auquel appartient l'extension* $\overline{G}'$ *de* g^*. *Soit* $\{S'_\sigma, C'_{\sigma,\tau}\}$ $(\sigma, \tau \in G)$ *un système d'automorphismes de* g^*, *ayant un système de facteurs attaché à* G *et tel que, pour tout* $\sigma \in \overline{G}$ *on ait* $S'_\sigma = \overline{S}'_\sigma$. *Alors, si* G′ *désigne l'extension de* g^* *appartenant à ce système,* $\mathcal{H} = G'/\overline{g}'$ *est un surhypergroupe de*

$$\overline{G}'/\overline{g}' = (\overline{G}'/\overline{G}^*)/(\overline{g}'/\overline{G}^*) = g/\overline{g} = h \quad \text{et} \quad \mathcal{H}/h = G'/\overline{G}' = (G'/g^*)/(\overline{G}'/g^*) = G/\overline{G} = H.$$

Inversement, tout hypergroupe $\mathcal{H}$ *ayant ces propriétés s'obtient de la manière précédente, avec un choix convenable des* $(G, \overline{G})$, $(g, \overline{g})$, $\overline{G}^*$, g^*, ε *et* $\{S'_\sigma\}$ $(\sigma \in G)$.

Conséquences. — Si l'on pose dans le théorème précédent $\overline{G}^* = \overline{G}$ et $g^* = g$, $\{S'_\sigma\}$ doit satisfaire à la seule condition $S'_\sigma = 1$ si $\sigma \in \overline{G}$. En particulier, le système $S'_\sigma = 1$, pour tout $\sigma \in G$ [auquel appartient la solution *banale* $G' = G \oplus g$, correspondant (et se réduisant) au produit direct dans le cas des groupes], y satisfait. *Donc le problème de Schreier a au moins une solution.* D'autre part, *si* $\overline{G}^* = \overline{G}$ *et si* $g^* = g$, *h est semi-invariant à droite* [2] *dans* H (je ne sais pas si la réciproque est vraie). Donc le problème de Schreier a encore des solutions si l'on assujettit h à être, en plus, semi-invariant à droite dans $\mathcal{H}$.

Je compte publier ailleurs les démonstrations des résultats précédents. On obtient les résultats corrélatifs pour les hypergroupes de classes à gauche, et l'on peut obtenir des résultats analogues pour les hypergroupes de catégories.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Recherches expérimentales sur l'échauffement que subit un corps placé dans un courant gazeux à haute température et à grande vitesse.* Note [1] de MM. **Marcel Sédille** et **Paul Menard**, présentée par M. Henri Villat.

Un corps quelconque, isolé thermiquement, placé dans un courant gazeux à grande vitesse, prend, du fait des échanges calorifiques qui ont lieu entre

(2) Voir M. Krasner, *Duke Mathematical Journal*, 6, 1, 1940, p. 120-140.

(1) Séance du 26 mai 1941.

ses parois et le fluide, un certain état d'équilibre pour lequel sa température est supérieure à la température du fluide.

Différentes théories ont été mises en avant pour expliquer cette différence. Depuis que Joule et Thomson ont proposé la théorie de l'arrêt adiabatique $\theta = V^2/2gEc_p$, Polhausen (²) a effectué les calculs pour le cas d'une plaque plane en régime laminaire. En désignant par σ l'inverse du nombre de Stanton, il donne, pour σ voisin de 1, la formule $\theta = \sigma^{1/2} V^2/2gEc_p$; Brun (³) a suggéré la formule $\theta = \sigma V^2/2gEc_p$, valable en régime laminaire ou turbulent; enfin Griffith (⁴) a suggéré la formule

$$\theta = \frac{V^2}{2gEc_p}(1 - m^2 + \sigma m_2)$$

avec $m = 1$ pour les corps profilés et $m = 1,4$ pour le cylindre circulaire.

Les essais les plus complets sont ceux de Brun (⁵), qui ont été effectués dans l'air pour des vitesses jusqu'à environ 200 m : s. Les résultats obtenus sont assez près de la formule de Polhausen. Les essais de Hilton (⁶) vérifient la formule de Polhausen pour une plaque, mais donnent, pour un corps profilé et une sphère, des échauffements beaucoup plus faibles, variables suivant les points de mesure.

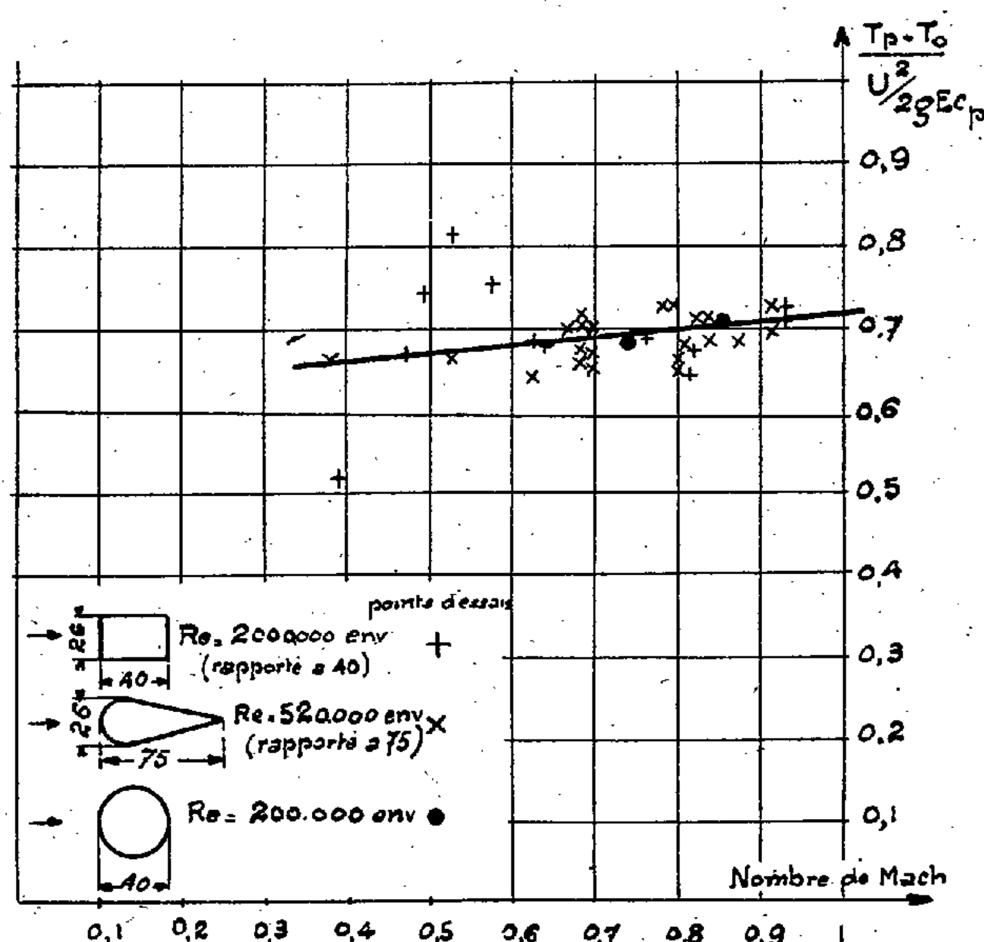
Des essais ont été effectués en 1937 à La Courneuve dans une soufflerie à gaz chauds provenant de la combustion de mazout avec 250 % d'excès d'air environ. Le corps étudié, placé dans la veine de 60^{mm} de diamètre, a été entouré d'une gaine écran pour éviter la déperdition par radiation vers la tuyauterie extérieure. Le corps étudié étant métallique, les pertes par conductibilité étaient réduites par l'emploi d'un support avec contacts oxydés.

La température amont a atteint et dépassé 500° et la vitesse des gaz a atteint 500 m : s environ. La température et la vitesse des gaz, après détente, ont été déduites par le calcul de la température amont et du rapport de détente dans la tuyère. La température du corps était mesurée par un thermomètre à mercure passant dans la gaine support du corps et reposant dans une cavité ménagée dans ce dernier. Les différences de

(²) *Zeits. angew. Math. und Mech.*, 1921, p. 120-121.
(³) *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, n° 63.
(⁴) D'après GOLDSTEIN, *Modern developments in fluid dynamics*, 1938, p. 631.
(⁵) *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, n°s 63 et 119.
(⁶) *Proc. Roy. Soc. London*, A, 168, 1938, p. 43.

température entre le corps et le fluide étant de l'ordre de 50° environ, la précision des mesures a été relativement bonne, ainsi que le montrent les résultats obtenus.

La figure ci-dessous résume les résultats d'essais. Le nombre de Mach a



varié de 0,5 environ à 0,93, le nombre de Reynolds variant simultanément dans une proportion plus faible. Les essais ont porté sur des corps différents : sphère, prisme, aile d'avion. Pour la sphère, le Re a varié aux environs de 280000, ce qui correspond à un régime nettement turbulent. Le nombre de Reynolds du prisme, rapporté à sa longueur, était d'environ 280000 également; celui de l'aile d'avion, rapporté à sa corde, était d'environ 520000. Les résultats obtenus peuvent se résumer ainsi :

1° La forme des obstacles semble n'avoir que peu d'importance, les points de mesure correspondant aux divers obstacles étant groupés dans la même région.

2° Le coefficient d'échauffement semble croître légèrement avec le nombre de Mach.

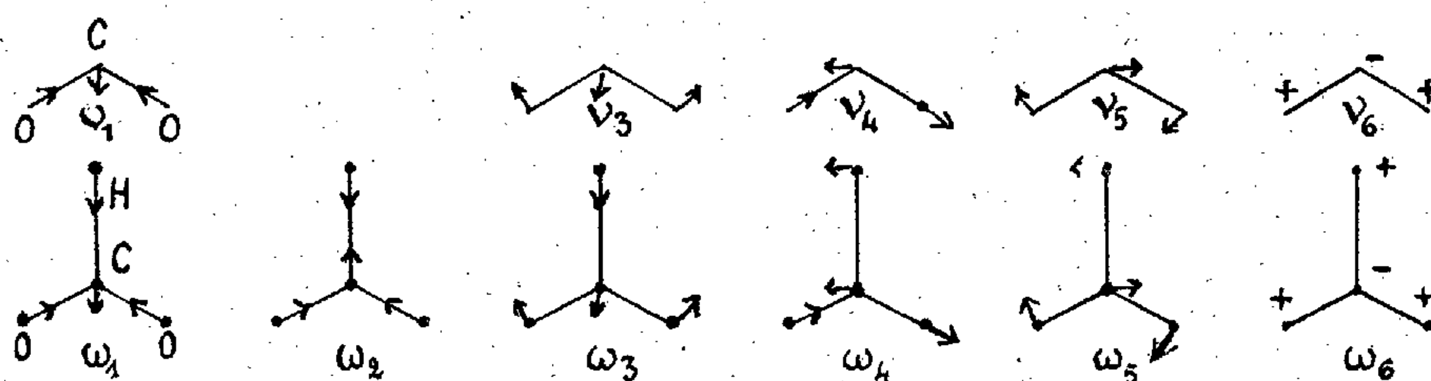
3° Les résultats d'essais correspondent sensiblement à $\theta = 0,7\, V^2/2g E_{cp}$ et se rapprochent plus de la formule de Brun que de celle de Polhausen. La valeur de σ correspondant aux essais est d'environ 0,74.

Au cours de ces essais, on a également essayé de mettre en évidence un échauffement différent de la partie avant et de la partie arrière de

l'obstacle. Une aile d'avion, divisée en deux parties isolées thermiquement, n'a cependant montré aucune différence sensible de température entre ces deux parties.

SPECTROSCOPIE. — *Les modes de vibration du groupement carboxylé dans les spectres d'absorption infrarouge de sels métalliques de mono et de diacides acycliques ou cycliques.* Note de Mme **François Douvillé**, MM. **Clément Duval** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Suivant la technique et avec les spectromètres enregistreurs utilisés dans nos précédentes recherches, nous avons étudié, à l'état de poudres, entre 600 et 1600 cm^{-1} environ, une centaine de sels métalliques, possédant de 1 à 18 atomes de carbone, et qui, sauf 3 formiates et 11 acétates [1], n'avaient pas encore été examinés. Nous pouvons ainsi confirmer le résultat déjà indiqué pour une cinquantaine d'oxalates métalliques [2] : *il y a résonance entre les valences des deux atomes d'oxygène fixés sur le même atome de carbone.* Le groupement carboxylé peut alors être considéré comme un modèle angulaire, symétrique, à trois masses vibrantes, pour lequel on prévoit deux vibrations de valence (ν_1 et ν_4) et une vibration de



déformation (ν_3). Les deux premières se placent entre 1280 et 1550 cm^{-1} environ (la fréquence de ν_1 étant plus basse que celle de ν_4) et la dernière ν_3 entre 800 et 950 cm^{-1}. En plus, les rotations, figurées suivant ν_5 et ν_6, qui ne correspondent à rien pour le groupement COO libre, donnent des bandes variant entre 600 et 775, et entre 660 et 710 cm^{-1}. *Dans aucun cas on ne trouve la bande d'absorption entre* 1700 *et* 1800 cm^{-1}, *caractéristique du groupement* C=O. Celle-ci apparaît très fortement marquée dans les spectres d'absorption des éthers-sels et des acides organiques, ainsi qu'il

(1) J. Lecomte et R. Freymann, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1401.
(2) Mme F. Douvillé, Cl. Duval et J. Lecomte, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 697.

résulte des déterminations de divers auteurs et de celles de l'un de nous([3]). On observe donc un changement complet dans le spectre quand on passe de l'acide au radical ionisé [cf. oxalates ([2]) et acide oxalique ([4])]. Nous pouvons ainsi préciser les conclusions, relatives à ν_1 et ν_4 obtenues au moyen de l'effet Raman et fixer la fréquence approximative de la vibration ν_3.

Quand on part des formiates, en passant par les acétates, propionates, butyrates, isobutyrates, valérianates, pour aller jusqu'aux palmitates et aux stéarates, on constate généralement un rapprochement progressif des deux vibrations ν_1 et ν_4, qui apparaissent ainsi confondues pour les termes élevés, à moins de disposer d'un spectromètre très dispersif. Avec les malonates, il est probable qu'il faut, comme nous l'avions fait précédemment avec les oxalates (2), considérer simultanément les vibrations des deux groupements carboxylés. On arrive ainsi à prévoir, entre 1250 et 1550 cm^{-1}, non pas deux, mais *quatre* bandes, et les deux maxima observés se dédoubleraient peut-être avec une plus grande dispersion. Avec les succinates et les adipates, à mesure que les deux groupements carboxylés s'éloignent l'un de l'autre, ils reprennent progressivement leur indépendance et nous pouvons de nouveau recourir à l'interprétation simple de l'existence de deux vibrations symétrique et antisymétrique du groupement carboxylé.

Les groupements CH^2 ou CH^3 possèdent également des bandes d'absorption propres entre 1280 et 1450 cm^{-1} environ, mais, comme les deux maxima que nous observons dans cette région subsistent encore avec les trichloracétates, il ne peut y avoir aucun doute relativement à leur attribution au groupement CO O.

Nous avons calculé, dans l'hypothèse des forces centrales, les forces f et f' qui s'exercent respectivement entre l'atome de carbone et chacun des atomes d'oxygène, ou entre les deux atomes d'oxygène. En adoptant pour l'angle $\alpha(\widehat{OCO})$, en accord avec les déterminations des rayons X, des valeurs variant entre 120 et 130°, on trouve, des valeurs de f entre 7 et $7,7.10^5$ dynes/cm, c'est-à-dire situées, comme l'a fait remarquer

([3]) Nous rappelons que, pour les acides organiques, dans les conditions ordinaires, on ne mesure, entre 1650 et 1800 cm^{-1}, que les fréquences de vibration du cycle formé par l'association de deux molécules et non celles du groupement C=O *libre*.

([4]) CL. DUVAL et J. LECOMTE, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 389.

Gupta ([5]), entre celle d'une liaison simple C—O (5.10^5 dynes/cm) et celle d'une double liaison C=O ($10,9.10^5$ dynes/cm) pour f'/f des nombres voisins de 0,8 à 1.

Nous avions attiré précédemment l'attention ([2]) sur la concordance des fréquences de l'ion oxalique $(COO)^2$ et celles de N^2O^4. Sans vouloir en tirer de conclusions chimiques, *nos nouvelles recherches nous permettent de confirmer l'analogie qui existe, au point de vue des spectres de vibration, entre les groupements* NO^2 *et* COO. En première approximation, les fréquences des acétates, propionates, butyrates, isobutyrates sont comparables à celles des nitrométhane, nitroéthane, nitropropane, nitroisopropane etc. Pour vérifier l'exactitude de ces déductions, nous avons relevé les spectres de quelques benzoates, salicylates et phtalates métalliques : les bandes les plus caractéristiques se retrouvent respectivement dans l'absorption du nitrobenzène, de l'ortho-nitrophénol, de l'ortho-dinitrobenzène ([6]).

L'interprétation détaillée des spectres sera donnée dans un autre Recueil. Pour *les formiates*, les six modes de vibration sont représentés dans la figure. Les fréquences moyennes sont les suivantes : ω_1 1280-1350 (F), ω_2 vers 3000, ω_3 800-850 (m), ω_4 1500-1600 (F), ω_5 745-775 (F), ω_6 660-680 (f?) cm^{-1}. Les formiates de Li, K et Ni possèdent une bande supplémentaire vers 1201, 1097 et 1100 cm^{-1} respectivement, qui finit par disparaître avec le produit parfaitement desséché.

Pour les *acétates*, les modes de vibration se déduisent de ceux de l'ion formique, en remplaçant H par (CH^3). On trouve ainsi : ω_1 1375-1425 (F), ω_2 650-660 (aF), ω_3 920-940 (m), ω_4 1500-1600 (F), ω_5 610-630 (m), ω_6 690-710 (m?).

Avec les *propionates*, si l'on conserve le modèle simplifié de la figure, on trouve les vibrations ω_1 1400-1425 (F), ω_3 850-875, ω_4 1500 (F), ω_5 805-810 (F), ω_6 670-680 (f) cm^{-1}, mais ω_2 se dédouble, suivant que le groupement CH^3 supplémentaire vibre ou non en phase avec le reste de la molécule. Dans le premier cas, les bandes sont à chercher vers 600, et dans le deuxième vers 1000 cm^{-1}. Signalons enfin qu'avec les *isobutyrates* il est commode de recourir à un modèle simplifié $\begin{matrix}(CH^3)\\(CH^3)\end{matrix}\!\!>\!(CH)-C\!\!<\!\begin{matrix}O\\O\end{matrix}$,

([5]) J. T. EDSALL, *J. Chem. phys.*, **6**, 1937, p. 508; J. GUPTA, *Indian J. Phys.*, **10**, 1936, p. 465; **11**, 1937, pp. 231, 333 et suiv.

([6]) J. LECOMTE, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1186; *Journ. de Phys.*, **8**, 1937, p. 489; **9**, 1938, p. 13.

dont les modes de vibration sont les mêmes que ceux de l'ion oxalique précédemment indiqués ([4]). Reprenant les notations de cette publication, les fréquences de ν_3, ν_4, ν_5, ν_6 restent du même ordre que pour $(COO)^2$, mais celles de ν_1 et ν_2 sont beaucoup abaissées, par suite du remplacement de l'un des groupes COO par $(CH^3)^2-(CH)$.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur la cinétique d'oxydation des hydrocarbures éthyléniques.* Note de M. **Jean Amiel**.

M. Charles Paquot ([1]) a récemment étudié la cinétique d'oxydation des hydrocarbures éthyléniques. Sur le diagramme représentant ses expériences, on peut remarquer que les courbes figurant les variations de pression au cours du temps possèdent une portion presque rectiligne importante. L'erreur commise dans ces conditions, en remplaçant p par une fonction linéaire du temps t, est longtemps négligeable devant les variations correspondantes de dp/dt. Il résulte de la formule utilisée par l'auteur, en fonction des pressions initiale P et terminale p_t,

$$\frac{dp}{dt} = b'(p - p_t)(P - p),$$

que les portions correspondantes des courbes représentant l'évolution de la vitesse d'oxydation dp/dt devraient être très sensiblement des paraboles. Or il n'en est rien, d'après la forme même des courbes.

L'allure très différente de la réaction apparaît de façon plus nette et sans discussion possible si l'on porte en abscisses non plus les valeurs du temps, mais celles de la pression. On n'a pas des paraboles et le maximum correspond à une pression p_m, qui est loin d'avoir la valeur prévue $(P + p_t)/2$. Voici d'ailleurs quelques chiffres :

Courbe	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
$(P + p_t)/2$	670	535	456	512	513	442	348
p_m	605	483	330	470	353	306	153
Erreur %	39	20	50	19	78	51	63

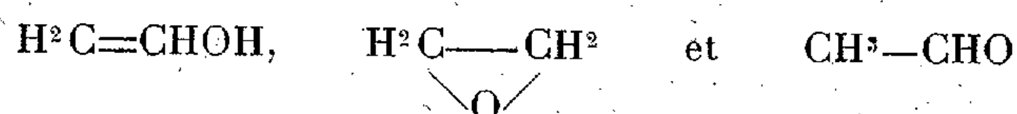
Nous ne pouvons donc pas être de l'avis de M. Paquot, qui, tout en reconnaissant que *le phénomène est plus compliqué que ne le supposent les*

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 556.

théories de Moureu et Dufraisse ou de Dupont, conclut que cette dernière est voisine de la réalité, *tout au moins dans la phase centrale de l'oxydation.*

Nos connaissances sur la combustion lente d'un grand nombre d'hydrocarbures, l'existence d'une longue période d'induction, le fait que la vitesse est très sensible à des traces d'impuretés, à tel point que M. Dupont avait dû proscrire tout joint en caoutchouc, permettent de conclure à des réactions par chaînes. La forme des courbes, ainsi que la longue durée de vie de l'oxyde primaire actif A(O) constatée expérimentalement par Dupont et Lévy dans le cas de l'acide abiétique, indiquent qu'on se trouve dans le cas de *chaînes avec des ramifications dégénérées* [SEMENOFF (²)]. Lorsque les chaînes sont normalement ramifiées, les hypothèses simples de Kowalsky permettent, d'une part de retrouver une variation parabolique de la vitesse de réaction en fonction de la pression avec un maximum pour $P + p_l/2$, d'autre part d'obtenir une équation pour représenter les variations de cette vitesse en fonction du temps. Mais lorsqu'il y a dégénérescence, les calculs précédents ne sont plus valables. On a alors des courbes dissymétriques comme celles de M. Paquot.

D'ailleurs, la théorie que cet auteur préfère à la notion de réactions en chaînes nous paraît insuffisante dans l'état actuel de la cinétique chimique, et l'on pourrait peut-être y substituer une représentation basée sur d'autres modes de calcul. Les expériences soignées de Bone, Haffner et Rance (³) ont montré que le premier produit d'oxydation de l'éthylène, vers 300°C., l'oxyde AO de Dupont, était en réalité un mélange de trois tautomères



$H^2C{=}CHOH$, $H^2C{-}CH^2$ (pont O) et $CH^3{-}CHO$

en équilibre. Ceci peut être généralisé. Or Skrabal (⁴), dans une étude mathématique des réactions chimiques présentant le phénomène d'induction, a traité le cas de trois tautomères A, B, C qni peuvent se transformer les uns dans les autres après passage par une forme instable X. On peut supposer que l'une des formes, X très probablement, possède une grande aptitude réactionnelle et bâtir ainsi une théorie acceptable de ces autoxydations.

(²) *Chemical Kinetics and Chain Reactions*, 1935, p. 68 à 74.
(³) *Proc. Roy. Soc. London*, A, **143**, 1933, p. 16.
(⁴) *Monatsh. für Chem.*, **66**, 1935, p. 129.

Enfin, tant que des dosages précis ne seront pas intervenus, il convient de faire de sérieuses réserves sur l'hypothèse de la *formation de composés gazeux proportionnellement au produit principal de l'oxydation.*

GÉOPHYSIQUE. — *Sur le rayonnement ultraviolet extrême du ciel diurne et nocturne.* Note de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

M. E. Vassy et moi avons montré [1] que le domaine spectral de sensibilité des photocompteurs dépendait considérablement de l'état de la surface cathodique, tout comme en photoélectricité usuelle. Aussi, dans le but d'obtenir des surfaces pures, la seconde technique décrite (pulvérisation cathodique de l'anode sur la paroi interne d'une cloche en silice) a-t-elle été seule retenue pour l'établissement de tubes destinés à la technique. J'ai ainsi réalisé des cathodes semi-transparentes de C, Mg, Cu, Zr, W, Pt, Au et Cu^2S. Ces films, opérant par transmission, sont particulièrement sensibles. Tous ont été remplis d'hydrogène purifié sous la pression d'un dixième d'atmosphère et le plupart possèdent ainsi des filons d'hydrure.

Leur domaine de sensibilité spectrale a été déterminé par M. E. Vassy : il s'étend depuis 2000 Å pour Cu^2S ($2000 < \lambda < 2300$) jusqu'au vert pour une cathode d'hydrure de Mg ($3000 < \lambda < 5000$) et même jusqu'au rouge pour une cathode composite de Mg traitée à l'oxygène ($2500 < \lambda < 7000$). Cette dernière est à rapprocher des cathodes de Cs oxydé de la technique photoélectrique. Ce fait remarquable est peut-être de nature à expliquer le rôle du magnésium dans l'assimilation chlorophyllienne (λ 6800 Å). Il y a là une nouvelle méthode d'étude de la chimie des lames minces.

Le but de la présente Note est de décrire une application de ces photocompteurs à la géophysique, à savoir la recherche, dans le rayonnement solaire de haute altitude, des radiations voisines de λ 2100 Å, théoriquement transmises entre les bandes d'absorption de l'oxygène et de l'ozone et l'étude des variations du rayonnement ultraviolet extrême du ciel nocturne.

Pour rendre pratiques de telles mesures, il était nécessaire d'établir un appareil enregistreur. Nous y sommes parvenu en contrôlant un

(1) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 394.

anémocinémographe de Richard [2] par un thyratron commandé par le compteur. Il est ainsi possible d'effectuer des enregistrements d'une durée quelconque sans surveillance aucune. Un appareil automatique léger et transportable, fonctionnant sur le secteur, a été établi par notre aide technique M. Brebion, avec plein succès. Les applications scientifiques et techniques sont multiples. Signalons ici seulement l'enregistrement de l'ultraviolet solaire, le dosage de l'ozone atmosphérique et celui des rayons ultraviolets en médecine.

I. La recherche d'un rayonnement transmis sur λ 2100 A doit, à notre avis, être effectuée au moyen d'un compteur très sélectif et non avec un tube également sensible aux radiations de longueurs d'onde supérieures à λ 2900 A, alors disposé à la suite d'un système dispersif. L'on se met ainsi complètement à l'abri de toute trace de lumière parasite diffusée par le sytème optique.

Les expériences ont été effectuées au Pic du Midi (2875^{m}) au début de septembre 1940, soit pendant le minimum annuel de l'ozone. Le compteur utilisé (Cu^2S) est extrêmement sélectif et présente son maximum pour λ 2200 A. Il était simplement exposé au Soleil et recevait, en outre, le rayonnement du ciel entier. Les enregistrements ont été effectués les 2, 3, 4, 5 et 6 septembre par ciel très pur (*coronal*), aux environs de midi et totalisent 16 heures. Aucun rayonnement lumineux de l'ordre des rayons cosmiques (comme fréquence de chocs) n'a été décelé à cette altitude.

II. Nous avons déjà signalé l'existence, dans la lumière du ciel nocturne, d'un rayonnement ultraviolet situé à la limite de la transmission de l'ozone atmosphérique (λ 2863 A, Götz). Ce rayonnement a été enregistré au Pic, du crépuscule à l'aube, les 2 et 3 septembre, par ciel très pur, avec une cathode d'hydrure d'or ($2100 < \lambda < 2950$, $\lambda_m 2700$) en utilisant presque tout le ciel. Son intensité minima a atteint trois fois celle des rayons cosmiques (un coup par minute et par centimètre carré de cathode pour ces derniers). Il présente un maximum important, doublant presque son intensité vers 0^h ou 1^h (heure solaire locale). Ce maximum nocturne est à rapprocher de celui que l'on observe vers minuit dans l'ionisation de l'ionosphère par la méthode des radios-échos, et qui paraît attribuable au rayonnement corpusculaire solaire. Les enregistrements effectués à Bagnères (560^{m}) vers la même époque ont montré un rayonnement moitié plus faible et un maximum moins net.

---

[1] Mis obligeamment à notre disposition par M. J. Baillaud.

En outre, un phénomène très apparent s'est manifesté au cours de ces mesures. Alors que l'*aube* ultraviolette ne débute qu'une demi-heure avant le lever du Soleil, c'est-à-dire très en retard sur l'aube visible, la fin du *crépuscule* ultraviolet n'a lieu qu'une heure après le coucher, c'est-à-dire en pleine nuit. Cette dissymétrie montre qu'un rayonnement intense résulte d'une *phosphorescence* de l'ionosphère, excitée par l'ultraviolet solaire ($2863 < \lambda < 2950$), et est susceptible de persister une demi-heure après son excitation. Une phosphorescence persistant plus d'une heure avait déjà été observée à Meudon (4 juin 1940) dans un domaine spectral plus étendu ($2863 < \lambda < 3500$) avec une cathode de cuivre hydruré.

TOXICOLOGIE. — *Inhibition du pouvoir toxique de la tuberculine brute sur le Cobaye tuberculeux après contact prolongé sous vide avec de l'extrait surrénal total.* Note de MM. **Ernest Fernbach** et **Georges Rullier**, présentée par M. Richard Fosse.

On sait que les glandes surrénales doivent en partie leur activité à l'adrénaline, substance chimiquement bien définie à l'heure actuelle et que cette dernière est principalement secrétée par la région centrale de la glande. De 1913 à 1919, Auguste Marie a publié plusieurs travaux (1) ayant trait à l'action de l'adrénaline et des extraits surrénaux sur la tuberculine brute. Les recherches de cet auteur sont restées négatives et ont paru démontrer l'absence de toute combinaison entre la tuberculine et ces divers produits, *lorsqu'on opère* in vitro *en présence d'air*, et après s'être mis bien entendu à l'abri de toute action microbienne secondaire, précaution d'importance capitale puisque de nombreux microbes aérobies (expérience de Vaudremer) détruisent la tuberculine.

Nous avons répété les expériences d'Auguste Marie aussi bien sur l'adrénaline naturelle (base) que sur l'extrait total de glandes surrénales récemment préparé et mis obligeamment à notre disposition par M. Choay, et nous avons pu constater le bien-fondé des conclusions de cet auteur, c'est-à-dire l'absence totale d'action de ces deux produits sur la tuberculine brute, lorsqu'on opère en présence d'air. A. Marie ne poursuivit pas ses recherches. Cependant il avait pu remarquer qu'une action neutralisante

---

(1) *Annales de l'Inst. Pasteur*, 27, 1933, p. 294; 32, 1918, p. 97; 33, 1919, p. 645.

se produisait sur la toxine tétanique, soit en présence d'air, soit dans le vide, mais le fait ne semble pas avoir retenu son attention, puisqu'il n'a pas songé à faire une expérience semblable sur la tuberculine.

Nous référant à d'anciennes expériences de J.-E. Abélous et Aloy [2] montrant que certains extraits glandulaires voient leur activité se développer d'une manière considérable, lorsqu'on opère la réaction dans le vide, nous avons résolu d'étudier comparativement l'action non seulement de l'adrénaline, mais encore des extraits surrénaux en opérant aussi bien en présence d'air, comme l'avait déjà fait A. Marie, ce qui nous servait de terme de comparaison, que dans le vide.

Toutes nos expériences ont été exécutées d'après le protocole suivant : On prépare avec toutes les précautions aseptiques voulues, une série de tubes contenant respectivement la même quantité d'extrait surrénal récent ou une quantité d'adrénaline chimiquement pure décuple de celle qui correspond à 20^{cg} d'extrait surrénal et calculée d'après les travaux de M. Bertrand. On ajoute alors à chacun de ces tubes 5^{cm^3} de tuberculine brute qui, comme on le sait, contient 90 % de glycérine, ce qui rend impossible tout développement microbien nuisible. En effet, quel que soit le soin apporté à la fabrication des extraits surrénaux en poudre, ces derniers ne sont jamais aseptiques. Nous avons pu nous convaincre, par des séries d'ensemencements, que l'extrait pulvérulent surrénal dont nous nous servions, tout en contenant fort peu d'espèces microbiennes, n'en était pas totalement dépourvu. La forte concentration en glycérine de notre mélange *surrénale-tuberculine* empêchait cependant ces quelques rares espèces de se développer.

L'expérience se présente ainsi :

a. tubes 1 et 2 avec extrait surrénal pulvérulent + tuberculine;
b. » 3 » 4 » adrénaline + » ;
c. » 5 » 6 » témoins + » .

Les tubes 1, 3, 5 sont simplement bouchés au coton. Dans les tubes 2, 4, 6 on fait le vide pendant 1 heure environ (jusqu'à ce que l'on ne constate plus la moindre formation de bulles de gaz, même si l'on chauffe légèrement à 35°-40°. On scelle ces trois derniers tubes sous vide de 10^{mm} et l'on porte tous les tubes de 1 à 6 à l'étuve à 37°. Au bout de 55 jours (mais ce temps peut être considérablement réduit) les tubes dans lesquels on a fait le vide sont ouverts, puis dans tous les tubes de 1 à 6, on ajoute de l'eau stérile de façon à ce que, dans chacun d'eux, 2^{cm} de la solution

---

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 55, 1903, p. 891.

correspondent à une dose mortelle de tuberculine pour le Cobaye tuberculisé depuis 6 à 7 semaines par du bacille tuberculeux (race bovine de Vallée, collection de l'Institut Pasteur).

On constate alors, si l'on injecte par voie sous-cutanée une dose supposée mortelle (soit 2^{cm^3}) des mélanges de chacun des tubes à des Cobayes convenablement préparés à cet effet, les résultats suivants : seul le contenu du tube n° 2 (extrait surrénal + tuberculine, sous vide et conservé 55 jours à l'étuve à 37°) *ne provoque pas la mort des animaux.* Certaines lésions produites *in loco injectionis* sont uniquement dues à l'action de la surrénale. Tous les autres tubes, qu'ils aient été soumis à l'action du vide ou laissés à l'air, entraînent la mort des animaux, dans les délais habituels, à la suite des injections de tuberculine. Il suffit donc d'opérer sous vide pour qu'une action neutralisante de l'extrait de capsules surrénales pulvérulent (marque Choay) et de préparation récente se manifeste sur la tuberculine, alors que si l'on opère au contact de l'air, cette action est nulle.

Une autre constatation s'impose, c'est que cette action neutralisante de l'extrait surrénal n'est pas due à l'adrénaline, puisque, dans les mêmes conditions, les animaux meurent dans les mêmes délais qu'avec la tuberculine seule, c'est-à-dire en moins de 24 heures.

Inutile d'insister sur le fait bien connu que le vide n'a aucune action sur la diminution du pouvoir léthal de la tuberculine vis-à-vis de l'animal tuberculeux. Mais cette action neutralisante ne serait-elle pas due simplement à un phénomène d'adsorption ?

Sans vouloir préjuger de ce que des expériences ultérieures pourront nous révéler, il convient toutefois de faire remarquer le peu de probabilité que cette action neutralisante observée sous vide, soit due à un phénomène d'adsorption de la tuberculine par la poudre d'extrait surrénal. Il faudrait admettre que le phénomène ne s'est produit que dans le tube 2.

Remarques sur cette expérience. — Le fait que l'action de l'extrait surrénal total se produit dans le vide et sans qu'il y ait, d'après l'expérience mentionnée ci-dessus, participation de l'adrénaline, doit attirer notre attention sur certains corps dont les propriétés réductrices sont bien établies.

Depuis les admirables travaux de Szent-Gyorgyi, qui ont montré que les capsules surrénales contenaient une grande quantité d'acide ascorbique dont le pouvoir réducteur est considérable, on sait que l'adrénaline n'est pas la seule substance qui soit élaborée par les capsules surrénales. L'acide ascorbique s'y concentre, le glutathion, autre produit réducteur, s'y trouve

en quantité appréciable. Il n'est pas interdit d'émettre l'hypothèse que ces corps puissamment réducteurs aient une action dans le phénomène de neutralisation de la tuberculine.

C'est donc dans ce sens que nous dirigeons une nouvelle série d'expériences actuellement en cours. Elles nous montreront si vraiment l'acide ascorbique agit sur la tuberculine, ou bien si cette neutralisation observée par nous, avec l'extrait total de capsules surrénales, doit être rapportée à une autre substance, soit le glutathion, soit à un des éléments encore inconnus élaborés dans les capsules surrénales.

Il nous restera enfin à nous demander quelle sera l'action de cette tuberculine ainsi neutralisée sur les cobayes sains et tuberculeux.

Notons en terminant que ce sont les quelques rares espèces animales dont l'organisme fait lui-même la synthèse de l'acide ascorbique, telles le Rat et la Souris, qui sont les plus réfractaires à la tuberculose, et enfin que l'intoxication tuberculinique se manifeste par des lésions de congestion et d'hémorragies, comme on le constate dans les avitaminoses dues à la carence de la vitamine C.

ÉLECTROTHÉRAPIE. — *L'indice chronologique vestibulaire des enfants arriérés. Action de la diélectrolyse de calcium des centres sur leur indice vestibulaire et leur développement intellectuel et physique.* Note de M. **Georges Bourguignon**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

La caractéristique chronologique d'excitabilité du système vestibulaire, ou indice chronologique vestibulaire, désignée primitivement sous le nom de *chronaxie vestibulaire*, varie, ainsi que je l'ai montré, d'une manière caractéristique dans les troubles cérébraux et psychiques, et en particulier chez les enfants arriérés du type mongolien (¹). Aussi ai-je étendu mes recherches à toutes les catégories d'enfants arriérés. Parallèlement, à la suite de l'observation d'une fillette dont l'instabilité avait disparu au cours du traitement de son hémiplégie droite par la diélectrolyse transcérébrale de calcium, j'ai soumis ces enfants à ce traitement et créé une nouvelle thérapeutique de l'arriération mentale. Depuis 10 ans j'ai traité ainsi et suivi, chacun pendant plusieurs années, 161 enfants, dont 38 instables,

(¹) G. Bourguignon, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 150; G. Bourguignon et R. Déjean, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 500; 207, 1938, p. 377.

30 arriérés simples, 31 arriérés avec troubles moteurs, 32 arriérés mongoliens, 21 sourds-muets, 7 arriérés avec crises convulsives et 2 cas d'idiotie amaurotique.

I. *L'indice chronologique vestibulaire des arriérés.* — Tous les arriérés ont un indice très augmenté. Les mongoliens ont les indices les plus grands, de 600^σ à 1500^σ au lieu de la normale 12^σ à 22^σ; les enfants instables ont les indices les plus petits, de 30^σ à 100^σ; les autres catégories d'arriérés ont des indices intermédiaires de 200^σ à 500^σ. Il y a donc un rapport entre la valeur de l'indice et le degré de l'arriération.

L'indice vestibulaire peu augmenté (30^σ à 45^σ) des vrais sourds-muets, d'origine auriculaire, intelligents, les distingue des sourds-muets d'origine cérébrale ou *sourds-muets mentaux* dont l'indice atteint 100^σ à 500^σ. L'association d'arriération chez les sourds-muets d'origine auriculaire augmente leur indice.

Dans une même famille, l'indice classe les enfants suivant leur état mental. Ainsi, dans une famille de 3 enfants, dont 1 normal, 1 arriéré simple et 1 arriéré mongolien, les indices vestibulaires étaient de $18^\sigma,4$ pour l'enfant normal, 392^σ pour l'arriéré simple et 692^σ pour l'arriéré mongolien.

II. *Action de la diélectrolyse de calcium des centres avec ingestion.* — Sauf dans l'idiotie amaurotique, tous les enfants arriérés, traités par cette méthode ([2]) ont été améliorés.

L'indice vestibulaire diminue dès les débuts du traitement, rapidement d'abord, plus lentement ensuite et atteint asymptotiquement une valeur minima qui reste cependant en général supérieure à la normale (voir *fig.* 1).

Cette évolution ne peut être mise sur le compte d'une évolution spontanée avec l'âge, car la valeur initiale est la même chez un arriéré de 14 ou 15 ans que chez un arriéré de la même catégorie de 3 ou 4 ans.

Parallèlement, l'attention se développe; les simples instables passent des cours de perfectionnement dans les classes normales; même les mongoliens font brusquement des progrès scolaires dès les débuts du traitement et leurs instituteurs en ont été frappés. Quelques sourds-muets-mentaux apprennent à parler suivant le même mécanisme que l'enfant

---

([2]) G. Bourguignon et S. Eliopoulos, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 379; **195**, 1932, p. 976; G. Bourguignon, *Bulletin officiel de la Société française d'Électrothérapie et de Radiologie*, **28**, mars 1939, p. 103. (Ce travail résume tous mes travaux antérieurs sur cette question depuis 1920.)

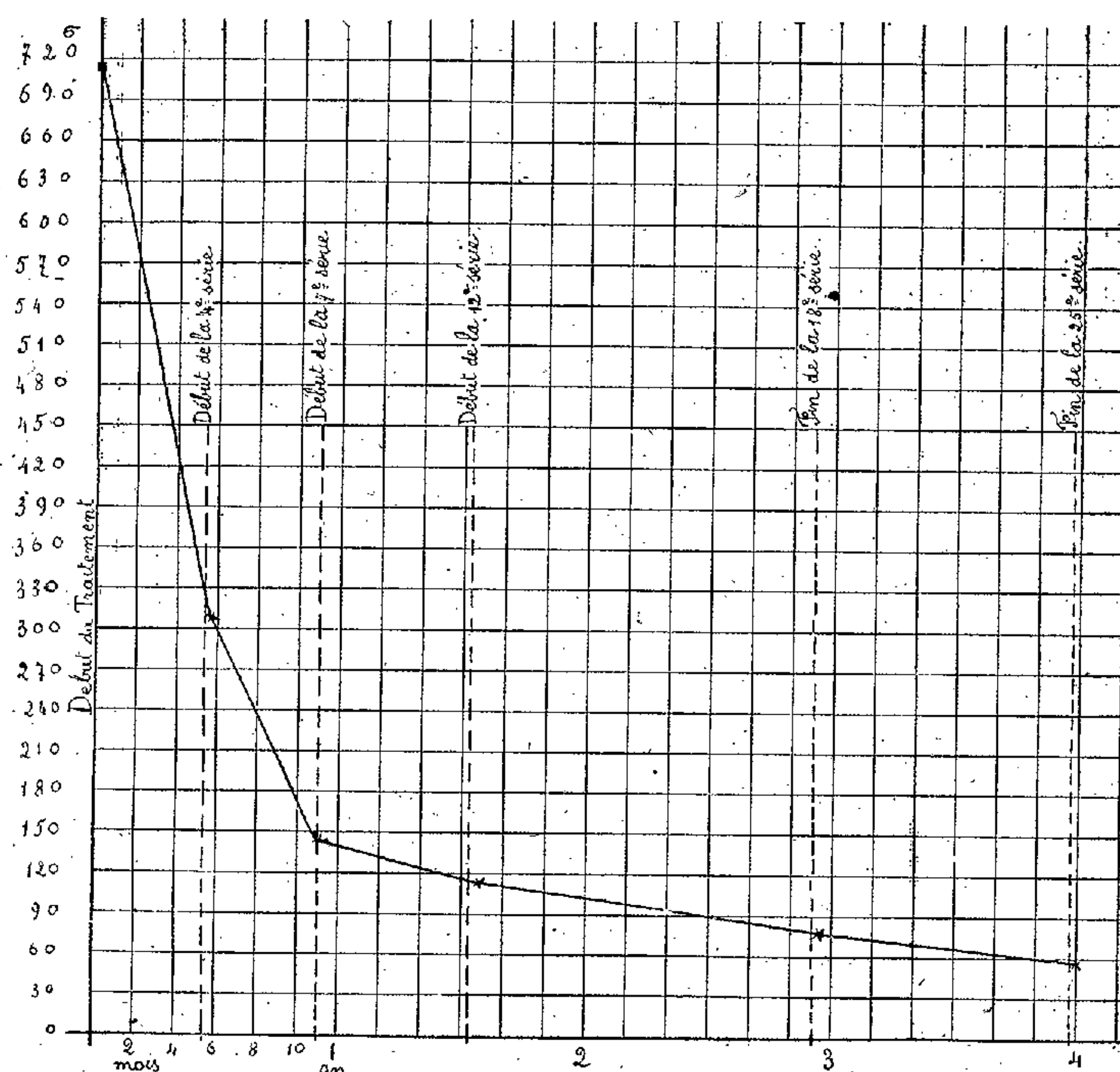


Fig. 1. — Enfant Gr., S. — 7 ans. — Mongolienne. — Évolution de l'indice au cours de la diélectrolyse transcérébrale de calcium.

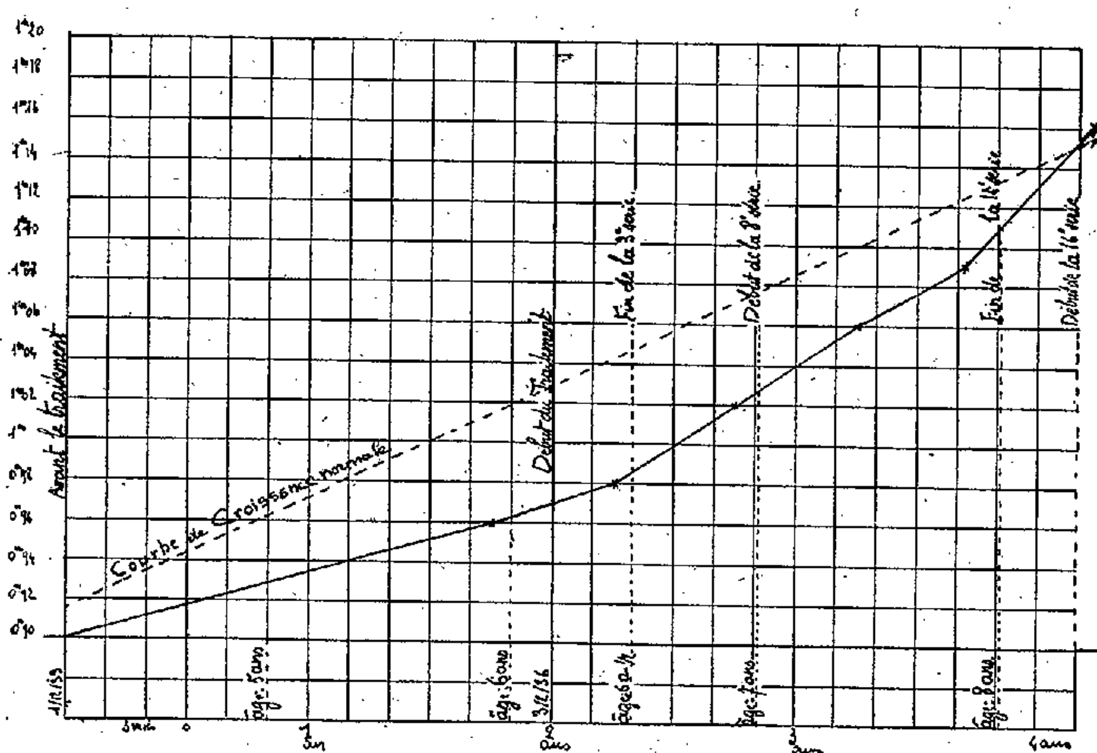


Fig. 2. — Enfant H., C. — Mongolienne. — Courbes de croissance.
Trait plein, croissance de l'enfant avant et pendant le traitement commencé à 6 ans.
Trait brisé, croissance normale (d'après Quételet).

normal. Aux tests de Binet et Simon, les arriérés, même les mongoliens, changent de catégorie. Les crises convulsives, l'incontinence d'urines, disparaissent. L'état général et toutes les fonctions neuro-végétatives s'améliorent et la croissance, si souvent ralentie, s'accélère (voir *fig.* 2) ou même repart après s'être arrêtée. Le traitement n'est efficace qu'avant la puberté ou, au plus tard, avant 16 ou 17 ans.

Conclusions. — 1° L'indice chronologique vestibulaire est augmenté chez tous les arriérés et varie parallèlement au degré de l'arriération, dont il est le meilleur test. Il suit fidèlement l'évolution de l'amélioration.

2° Le traitement par diélectrolyse transcérébrale ou transcérébro-médullaire (en cas de troubles moteurs) de calcium améliore tous les arriérés, même les mongoliens, sauf les enfants atteints d'idiotie amaurotique. Il agit à la fois sur le développement intellectuel et sur le développement physique, en particulier sur la croissance : *il y a là vraisemblablement une action sur l'hypophyse et, par son intermédiaire, sur tout le système endocrinien;* on pourrait dire que ce traitement constitue une véritable *auto-opothérapie*.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 3 mars 1941.)

Note de M. *Thébault*, Sur une nouvelle sphère du tétraèdre :

Rectification au théorème de la page 328, lignes 4, 5, 6, les mots : *Les sommets*..... K *est le point* doivent être remplacés par *Les sphères circonscrites aux tétraèdres* $\mathfrak{T}_1$, $\mathfrak{T}_2$, $\mathfrak{T}_3$ *ont pour centre commun le point* K.....; ligne 7, il faut ajouter : *Ces trois sphères se réduisent à une seule quand le tétraèdre* T *est orthocentrique.*

(Séance du 19 mai 1941.)

Note de M. *Louis Glangeaud*, Évolution des minéraux résiduels et notamment du quartz dans les sols autochtones en Afrique Occidentale française :

Page 864, ligne 7 en remontant, *au lieu de* ersatz, *lire* Zersatz.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MAI 1941.

D'Arsonval. Une vie. Une époque. 1851-1940, par LOUIS CHAUVOIS. Paris, Librairie Plon, 1941 ; 1 vol. 19cm.

Les étapes de la biolologie, par MAURICE CAULLERY. Paris, Presses universitaires de France, 1941 ; 1 vol. 17cm,5.

Cours de Géométrie, par GASTON JULIA. Paris, Gauthier-Villars, 1941 ; 1 vol. 25cm,5.

L'Architecture de l'Univers, par PAUL COUDERC. Paris, Gauthier-Villars, 1941 ; 1 vol. 18cm.

Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques, par LOUIS DE BROGLIE. Paris, Gauthier-Villars, 1941 ; 1 vol. 25cm,5.

Étude expérimentale et quantitative de l'hérédité interspécifique. Transmission de la forme et de ses potentialités évolutives. Croisement Gryllus Campestris *L.* × gr. Bimaculatus de Geer, par M[lle] GERMAINE COUSIN. Extrait des *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, t. 64, 1940. Paris, Gauthier-Villars, 1941; 1 vol. 28[cm] (présenté par M. Caullery).

Bactéries et Virus, par ANDRÉ BOIVIN, in *La Science vivante*, n° 1. Paris, Presses universitaires de France, 1941; 1 vol. 19[cm].

Continu et discontinu en physique moderne, par LOUIS DE BROGLIE, in *Sciences d'aujourd'hui*. Paris, Albin Michel, 1941; 1 vol. 19[cm], 5.

Éphémérides nautiques ou Extrait de la *Connaissance des Temps*. Ouvrage publié par le BUREAU DES LONGITUDES, spécialement à l'usage des marins. Paris, Gauthier-Villars, 1940; 1 vol. 24[cm], 5.

Connaissance des Temps ou des Mouvements célestes à l'usage des Astronomes et des Navigateurs pour l'an 1942, publié par le BUREAU DES LONGITUDES. Paris, Gauthier-Villars, 1941; 1 vol. 24[cm],5.

Institut de mécanique des fluides de l'Université de Toulouse. *Étude de quelques écoulements comportant la formation d'une veine de courant, vannes de fond, barrages-déversoirs, piles de ponts*, par LÉOPOLD ESCANDE, in *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*. Paris, Ed. Blondel La Rougery et Gauthier-Villars, 1940; 1 vol. 27[cm].

La vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques, par P. DRUMAUX. Extrait du Bulletin *Ciel et terre* de la Société belge d'Astronomie, de Météorologie et de Physique du Globe. 57[e] année, n° 4. Bruxelles, L'*Avenir*, 1941; 1 fasc. 24[cm].

Annales de la Société scientifique de Bruxelles. Extrait *Sur la relation universelle entre la distance et la masse. Sur la signification mathématique et physique de la constante cosmologique* Λ, par P. DRUMAUX. Louvain, Secrétariat de la Société scientifique de Bruxelles, 1940; 1 fasc. 24[cm].

Le système nerveux et ses inconnues, par PAUL CHAUCHARD. Paris, Presses universitaires de France, 1941; 1 vol. 17[cm],5.

Corpuscules et systèmes de corpuscules, par JEAN-LOUIS DESTOUCHES. Tome I. *Notions fondamentales*. Paris, Gauthier-Villars, 1941; 1 vol. 25[cm],5 (présenté par M. L. de Broglie).



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès, survenu à Gand, Belgique, le 6 septembre 1940, de M. **Frédéric Swarts**, Correspondant pour la Section de Chimie.

GÉODÉSIE. — *Carte gravimétrique du Sud de la France.* Note (1) de M. **Pierre Lejay**.

Nous avons ajouté quelques valeurs nouvelles de la pesanteur, dans le Sud de la France, à celles que nous avons publiées récemment (2).

Sur la carte ci-après, nous avons porté les anomalies de Bouguer, sans corrections topographiques, en toutes les stations du Sud de la France où la pesanteur a été mesurée. Les valeurs que nous avons déterminées, publiées dans la Note précitée, sont indiquées par un cercle noir plein; les stations occupées par M. Goudey sont marquées d'un cercle clair.

De l'examen de cette carte, il ressort que :

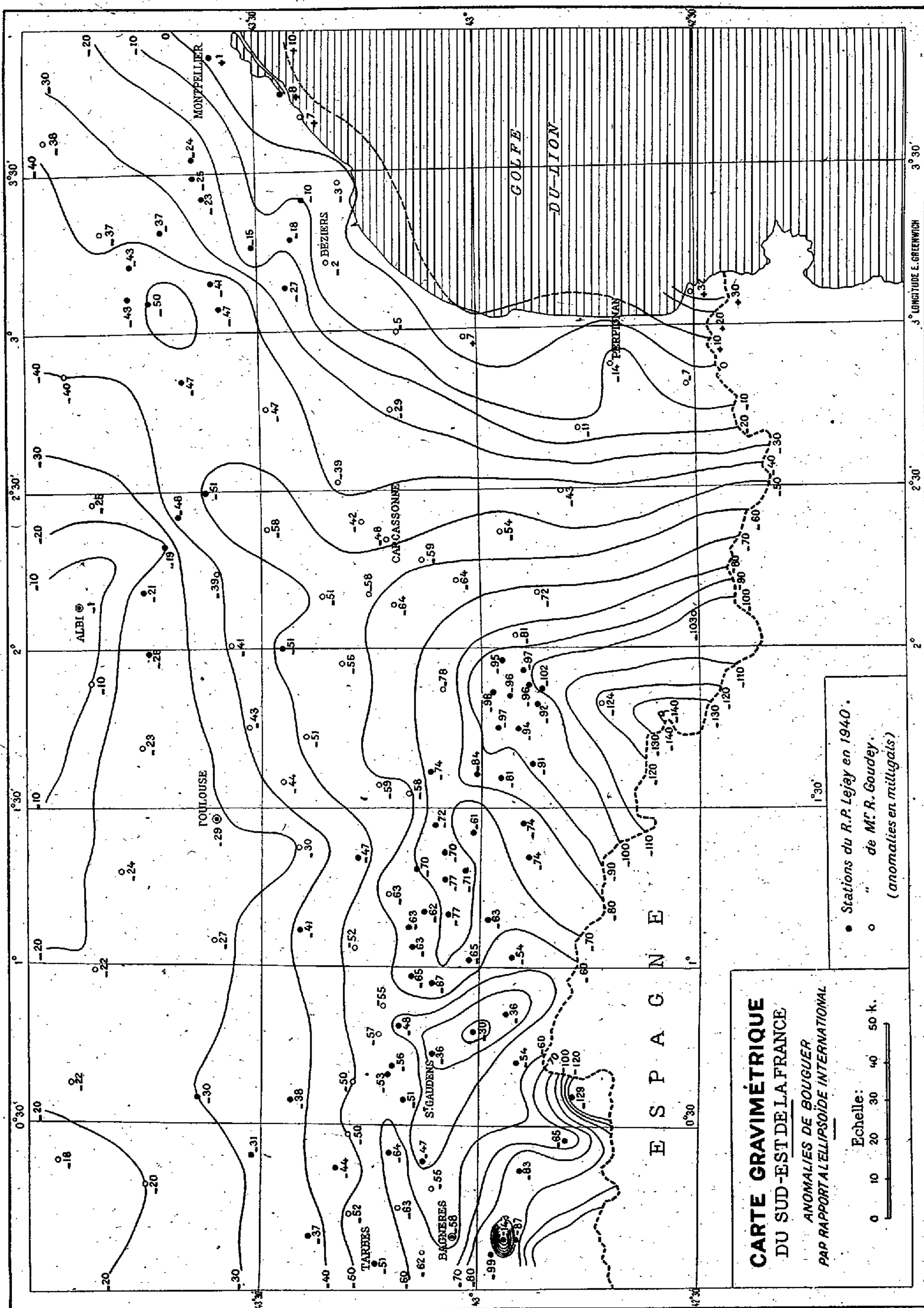
1° Toutes les masses montagneuses, les Pyrénées, la Montagne Noire, les Monts de Lacaune, le Causse du Larzac sont isostatiquement compensées en général.

2° La présence de masses de forte densité dans le sous-sol de la région minière au Sud-Est de Saint-Gaudens est révélée par une bande d'ano-

---

(1) Séance du 4 juin 1941.

(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 659.


CARTE GRAVIMÉTRIQUE
DU SUD-EST DE LA FRANCE
ANOMALIES DE BOUGUER
PAR RAPPORT A L'ELLIPSOÏDE INTERNATIONAL
Echelle:
0 10 20 30 40 50 k.
• Stations du R.P. Lejay en 1940.
○ " de Mr R. Goudey.
(anomalies en milligals)
GOLFE DU LION
E S P A G N E
MONTPELLIER
BÉZIERS
PERPIGNAN
CARCASSONNE
ALBI
TOULOUSE
TARBES
BAGNÈRES
St GAUDENS
3° LONGITUDE E. GREENWICH

malies négatives anormalement faibles qui s'avance en coin dans les Pyrénées, vers le col du Portet d'Aspet.

3° Les anticlinaux pétrolifères des Petites Pyrénées sont nettement indiqués par des anomalies négatives qui surpassent d'une dizaine de milligals, en valeur absolue, les valeurs environnantes; les axes des zones d'anomalies et de l'anticlinal coïncident lorsque l'anticlinal est symétrique, comme dans la région de Saint-Marcet; ils sont parallèles et décalés dans le cas d'un anticlinal recourbé, comme au Nord de Saint-Girons.

4° Toute la côte méditerranéenne est couverte de faibles anomalies positives; les isanomales sont régulières et parallèles à la côte, sauf dans le Roussillon et la région de Gabian dont le sous-sol contient des masses de densité trop faible dans le premier cas, trop forte dans le second.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur le groupe des argiles attapulgitiques.* Note de M. **Jacques de Lapparent.**

J'ai décrit naguère ([1]), sous le nom d'*attapulgite*, un constituant de terres argileuses bien développées, en particulier, à Attapulgus (Géorgie des U. S. A.) et à Mormoiron (Vaucluse, en France). Ce même constituant fut rapporté par M. Henri Longchambon ([2]) aux *palygorskites* qu'avait étudiées préalablement M. Fersman. D'autre part, de la composition chimique des attapulgites, dont on peut déduire une formule à écrire $(OH)^2.H^2(Al^{4/3}, Mg^2).Si^3H^4O^{10}$, j'avais tiré argument pour les considérer comme des minéraux phylliteux nonobstant la structure fibreuse qu'elles réalisent fréquemment.

La comparaison de radiogrammes de poudres qui m'ont été obligeamment fournis par M. Jean Wyart, exécutés tant à partir du talc et de la pyrophyllite que de l'attapulgite, vient étayer mon argumentation : le talc et la pyrophyllite, silicates sans nul doute phylliteux, offrent des radiogrammes dont la correspondance des lignes avec celles des radiogrammes d'attapulgite est parfaite.

Aussi bien les radiogrammes de ces trois substances ont-ils *même physionomie*. On entend par là que leurs lignes, plus ou moins intenses, se

([1]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 481; **202**, 1936, p. 1728; **203**, 1936, p. 482.
([2]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 483.

groupent de telle manière que la ressemblance entre l'un et l'autre est frappante. Ils ont, pourrait-on dire, les mêmes traits; les principaux de ces traits étant d'ailleurs particuliers à d'autres silicates dont personne ne conteste le caractère phylliteux, tels les micas et la kaolinite.

Sont effectivement dominantes pour les attapulgites les lignes que nous dirons *cardinales* et qui témoignent d'interespaces de plans réticulaires de l'ordre de 10, 4,4, 3,3, 2,5, 2,11, 1,66, 1,48 Å; la première et la troisième correspondant à l'interespace représentant l'épaisseur du *feuillet élémentaire* pour les réflexions de premier et de troisième ordre, à noter 001 et 003; les autres lignes représentant des réflexions sur les plans de notations $qr0$.

Par rapport au radiogramme d'une attapulgite, celui du talc montre un léger resserment des lignes. Cela s'explique fort bien du fait que le talc, étant essentiellement magnésien tandis que l'attapulgite l'est beaucoup moins, doit comporter un interespace plus grand de certains plans réticulaires de notation $qr0$; et l'on sait que plus d/n de la formule de Bragg est grand, plus la distance au centre du radiogramme de la ligne correspondante est courte. Cependant la physionomie du radiogramme de talc par rapport à celle du radiogramme d'une attapulgite n'est pas pour cela changée.

Les mêmes lignes cardinales, à l'exception près de la ligne de 2,11 Å qui ne se voit bien que dans les *phyllites à* 10 Å, caractériseront la kaolinite, mais la première et la troisième témoigneront d'un interespace correspondant à l'épaisseur de 7 Å environ de son feuillet élémentaire et à la présentation de la réflexion de second ordre pour 3,5 Å. Un léger jeu de physionomie différenciera seulement de la sorte le radiogramme de kaolinite de celui d'attapulgite.

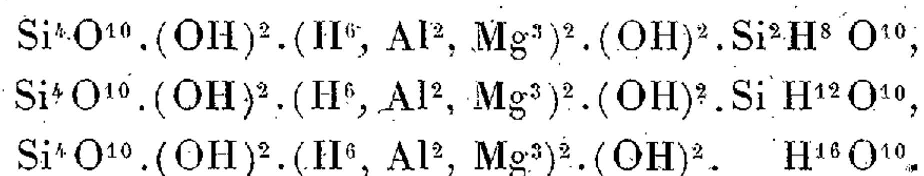
Le test des rayons X, de caractère essentiellement structural, montre donc péremptoirement que les attapulgites doivent être considérées comme l'homologue de silicates phylliteux.

La formule écrite plus haut étant d'autre part admise, on peut cependant hésiter sur la place à attribuer dans un cristal aux entités structurales qui s'en déduisent. On peut supposer soit que, sur chacunes de ses faces, le feuillet élémentaire est également chargé par le groupe $Si^3H^4O^{10}$, soit que ce groupe ne représente que la moyenne structurale des deux faces du feuillet. En ce dernier cas l'on peut imaginer que, sur une face, un groupe Si^4O^{10} se répète indéfiniment à la manière même de ce qu'il en est pour le talc et la pyrophyllite, tandis que, sur l'autre face, est réalisée une entité à écrire $Si^2H^8O^{10}$, que l'on décompose en $Si^2O^6, 4H^2O$, et susceptible de former des chaînes pyroxéniques en SiO^3 séparées les unes des autres par les molécules d'eau. On expliquerait alors qu'à température élevée les sépiolites, équivalent purement magnésien des attapulgites (ou palygorskites), se décomposent en un mélange de cristobalite et d'un

pyroxène ([3]). Mais la vérification physique d'une structure de ce type ne paraît pas possible, car il y a tout lieu de croire qu'un édifice phylliteux ainsi constitué ne se présenterait que sous le mode maclé et qu'en fin de compte aucun test ne permettra de démontrer la dissemblance des deux faces d'un même feuillet.

Quoi qu'il en soit, la suggestion d'une telle architecture doit être retenue, car elle permet de concevoir l'intégration dans la même série structurale de beaucoup de minéraux du groupe des argiles. Ainsi en sera-t-il pour l'*halloysite*, dont M. Mehmel a montré que, si chimiquement elle se comportait, ainsi que l'avait jadis indiqué Henry Le Chatelier, comme de la kaolinite plus de l'eau, physiquement elle se caractérise, au moins pour certains échantillons, comme une phyllite à épaisseur du feuillet élémentaire de l'ordre de 10 Å, quitte à ce que, par abandon de molécules d'eau, elle se mue, lorsqu'on la chauffe, en phyllite à 7 Å du type kaolinique ([4]).

On en vient alors à écrire trois formules sur le mode de l'écriture des phyllites à 10 Å et qui iront de corps attapulgitiques à des corps hallositiques :



$$Si^4O^{10}.(OH)^2.(H^6, Al^2, Mg^3)^2.(OH)^2.Si^2H^8O^{10},$$
$$Si^4O^{10}.(OH)^2.(H^6, Al^2, Mg^3)^2.(OH)^2.SiH^{12}O^{10},$$
$$Si^4O^{10}.(OH)^2.(H^6, Al^2, Mg^3)^2.(OH)^2.\quad H^{16}O^{10}.$$

La somme des valences du terme médian de chaque formule doit être égale à deux fois six. Pour que puissent être conçus, à partir de la première, des couches en Si^4O^{10} et des chaînes en SiO^3 dont les O soient exempts de contacts H directs, on ne peut imaginer, dans le terme médian, une quantité de H supérieure à 2, car, au delà de cette valeur, aucune eau ne pourrait être constituée à partir de ce terme puisqu'il n'y a de saturation possible que celle des O résiduels des deux termes en OH après individualisation des deux H^2O qui leur correspondent. Les attapulgites proprement dites légitiment ainsi leur formule où le terme médian s'écrit $(Al^{4/3}, Mg^2)H^2$.

Pour la seconde formule, le terme en $SiH^{12}O^{10}$, se décomposant en $SiO^4, 6H^2O$, ne peut faire apparaître qu'une entité structurale en tétraèdres isolés. Il se formerait une sorte de gel siliceux qui, dans l'édifice, pourra fonctionner à la manière de $Si(OH)^4$ comme il en est dans les montmoril-

---

([3]) Mlle Caillère, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1626.

([4]) *Z. f. Krist.*, A, 90, 1935, p. 35-43.

lonites (5). Dans la troisième formule il n'apparaît que la couche en Si^4O^{10} ainsi qu'il en est dans la kaolinite. La possibilité du remplacement partiel de Al par H explique les *anauxites*, minéraux plus siliceux que la kaolinite.

Mais, si l'on peut expliciter trois types formulaires, l'examen des diverses argiles attapulgitiques fait penser que, *dans le même édifice* et par conséquent dans ce qu'on pourra dire *la même espèce minérale*, un mixte des trois types est le plus souvent réalisé, dans lequel les proportions des divers éléments sont assez variables. Cependant tout se fait sous le signe du schéma de la phyllite à 10 Å, qui préside donc avant tout à la définition du groupe.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire d'État a l'Instruction publique** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la *Chaire de Radiologie expérimentale* du Collège de France.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Charles Berthelot. *Carburants et Lubrifiants nationaux* (présenté par M. Léon Guillet).

2° Charles Berthelot. *La Tourbe, un carburant, un engrais* (présenté par M. Léon Guillet).

M. **Henri Roure** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Chocs imaginaires dans le problème des trois corps.* Note de M. **Pierre Sémirot**, présentée par M. Jean Chazy.

Par définition, il existe à un instant $t=0$, entre les trois corps P_0, P_1, P_2, un choc imaginaire simple, double ou triple si une, deux ou trois distances

(5) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 279.

mutuelles s'annulent sans que leurs projections sur les axes de coordonnées soient nulles.

Prenons pour variable une distance mutuelle qui s'annule, soit r, en éliminant le temps au moyen de l'intégrale des forces vives, et transformons d'abord le système différentiel classique en fonction de r, des six coordonnées relatives x_i et des six dérivées dx_i/dr. Par un ou plusieurs changements de variables, nous formons un nouveau système différentiel comportant l'égalité de rapports dont les numérateurs sont les différentielles des nouvelles variables, et dont les dénominateurs sont holomorphes et nuls pour $r = 0$ et pour des valeurs convenablement choisies des autres variables, définissant une multiplicité singulière. Selon le nombre des racines positives, négatives et nulles de l'équation caractéristique, nous appliquons le théorème fondamental que M. Chazy a obtenu [1] par extension des résultats classiques de Poincaré relatifs aux nœuds, cols et foyers et aux lignes de nœuds, de cols et de foyers.

Choc simple [2]. — Soient x, y, z les coordonnées de P_1 par rapport à P_0; ξ, η, ζ les coordonnées de P_2 par rapport au centre de gravité de P_0 et P_1, et r la distance P_0P_1. Par les deux changements de variables

$$(1) \quad \frac{dx}{dr} = y_1, \quad \frac{dy}{dr} = y_2, \quad \frac{dz}{dr} = y_3, \quad \frac{d\xi}{dr} = y_4, \quad \frac{d\eta}{dr} = y_5, \quad \frac{d\zeta}{dr} = y_6,$$

$$(2) \quad z_1 = ry_1, \quad z_2 = xy_2 - yy_1, \quad z_3 = xy_3 - zy_1,$$

nous formons entre les 13 variables $r, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, z_1, z_2, z_3, y_4, y_5, y_6$ un système différentiel d'ordre 12 auquel le théorème fondamental est applicable. Ce système admet la multiplicité singulière

$$r = z_1 = z_2 = z_3 = y_4 = y_5 = y_6 = 0,$$

le long de laquelle l'équation caractéristique a 7 racines positives égales à 1 correspondant aux variables r, z_1, z_2, z_3, y_4, y_5, y_6; 6 racines nulles correspondant aux variables $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$, et n'a pas de racine négative. Les coordonnées s'expriment par des développements en séries entières en $t^{1/3}$ qui dépendent de 12 constantes arbitraires, comme la solution générale.

Choc double. — Nous rapportons le mouvement des deux corps P_0 et P_1 au

---

[1] *Bull. des Sciences math.*, 51, 1932, p. 79.

[2] Chazy, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1398; Uno, *Annali di Matematica*, 14, 1935, p. 111.

corps P_2, et, par trois changements de variables, nous formons un système différentiel d'ordre 16 auquel le théorème est applicable. Ce système admet une multiplicité singulière le long de laquelle l'équation caractéristique a 9 racines positives, une racine négative et 7 racines nulles. Les coordonnées s'expriment par des développements en séries entières en $t^{1/5}$ qui dépendent de 10 constantes arbitraires. Si les trois corps forment à chaque instant un triangle isocèle, le nombre des constantes obtenues est égal à l'ordre du système différentiel (³).

Choc triple (⁴). — Rapportons de même le mouvement des deux corps P_0 et P_1 au corps P_2; soient x, y, z et x', y', z' les coordonnées de P_0 et P_1 par rapport à P_2, soient r, r_1, r_2 les distances P_1P_2, P_0P_2, P_0P_1. Par les trois changements de variables

$$(1)\quad \frac{dx'}{dr}=y_1,\quad \frac{dy'}{dr}=y_2,\quad \frac{dz'}{dr}=y_3,\quad \frac{dx}{dr}=y_4,\quad \frac{dy}{dr}=y_5,\quad \frac{dz}{dr}=y_6,$$

$$r_1=r\rho_1,\quad r_2=r\rho_2,\quad \frac{dr_1}{dr}=u,\quad \frac{dr_2}{dr}=v;$$

$$(2)\quad y_2=\frac{z_2+y'y_1}{x'},\quad y_3=\frac{z_3+z'y_1}{x'},\quad y_5=\frac{z_5+yy_4}{x},\quad y_6=\frac{z_6+zy_4}{x},$$

$$y_1r=z_1,\quad y_4r=z_4,\quad u-\rho_1=U,\quad v-\rho_2=V,\quad y=\frac{r\theta+y'x}{x'},\quad z=\frac{r\lambda+z'x}{x'};$$

$$(3)\quad Z_1=z_1-\frac{a_0}{b_0}z_4,\quad Z_4=z_1+\frac{\beta_0}{\alpha_0}z_4,\quad \theta_1=\theta-\frac{x'_0}{2x_0}z_5+\frac{x_0}{2x'_0}z_2,$$

$$\lambda_1=\lambda-\frac{x'_0}{2x_0}z_6+\frac{x_0}{2x'_0}z_3,\quad U_1=U-\frac{\gamma_1}{4}Z_1-\frac{\gamma_4}{3}Z_4,\quad V_1=V-\frac{\gamma'_1}{4}Z_1-\frac{\gamma'_4}{3}Z_4,$$

nous formons entre les variables r, x, y, z, x', y', z', ρ_1, ρ_2, Z_1, z_2, z_3, Z_4, z_5, z_6, θ_1, λ_1, U_1, V_1 un système différentiel d'ordre 18 auquel le théorème fondamental est applicable. Ce système admet une multiplicité singulière le long de laquelle l'équation caractéristique a 7 racines positives, 4 racines négatives et 8 racines nulles. Les coordonnées s'expriment par des développements en séries entières en $t^{1/2}$ et $t\log t$ dépendant de 10 constantes arbitraires et de la forme

$$x=x_0+a_1t^{\frac{1}{2}}+a_2t+a_3t\log t+\ldots,\qquad x'=x'_0+a'_1t^{\frac{1}{2}}+a'_2t+a'_3t\log t+\ldots,$$

$$y=y_0+\frac{y_0}{x_0}a_1t^{\frac{1}{2}}+b_2t+\frac{y_0}{x_0}a_3t\log t+\ldots,\qquad y'=y'_0+\frac{y'_0}{x'_0}a'_1t^{\frac{1}{2}}+b'_2t+\frac{y'_0}{x'_0}a'_3t\log t+\ldots,$$

$$z=z_0+\frac{z_0}{x_0}a_1t^{\frac{1}{2}}+c_2t+\frac{z_0}{x_0}a_3t\log t+\ldots,\qquad z'=z'_0+\frac{z'_0}{x'_0}a'_1t^{\frac{1}{2}}+c'_2t+\frac{z'_0}{x'_0}a'_3t\log t+\ldots.$$

(³) DRAMBA, *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 131 et 393.

(⁴) BELORIZKY, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 966.

Dans des cas particuliers les logarithmes disparaissent et les coordonnées s'expriment par des développements en $t^{1/2}$ quand, à l'instant du choc, le produit de la distance r et de la fonction de forces (nulles si les distances sont infinies) s'annule, ou bien quand le rapport ρ_1 et la valeur commune des quotients $x/x' = y/y' = z/z'$, soit σ, satisfont à l'une des conditions

$$\sigma - \rho_1 = 0 \quad \text{ou} \quad (\sigma - 1)^3(\sigma - \rho_1^2)^5 + \sigma^3(\sigma - \rho_1^5)^2 = 0.$$

En particulier la dernière condition est vérifiée quand les trois corps forment à chaque instant un triangle équilatéral, et que le mouvement se réduit au mouvement de Lagrange et au problème des deux corps.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la représentation conforme au voisinage d'un point frontière.* Note de Mlle **Jacqueline Ferrand**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Soit Δ un domaine simplement connexe du plan de la variable complexe $\zeta = \xi + i\eta$, admettant un point frontière accessible π_0 à l'infini (appartenant dans le cas général à un bout premier E dont il est le seul point accessible). On représente Δ conformément sur le demi-plan droit $D(x > 0)$ du plan de la variable complexe $z = x + iy$, au moyen de la fonction

$$z = f(\zeta) \quad \text{ou} \quad \zeta = \varphi(z),$$

de manière qu'au point $z = \infty$ corresponde le bout premier E.

Théorème. — *Si le domaine Δ contient un secteur angulaire S_0 défini par*

$$|\zeta| > R_0, \quad \theta_1 < \operatorname{Arg}\zeta < \theta_2,$$

$\zeta = \varphi(z)$ *tend vers la limite unique* $\zeta = \infty$ *lorsque* z *tend vers l'infini en restant dans un angle* $|\operatorname{Arg} z| < \pi/2 - \varepsilon$, *quel que soit* $\varepsilon > 0$ *fixé.*

Pour la démonstration on peut supposer $\theta_1 = -\theta_2 = \omega > 0$. Soit $\theta = \operatorname{Arg}\zeta$, $\psi = \operatorname{Arg} z$. Nous démontrons d'abord l'inégalité

$$\frac{\theta + \omega - \pi}{2} - \eta(\zeta) < \psi < \frac{\theta - \omega + \pi}{2} + \eta(\zeta) \tag{1}$$

si $|\theta| < \omega$, $\eta(\zeta) \to 0$, lorsque $\zeta \to \infty$,
en utilisant les propriétés de la mesure harmonique.

Soient alors R_1 tel que $|\zeta| > R_1$ entraîne $\eta(\zeta) < \eta_1 < \omega/4$, et S_1 le secteur $|\zeta| > R_1$, $|\operatorname{Arg}\zeta| < \omega - 4\eta_1$.

Si A_1 est un arc de Jordan intérieur au secteur S_1 et aboutissant en π_0, il lui correspond dans D un chemin continu L_1 intérieur à l'angle $|\operatorname{Arg} z| < (\pi/2) - \eta_1$ et s'éloignant à l'infini. La conclusion proposée résulte du théorème de Montel-Lindelöf appliqué à la fonction $g|z| = 1/(\zeta - \zeta_0)$, ζ_0 étant un point quelconque intérieur à Δ, fonction qui est bornée en module si $|z| > A$, A étant choisi suffisamment grand.

II. *Définitions.* — *a.* Nous dirons qu'un domaine Δ est *valable* au point π_0 si l'on peut le représenter conformément sur le demi-plan D de manière qu'il existe une dérivée angulaire au point $z = \infty$, soit

$$\lim_{z \to \infty} \frac{z}{\zeta} \begin{cases} \neq 0 \\ \neq \infty, \end{cases}$$

la représentation de Δ sur D est alors dite *conforme* au point π_0.

Plus généralement nous dirons que le domaine Δ est *valable sur un angle* d'ouverture $m\pi$ si l'on peut représenter Δ sur un angle égal de manière qu'il existe une dérivée angulaire à l'infini.

b. La représentation de Δ sur D est dite *semi-conforme* au point accessible π_0 si elle conserve l'angle de deux directions en ce point, ou le multiplie par un facteur fixe.

c. Définitions dues à Ostrowski :

si ζ est un point intérieur ou frontière du *noyau* de Δ, nous poserons $\rho(\zeta) = |\zeta|$;

si ζ est dans un *pli*, nous désignerons par $\rho(\zeta)$ le rayon de l'arc-coupure qui sépare ce pli du noyau.

Supposons la représentation de Δ sur D semi-conforme au point π_0 et les axes choisis de telle sorte dans les deux plans, que les directions des axes réels positifs se correspondent dans les deux domaines.

Au moyen d'une infinité de coupures $q_1, q_2, \ldots, q_n, \ldots$, nous séparons de Δ certaines portions périphériques (poches), de façon que le domaine restant Δ^* admette dans sa frontière le point accessible π_0, mais aucun bout premier contenant ce point.

Nous désignerons par α_n, β_n les extrémités de la coupure q_n sur la frontière de Δ, par δ_n le rayon du plus petit cercle de centre α_n contenant la coupure q_n à son intérieur.

Nous poserons $\rho_n = \rho|\alpha_n|$, $R_n = |\alpha_n|$, et nous supposons que, lorsque $n \to \infty$, $\rho_n \to \infty$, $R_n \to \infty$.

Théorème. — *a. Si Δ contient à son intérieur un domaine Δ_1 valable en π_0 et si l'on peut former le domaine Δ^* au moyen de coupures q_n telles que, k et μ étant deux constantes*, $k > -1$, $\mu > 0$

$$(2) \qquad \delta_n \sqrt{\frac{\rho_n}{R_n}} < \mu \rho_n^{-k},$$

$\varphi(z)$ *tend vers l'infini lorsque z tend vers l'infini dans le domaine* $x > a|y|^{-k}$ *quel que soit* $a > 0$.

b. Plus généralement si Δ *contient à son intérieur un domaine* Δ, *valable en* π_0 *sur un angle d'ouverture* $m\pi$, *la condition* (2) *doit être remplacée par*

$$(2') \qquad \delta_n < \mu\sqrt{\rho_n R_n}\,\rho_n^{-\frac{k+1}{m}}.$$

La démonstration repose sur les propriétés de la mesure harmonique utilisées par Ostrowski [1] et sur le lemme suivant facile à établir en s'appuyant sur le « premier théorème sur les plis » de cet auteur :

Si Δ contient un domaine Δ_1 valable en π_0 sur un angle d'ouverture $m\pi$

$$(3) \qquad r^m < K\rho(\zeta) \qquad [r = |z|].$$

Enfin, comme pour le théorème I, nous utilisons le théorème de M. Montel, mais sous sa forme généralisée [2].

Remarques. — *a.* Les conditions données se simplifient si les points α_n appartiennent à la frontière du noyau de Δ, auquel cas $\rho_n = R_n$.

b. Pour $k = -1$ nous retrouvons la convergence angulaire déjà étudiée. Mais il est alors trop restrictif de supposer la représentation de Δ sur D semi-conforme en π_0.

III. *Condition d'existence d'une dérivée angulaire.* — Par une méthode analogue et en utilisant les critères connus, nous arrivons au résultat suivant :

THÉORÈME. — *Si le domaine* Δ *satisfait aux conditions suivantes :*

a. Δ *contient le domaine* Δ_1,

$$|\operatorname{Arg}\zeta| < \frac{\pi}{2} - \theta(\rho) \qquad [\rho = |\zeta|];$$

b. Δ *possède une double infinité de points frontière* α_n, α'_n *intérieurs au domaine* Δ_2,

$$|\operatorname{Arg}\zeta| < \frac{\pi}{2} + \theta(\rho),$$

et tels que, lorsque $n \to \infty$,

$$R_n = |\alpha_n| \to \infty, \qquad R'_n = |\alpha'_n| \to \infty;$$
$$\operatorname{Arg}\alpha_n \to +\frac{\pi}{2}, \qquad \operatorname{Arg}\alpha'_n \to -\frac{\pi}{2};$$
$$\frac{|R_{n+1} - R_n|}{R_n} < \theta(R_n), \qquad \frac{R'_{n+1} - R'_n}{R'_n} < \theta(R'_n);$$

---

[1] *Zur Randverzerrung bei konformer Abbildung, Prace Matematyczno-Fisyczne, Varsovie*, 44, 1936, p. 371-471.

[2] P. MONTEL, *Journal de Math.*, 7e série, 3, 1917, p. 1-54.

$\theta(\rho)$ *étant une fonction positive non croissante de* ρ, *telle que l'intégrale*

$$\int^{\infty} [\theta(\rho)]^{\frac{2}{3}} \frac{d\rho}{\rho}$$

soit convergente, alors la représentation de Δ *sur* D *est conforme au point* π_0.

Remarque. — Il est inutile de supposer que la représentation de Δ sur D est semi-conforme en π_0, ceci résultant des conditions *a* et *b* et d'un théorème dû à Ostrowski.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Recherches expérimentales sur la convection à grande vitesse.* Note (¹) de MM. **Marcel Sédille** et **Paul Menard**, présentée par M. Henri Villat.

Les formules habituelles de la convection des gaz ne s'appliquent plus dès que les vitesses deviennent élevées ou que les différences de températures mises en jeu deviennent faibles (voir Brun, Jampy, Le Cardonnel, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1256; *Revue Aéronaut. Int.*, mars 1936, p. 68). Plus exactement, en appelant T_0 la température du gaz, T_p la température de la paroi et U la vitesse du gaz, elles ne s'appliquent plus dès que les différences de températures mises en jeu $(T_0 - T_p)$ ou $(T_p - T_0)$ sont de l'ordre de $V^2/2gEc_p$. Elles peuvent cependant encore s'appliquer, à condition de rapporter le coefficient de convection, non pas à la différence entre la température du fluide et la température de la paroi, mais à la différence entre la température que le fluide donnerait à la paroi en l'absence d'échanges calorifiques, et la température de cette paroi.

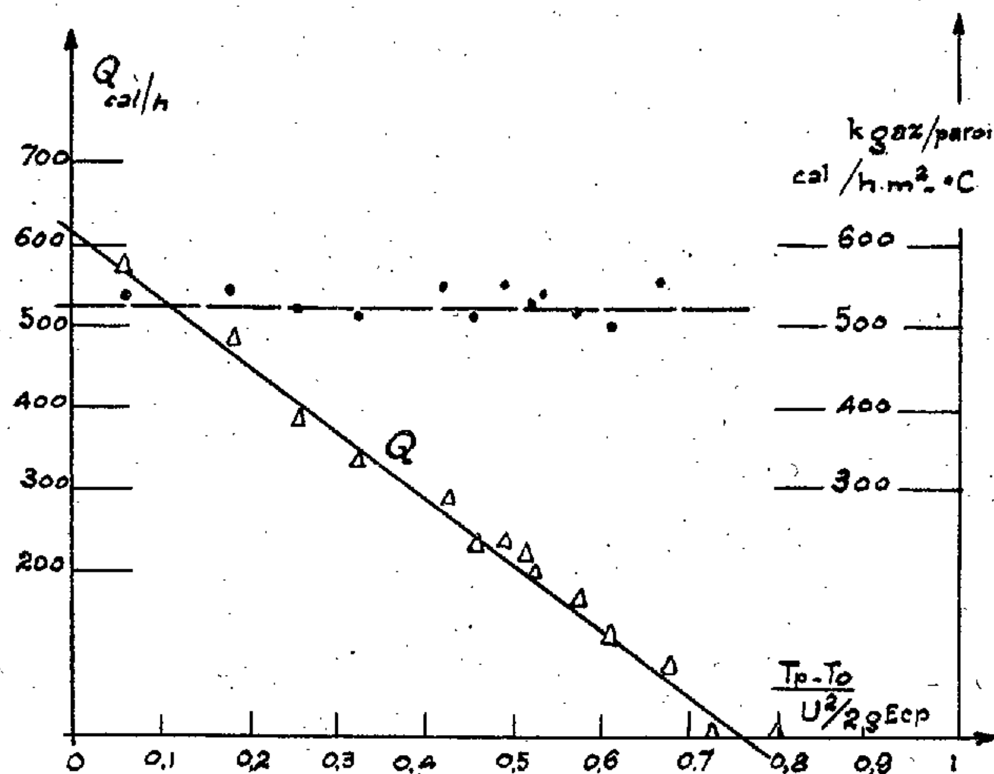
Des essais effectués en 1937 à La Courneuve confirment nettement ce point de vue. On s'est servi de l'installation d'essai décrite dans une précédente communication. Une aile d'avion creuse a été placée dans le courant gazeux à 500° et à 500 m : s, soit pour un nombre de Mach voisin de 0,90. Un courant d'air froid était envoyé à l'intérieur de l'aile et refroidissait celle-ci. La température de la paroi était mesurée au moyen d'un thermomètre placé dans l'épaisseur de celle-ci et traversant la gaine support de l'aile. La température du fluide chaud et sa vitesse étaient déduites de la mesure de la température amont et du rapport de détente. On mesurait également le débit du fluide froid et ses températures.

(¹) Séance du 26 mai 1941.

La quantité de chaleur évacuée a été calculée à partir de la surface d'échange côté fluide froid et du coefficient de convection correspondant calculé par les formules habituelles, soit

$$k = 5{,}75(\varpi V)^{0{,}785}\ \text{cal/m}^2\,\text{h}\,.\,{}^\circ\text{C}.$$

On en a déduit le coefficient de convection côté gaz rapporté à la différence de température $T_p - (T_0 + 0{,}75\ V^2/2gEc_p)$, une mesure préalable



ayant, en effet, donné pour cet essai comme température de la paroi en l'absence d'échanges calorifiques la valeur $T_0 + 0{,}75\ V^2/2gEc_p$.

Le résultat des mesures est reporté sur la figure ci-dessus. Elle montre que le coefficient de convection obtenu est sensiblement constant; il est d'ailleurs d'un ordre de grandeur tout à fait comparable à celui qui peut être obtenu par les formules habituelles.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur les réductions provoquées par l'hydrogène naissant.* Note de M. **Pierre Jolibois**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans la théorie de l'électrolyse aqueuse que nous avons proposée [1], les phénomènes cathodiques élémentaires sont une juxtaposition d'un dégagement d'hydrogène et d'une mise en liberté d'oxyde basique.

---

(1) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 1429.

Quand du métal est mis en liberté il n'est que le résultat secondaire de l'action de l'hydrogène naissant sur l'oxyde ainsi formé.

Le but de cette Note est de montrer que, en dehors de toute action électrique, de telles réductions, impossibles avec l'hydrogène moléculaire préparé par les méthodes habituelles, sont au contraire faciles à constater avec l'hydrogène prélevé sur une cathode en fonctionnement. On sait déjà que l'hydrogène électrolytique jouit de propriétés physiques particulières ([2]) : il traverse très facilement des parois minces de fer, de platine, de palladium, au point qu'on a émis l'hypothèse légitime qu'il se dégage à l'état d'atomes ou même de protons qui peuvent ainsi à cause de la petitesse de leurs dimensions traverser les métaux.

C'est d'ailleurs cette propriété qui nous a permis de constater tout d'abord des phénomènes de réduction en dehors du champ électrique. Si nous constituons un vase d'électrolyse dont une paroi soit formée d'une lame mince de palladium et si nous poursuivons dans ce vase l'électrolyse d'une solution étendue d'acide sulfurique, en utilisant la lame de palladium comme cathode, il suffit de placer extérieurement au vase les produits à réduire juxtaposés à la lame de palladium. C'est ainsi qu'en intercalant entre la cathode et une feuille de papier filtre humide de l'hydrate de cuivre précipité, nous avons obtenu au bout d'une dizaine d'heures avec une densité de courant de l'ordre de 3 ampères par décimètre carré, environ 200^{mg} de cuivre métallique. Dans ces conditions le champ électrique qui existe à l'intérieur du vase où se poursuit l'électrolyse n'a pas à intervenir dans les phénomènes de réduction qui se passent à l'extérieur.

On obtient des résultats encore plus rapides en utilisant comme cathode un treillis en fil de platine à mailles de 1^{mm}, qui sert de séparation entre deux vases. Dans le premier on produit l'électrolyse en y introduisant l'anode; dans le second on dispose tout contre le treillis, extérieurement aux lignes de courant, le précipité à réduire serré entre deux feuilles de papier filtre. De cette manière nous avons obtenu la réduction du chlorure d'argent à l'état d'argent, du cyanure cuivreux précipité à l'état de cuivre en employant comme liquide électrolytique de l'acide sulfurique étendu.

Notamment, dans le cas du cyanure nous avons pu constater, en interrompant l'expérience avant la réduction totale, que le cuivre apparaît

---

([2]) Charpy et Bonnerot, *Comptes rendus*, **154**, 1912, p. 592; Bodenstein, *Z. Electroch.*, **28**, 1922, p. 517.

d'abord par cristaux isolés qui grossissent autour d'un germe comme si le métal produit facilitait par catalyse la réaction de réduction par l'hydrogène électrolytique. Il apparaît comme très probable que les métaux en général facilitent cette réaction de réduction. En employant le même dispositif que plus haut, en remplaçant le treillis de platine par une lame mince de fer percée d'un trou de 1/10 de millimètre et en plaçant dans le vase d'électrolyse, de la potasse, et dans le vase de réduction, une solution de cyanure de cuivre dans le cyanure de potassium, on obtient, en dehors du champ électrique derrière la lame de fer, un dépôt *adhérent* de cuivre. Si le fer n'agissait pas comme catalyseur on aurait simplement un dépôt de cuivre en poudre qui serait formé au hasard du trajet des bulles d'hydrogène électrolytique.

Cette manière de considérer le dépôt des métaux par électrolyse permet d'expliquer avec facilité des phénomènes assez différents :

1° La quantité considérable d'hydrogène occlus dans les métaux électrolytiques;

2° L'arrêt de la réduction à des oxydes inférieurs avant l'obtention du métal; une électrolyse de sel cuivrique en un milieu de pH correspondant à celui d'une solution acétique donne à la cathode de l'oxyde cuivreux, de même que l'électrolyse des sels de cuivre à acide organique;

3° L'électrolyse des cyanures complexes; les cyanures complexes du type $\left((\overline{CN})^4 Cu\right)\overset{+++}{K^3}$ donne par électrolyse du cuivre à la cathode avec un excellent rendement faradique. Or, d'après les ions dont ils sont formés, l'ion complexe $CuCN^4$ devrait se décharger à l'anode. Avec la théorie de la réduction l'hydrogène qui se dégage à la cathode réduit le cyanure ainsi que le montre l'expérience citée plus haut, et du cuivre métallique est ainsi mis en liberté conformément à l'expérience;

4° Certaines réactions chimiques de déplacement par les métaux. On sait que le chlorure d'argent même fondu est réduit par le zinc à froid en présence d'acide sulfurique étendu; on est amené à formuler cette réaction par l'équation chimique $Zn + 2ClAg = Cl^2Zn + Ag^2$.

Or, si l'on prend un bâton de chlorure d'argent fondu long de plusieurs centimètres et que dans une solution sulfurique étendue on place un morceau de zinc au simple contact d'une des extrémités du bâton, on constate que la réduction à l'état d'argent se poursuit progressivement en s'éloignant de plus en plus du fragment de zinc.

Or, s'il s'agissait d'une simple réaction de déplacement, comment admettre que du chlorure d'argent soit attaqué par du zinc dont il est

éloigné de plusieurs centimètres? Si au contraire on considère la pile formée par le zinc et l'argent déposé, son pôle positif est constitué par l'argent. Ce métal se polarise en se couvrant d'hydrogène naissant et c'est ce dernier qui produit la réduction du chlorure d'argent.

On voit donc que cette manière de considérer l'électrolyse à la cathode, en faisant intervenir d'une façon fondamentale l'hydrogène spécialement actif qui se dégage par décomposition de l'eau, permet d'expliquer certaines expériences dont la théorie classique ne rend compte que moyennant des hypothèses supplémentaires.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la lueur accompagnant la décomposition thermique de l'ozone.* Note de MM. **Daniel Barbier**, **Daniel Chalonge** et **Miguel Masriera**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Il y a quelques années O. R. Wulf avait attiré notre attention sur l'émission de lumière qui accompagne le passage d'un courant d'air ozonisé dans un four chauffé à 300 ou 400° C. Des essais faits pour obtenir le spectre de cette émission avaient alors échoué, faute d'un spectrographe suffisamment ouvert. Nous avons repris cette étude en utilisant à très peu près le montage de Wulf.

Le courant d'air ou d'oxygène ozonisé (débit 10^l par minute en moyenne) sortant d'un ozoniseur de Berthelot est amené par une canalisation de 110^{cm} de long, plusieurs fois coudée (1) dans un tube de pyrex de 15^{cm} de long, ouvert à un bout, et s'échappe dans l'atmosphère. Le tube de pyrex est chauffé par un bobinage résistant et porté à une température de l'ordre de 350° pour laquelle ses parois n'émettent aucun rayonnement visible. Le gaz se dégage alors à une température de 170° C. environ. Avec de l'air ozonisé, la lueur émise, très visible pour un œil habitué depuis quelques minutes à l'obscurité, constitue une gaine lumineuse sur les parois du four, et le courant de gaz qui s'échappe dans l'atmosphère garde sa luminosité pendant 3 ou 4^{cm} au delà de l'ouverture du four.

La luminosité du four est assez intense pour pouvoir être photographiée sur film panchromatique très sensible avec un objectif ouvert à F/1,5 en 5 minutes aussi bien avec interposition de filtres Wratten 21 ($\lambda > 5300$ Å),

(1) Afin d'éviter que la lumière de l'effluve ne parvienne dans le four auquel conduit la canalisation.

29 ($\lambda > 6000$ Å), 61 N (4800 Å $< \lambda < 6000$ Å) qu'en lumière totale. Par contre, aucune impression n'est obtenue avec le même temps de pose à travers un filtre Wratten 50 (3600 Å $< \lambda < 4900$ Å).

Si l'on fait varier la température, on constate que le phénomène est observable à partir d'une température de l'air de 150° : la luminosité croît rapidement avec la température ([2]). Le débit de l'air fournissant la lueur la plus intense est d'autant plus grand que la température est plus élevée.

Si, au lieu d'air, on utilise de l'azote du commerce (contenant un peu d'oxygène) la lueur est pratiquement aussi intense. Si l'on utilise de l'oxygène du commerce (contenant un peu d'azote) la lueur est beaucoup plus faible qu'avec l'air ou l'azote; elle redevient aussi intense lorsqu'on introduit entre l'ozoniseur et le four un courant supplémentaire d'azote qui se mélange à l'oxygène ozonisé.

Nous avons fait l'étude spectroscopique de cette lueur dans le cas de l'air et dans les conditions expérimentales (débit, température) données plus haut. Nous avons fait usage d'un spectrographe du type Arnulf-Lyot ([3]) à optique de quartz ouvert à F/2. Sa dispersion est de 100 Å par millimètre à 3000 Å, de 300 Å par millimètre à 4000 Å, de 600 Å par millimètre vers 6000 Å. Le seul spectre qui ait été observé est un spectre continu débutant vers 3850 Å et dont l'intensité croît jusqu'à la limite de sensibilité des plaques utilisées (6500 Å). Sur plaques panchromatiques, la durée des poses nécessaires pour obtenir un bon spectre est de 72 heures; sur plaques ordinaires à grande sensibilité elle se réduit à 24 heures. Des poses de durée triple ont été faites sur plaques ordinaires; elles n'ont fait apparaître aucun détail supplémentaire.

Les divers résultats énumérés ci-dessus : faible influence exercée sur la lueur par la teneur du gaz en azote (sauf pour les faibles concentrations d'azote), influence des parois, constitution du spectre, sont des propriétés que le phénomène observé possède en commun avec la lumière de *l'oxygène actif* découverte par lord Rayleigh ([4]) dans des conditions expérimentales très différentes. Dans ce spectre, qu'on a cru longtemps être purement continu, Stoddart ([5]) a pu distinguer des bandes extrêmement diffuses et

---

([2]) On est limité dans ces observations par l'apparition de l'émission thermique du four.

([3]) *Réunions de l'Institut d'Optique*, 6, 6e réunion, 1935, p. 24.

([4]) Strutt, *Proc. Phys. Soc.*, 23, 1910, p. 66; 24, 1911, p. 4.

([5]) *Proc. Roy. Soc.*, 147, 1934, p. 454.

Kondratjew (6) a réussi à exciter ces mêmes bandes thermiquement dans le peroxyde d'azote NO^2 et il a montré qu'elles appartiennent effectivement à ce gaz.

Stuchtey (7) avait déjà étudié, il y a une vingtaine d'années, la lueur accompagnant la décomposition de l'ozone par la chaleur, mais les résultats qu'il a obtenu diffèrent complètement de ceux que nous exposons ici. Ce désaccord peut tenir à des conditions expérimentales différentes.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les isotopes radioactifs du brome formés dans la rupture nucléaire de l'uranium.* Note de MM. **André Moussa** et **Ladislas Goldstein**, présentée par M. Louis de Broglie.

En collaboration avec M. J. Thibaud l'un de nous (1) a montré que, dans la rupture nucléaire de l'uranium provoquée par les neutrons, il se forme, à côté des éléments déjà connus, un certain nombre d'éléments radioactifs à caractère chimique halogène. On sait maintenant (2) que dans les halogènes ainsi formés, se trouvent quatre isotopes, et en proportion plus faible, deux isotopes du brome. L'objet de cette Note est de préciser les conditions de formation de ces isotopes radioactifs du brome, tant par les neutrons rapides que par neutrons thermiques, et leur importance relative par rapport au phénomène global de la rupture de l'uranium.

Nous avons utilisé les deux méthodes de séparation chimique suivantes :

1° Distillation de l'halogène à partir d'une solution de nitrate d'urane (30 — 50g) irradiée (300 — 400 *mc*. Rn + Be) après addition de bromure, de permanganate et d'acide sulfurique. Dans ces conditions seul le brome distille, l'iode étant retenu dans la solution (probablement par suite de sa transformation en iodate) comme nous l'avons vérifié par l'expérience directe suivante : deux portions identiques d'iodure de potassium sont activées par neutrons dans les mêmes conditions, en vue d'obtenir l'isotope

(6) *Physik. Zeits. Sowyet*, **11**, 1937, p. 320.
(7) *Zeits. Wiss. Phot.*, **19**, 1919, p. 161.

(1) J. Thibaud et A. Moussa, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 652 et 744; *Journ. de Physique*, 7e série, **10**, 1939, p. 388; *Revue Scientifique*, **77**, 1939, p. 182.
(2) P. Abelson, *Phys. Rev.*, **55**, 1939, p. 418; N. Feather et E. Bretscher, *Nature*, **143**, 1939, p. 516; R. Dodson et R. Fowler, *Phys. Rev.*, **55**, 1939, p. 880; O. Hahn et F. Strassmann, *Naturwiss.*, **27**, 1939, p. 533; P. Abelson, *Phys. Rev.*, **56**, 1939, p. 1.

radioactif ^{128}I, de période 25 minutes. Dans l'une des portions on précipite directement l'iode à l'état d'iodure d'argent, l'autre portion est ajoutée à une solution de nitrate d'urane non irradiée, contenant le bromure et le permanganate, solution identique à celles utilisées dans les expériences sur l'uranium irradié. Après distillation le brome est précipité à l'état de bromure d'argent. Ce dernier précipité est inactif aux erreurs de mesure près, alors que le précipité témoin d'iodure d'argent présente une forte activité avec la période prévue. Cette expérience montre que le brome distillé n'a pas entraîné d'iode, qui est retenu dans une portion d'au moins 99 %.

2° Extraction des halogènes au moyen de solvants organiques. A la solution de nitrate d'urane (350^g) irradiée (sources de même intensité), on ajoute du brome que l'on extrait par le tétrachlorure de carbone. Celui-ci est ensuite lavé à l'eau distillée, puis le brome est réduit par agitation avec une solution de bisulfite. A la solution aqueuse obtenue on ajoute de l'iodure de potassium, puis on sépare l'iode du brome par oxydation au moyen de nitrite de sodium et extraction de l'iode par le tétrachlorure de carbone. Le brome est ensuite remis en liberté par le permanganate, extrait par le tétrachlorure, réduit de nouveau par agitation avec une solution de bisulfite et précipité dans cette solution à l'état de bromure d'argent.

Par ces deux méthodes différentes, on obtient des précipités de bromure d'argent dont l'activité évolue d'une manière absolument identique, et montre l'existence de deux isotopes radioactifs du brome dont les périodes sont respectivement pour Br I 40 ± 5 minutes et pour Br II 2,3 h. $\pm$ 15 min. Les mêmes corps se forment aussi bien par neutrons rapides (rupture des isotopes 238 et 235 de l'uranium) que par neutrons thermiques (rupture de l'isotope 235 seul). Les deux isotopes de l'uranium produisent donc les mêmes isotopes du brome, comme il a été constaté également pour les autres produits de rupture.

Pour les sections efficaces associées à la production de ces éléments, nous avons trouvé les valeurs approximatives suivantes de σ :

	Br I.	Br II.
a. Neutrons thermiques........	$1,2.10^{-26}$ cm^2	1.10^{-26} cm^2
b. » rapides (Rn + Be)..	$1,2.10^{-27}$ cm^2	1.10^{-27} cm^2

Les divers facteurs intervenant dans le calcul de ces sections efficaces ont été déterminés expérimentalement. Le rendement de l'opération chimique d'entraînement (méthode par distillation), mesuré au moyen de

l'isotope radioactif ^{80}Br obtenu par irradiation neutronique, a été trouvé pratiquement quantitatif. L'absorption du rayonnement émis par les brome I et II a été étudiée dans l'aluminium et dans le plomb au moyen d'un compteur de Geiger-Müller. Les coefficients d'absorption dans l'aluminium sont

$$\mu_{\rm I} = 25 \text{ cm}^{-1}, \quad \mu_{\rm II} = 55 \text{ cm}^{-1}.$$

Il résulte de ces expériences que les isotopes radioactifs Br I et Br II se forment en proportion très faible par rapport à l'ensemble des produits de la rupture nucléaire de l'uranium provoquée par neutrons. Les valeurs admises des sections efficaces associées au phénomène global de rupture sont en effet $\sigma = 2.10^{-24}$ cm² (pour les neutrons thermiques), et $\sigma = 1.10^{-25}$ cm² pour les neutrons rapides (Rn + Be) (³).

Des expériences sont actuellement en cours sur l'origine primaire ou secondaire de ces isotopes radioactifs du brome.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Des fluctuations dans les enregistrements de gerbes de rayons cosmiques.* Note (¹) de M. **Jean Daudin**, présentée par M. Charles Maurain.

1. La connaissance des erreurs probables et de la répartition des écarts dans une série de mesures présente une grande importance pratique, elle permet de discriminer une mesure anormale et peut contribuer à son élimination pour l'établissement du résultat.

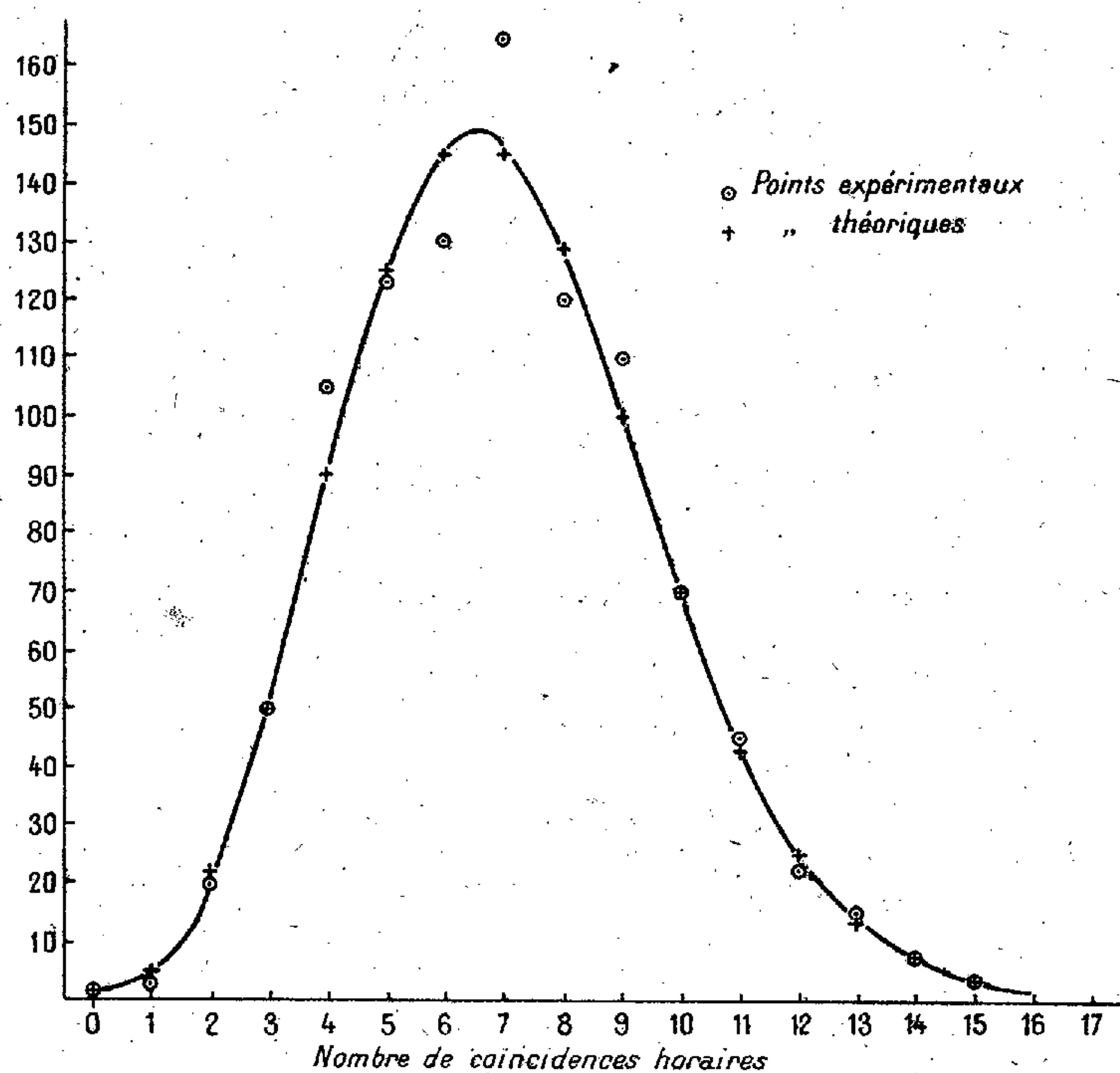
Lorsqu'on enregistre les coïncidences entre compteurs dans l'étude du rayonnement cosmique, on dispose pour le calcul du résultat d'une série d'expériences de durée variable $t_1, t_2, \ldots, t_i, \ldots$ dans lesquelles on a enregistré respectivement $n_1\, n_2 \ldots n_i$ coïncidences. La fréquence moyenne *exacte* du phénomène étudié serait celle qui fournirait une mesure de durée illimitée. La fréquence expérimentale la plus précise est fournie par le quotient moyen

$$\frac{\Sigma n_i}{\Sigma t_i} = n_{\bar{n}}.$$

(³) Ces valeurs, comme celles que nous donnons ci-dessus, sont calculées relativement au mélange isotopique naturel de l'uranium.

(¹) Séance du 19 mai 1941.

Les mesures individuelles s'écartent de la moyenne sous l'effet de deux causes : les erreurs d'expériences, c'est-à-dire les fluctuations de l'appareil de mesure, et les fluctuations statistiques propres du phénomène enregistré.



Nous avons cherché à discriminer l'influence respective de ces deux causes.

II. Deux compteurs ont été mis en coïncidence à trois mètres au moyen d'un sélecteur du type Maze. Les coïncidences ont été enregistrées sur film automatiquement toutes les heures.

Ces mesures ont été groupées en périodes de durée croissantes. Nous avons calculé, pour chaque mode de groupement, l'écart individuel de chaque mesure Δn_i, l'écart absolu moyen $e = |\overline{\Delta n_i}|$, la somme des carrés des écarts $\Sigma(\Delta n_i)^2$, l'écart quadratique r qui est la racine carrée de $(\Delta n_i)^2$, $\overline{\Delta n_i^2}$ l'indice de dispersion, c'est-à-dire la somme des carrés des écarts rapportée au nombre total de coïncidences $\sigma = \Sigma n_i^2 / \Sigma n_i$, enfin le rapport ρ de l'écart absolu moyen à l'écart quadratique moyen $e/r = \rho$.

Période.	Nombre de périodes.	Nombre de coups.	$\Sigma(\Delta x_i)^2$.	Dispersion σ.	$\rho = \frac{\overline{\mid\Delta n_i\mid}}{\sqrt{\overline{(\Delta n_i)^2}}}$
Heure	987	6893	6872	1,00	0,79
Heure(*)	270	2098	2374	1,13	0,81
Trois heures	425	8863	8672	0,98	0,793
Six heures	196	8180	7784	0,95	0,785
Douze heures	82	6826	5188	0,76	0,783
Douze heures (non corrigées de l'effet barométrique)	82	7022	6816	0,97	0,84

(*) Cette série de mesures horaires groupe toutes les heures pendant lesquelles la pression a été anormalement basse (< 750mm).

Les valeurs de σ et de ρ se rapprochent remarquablement des valeurs données par une répartition de Gauss $\sigma = 1$, $\rho = 0,799$.

III. La loi de Poisson donne la probabilité d'enregistrer n coups dans une période où la valeur moyenne serait $\bar{n}$,

$$p_n = \frac{e^{-\bar{n}}\,\bar{n}^n}{n!}.$$

Pour les périodes de 1 heure, on a comparé dans le tableau ci-dessous les nombres N_1 théoriques et les nombres N_2 observés d'heures durant lesquelles n coïncidences ont été enregistrées :

n coups..	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N_1 théor..	1	6	22	51	90	126	146	146	128	100	70	44	26	14	7	3	1
N_2 obs...	2	3	20	51	106	123	131	166	114	106	70	46	22	15	7	3	0

Les points théoriques se placent très exactement sur la courbe expérimentale.

IV. 50 grandes gerbes de l'air tombent par heure sur le domaine déterminé par le système de compteurs. Seules 6 ou 7, soit 15 % sont enregistrées par les compteurs.

Dans ces conditions les fluctuations dans le temps du nombre des grandes gerbes sont absolument effacées par les fluctuations découlant du hasard géométrique de la répartition des rayons. Ces fluctuations géométriques semblent naturellement devoir s'ordonner suivant la loi de Poisson. Le résultat expérimental semble donc justifiable théoriquement.

S'il en est ainsi, les fluctuations de l'appareil sont absolument négligeables devant les fluctuations propres du phénomène étudié. Seules de lentes dérives dues à des altérations progressives des circuits et des

lampes semblent pouvoir intervenir. Leurs effets peuvent être annulés par des mesures fréquemment croisées.

V. Le plus souvent les durées de mesures sont quelconques et non constantes. On peut toutefois déterminer une dispersion en ramenant l'écart à un écart type. Dans une répartition *normale* de Gauss on a, si Δn_i est l'écart pris pour une période déterminée t où la valeur moyenne est $\bar{n}t$,

$$\overline{(\Delta n_i)}^2 = \bar{n}t;\ \text{écart quadratique moyen} = \sqrt{\overline{(n_i)^2}} = \sqrt{\bar{n}t}.$$

On peut donc considérer la quantité $\Delta n_i/\sqrt{\bar{n}t}$ comme un écart réduit exprimant la grandeur de l'écart indépendamment de la durée t de l'expérience.

Si maintenant les durées de mesures sont t, t_2, t_i, on peut déterminer la dispersion au moyen de ces écarts réduits :

$$\sigma = \text{valeur moyenne de } \frac{(\Delta n_i)^2}{\bar{n}t_i}.$$

Si la répartition est une répartition de Gauss pour toutes les durées t_i, σ sera théoriquement égal à 1.

Ce procédé est justifié par les résultats précédents et par le fait que les valeurs trouvées pour σ sont effectivement très voisines de 1. Il a été appliqué à un certain nombre de séries de mesures, en particulier à celles de l'effet de latitude (²).

Toutes les mesures portant sur les gerbes ou les coïncidences verticales donnent des dispersions très voisines de 1.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouveau moyen pour démontrer l'orientation des molécules polaires.* Note (¹) de M. **Paul Pierron**, présentée par M. Marcel Delépine.

Une solution alcaline de xanthate de cellulose (viscose), contenant en très fine émulsion les liquides organiques à étudier, est filée avec un certain étirage, dans un bain coagulant comme pour la fabrication de la soie artificielle.

(²) Auger, Mazé et Grégoire Goldschmidt, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 794.

(¹) Séance du 4 juin 1941.

La filière est en platine, ses trous ont un diamètre de 6 à 8/100 de millimètre. Le bain coagulant, légèrement chauffé, contient de l'acide sulfurique et du sulfate de sodium, à une teneur de 12 ou 20 %, et un peu de sulfate de zinc.

La coagulation de la veine de viscose émergeant du trou de filière dans le bain acide, se fait en deux phases : d'abord la formation à l'extérieur, d'une gaine de xanthate de zinc insoluble, puis, à travers celle-ci, déshydratation et fin de coagulation de la partie intérieure.

Au cours du passage à travers la filière, puis de la coagulation, les

Coupe en fond noir de quelques fils.



Cas des molécules polaires.



Cas des molécules non polaires.

molécules qui étaient initialement en émulsion très homogène prennent, par rapport à la cellulose dans la masse constituant la veine, puis le fil, des positions très différentes suivant que leurs molécules sont polaires ou non polaires.

Un examen microscopique en fond noir de la coupe des fils obtenus (voir la figure) montre la position dans le fil des liquides mis en émulsion.

Si les molécules étaient polaires, le liquide s'est réparti à l'extérieur de la masse du fil; si les molécules n'étaient pas polaires, la répartition initiale a gardé son homogénéité. Ce fait bien prouvé expérimentalement a pu être dû à deux causes :

soit à l'attirance à l'extérieur des molécules polaires, par le métal de la filière, ou par le xanthate de zinc, ou par l'étirage;

soit, au moment de la déshydratation du fil à travers la gaine de xanthate

de zinc, à l'entraînement des molécules polaires par les molécules d'eau.

Parmi les corps non polaires, nous avons étudié les carbures aliphatiques, depuis l'octane jusqu'aux huiles de graissage. Parmi les corps polaires, nous avons étudié les corps suivants dont nous donnons les moments électriques :

Moments électriques, d'après Debye.

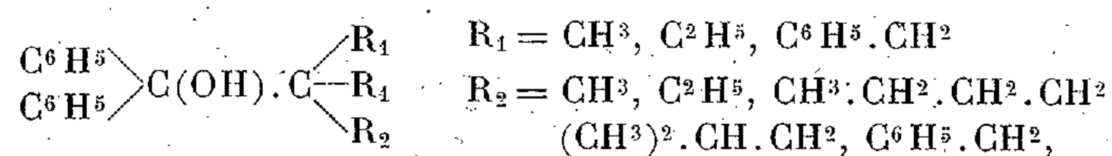
Toluène	0,52	Nitrobenzène	3,90
Orthoxylène	0,52	Chlorobenzène	1,52
Naphtalène	0,69	Alcool isoamylique	1,85

Ces chiffres montrent la sensibilité de discrimination de la méthode, puisqu'elle présente l'effet externe très net avec le toluène et le xylène, qui sont cependant assez faiblement polaires.

Cela est encore souligné par l'observation faite avec la tétraline (naphtalène dont un noyau seulement est hydrogéné) : c'est un corps polaire qui donne parfaitement la répartition externe; alors qu'avec la décaline (préparée par hydrogénation totale de la naphtaline) et qui n'est donc pas polaire, c'est l'effet interne que l'on observe.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de quelques diphénylcarbinols α-trisubstitués.* Note [1] de Mme **Marie Bruzau**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'une étude que nous poursuivons sur les transpositions moléculaires, nous avons préparé des alcools de formule générale



$$(C^6H^5)_2C(OH).C(R_1)_2R_2 \qquad \begin{array}{l} R_1 = CH^3,\ C^2H^5,\ C^6H^5.CH^2 \\ R_2 = CH^3,\ C^2H^5,\ CH^3.CH^2.CH^2.CH^2 \\ \quad (CH^3)^2.CH.CH^2,\ C^6H^5.CH^2, \end{array}$$

dont nous étudions la déshydratation.

Ces alcools ont été obtenus en faisant réagir, sur le bromure de phénylmagnésium, les trialcoylacétophénones correspondantes $C^6H^5.CO.CR_1R_1R_2$ (1^{mol} pour 2^{mol} d'organomagnésien). La réaction n'est pas vive en général. On chauffe à la température d'ébullition de l'éther pendant 30 ou 40 heures (l'augmentation du temps de chauffage ayant

(1) Séance du 4 juin 1941.

pour effet d'accroître le rendement en alcool). Après les traitements usuels, on fait cristalliser ou on distille le produit de la réaction suivant les cas.

Nous avons obtenu de la sorte les alcools suivants qui, à notre connaissance, n'ont pas encore été décrits :

$(C^6H^5)^2C(OH).C(CH^3)(CH^2.C^6H^5)^2$ ou $C^{29}H^{28}O$, *diphényl*-1.1 *dibenzyl*-2.2 *propanol*-1, préparé par action de la dibenzylméthylacétophénone sur le bromure de phénylmagnésium, il cristallise dans l'alcool en prismes, fondant à 156-157°.

$(C^6H^5)^2C(OH).C(C^2H^5)^2(CH^2.C^6H^5)$ ou $C^{25}H^{28}O$, *diphényl*-1.1 *éthyl*-2 *benzyl*-2 *butanol*-1, fondant à 136-137°, obtenu en condensant la diéthylbenzylacétophénone et le bromure de phénylmagnésium.

$(C^6H^5)^2C(OH).C(CH^3)^2(CH^2.CH^2.CH^2.CH^3)$ ou $C^{20}H^{26}O$, *diphényl*-1.1 *diméthyl*-2.2 *hexanol*-1, liquide distillant à 208-210° sous 16^mm^, formé par action de la diméthyl-*n*-butylacétophénone sur le bromure de phénylmagnésium.

$(C^6H^5)^2C(OH).C(C^2H^5)^2[CH^2.CH(CH^3)^2]$ ou $C^{22}H^{30}O$, *diphényl*-1.1 *diéthyl*-2.2 *méthyl*-4 *pentanol*-1, liquide distillant à 168-170° sous 4^{mm}, obtenu en condensant le bromure de phénylmagnésium et la diéthylisobutylacétophénone.

Cette cétone n'était pas connue. Pour la préparer nous avons fait réagir, au sein du toluène, le bromure d'isobutyle sur la diéthylacétophénone sodée par l'amidure de sodium. C'est un liquide bouillant à 155° sous 14^{mm}.

L'action du bromure de phénylmagnésium sur la dibenzyléthylacétophénone en vue de préparer l'alcool $(C^6H^5)^2C(OH)C(C^2H^5)(CH^2.C^6H^5)^2$ nous a donné surtout des produits de coupure : benzophénone et dibenzyl-1.1 propane. Il a été cependant possible d'isoler une petite quantité d'un produit très visqueux distillant vers 250° sous $0^{mm},5$ et qui, analysé, paraît être le carbinol.

Les alcools ainsi obtenus ne semblent pas pouvoir se combiner à l'isocyanate de phényle, car tous les essais de préparation des phényluréthanes ont échoué.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude aux rayons* X (*méthode de la chambre oscillante*) *des iodures des esters de la choline*. Note de Mlle Cécile Stora, présentée par M. Charles Mauguin.

Une première étude aux rayons X des iodures des esters de la choline [1], effectuée avec un cristallomètre ordinaire, nous avait conduit à admettre que la forme stable A de ces cristaux était monoclinique, la forme

(1) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 107.

instable B étant triclinique. La détermination précise, à la chambre oscillante de Weissenberg, de toutes les constantes cristallographiques montre, qu'en réalité, *les formes* A *et* B *sont toutes deux tricliniques*, pseudo-monocliniques.

Nous avons choisi pour définir la maille fondamentale le plan (001) de la grande face des cristaux et trois directions de périodicité quasi-rectangulaires dans l'espace, l'une d'elles étant l'arête a. Les deux variétés, A et B, admettent (010) comme pseudo-plan de symétrie; leur groupe spatial est $C_i = P\bar{1}$.

	Périodicités de translation en Å.			Angles du système.			d_{001} en Å.	Nombre de mol.
	a.	b.	c calc.	α.	β.	γ.		n.
Laurate A	$9,5_4$	$8,0_1$	$27,7_6$	93°30′	93°30′	90°′	$27,7_2$	4
Palmitate A...	$9,5_4$	$7,9_9$	$32,7_5$	97.30	93	90.15	$32,5_2$	4
Palmitate B...	$5,7_4$	7,6	28,2	90.27	93.30	91.30	$28,2_2$	2
Stéarate B.....	$5,7_6$	7,6	30,4	96	92.27	90.30	30,4	2

GÉOLOGIE. — *Relations entre les Atlas et le Rif.*
Note (¹) de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Les synchronismes entre les paroxysmes orogéniques dans les Atlas et dans le Rif (²) ne suffisent pas pour définir les véritables relations de toutes ces chaînes. Il faut faire appel aussi à d'autres données.

Rappelons d'abord que le Rif est une virgation poussée, au moins en apparence, du Nord vers le Sud. Le Moyen-Atlas est poussé du Sud-Est vers le Nord-Ouest. La couverture du Haut-Atlas comporte, au Nord, des plis poussés vers le Nord, au Sud des accidents à regard sud; cependant, son tréfond témoigne, au moins dans l'Atlas de Marrakech et jusqu'au Bou Agrao, d'efforts dominants vers le Nord. Quant à l'Anti-Atlas, peut-être son asymétrie est-elle l'indice de poussées venues du Sud.

L'analyse embryotectonique montre que les sillons sédimentaires des Haut et Moyen-Atlas, affectés temporairement et localement par des phénomènes de subsidence, n'ont pas subi de déplacement transversal durant le Secondaire. Leur évolution a été déterminée par les accen-

---

(¹) Séance du 12 mai 1941.

(²) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 556, 648, 708, 923.

tuations ou les rémissions d'un serrage : *les Atlas ne résultent pas d'un train d'ondes propagé dans le bâti africain, mais de plis qui ont évolué sur place.*

Dans le Rif même, les sillons subsidents, développés individuellement depuis le Trias, ne se sont pas davantage déplacés. Seules les phases paroxysmales manifestent des mouvements tangentiels superficiels.

Si la seule observation des chaînes marocaines ne permet pas de définir le sens réel des poussées qui ont pu les faire naître, par contre des considérations spatiales et mécaniques apportent une contribution à la solution du problème.

La virgation rifaine ne fait que toucher tangentiellement le Moyen-Atlas oriental. Tout le reste de celui-ci, ainsi que l'essentiel des Haut et Anti-Atlas, dépassent de plusieurs centaines de kilomètres vers l'Ouest la région où l'influence du Rif a pu se faire sentir. Seul, le tronçon majeur du Moyen-Atlas a dû, non sa naissance, mais l'accentuation de ses plis, à la proximité de l'édifice rifain.

L'opposition mécanique des chaînes ressort davantage encore si l'on compare leurs tonnages respectifs. Bien qu'approximative, l'évaluation faite selon l'axe de la virgation rifaine et suivant les transversales moyennes des Atlas, aboutit à cette constatation : le tonnage normatif de l'Anti-Atlas est 17 fois supérieur à celui du Rif; celui du Haut-Atlas l'est 15 fois; enfin, celui du Moyen-Atlas l'est 13 fois. Compte tenu de leur extension longitudinale et de l'induration de leur matériel profond, l'ensemble des plis des Atlas a consommé une quantité d'énergie infiniment supérieure à celle que nécessita la formation du Rif.

Les Atlas ne sont donc pas nés d'efforts transmis par la région rifaine.

Ne serait-ce point l'inverse et, malgré la poussée de ses charriages superficiels vers le Sud, l'édifice rifain ne représenterait-il pas une répercussion locale de l'orogénie atlasique?

Pour en juger, considérons l'ensemble de l'Afrique du Nord. En 1932, j'ai souligné le rôle de ce massif Kabylo-bético-rifain qui a évolué depuis le Secondaire comme un vaste pli de fond, liminaire par rapport à l'Afrique. Sinon par sa série stratigraphique, du moins dans ses principales phases tectoniques, ce vaste pli de fond apparaît comme *un quatrième Atlas.*

Au Sud de cette unité, le bâti semble comporter un écaillage profond, tant sous la zone marno-schisteuse subsidente du Rif que sous le sillon tellien, homologue de celle-ci en Algérie. Glangeaud admet

cette structure au Sud des Kabylies ([3]). Dans le Rif, j'ai émis l'hypothèse que les charriages n'ont pu se développer que si un tel écaillage a rétréci le bâti en profondeur. Les têtes de certains accidents du socle, qui pointent du Cabo Tres Forcas aux Tensaman, en divers lieux du Rif Espagnol, montrent que l'écaillage s'est produit vers le Sud.

Plus au Sud encore, au Sud du Tell, la zone des Hauts-Plateaux algériens résulte d'une déformation adoucie du socle africain.

Enfin les zones subsidentes de l'Algérie méridionale (Aurès) correspondent à un synclinal de fond, à l'échelle des déformations en relief du Moyen-Atlas.

On est donc fondé à conclure que *les compressions profondes, révélées par la géologie marocaine, se sont aussi produites plus à l'Est, et qu'elles se sont propagées vers le Nord, jusqu'au pli liminaire africain.*

Au Secondaire, elles se sont traduites par les divers sillons subsidents du Rif et des Atlas, par des plissements et des embryons de chaînes nés au Jurassique supérieur dans les Haut et Moyen-Atlas, comme aussi, en Algérie, par le début de la subsidence de l'Aurès.

Au Tertiaire, le pli liminaire africain, affrontant au Nord le bâti européen par les charriages bétiques, s'est trouvé bloqué. La réaction vers le Sud se serait alors traduite par l'écaillage profond du socle africain sous le Rif et le Tell, par la rupture et les chevauchements limités, mais dirigés vers le Sud, du bord méridional du pli liminaire (zone paléozoïque du Rif, Kabylies), enfin par les charriages concomitants du Rif moyen et de la zone du Flysch de l'Algérie. La poussée vers le Sud, dont témoigne l'Atlas saharien, serait une lointaine répercussion de ces accidents en retour.

Ainsi les déformations de fond de l'Afrique française du Nord, amorcées dès le Carbonifère, se sont complétées suivant un même plan, au Secondaire et au Tertiaire. Chaîne liminaire comprise, elles résultent de compressions dirigées du Sud vers le Nord. Lors des paroxysmes tertiaires, ces compressions ont donné aux Atlas leur allure définitive. En outre, elles se sont traduites par des ruptures de la partie nord du bâti africain : accidents subséquents, en retour, manifestés par les charriages vers le Sud de la virgation rifaine et de l'Algérie septentrionale.

Des rejeux tardifs semblent montrer, tant au Maroc qu'en Algérie, que les compressions, bien qu'atténuées, demeurent en action, et que, depuis le Primaire jusqu'à nos jours, elles n'ont cessé de régler l'évolution profonde de cette partie du continent africain.

([3]) L. Glangeaud, *Bull. Serv. Géol. Algérie*, 2e série, n° 8*ter*, 1936, Profils I-XI.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Tiliacées. Développement de l'embryon chez le* Tilia platyphyllos *Scop.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

En 1922, ici même (¹), je faisais connaître que les lois du développement de l'embryon, chez le *Malva rotundifolia*, étaient tout à fait semblables à celles qui avaient déjà été observées chez le *Senecio vulgaris* et les autres Composées (²). Étant donné les places, très éloignées l'une de l'autre, qu'occupent les Malvacées et les Composées dans la classification, ces analogies paraissaient quelque peu inattendues. Aussi n'était-il pas sans intérêt de voir si elles se retrouvaient chez d'autres plantes de la famille des Malvacées ou de l'alliance des Malvales. Le *Tilia platyphyllos* s'est montré un exemple assez favorable à l'observation; il a déjà fait l'objet, en 1925, de la part de H. Stenar [*Embryologische Studien*, I. *Zur Embryologie einiger Columniferen* (*Akad. Abh. Uppsala*, 1925)], d'études embryologiques, mais celles-ci ne nous renseignent nullement sur la marche de la segmentation.

Au proembryon bicellulaire (*fig.* 1) succède, en règle très générale, une tétrade, dans laquelle les deux cellules inférieures, *m* et *ci*, issues de la cellule basale, sont séparées par une cloison oblique rapprochée de la verticale (*fig.* 2). Si, dans la figure 3, la même cloison se montre horizontale, c'est que le plan optique de cette figure fait un angle de 90° avec celui de la figure précédente. En 4, les deux éléments *m* et *ci* se sont divisés et le proembryon apparaît hexacellulaire. Les figures 5 et 6 représentent la forme octocellulaire, les deux cellules-filles de la cellule apicale s'étant à leur tour segmentées, par une cloison à peu près verticale, pour donner quatre quadrants disposés dans un plan horizontal. On retrouve les mêmes quadrants dans les figures 7 et 8 qui correspondent à deux coupes voisines d'un même individu; en outre, la cellule *m* a produit quatre éléments en disposition croisée et la cellule inférieure, *ci*, quatre éléments également, deux en *n* et deux en *n'*. Comme on le voit, les blastomères *m* et *n*, à partir de ce moment, occupent même situation et présentent même aspect; il devient difficile de les distinguer et de reconnaître leurs limites aux stades ultérieurs du développement.

Les quadrants se divisent généralement par cloisons anticlines qui viennent s'insérer intérieurement, au voisinage de l'axe, sur la première paroi de segmentation. Elles séparent des éléments α et β tout à fait comparables à ceux qui s'observent dans le type embryonomique des Composées (*fig.* 11 à d., 13 à g., 14); parfois, ces cloisons

(¹) R. Souèges, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 1435.
(²) R. Souèges, *Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 254 et 357.

prennent une direction plus ou moins horizontale (*fig.* 10 et 11 à g., 12, 13 à d.), parfois elles se disposent tangentiellement (*fig.* 9 à g., *fig.* 10 à d.). Ces variations ne permettent pas de suivre de manière précise la marche de la segmentation aux stades suivants. Il est en tout cas évident que le massif cellulaire produit par les éléments originaires des quadrants et de la cellule apicale donnent naissance à la moitié supérieure du proembryon, destinée à devenir la partie cotylée (*fig.* 15 à 23). Il est également évident que les éléments issus de *m* et de *n* engendrent la moitié inférieure,

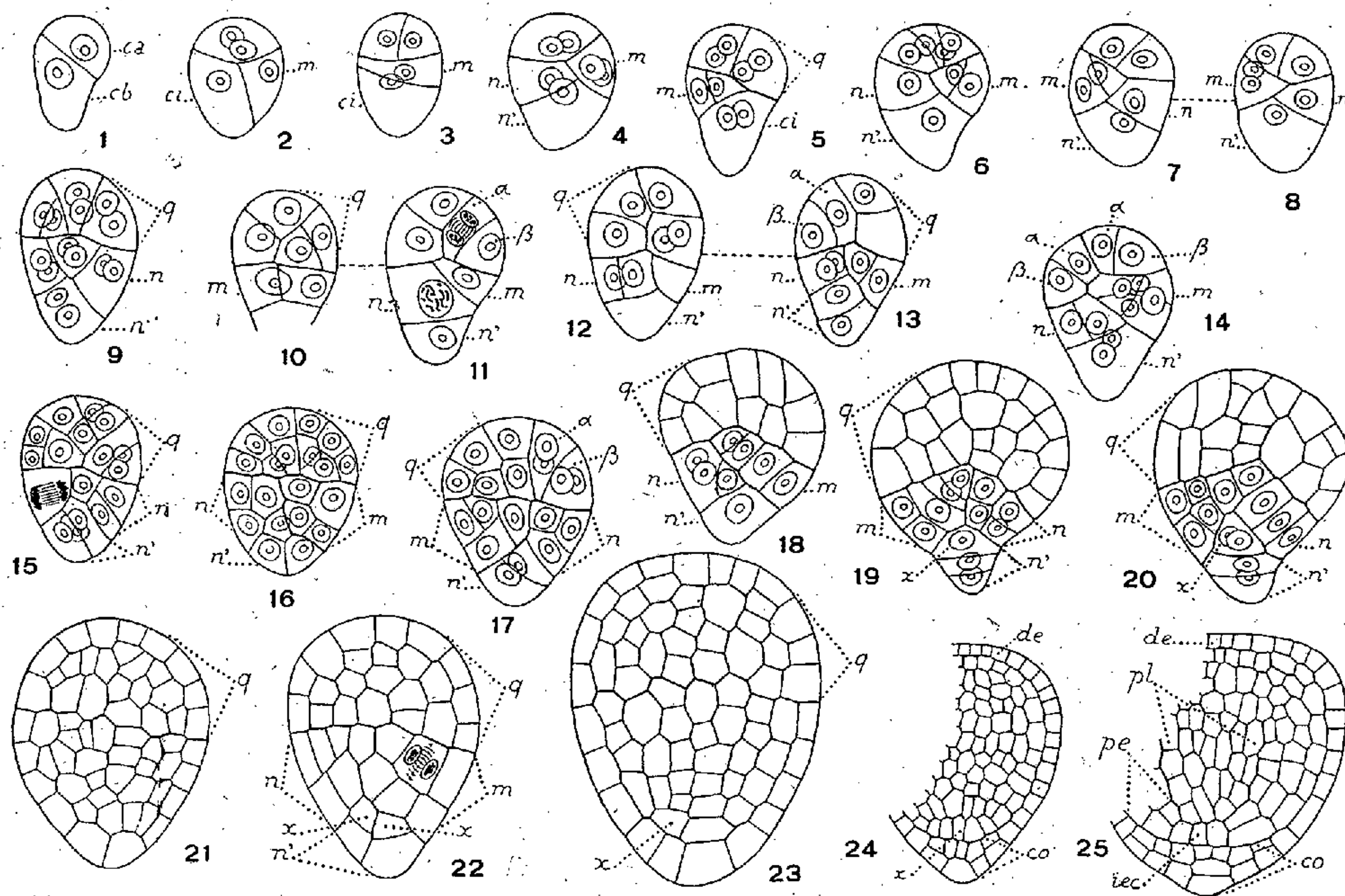


Fig. 1 à 25. — *Tilia platyphyllos* Scop. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules-filles de la cellule basale ou groupes cellulaires qui en dérivent; *q*, quadrants ou partie cotylée; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci* ou groupes cellulaires qui en sont issus; α et β, cellules-filles des quadrants ou groupes cellulaires qu'elles produisent; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *x*, cellules présumées génératrices de *iec*; *co*, coiffe; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome. Les figures 7 et 8 représentent les coupes voisines d'un même proembryon; il en est de même des figures 10 et 11, 12 et 13. G. = 300; 160 pour les figures 24 et 25.

destinée à fournir la partie hypocotylée, et que l'élément *n'* participera surtout à la construction de l'extrémité radiculaire.

Il ne se différencie pas de suspenseur. Les histogènes ne paraissent nettement individualisés qu'au moment de la naissance des protubérances cotylédonaires (*fig.* 24, 25). Les initiales de l'écorce de la racine, *iec*, se distinguent aussi le plus souvent à ce stade; elles semblent provenir d'éléments *x* occupant le sommet du cône que constitue le massif cellulaire issu de *n'*, dans les formes plus jeunes (*fig.* 19, 20, 22, 23).

En somme, chez le *Tilia platyphyllos*, la segmentation procède géné-

ralement, dans la cellule apicale du proembryon bicellulaire, comme chez le *Malva rotundifolia* et les Composées; les quadrants qui apparaissent ont même origine, même disposition, même mode de segmentation et mêmes destinées. Les différences que l'on peut relever sont tout à fait comparables à celles qui séparent le type embryonomique normal des types aberrants déjà rencontrés chez les *Lamium*, le *Lycopsis arvensis*, le *Symphytum officinale* et les Valérianacées ([4]). Elles résident essentiellement dans le mode de cloisonnement de la cellule basale du proembryon bicellulaire.

BIOLOGIE FLORALE. — *Répartition de l'acide ascorbique dans les organes floraux au cours du développement.* Note ([1]) de Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les méthodes de dosage employées ont pour principe l'action de l'acide ascorbique d'une part sur le bleu de méthylène (méthode de Martini et Bonsignore modifiée par Mentzer), d'autre part sur le 2.6-dichlorophénol indophénol (méthode de Tillmans modifiée par A. Sosa). Parmi les espèces examinées, nous donnons les résultats relatifs à des lignées d'*Iberis sempervirens Matthiola fenestralis*, *Iris orientalis* et *germanica* var.

Répartition dans les organes. — Pour la Giroflée par exemple, nous trouvons dans les divers organes de la fleur les teneurs suivantes exprimées en milligrammes pour 100^g frais :

Matthiola.	Poids.	Sépales.	Pétales.	Étamines.	Ovaire.
Fleur épanouie...	0^g,194	118	137	38	170
Bouton floral....	0^g,075	121	128	64	192

Pour *Iris germanica* var. les résultats sont les suivants :

	Poids.	Pétales.	Étamines.	Base des pièces florales.	Stigmates.	Ovaire.
Fleur épanouie...	4^g,1	300	68	236	152	420
Bouton floral....	0^g,075	422	128	604	544	496

([4]) R. Souèges, *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 48; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **68**, 1921, p. 454; *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 640; **212**, 1941, p. 245; **176**, 1923, p. 1081; **212**, 1941, p. 718.

([1]) Séance du 4 juin 1941.

La teneur en acide ascorbique est différente suivant les organes considérés et suivant leur état de développement; elle dépend aussi de l'espèce envisagée.

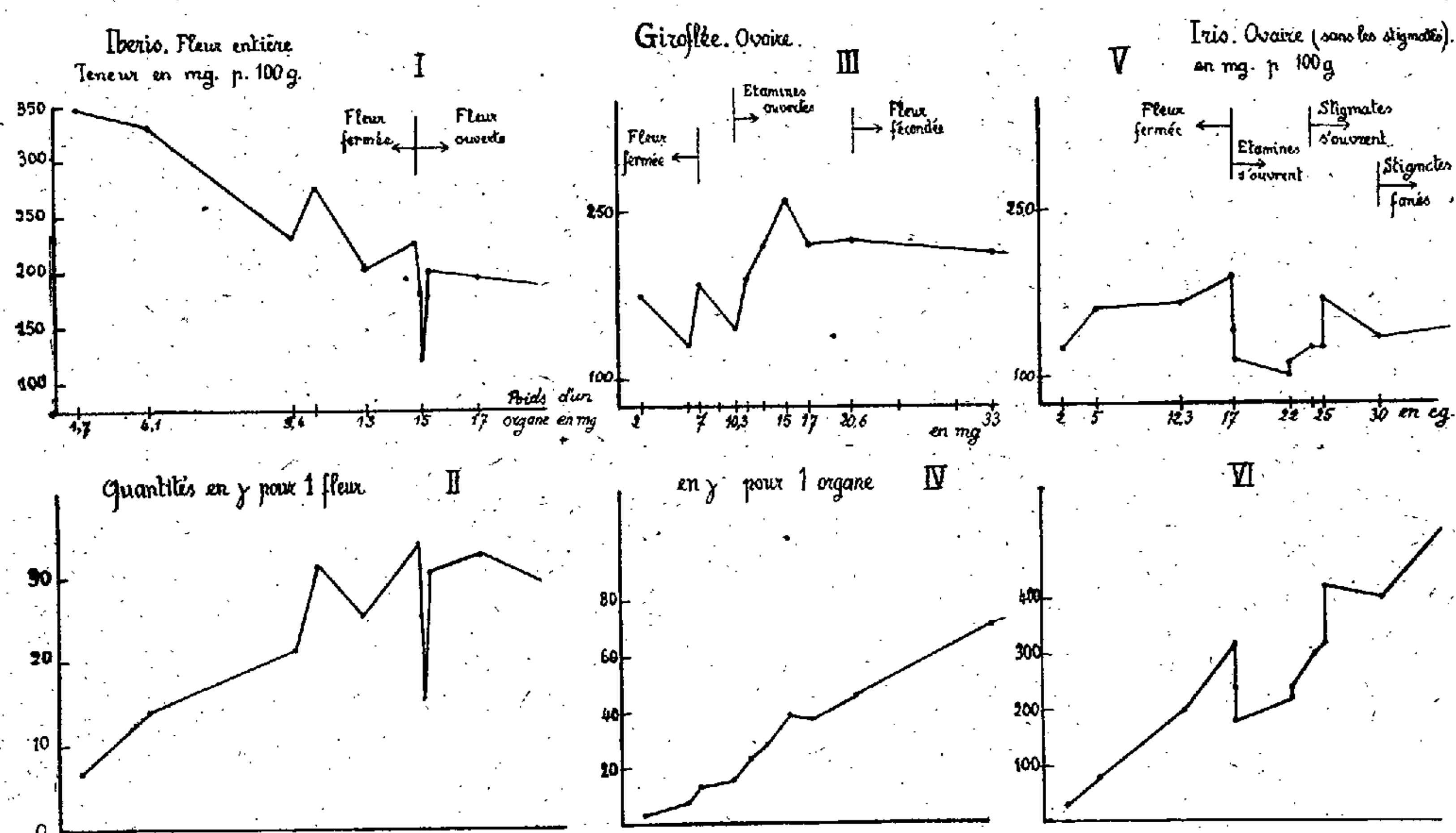
Répartition au cours du développement. — Les fleurs ont été prélevées sur les mêmes axes floraux; les prélèvements doivent être presque simultanés afin d'opérer dans des conditions semblables, d'où l'utilité de méthodes chimiques rapides. Les courbes expriment l'ensemble des résultats obtenus. En abscisses on a indiqué les poids successifs d'une fleur ou d'un organe en voie de développement; en ordonnées, pour les courbes I, III, V, le taux d'acide ascorbique en milligrammes pour 100^g de substance fraîche; pour les courbes II, IV, VI, la quantité d'acide ascorbique exprimée en γ pour un organe. La méthode au bleu de méthylène a été employée dans le cas de l'*Iberis*, celle à l'indophénol dans les deux autres cas.

Chez *Iberis sempervirens* var., le taux d'acide ascorbique diminue dans l'ensemble depuis le premier stade étudié jusqu'à l'ouverture de la fleur. La figure I montre des oscillations dont les plus amples se produisent au moment où la fleur s'ouvre; après une montée il y a une baisse brusque qui coïncide avec la maturation du pollen et l'ouverture des étamines; le taux remonte ensuite avant la fécondation. La quantité d'acide ascorbique augmente avec le poids de la fleur (*fig.* II) rapidement au début et jusqu'aux stades précédant l'ouverture du bouton où se manifestent les oscillations signalées, dans une période où la croissance est faible.

Répartition dans les organes reproducteurs. — Les étamines toujours caduques et à développement intensif se comportent de toute autre façon que les ovaires à croissance régulière et prolongée; ces différences apparaissent nettement dans la teneur en acide ascorbique. Chez *Matthiola*, la diminution est caractéristique; elle est brusque et précède l'ouverture des étamines, stade qui correspond à la maturation du pollen. Le pollen mûr et sec ne contient pas de quantités notables d'acide ascorbique, et je l'ai aussi constaté pour d'autres espèces; or, ce fait a été maintes fois noté pour les graines mûres et sèches. L'état biologique du pollen mûr, en vie ralentie jusqu'à sa germination, est comparable à celui de la graine mûre et sèche. Après la libération du pollen, les filets des étamines s'enrichissent momentanément avant de se faner; à ce moment, l'acide ascorbique diminue et disparaît comme dans les pétales fanés.

Pour l'ovaire, le taux présente, au moment de la maturation du pollen et de l'ouverture de la fleur, des variations comparables à celles décrites pour l'*Iberis*, dont la fleur est trop petite pour être étudiée dans le détail.

Les variations de l'ensemble de la fleur entraînent celles de l'ovaire dont le taux remonte après libération du pollen. Après la fécondation, on observe une nouvelle chute moins importante (*fig.* III). J'ai constaté des faits



analogues pour l'ovaire d'*Iris* dont la taille permet de suivre la succession des états avec plus de détails. A l'ouverture des étamines la chute de la courbe (*fig.* V et VI) correspond à un ralentissement de la croissance; les stigmates étant fermés, l'ovaire n'est pas encore réceptif; pendant l'ouverture des stigmates on observe une nouvelle augmentation et une certaine croissance; la fécondation peut alors s'opérer. Lorsque les stigmates sont fanés on constate une nouvelle diminution.

Dans les deux cas les quantités d'acide ascorbique rapportées à un ovaire augmentent, après la fécondation, de la même façon que dans la première partie du développement de l'ovaire.

AGRONOMIE. — *Évolution et bilan du soufre dans un sol en place.* Note de MM. **Albert Demolon** et **Étienne Bastisse**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les données que nous avons recueillies au Centre de recherches agronomiques de Versailles, au cours d'une période de dix années

d'observations, permettent de fixer l'évolution du soufre dans un sol en place et d'en établir le bilan.

Observations en cases lysimétriques. — Nos cases de 1^{m^2} de surface et de $0^m,60$ de profondeur contiennent chacune 720^{kg} de terre homogène supposée sèche. Elles ont été garnies, les unes avec de la terre prélevée de 0 à 30^{cm} (sol) et les autres avec de la terre prise de 30 à 60^{cm} (sous-sol). Certaines de ces cases ont été laissées nues, d'autres ont été cultivées chaque année. Des analyses effectuées nous extrayons les résultats suivants qui permettent de comparer la période 1931-1940 et l'année 1940 pour laquelle le drainage fut voisin de la normale (240^{mm}) :

	S à l'origine (g/kg de terre).		Cases nues. S éliminé par drainage (g/case).		Cases nues. Conc. moyenne des eaux de drainage (mg/litre).		Cases cultivées. S exporté 1931-1940 moyenne annuelle (g/case).		
	S minéral.	S organ.	Moyenne 1931-40.	1940.	Moyenne 1931-40.	1940.	Drainage.	Récolte.	Total.
Sol.....	0,13	0,300	8,22	6,76	34,3	27,6	6,83	1,35	8,18
			1937-40.		1937-40.				
Sous-sol.	0,09	traces	6,28	4,51	21,9	18,0	–	–	–

D'après cette expérience, qui porte sur un sol de richesse plutôt inférieure à la moyenne, les réserves organiques et minérales fournissent encore aux eaux de drainage après 10 ans, malgré une baisse sensible, une quantité de S atteignant $33^{kg},8$ par hectare et par an pour la couche arable (0-30^{cm} soit 3600 T). On remarquera que la culture n'a pas contribué à accélérer l'épuisement du sol en raison de la diminution du volume des eaux de drainage qu'elle entraîne (70^{mm} annuellement).

Dans le sous-sol, le soufre se trouve en presque totalité sous forme de combinaisons minérales qui s'éliminent avec lenteur dans les eaux de drainage. Les expériences au laboratoire, par percolation en allonges au moyen d'eau distillée ou de solutions de sels neutres, montrent qu'il existe dans les sols argilo-ferrugineux, en dehors du sulfate de calcium et en quantité parfois très supérieure, des combinaisons ferriques solubles seulement à chaud dans ClH à 2 %. Ces combinaisons sont susceptibles de libérer de faibles quantités d'acide sulfurique pendant un temps assez long dans les conditions naturelles.

Apports atmosphériques. — En vue de connaître l'importance des apports de cette origine dans les conditions mêmes de nos expériences, nous avons

recueilli les eaux de pluie dans des récipients de verre mis en place au moment des précipitations et préservés de toute souillure. Chaque analyse a porté sur plusieurs litres d'eau filtrée après dépôt spontané à la glacière des éléments en suspension; la concentration et la précipitation des sulfates ont été effectuées par chauffage électrique pour éviter les surcharges signalées par G. Bertrand (¹). Nous donnons ci-dessous quelques chiffres montrant les variations enregistrées

Date 1941........	4 fév. (a).	6 fév. (a).	26 mars (b).	28-30 mars (c).	1-2 avril (b).	18-20 avril (b).
Hauteur d'eau (en mm)..	14,2	8,3	3,0	18,7	14,2	4,3
S (en mg par litre)......	1,80	0,57	3,84	1,77	0,66	6,18

(a) Neige; (b) Pluie; (c) Pluie et neige.

Les maxima s'observent pour les faibles précipitations survenant après une période sèche; la proportion de S s'abaisse après des pluies persistantes; mais elle ne s'annule jamais. La neige se comporte comme la pluie. La moyenne des analyses a donné $1^{mg},61$ par litre, soit une quantité annuelle de S voisine de 10^{kg} par hectare et par an.

Bilan. — Ce bilan s'établit comme suit pour une case et pour 10 ans

	g
S des sulfates préexistants en 1931........	93,6
S atmosphérique (pour 10 ans)..........	9,8
Total..................	103,4
S des sulfates dosés en 1941............	50,4
Perte apparente........	53,0
S éliminé par drainage..................	68,3
S des récoltes........................	13,5
Perte réelle..........	81,8

La différence $81,8 - 53,0 = 28^{g},8$ représente le soufre organique minéralisé; elles correspond par hectare et par an à $14^{kg},4$ soit 1,4 % de la quantité existant à l'origine. Ce chiffre est très voisin de celui trouvé pour la nitrification de l'azote dans les mêmes conditions.

En résumé, nous voyons que les réserves de soufre présentes dans une terre de richesse moyenne sont susceptibles de pourvoir aux besoins des récoltes pendant une assez longue série d'années, mais ces réserves s'épuisent progressivement.

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 309; *Ann. Agron.*, 5, 1935, p. 605.

PHYSIOLOGIE. — *Dépression atmosphérique et système nerveux.* Note de M. et Mme **Albert Chauchard** et M. **Paul Chauchard**, présentée par M. Louis Lapicque.

L'ascension des sommets élevés, le vol en haute altitude provoquent divers troubles nerveux qui ont été soigneusement décrits (obnubilation psychique et somnolence, incoordination motrice, hyperréflectivité) et qu'on retrouve expérimentalement au laboratoire en soumettant des sujets (hommes et animaux) à la dépression atmosphérique dans une enceinte close ([1]).

Le facteur principal qui conditionne ces troubles est le manque d'oxygène (P. Bert); on a également invoqué les modifications de la réserve alcaline du sang (alcalose gazeuse) et l'action physique propre de la dépression elle-même.

Mais les études purement qualitatives effectuées jusqu'ici n'ont pas élucidé le déterminisme profond de ces symptômes si variés, recherche pourtant pleine d'intérêt, car seule une telle connaissance pourrait conduire à la prévention et la guérison de ces troubles par une thérapeutique rationnelle.

L'application à ce sujet de la méthode chronaximétrique de L. Lapicque, technique précise de mesure de l'excitabilité nerveuse, nous a fourni de précieux renseignements. Nous avons opéré sur des cobayes, que nous soumettions à la dépression atmosphérique en les plaçant sous une cloche à vide de 25^l environ reliée d'une part à une trompe à eau, d'autre part à un manomètre. Nos animaux étaient entièrement normaux, n'avaient notamment reçu aucun anesthésique. Nous appliquions, pour les mesures, les électrodes sur la peau, comme en électrologie clinique, mais en les maintenant à l'aide de bandes, soit au niveau des points moteurs (pénétration du nerf dans le muscle) de l'extension et de la flexion des orteils d'une patte postérieure, soit sur le trajet du sciatique pour déterminer la chronaxie sensitive du réflexe de flexion croisé, enfin sur la tête en regard des zones motrices corticales qui sont chez les Rongeurs excitables à travers peau et os intacts (chronaxie motrice corticale de flexion des orteils de la patte opposée). Nos mesures étaient prises d'abord à la pression normale, puis pour des valeurs choisies de la dépression; on s'assurait enfin du retour aux chiffres initiaux quand on revenait à la pression normale.

Les variations d'excitabilité ne s'observent que pour des pressions

---

([1]) Bibliographie dans Beyne, *Revue du Service de Santé Militaire*, **111**, 1939, p. 215 et Roger, *Presse Médicale*, **48**, LIV-LV, 1940, p. 606; **48**, LXXI-LXXII, 1940, p. 748.

moindres que 430 mm de Hg (donc au-dessus de 4500 mètres). Elles sont inverses pour l'excitabilité périphérique et l'excitabilité corticale ([2]). La chronaxie du nerf sensitif, les chronaxies des nerfs moteurs diminuent, ce qui est un signe d'excitation nerveuse, puisqu'un phénomène analogue s'observe avec tous les excitants nerveux (strychnine par exemple). A cet état d'excitation doit être rattachée l'hyperréflectivité observée dans ces conditions. Cette diminution aboutit à l'égalisation à niveau bas des chronaxies motrices des antagonistes, normalement très différentes (dans le rapport 1 à 2), ce qui, suivant la règle, conditionne l'apparition d'une incoordination motrice.

Par contre, la chronaxie corticale augmente beaucoup, comme lors de toutes les actions sédatives sur le cerveau (gardénal par exemple). La dépression a donc une action inhibitrice sur le fonctionnement de l'écorce cérébrale, d'où l'obnubilation, la somnolence qu'elle provoque.

On voit que les chronaxies motrices corticales et périphériques varient en sens inverse, elles ne sont plus accordées, isochrones, comme à l'état normal et ce désaccord doit jouer un rôle dans la gêne de la motricité volontaire en altitude.

Une telle variation en sens inverse des chronaxies motrices corticales et périphériques est un phénomène inhabituel, car en général excitants comme dépresseurs nerveux les modifient parallèlement, ce parallélisme étant dû au fait que la variation de chronaxie périphérique indique, non une action portant sur le nerf lui-même (sa chronaxie ne varie plus, en effet, quand on l'a au préalable séparé des centres par section), mais résulte comme la variation de chronaxie corticale de l'atteinte encéphalique qui retentit à distance sur le nerf [phénomènes dits de *subordination* (L. et M. Lapicque) sous la dépendance d'un centre régulateur situé dans la base de l'encéphale]. La suppression de l'influence de l'encéphale par section de l'axe nerveux au-dessous du bulbe ou simplement anesthésie générale (éther) empêche alors comme la section du nerf la variation de chronaxie périphérique.

Si, en dépression, à l'augmentation de chronaxie corticale ne correspond pas une variation de même sens au niveau du nerf, c'est qu'intervient l'excitation d'un centre plus périphérique, la moelle. Cette excitation médullaire détermine la diminution constatée des chronaxies périphériques et empêche le retentissement de l'inhibition corticale. Effective-

(2) A. et B. Chauchard, *C. R. Soc. Biol.*, 134, 1940, p. 331 et 421.

ment la diminution des chronaxies motrices périphériques se manifeste encore sur l'animal anesthésié soumis à la dépression, tandis qu'elle disparaît après section du sciatique en haut de la cuisse faisant alors place à une forte augmentation, indice de la sensibilité propre du nerf lui-même soustrait à l'action des centres.

Ni anoxémie, ni alcalose ne suffisent à expliquer ces phénomènes, car en dehors de toute dépression elles font augmenter les chronaxies périphériques comme les chronaxies corticales, mais cette différence tient simplement à une excitation médullaire bien plus forte dans la dépression atmosphérique que dans la simple anoxie ou l'alcalose ([3]), en rapport vraisemblable avec l'action physique propre de la dépression qui agit peut-être par l'intermédiaire d'une augmentation de pression du liquide céphalo-rachidien ([4]).

On conçoit ainsi que, comme cela a été observé, le rétablissement à l'aide d'un masque à oxygène de la teneur normale du sang en ce gaz, même avec un espace mort suffisant pour supprimer l'alcalose, ne fasse pas disparaître tous les troubles nerveux. Il ne faudrait pas donner un excès d'oxygène, car la respiration d'air suroxygéné provoque des troubles nerveux qualitativement et quantitativement (variation des chronaxies) ([5]) comparables à ceux de la dépression.

Nous pouvons donc conclure qu'en dépression atmosphérique il y a inhibition corticale et excitation médullaire et que ces actions ne s'expliquent pas uniquement par le facteur anoxique de la dépression.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Relation entre certaines propriétés optiques des bactéries et leur forme géométrique vraie. Existence de bactéries plates.* Note de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. Aimé Cotton.

La propriété de former des *ondes moirées* par agitation est commune aux colloïdes à micelles très dissymétriques ([1]), et aux solutions de macromolécules filiformes. Si l'on observe des suspensions de particules

---

([3]) A. et B. Chauchard et Paul Chauchard, *C. R. Soc. Biol.*, 134, 1940, p. 515; 135, 1941, p. 531.

([4]) Bergeret et Giordan, *J. Physiol. et Pathol. génér.*, 36, 1938, p. 1050; Armstrong, *Principles and Practice of Aviation Medicine*, Baltimore, 1939.

([5]) A. et B. Chauchard et Paul Chauchard, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 23.

([1]) H. Diesselhorst et H. Freundlich, *Phys. Zeits.*, 17, 1916, p. 117.

beaucoup plus grosses, comme des suspensions de microcristaux, on constate que les ondes moirées sont également caractéristiques de particules très dissymétriques. En pratique ce phénomène, qui est dû à une orientation des particules, parallèlement les unes aux autres, dans le sens des courants locaux dont le liquide agité est le siège, ne peut apparaître que si les particules n'ont aucune tendance à s'agglutiner les unes aux autres. Si cette condition est satisfaite et si les particules sont très dissymétriques, les ondes moirées apparaissent dans la suspension dès qu'on l'agite.

Dans le cas particulier des suspensions bactériennes, K. von Angerer (²) s'est déjà occupé de l'interprétation de ces *ondes*. Mais il a simplement généralisé les conclusions du travail cité plus haut, et relatif aux colloïdes. Pour lui toutes les bactéries dissymétriques, c'est-à-dire toutes les bactéries autres que les cocci isolés, doivent donner lieu à des ondes moirées, quand elles ne s'agglutinent pas en suspension.

Mon attention a été attirée sur le contraste qu'il y avait entre l'intensité du phénomène, dans certains cas, et la très faible dissymétrie des bactéries en cause, si toutefois ces bactéries ont, comme on l'admet, la forme de petits bâtonnets à section droite circulaire.

J'ai donc examiné un grand nombre de suspensions de particules diverses, cristallines ou non, dont les dimensions étaient comprises, suivant les cas entre $0^{\mu},1$ et 1^{mm}, c'est-à-dire en deçà et au delà des dimensions des bactéries. Les résultats ont été très concordants, indépendants de la nature de la particule, et dépendant seulement de sa forme (kaolin, mica broyé, graphite broyé, iodure de plomb cristallisé lentement, caféine cristallisée par refroidissement de sa solution alcoolique, sulfate de baryum précipité dans le sérum physiologique, chromate basique de plomb, gypse broyé, cholestérol cristallisé par dilution de sa solution pyridinée, hématies traitées par le ferrocyanure de potassium très dilué, squelettes siliceux discoïdes de la terre d'infusoires etc.). Avec les suspensions de toutes les substances qui viennent d'être énumérées, on obtient des ondes moirées très marquées. Or ces particules ont un caractère commun de dissymétrie : elles sont très *plates*. Aucune des suspensions de particules plates examinées n'a manqué de donner lieu à ce phénomène. Par contre il est difficile de l'observer sur des suspensions de particules allongées : les ondes n'apparaissent alors que si la longueur est *très grande*

(²) *Arch. für Hyg.*, **92**, 1923, p. 14.

par rapport au diamètre, ou si la forme aplatie intervient secondairement, en plus de l'allongement.

Pour trancher la question, je me suis proposé d'étudier le comportement de bactéries dont la section droite fût exactement circulaire. Mon choix s'est porté sur *B. megatherium*. Cette bactérie, très volumineuse, contient, à un certain moment de son développement, dans un corps microbien limpide, des granulations immobiles très réfringentes. Si la bactérie effectue une rotation autour de son grand axe, on voit tout l'ensemble de ces granulations tourner en même temps, de sorte qu'il est facile de mesurer les diamètres de la section droite, dans deux directions perpendiculaires. On constate qu'ils sont égaux. La bactérie a donc la forme d'un cylindre à section circulaire, arrondi à ses extrémités. Or la suspension ne donne lieu qu'à de faibles ondes moirées, bien que l'on n'observe aucune tendance à l'accolement, et bien que la longueur soit au moins cinq fois plus grande que le diamètre.

Si l'on s'adresse au staphylocoque, on peut, dans certaines conditions, obtenir des cultures renfermant presque exclusivement des cocci groupés par deux. La suspension donne des ondes moirées très faibles, à peine discernables. Comme il s'agit de deux pseudosphères accolées, la longueur est voisine du double du diamètre.

Ces résultats confirment ceux qu'avaient fournis les suspensions de particules non vivantes. On est donc en droit de conclure, quand on rencontre des bactéries *très courtes*, ou mieux encore cocco-bacillaires, dont la suspension est le siège d'*ondes moirées intenses*, que ces bactéries sont nécessairement *plates* (*B. typhosum, B. paratyphosum* A et B, *B. coli*, au moins dans certaines conditions de culture).

Cette conclusion a été confirmée par l'observation ultramicroscopique individuelle des bactéries vivantes. On est gêné, dans cette observation, par la déformation des images, due à la diffraction. On peut néanmoins évaluer le rapport de la longueur d'une bactérie à sa longueur apparente, au moment où elle *plonge* en réfléchissant intensément la lumière. On mesure ainsi l'angle formé avec l'horizontale par le grand axe de la bactérie, au moment de la réflexion. Cet angle aura la même valeur (double de celle de l'angle connu du rayon incident), pour toute bactérie cylindrique, tandis qu'il sera en général plus petit pour une bactérie plate. Or les valeurs trouvées avec *B. coli*, présumé plat, sont toujours inférieures à celles que fournit *B. megatherium*, cylindrique.

PALÉONTOLOGIE HUMAINE. — *Usures artificielles des dents chez le Sinanthrope.* Note de M. **Étienne Patte.**

Sur le crâne d'un Mélanésien néolithique du kjökkenmödding de Da But (Annam) j'ai noté des traces d'usure très nettes. A la deuxième molaire supérieure (M 2), une large et profonde carie a entamé le côté mésial, a atteint les deux racines et toute la moitié linguale de la couronne, du collet à la face masticatrice; du côté distal une autre carie n'a entamé que les racines. La cavité due à la carie est profonde, son bord a été usé du côté lingual et surtout du côté vestibulaire. Souffrant, cet homme devait introduire entre M2 et M3 une tige de 2^{mm} de diamètre dont le va-et-vient a donné une usure demi-cylindrique sur M2 ainsi que sur la moitié vestibulaire de la face mésiale de la racine de M3; la tige était donc introduite un peu obliquement par rapport à la courbe alvéolaire, ce qui est naturel; elle appuyait sur M2 du côté vestibulaire, sur M3 du côté lingual. Une semblable usure se distingue encore du côté mésial de M2 malgré les dimensions de la carie.

Les lésions décrites par Weidenreich sur le Sinanthrope offrent une ressemblance frappante; elles ne peuvent s'expliquer que de la même façon. Je n'ai pas vu la pièce, elle est à Pékin; mais Weidenreich a pu se demander s'il ne s'agissait pas d'une telle usure, et, pour combattre cette hypothèse, ne s'est pas appuyé sur des caractères purement morphologiques; c'est donc que la forme de la lésion est compatible avec mon explication, qui s'impose d'autant plus que Weidenreich, le premier, n'a pu ni en trouver d'autres, ni trouver des lésions naturelles comparables. Même à propos de l'Homme néanderthalien de La Quina, qui présente des lésions comparables à celles du Sinanthrope et semblablement placées, Weidenreich trouve grotesque l'emploi régulier d'un cure-dents. Nous verrons que cette appréciation est entièrement contredite par l'observation; il oppose aussi ce fait que l'usure de la dent du Sinanthrope commence du côté distal sur la face vestibulaire, du côté mésiale sur la face linguale, mais ceci répond exactement à l'obliquité naturelle de la tige introduite et fournit un très puissant argument, non une objection. L'usure est recouverte d'un peu de tartre et a donc bien été opérée pendant la vie. La couronne est très usée par le frottement de la voisine; d'après Weidenreich, un

processus inflammatoire pourrait en être résulté; ceci nous aide à comprendre le besoin de recourir à un grattage contre la douleur.

L'usure artificielle est donc un fait acquis; les conséquences sont considérables. L'être qui savait choisir une tige pour l'introduire entre ses dents malades n'était pas loin d'être capable d'imaginer aussi la taille rudimentaire des quartz taillés trouvés dans la caverne de Chou Kou Tien, pouvoir qui lui a été jusqu'ici soit refusé, soit attribué avec un point de doute. Toutefois il y a un pas à franchir pour passer de l'emploi d'un instrument occasionnel à l'emploi réfléchi d'un outil permanent et les faits suivants sont à rappeler.

Mégnin [1] a décrit un orang du Jardin d'acclimatation, âgé de 4 ans et demi, *capturé tout jeune et habitué à la société de l'homme;* après avoir bu et mangé, il choisissait dans la paille de sa cage une buchette bien dure et s'en servait comme de cure-dents; imitation ou besoin, peut-être les deux? se demandait son observateur.

Hachet-Souplet a décrit ce trait d'un sapajou; il « était sujet à des maux de dents chaque fois qu'il mangeait des noix; de petits morceaux se logeaient entre ses dents et lui causaient de vives douleurs qu'il manifestait par de grands mouvements; il essayait de retirer avec ses doigts les morceaux de noix, mais n'y parvenait que très imparfaitement. L'idée nous vint alors de lui donner les moyens de se tirer d'affaires, tout *en le mettant sur la voie* des actes qu'il devait accomplir. Pour remplir ce programme, après l'avoir bourré de noix..., nous déposâmes dans sa cage une petite tige de fer courte et assez grosse et une pierre à aiguiser et, devant ses yeux, nous frottâmes un autre fer sur la pierre afin de le rendre pointu. Le singe commença par s'emparer de la tige de fer que nous lui abandonnions et essaya de l'utiliser comme cure-dents; mais bientôt il comprit que cette tige était trop grosse pour pouvoir déloger les morceaux de noix, et il conçut l'idée de l'aiguiser sur la pierre. Au bout d'une heure il avait fait un cure-dents dont il se servit à sa grande satisfaction ».

D'autre part Koehler a montré des chimpanzés taillant en pointe des morceaux de bois, par exemple pour piquer quelqu'un à travers la grille; en l'absence d'un bâton, ils cassent une branche, redressent un fil de fer enroulé, placent l'un dans l'autre deux bâtons comme ceux d'une gaule et les utilisent avec opportunité pour attraper, fouiller, creuser, comme levier ou comme arme (Buytendijk). Ils cherchent souvent avec persévérance

---

(1) BUYTENDIJK, *Psychologie des animaux,* 1928, p. 266-267; GUILLAUME, *La psychologie animale,* 1940, p. 208; GUILLAUME et MEYERSON, *Journal de Psychologie normale et pathologique,* 1934, p. 526, 531; HACHET-SOUPLET, *Examen psychologique des Animaux,* 1900, p. 72; KOEHLER, *L'intelligence des Singes supérieurs;* trad. Guillaume, 1927, p. 124; MÉGNIN, *La Nature,* 9 janvier 1897, p. 101; WEIDENREICH, *Palaeontologia Sinica,* n° 101, 1937, p. 162, *fig.* 142, 311.

l'outil qui leur manque et tendent même, après usage, à le garder dans la cage; ils plient un brin de paille pour accroître sa rigidité (Guillaume et Meyerson). Ainsi, comme il est naturel de frotter pour masquer la douleur de la dent, c'est pour le même motif que les animaux se grattent, peut-être la pratique observée n'est-elle pas si extraordinaire et n'exige-t-elle pas d'être parvenu au stade humain. Cependant les exploits des singes semi-captifs ne sont presque jamais accomplis spontanément, les expérimentateurs emploient toujours quelque maïeutique; le développement de la fonction instrumentale n'atteint sa limite supérieure que sous l'influence d'une pression exercée par l'Homme (Guillaume). Il reste que l'on n'a jamais signalé chez les singes vraiment en liberté des faits comparables à celui du Sinanthrope, et une telle pratique ne nous apparaît que simplement possible de la part d'un singe libre.

Revenant à l'énigme des quartz taillés de Chou Kou Tien, on peut se demander si un Primate aussi élevé en organisation que le Sinanthrope, bien supérieur à un Orang ou un Sapajou, et capable d'agir ainsi sur ses dents, ne pouvait pas tailler des quartz et mériter ainsi l'épithète de *faber*; dans ce cas, le sujet, *homo*, n'est-il pas impliqué par ce prédicat?

La séance est levée à $15^h 20^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 mars 1941.)

Note de M. *Guy Littaye*, Sur la contraction d'un jet issu d'un orifice en mince paroi :

Page 387, ligne 1 *au lieu de* La valeur du rapport $K = d/d_0$ est voisine de 0,88, *lire* La valeur du rapport $K = d/d_0$ est voisine de 0,80.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Un filtre monochromatique spécialement adapté aux recherches sur le Soleil.* Note de M. **Bernard Lyot**.

En 1933, j'avais décrit un filtre monochromatique utilisant les interférences produites, en lumière polarisée, par une série de lames cristallines [1]. Cet appareil comportait 10 polariseurs de 18^{mm} d'ouverture et, faute du spath nécessaire pour les tailler, sa construction n'a pas été achevée. En 1938, ayant pu avoir des feuilles de *polaroïd*, j'ai entrepris, avec ce nouveau type de polariseur, la construction d'un filtre basé sur le même principe.

La partie principale du nouveau filtre se compose de six lames de quartz à faces parallèles, carrées, de 36^{mm} de côté. Ces lames sont taillées de manière que l'axe optique soit parallèle à un côté et aux faces d'entrée et de sortie; elles sont superposées, leurs axes optiques étant parallèles; chacune d'elles a une épaisseur double de la précédente. Entre ces lames, avant la première et après la dernière, sont placées des feuilles de *polaroïd* dont les plans de polarisation, dirigés suivant une diagonale, sont parallèles entre eux et à 45° des axes optiques des quartz. Toutes ces pièces sont collées au baume de Canada pour supprimer les pertes de lumière par réflexion et améliorer les images.

Considérons tout d'abord les *polaroïd* comme des polariseurs parfaits et négligeons la dispersion du quartz. La vibration d'amplitude A, qui sort

---

(1) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1593.

du premier polariseur, est décomposée, par la lame la plus mince, en deux vibrations rectangulaires d'amplitude $A/\sqrt{2}$, présentant une différence de marche δ. Le deuxième polariseur les rend parallèles et réduit leur amplitude à $A/2$. Après la deuxième lame et le troisième polariseur, nous avons de même 4 vibrations d'amplitude $A/4$, présentant les retards o, δ, 2δ, 3δ. A la sortie du filtre, nous aurons 2^6, soit 64 vibrations parallèles d'amplitude $A/64$, présentant les retards o, δ, 2δ, ..., 63δ. Le spectre résultant de leurs interférences consiste en un petit nombre de bandes brillantes dont l'amplitude au centre est A et la largeur totale $2\lambda/64\delta$; elles sont distantes de λ/δ et encadrées par quelques maxima secondaires faibles. La dispersion des lames a pour effet de rapprocher les maxima et de les rendre plus fins dans le rapport $1-[\lambda/(n_e-n_0)]\,[d(n_e-n_0)/d\lambda]$.

En faisant varier le retard δ, on peut déplacer les bandes dans le spectre et, en même temps, modifier leur écartement. Ce retard et, par conséquent, l'épaisseur du quartz le plus mince ont été choisis tels que le filtre transmette un petit nombre de radiations monochromatiques, dont 6 aient des longueurs d'onde aussi voisines que possible de celles des 4 radiations chromosphériques et des 2 radiations coronales principales du spectre visible, à savoir : pour l'hydrogène Hα et Hβ; pour l'hélium D_3; pour le magnésium b_1, et pour la couronne les raies rouge et verte 6374,5 et 5302,8.

La répartition de ces 6 radiations et la loi de dispersion du quartz permettent de réaliser ces conditions d'une manière satisfaisante. Ceci étant fait une fois pour toutes, par construction, il suffit de faire varier ensuite la température du filtre dans des limites peu étendues pour amener une des radiations qu'il transmet en coïncidence exacte avec celle que l'on veut isoler. Les longueurs d'onde du filtre diminuent, lorsque la température s'élève, à raison de 1,04 dix millième par degré.

L'épaisseur de la lame la plus mince est $2^{mm},22$. Le retard qu'elle introduit à la température de 30°, pour chacune des 6 radiations, est exprimé en longueurs d'onde, et donné par la 3e colonne du tableau; il est presque égal à un nombre entier plus 0,5.

Radiation.	λ.	$\frac{\delta}{\lambda}$(30°).	T.	T'.
Hα	6562,8	30,557	46°,4	47°,5
R couronne	6374,5	31,531	38,6	39,4
D_3	5875,6	34,441	14,9	14,9
V couronne	5302,8	38,544	40,2	39,4
b_1	5183,6	39,527	36,1	35,1
Hβ	4861,3	42,457	21,1	19,6

L'égalité a lieu à une température T inscrite sur la quatrième colonne. A cette température, le filtre isole la radiation correspondante si l'on a soin de placer la lame la plus mince entre polariseurs croisés. Les autres lames, d'épaisseur double, quadruple etc., contiennent des nombres entiers d'ondes et doivent être entre polariseurs parallèles.

On voit que les radiations verte et rouge de la couronne sont isolées à des températures très voisines; en effet les différences de phases qu'elles subissent dans le quartz sont dans un rapport presque égal à 38,5/31,5, soit 11/9. Ce rapport, légèrement variable avec la température, est (11/9)(1,00018) à 39° et (11/9)(1,00010) à 0° ([2]).

Cette curieuse propriété du quartz m'a permis d'isoler simultanément les deux principales radiations coronales, en modifiant légèrement les deux lames les plus épaisses. La lame de 71^{mm} a été diminuée d'une onde jaune, soit 64^{μ}; la lame de 35^{mm} a été diminuée d'une demi-onde, soit 32^{μ}, et placée entre polariseurs croisés.

La 5e colonne du tableau donne la température T' à laquelle fonctionne le filtre ainsi modifié. T' est égal à T dans le jaune, un peu supérieur dans le rouge et un peu inférieur dans le bleu, de sorte que les raies verte et rouge de la couronne sont isolées à une même température, 39°,4; de plus, les raies chromosphériques D_3 et Hβ sont isolées à des températures plus voisines, 14°,9 et 19°,6.

On peut séparer à volonté une des radiations transmises par le filtre en ajoutant, à sa suite, un groupe de trois lames de quartz minces dont les déphasages, pour la raie D_3, sont 17, 8,5 et 4,5 ondes. La 3e lame, entre polariseurs parallèles, transmet seulement les cannelures Hα et 5303 et, entre polariseurs croisés, D_3 et Hβ. Des écrans colorés suffisent alors pour séparer les deux radiations restantes. Un autre groupe de trois lames produisant des retards de 18, 9 et 4,5 ondes pour la raie 6374, transmet simultanément les deux raies coronales.

([2]) La probabilité pour que l'on puisse isoler ainsi six radiations quelconques dans l'intervalle 15° à 48°, sans que le nombre d'ondes de la lame la plus mince dépasse 35, dans le jaune, est 1/200. La probabilité pour que les températures de 5303 et 6374 soient, de plus, égales à 2° près, est de 1/2000. Si l'on tient compte des autres avantages fortuits tels que le faible écart de température entre D_3 et Hβ d'une part, entre Hα et les raies coronales d'autre part, et de la distribution régulière des quatre cannelures Hα, D_3, 5303 couronne et Hβ, on trouve des probabilités de l'ordre du cent-millième.

Les 6 lames de quartz, 7 *polaroïd* et 2 glaces terminales ont été empilées et collées au baume de Canada. L'ensemble, formant un parallélépipède de 150^{mm} de long, est placé dans un tube d'aluminium dont la surface extérieure, cylindrique, mesure 64^{mm} de diamètre et la surface intérieure, conique, mesure 48 et 52^{mm} aux extrémités. L'espace existant autour des pièces optiques est entièrement occupé par 4 cales d'aluminium ayant une face plane et l'autre conique. Ces cales permettent de supprimer les jeux et d'assurer ainsi un bon contact thermique entre les quartz et la monture.

Sur la surface extérieure du tube d'aluminium est bobinée une couche de fil de cuivre collée à la bakélite et recouverte d'une épaisseur de drap. Cet enroulement, destiné à chauffer le filtre, a une résistance de 60 ohms à 30°; il constitue l'un des bras d'un pont de Wheatstone. La résistance de comparaison, de 60 ohms, en manganin, est indépendante de la température. Un potentiomètre permet de réaliser l'équilibre du pont; il est pourvu d'une graduation qui indique la température du filtre au 1/10e de degré. La monture suit très rapidement les variations de température de l'enroulement; l'équilibre des quartz demande environ 5 minutes.

Propriétés optiques du filtre. — Le filtre ainsi réalisé transmet un spectre formé de fines cannelures brillantes, au nombre de 14 entre 4800 et 7000 Å. La largeur moyenne de ces cannelures est de 2 Å dans le vert et 3 Å dans le rouge; leur transparence au centre est 13 % dans le vert et 24 % dans le rouge.

Les longueurs d'onde transmises par le filtre varient suivant la direction des rayons qui le traversent; la variation relative est maximum dans le plan de l'axe ou dans un plan perpendiculaire; pour un angle d'incidence i, elle a pour valeur $\mp 0,185\, i^2$. On peut admettre une variation relative de 1/10000 et utiliser ainsi un champ carré de 2°40′ de côté.

Observations. — Le filtre monochromatique a été achevé au mois de juillet 1939, au Pic du Midi, et placé à la suite du coronographe.

L'observation à l'oculaire a montré les phénomènes suivants : le ciel, autour du Soleil, présentait une teinte marron due aux *polaroïd*. En faisant croître la température, on voyait les protubérances apparaître brillamment sur ce fond sombre, à 15°, en jaune avec la raie D_3, puis, à 19°, en bleu avec la radiation Hβ. Vers 17°, elles présentaient une coloration intermédiaire qui virait au bleu ou au jaune sur les points animés de vitesses radiales positives ou négatives. A 35°, les protubérances se montraient de nouveau en vert, avec la radiation 5183 du magnésium. A 39°, la couronne apparaissait à son tour, simultanément avec les radiations 6374 et 5303. Cette dernière radiation dominait et lui donnait une vive couleur verte; de très nombreux détails étaient visibles. En même temps, les protubérances transparaissaient déjà en rouge, grâce à

la grande intensité de Hα. A 48°, enfin, les protubérances brillaient avec un très vif éclat, en rouge avec Hα.

En laissant le bord solaire dépasser le disque du coronographe, on voyait, de plus, la chromosphère doubler celui-ci d'une multitude de jets fins, tantôt radiaux, tantôt inclinés dans une même direction.

Le filtre qui vient d'être décrit permettait de photographier la couronne à l'aide de ses radiations monochromatiques. Des images, sur lesquelles le Soleil mesure 65^{mm} de diamètre, ont été obtenues ainsi avec des poses de 5 à 10 minutes. Elles sont différentes des photographies ordinaires; les jets brillants sont beaucoup plus contrastés et se résolvent en détails plus nombreux.

Quatre clichés des bords Est et Ouest, pris le 10 août 1939, avec les radiations 5303 et 6374, montrent la couronne rouge très différente de la couronne verte; les jets rouges et verts partent en général des mêmes points du Soleil, mais les premiers sont plus fins que les seconds et paraissent suivre des trajectoires différentes. Certains détails rouges n'existent pas en vert, et inversement. Sur l'image verte du bord Ouest, on peut suivre un jet jusqu'à 8′ du Soleil.

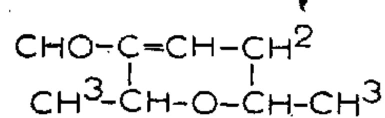
Le filtre permettait en outre de cinématographier les protubérances et la chromosphère, même dans de très mauvaises conditions atmosphériques, par exemple à travers des nuages de poussières ou des cirrus.

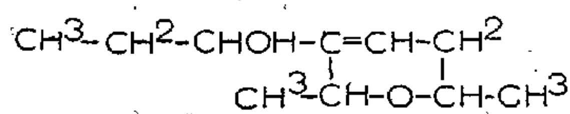
Ce filtre a subi, depuis l'année 1939, des perfectionnements qui feront l'objet d'une prochaine Note.

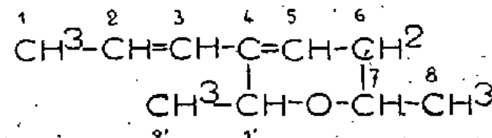
CHIMIE ORGANIQUE. — *Propriété diénique de l'éthyl-4 époxy-1^{l}.7 octadiène-2.4 ou diméthyl-2.6 propényl-3 dihydro-5.6 [1.2 pyran].* Note de MM. **Marcel Delépine** et **Patrice Compagnon**.

Sous la désignation d'oxycarbure $C^7H^{11}O.CH:CH.CH^3$, l'un de nous [1] a décrit autrefois un produit de déshydratation (III) d'un alcool (II), lui-même issu de l'action de l'iodure d'éthyle-magnésium sur l'aldéhyde $C^8H^{12}O^2$, dimère (I) de l'aldéhyde crotonique C^4H^6O. Les constitutions adoptées furent les suivantes :

(1) Delépine, *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 20, 1910, p. 389; *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 535.







(I) Aldéhyde $C^8H^{12}O^2$. (II) Alcool $C^{10}H^{18}O^2$. (III) Oxycarbure $C^{10}H^{16}O$.

Le corps (III) est ainsi l'éthyl-4 époxy-1'.7 octadiène-2.4. On peut aussi le considérer comme dérivé de l'α pyran ou 1.2 pyran; dans ce cas, il devient le diméthyl-2.6 propényl-3 dihydro-5.6 [1.2-pyran]; c'est sous ce dernier nom qu'il a été catalogué dans Beilstein.

Cet époxy possède deux doubles liaisons conjuguées; comme tel, il doit manifester les réactions d'addition des diènes, selon Diels et Alder. Réciproquement, si l'addition a lieu, la situation des doubles liaisons sera confirmée. L'addition de l'anhydride maléique fait l'objet de cette Note.

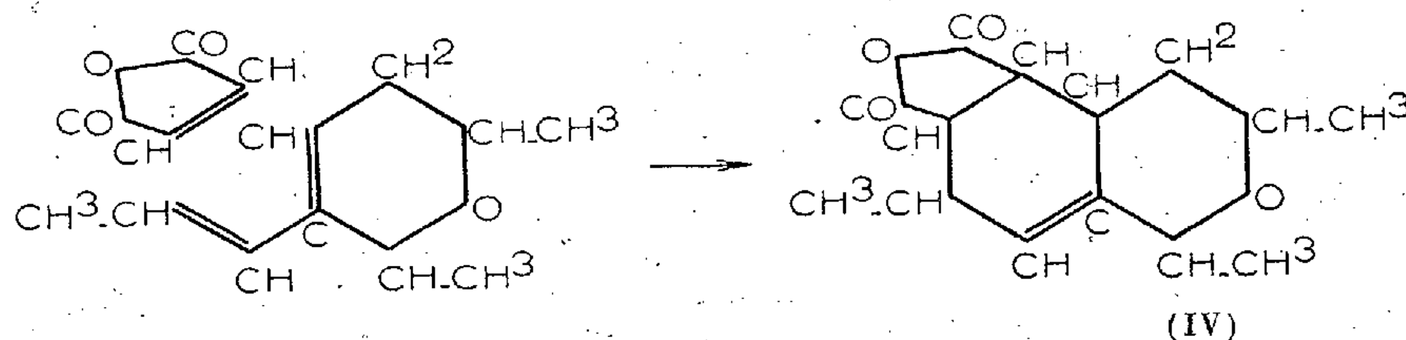
Mais, auparavant, il y avait lieu de se procurer aussi régulièrement que possible le diène en question; la déshydratation de l'alcool II par l'acide oxalique sec, le sulfate acide de potassium, le chlorure de zinc, en fournit à peine, et c'est tout fortuitement, lors d'une préparation, qu'il avait été obtenu en place de l'alcool ([1]); plus tard, il est vrai, Douris ([2]) réussit à l'avoir assez régulièrement, mais en proportions variables, en prolongeant pendant plusieurs jours l'action sur l'aldéhyde du magnésien en grand excès.

Nous avons constaté que si, au lieu d'iodure d'éthyle pour faire le magnésien, on utilise le bromure, même en grand excès, on n'obtient que l'alcool (Éb$_{15}$ 115-120°; n_D^{22} 1,477), et avons finalement supposé que si les préparations à partir de l'iodure d'éthyle-magnésium engendraient le produit de déshydratation, c'était parce qu'elles pouvaient contenir de petites quantités d'iode, favorables aux déshydratations, comme l'a montré H. Hibbert ([3]). Effectivement, en distillant 11^g d'alcool secondaire (provenant de 10^g d'aldéhyde) avec 0^g,05 d'iode sous pression de 16^{mm}, le bain d'huile ne dépassant pas 135°, on recueille, entre 78 et 85°, 8^g,7 d'oxycarbure; une rectification sous 16^{mm} fournit ensuite 6^g,8 passant de 78 à 79° avec n_D^{20} 1,4850, d'un produit identique à celui qu'avaient eu Delépine et Douris (Éb$_{18}$ 82-84°; n_D^{20} 1,4857).

C'est ce corps que nous avons fait réagir sur l'anhydride maléique. On ajoute celui-ci en quantité équimoléculaire au composé diénique; au bout de quelques secondes, il se dissout et la température s'élève. Après refroidissement, on obtient une masse pâteuse qu'un traitement approprié scinde en deux combinaisons.

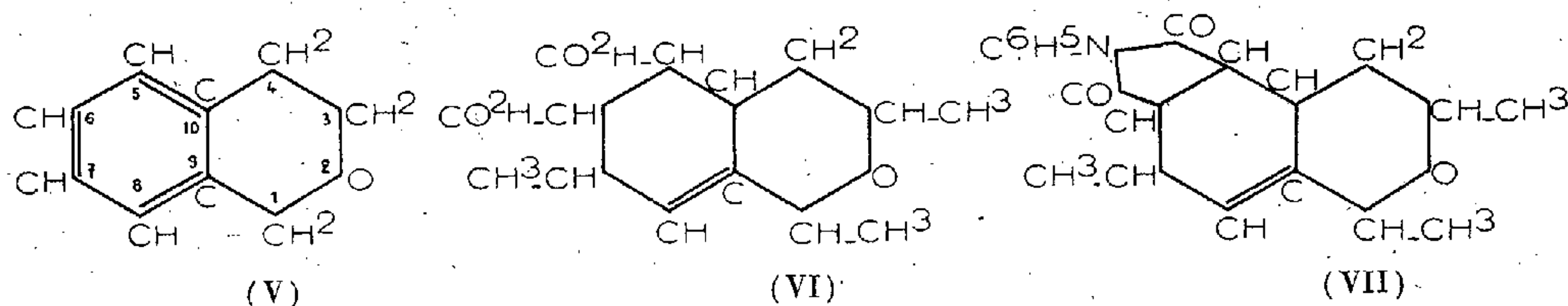
([2]) *Comptes rendus*, 157, 1915, p. 943.
([3]) *Journ. of Am. Chem. Soc.*, 37, 1915, p. 1748.

L'anhydride maléique se fixe selon le schéma suivant, où nous avons modifié un peu la présentation de la formule (III) :



(IV)

On obtient la combinaison (IV). Pour la dénommer, le plus simple est de la considérer comme un dérivé de l'isochromane (V). Par exemple l'acide (VI) correspondant à l'anhydride (IV) sera l'acide tétrahydro-10.5.6.7 triméthyl-1.3.7 isochromane-dicarboxylique-5.6. Le phényl-imide aura la configuration (VII).



(V) (VI) (VII)

Si l'on considère les substances (IV), (VI), (VII), on observera qu'elles renferment 6 atomes de carbone asymétriques, 1.3.5.6.7 et 10; il y aura donc 64 stéréoisomères, soit 32 racémiques (en admettant qu'ils existent). En partant du corps (III), qui n'a que deux atomes de carbone asymétriques, on en ajoute quatre d'un seul coup; chacun des deux racémiques primitifs en fournit donc 16 nouveaux. Si toutes ces combinaisons se réalisaient, on se trouverait devant un problème de séparation fort difficile. Heureusement la configuration déjà dissymétrique du point de départ semble orienter les configurations futures, de telle façon qu'une partie fort restreinte des possibilités se manifeste. Un exemple de ce genre a déjà été donné par Delépine et Willemart ([1]), lors de la transformation de l'acide époxy-2.6 heptène-3 carboxylique-3 ou diméthyl-2.6 dihydro-5.6 [1.4 pyran]-carboxylique-3 en dérivé hydroxybromé; il pourrait exister 4 dérivés de chaque acide actif; on n'en trouve qu'un.

Ici on a rencontré deux anhydrides racémiques sur les 16 possibles à

([1]) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 313.

partir d'un oxycarbure supposé unique. Nous les appellerons *a* et *b* ainsi que les corps qui en découlent.

Anhydride a $C^{14}H^{18}O^{4}$ (IV). — La masse pâteuse obtenue par action directe des constituants est délayée dans un peu d'éther ordinaire mélangé d'éther de pétrole et essorée. Avec 6g,6 d'oxycarbure, on récolte 4g de cristaux qu'on purifie par cristallisation dans un mélange de 10 parties d'éther pour une de chloroforme. Par évaporation lente, on obtient de beaux prismes presque carrés portant 4 troncatures sur les arêtes de base, fus. à 107-108° (bloc), peu solubles dans l'éther, plus solubles dans le chloroforme et le benzène. Analyse : trouvé, C 67,0; H 7,4; calc. pour $C^{14}H^{18}O^{4}$, C 67,16; H 7,25.

Diacide a $C^{14}H^{20}O^{5}$ (VI). — L'anhydride précédent n'est pas attaqué par quelques instants d'ébullition avec l'eau, mais il se dissout peu à peu dans la soude 3N (30 minutes à 70°). La solution alcaline, traitée par l'acide chlorhydrique, donne plus que le poids de l'anhydride primitif en diacide; celui-ci, par évaporation lente de sa solution alcoolique, cristallise en prismes aplatis qui ne sont pas le diacide même, mais un monohydrate $C^{14}H^{20}O^{5}+OH^{2}$ (perte à 120-130°, sous vide, 6,4 % au lieu de 6,27 théorique). Ce monohydrate chauffé fond d'abord entre 125 et 130°, puis, après la perte de son eau, se solidifie pour ne fondre ensuite qu'à 222-223° (bloc). Son acidité, en présence de phénol-phtaléine jusqu'à teinte rouge, indique un poids moléculaire de 269, calculé en diacide, au lieu de 268.

Hydraté, il est un peu soluble dans l'eau à froid, plus à chaud; il est très soluble dans les alcools, l'acétate d'éthyle, peu soluble dans le benzène. Il l'est nettement moins dans l'alcool, s'il est anhydre. Chauffé au-dessus de son point de fusion, il perd de l'eau, mais on n'obtient que des traces d'anhydride (fus. à 106°), le reste se résinifiant.

Monoanilide de l'acide a $C^{20}H^{25}O^{4}N$. — L'anhydride étant dissous dans le benzène, on lui ajoute la quantité équimoléculaire d'aniline. Le benzène évaporé laisse une masse amorphe qu'on n'a pu faire cristalliser. On la purifie en la dissolvant dans la soude étendue et précipitant par l'acide chlorhydrique; il se dépose une poudre blanche, amorphe, se résinifiant vers 100°. C'est à la fois un anilide et un monoacide; on ne saurait dire auquel des carboxyles, 5 ou 6, appartient chacune de ces fonctions. L'analyse a donné : N 4,1 %; P. M. acidimétr. 343; théorie, N 4,09; P. M. 342.

Phénylimide de l'acide a $C^{20}H^{23}O^{3}$ (VII). — Si le monoanilide est amorphe, par contre son produit de déshydratation cristallise très bien. On l'obtient en chauffant le monoanilide à 135° pendant trois heures; on ajoute trois parties d'éther sur la résine formée; elle se transforme en une poudre cristalline qu'on reprend par 10 p. d'alcool chaud : le phénylimide forme des cristaux incolores, losangiques, très peu solubles dans l'éther, peu solubles dans le benzène et l'alcool froid, plus solubles dans l'alcool chaud. F 150-151°. Analyse : trouvé, C 74,2; H 7,4; N 4,25 au lieu de C 73,8; H 7,13 et N 4,30.

Anhydride b. — Les eaux mères de l'anhydride *a*, privées de l'éther et de l'éther de pétrole, laissent d'abord une huile qui devient mi-cristalline; en reprenant la masse avec très peu d'éther on obtient une poudre blanche légèrement résineuse. On la fait cristalliser dans le chloroforme qu'on additionne de ligroïne. Il se dépose de très fines aiguilles dont l'enchevêtrement provoque une véritable prise en masse, F 93-96°. Très solubles dans les solvants organiques.

L'anhydride *b* diffère passablement de l'isomère *a*; il s'hydrate très facilement en diacide au point qu'il s'en forme pendant son extraction; une solution dans l'éther humide abandonne du diacide et non de l'anhydride. Naturellement, cette hydratation a lieu plus vite si l'on passe par la soude diluée avec précipitation subséquente par l'acide chlorhydrique.

Diacide b $C^{14}H^{20}O^{5}$. — On le fait cristalliser dans un mélange d'alcool et d'eau. Il se sépare en cristaux microscopiques, incolores, fondant à 296-298° (bloc) en se sublimant dès 250°. Il est peu soluble dans l'éther et le benzène, un peu plus dans l'alcool et l'eau. Analyse : trouvé, C 62,5; H 8,0; théorie, C 62,64; H 7,5.

Sel d'aniline b $C^{20}H^{27}O^{5}N$. — En opérant comme pour l'anilide *a*, on obtient un corps résineux mal défini dont on n'a pas su faire l'imide sous l'influence de la chaleur. Si l'on opère à l'ébullition, on obtient après refroidissement prolongé quelques cristaux qu'on peut séparer en dissolvant le résidu de l'évaporation dans l'alcool et additionnant de ligroïne; peu à peu il se sépare de longues lamelles minces, incolores, fus. à 202-203° après recristallisation dans l'alcool. Elles correspondent à un sel acide d'aniline, soit $C^{12}H^{18}O(CO^{2}H)^{2}$, $NH^{2}.C^{6}H^{5}$ ou $C^{20}H^{27}O^{5}N$ d'après l'analyse. Trouvé, C 66,9; H 8,2, N 3,7 au lieu de C 66,91; H 7,53; N 3,87. L'anilide demanderait bien plus de carbone et d'azote.

Nous avons aussi exécuté la synthèse diénique à l'anhydride maléique sur l'homologue inférieur, l'éthyl-4 époxy-1'.7 heptadiène-1.3 ou diméthyl-2.6 vinyl-3 dihydro-5.6 (1.2 pyran); il semble ne se faire qu'un isomère, de sorte que l'on doit considérer le méthyle en 7 du tétrahydro-isochromane comme un facteur d'orientation, lors de la fixation de l'anhydride.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Corrrespondance :

1° *Annuaire de l'Académie d'Agriculture de France*, 1940.

2° J. Feytaud. *A propos de l'œuvre de* Mathieu Tillet, *lauréat de l'Académie de Bordeaux* (1714-1791).

3° J. Feytaud. *Sur le rôle des insectes dans la transmission des maladies des plantes. Un précurseur :* Mathieu Tillet (1714-1791).

4° Hermine et Sébastien Sabetay. *Les travaux récents d'analyse et de synthèse organiques et la chimie des parfums de* 1935 *à* 1938.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points rationnels des variétés algébriques dont l'irrégularité est supérieure à la dimension.* Note de M. **Claude Chabauty**, présentée par M. Élie Cartan.

L'étude sur une courbe algébrique (C) de genre $g > 1$, des points rationnels, ou plus généralement des systèmes rationnels inéquivalents de h points, avec $h < g$, équivaut à celle des points rationnels sur certaines vraies sous-variétés algébriques de la *variété de Jacobi* (J) de (C), primitives sur (J), c'est-à-dire ayant même irrégularité que (J). On peut y employer la méthode que j'ai donnée dans ma Thèse ([1]) pour l'étude des points entiers sur les sous-variétés algébriques d'une variété de Dirichlet (D) : Norme $(x_1\omega_1 + \ldots + x_n\omega_n) = 1$, les ω_i étant une base des entiers d'un corps algébrique fini. Le rôle qu'y jouait le groupe abélien des transformations affines de (D) en elle-même est tenu ici par le groupe abélien des transformations birationnelles de première espèce de (J) en elle-même; aux paramètres logarithmiques locaux sur (D), correspondent les intégrales de Picard ([2]) locales sur (J) (intégrales abéliennes de première espèce sur C), toutes ces fonctions étant définies au point de vue de l'analyse p-adique. On peut de même étudier les vraies sous-variétés algébriques primitives des *variétés de Picard*, et, par là, plus généralement les *variétés algébriques dont l'irrégularité est supérieure à la dimension*, puisque, comme l'a montré Severi, toute variété algébrique admet une image rationnelle dans la variété de Picard (V) qui lui est attachée, image qui a même irrégularité que la variété initiale et qui est donc primitive dans (V).

Soit (V) une variété de Picard de dimension q, définie dans un espace projectif (X^n) de dimension finie n sur le corps H_p des nombres algébriques p-adiques, par des équations à coefficients algébriques. Nous pouvons supposer que par une transformation birationnelle préalable, (V) a été débarrassée de ses singularités et de ses sous-variétés rationnelles. Soit K une extension algébrique finie du corps K_0 des coefficients. Nous appellerons *point rationnel* de (V) un point à coordonnées dans K. Soit $K_p \subset H_p$ la fermeture p-adique de K. La restriction (V') de (V) à ses points à coordonnées dans K_p est compacte pour la structure topologique uniforme

---

([1]) *Annali di Matematica*, 4e série, 17, 1938, p. 127-168.
([2]) Il s'agira toujours ici d'intégrales de première espèce.

dont on munit (X'') de la façon habituelle à partir de la valeur absolue définie sur le corps des constantes.

On peut uniformiser un voisinage convenable (O) d'un point quelconque O de (V) par q paramètres p-adiques, $u_i = \int_0^A du_i$, où les du_i sont q différentielles de Picard de (V), linéairement indépendantes. L'ensemble $\mathcal{R}_0$ des points $(u_1, \ldots, u_q)$ de l'espace (U^q) des paramètres, correspondant aux points rationnels de (O), forme une *classe modulaire* de points avec $(u'_1, \ldots, u'_q$; $u''_1, \ldots, u''_q$; $u'''_1, \ldots, u'''_q)$; il contient $u'_1 \pm (u'''_1 - u''_1), \ldots, u'_n \pm (u'''_q - u''_q)$.

La dimension r de la plus petite variété linéaire (Λ) de (U^q) qui contient $\mathcal{R}_0$ est indépendante du choix de O [pourvu que (O) contienne au moins un point rationnel]. Nous appellerons *r le rang arithmétique de* (V) (sous-entendu pour le corps de rationalité K).

Si une variété algébrique $(W) \subset (V)$ de dimension s contient un ensemble infini $\mathcal{E}$ de points rationnels, au voisinage d'un point Ω adhérent à $\mathcal{E}$, la variété $\Lambda_\Omega = (O\Omega).\Lambda$ [$(O\Omega)$ désignant la transformation de première espèce de (W) qui fait passer de O à Ω] aura en commun avec (W) un élément de variété algébroïde de dimension $\geqq 1$, contenant un ensemble infini $\mathcal{E}' \subset \mathcal{E}$ adhérent à Ω. On déduit de là, comme dans ma Thèse, la possibilité de construire une variété algébrique $(\widehat{W}) \subset (V)$, de dimension $\leqq r + s - 1$, contenant toute la classe modulaire engendrée par un ensemble infini $\mathcal{E}'' \subset \mathcal{E}'$, et par conséquent le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Soient* (V) *une variété de Picard de dimension q et de rang arithmétique r, et* (W) *une sous-variété algébrique de* (V), *de dimension s. Si* (W) *contient un ensemble infini $\mathcal{E}$ de points rationnels, il y a une variété de Picard* $(V^*) \subset (V)$, *de dimension* $\leqq r + s - 1$, *qui contient un sous-ensemble infini de $\mathcal{E}$.*

Disons que deux points d'une variété algébrique (W) sont *équivalents* quand ils correspondent aux mêmes valeurs des intégrales de Picard de (W). On démontre alors ce théorème : *Soit* (W) *une variété algébrique de dimension s d'irrégularité q; soit r le rang arithmétique de sa variété de Picard; supposons $r \leqq q - s$, alors* (W) *ne peut contenir un ensemble irréductible* [3] *de points rationnels. Si* (W) *contient un ensemble infini $\mathcal{E}$ de*

---

[3] Un ensemble (nécessairement infini) de points sur une variété algébrique est dit *irréductible* sur cette variété, s'il n'est pas réunion finie d'ensembles situés sur de vraies sous-variétés algébriques de (W).

points rationnels inéquivalents, il y a une sous-variété algébrique (W^*) *de* (W) *contenant un sous-ensemble infini* $\mathcal{E}'$ *de* $\mathcal{E}$ *et sur laquelle sont constantes* $q-r-s+1$ *intégrales de Picard linéairement indépendantes sur* (W); *si les intégrales de Picard de* (W) *sont irréductibles*, (W) *ne peut contenir qu'un nombre fini de points rationnels inéquivalents.*

Signalons quelques cas particuliers.

Si une courbe algébrique (C) *de genre g et de rang réduit* ([4]) *r n'a pas d'intégrales abéliennes réductibles, il n'y a qu'un nombre fini de systèmes rationnels inéquivalents dans une série algébrique sur* (C) *de dimension* $\leq g-r$. *Par exemple, il n'y a alors qu'un nombre fini de systèmes rationnels inéquivalents de* $h \leq g-r$ *points de* (C).

Sur une courbe algébrique de rang réduit inférieur au genre, il n'y a qu'un nombre fini de points rationnels. (J'ai donné une démonstration directe de ce dernier résultat, basée sur les mêmes principes, dans ces *Comptes rendus*, séance du 26 mai 1941.)

TOPOLOGIE. — *Caractérisation topologique des arcs simples dans les espaces accessibles de M. Fréchet.* Note de M. **Ky Fan**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Un ensemble de points d'un espace accessible ([1]) sera appelé *arc simple*, s'il est homéomorphe à un segment fermé de la droite euclidienne. Cette définition est exactement celle qu'on a adoptée habituellement dans le cas des espaces distanciés. Il y a toutefois des différences essentielles entre le cas des espaces distanciés et le cas beaucoup plus général des espaces accessibles. Par exemple, *un arc simple dans un espace accessible peut ne pas être un continu. Et, dans un tel espace, une image biunivoque et continue d'un segment fermé de la droite n'est pas nécessairement un arc simple.* Le but principal de cette Note est de caractériser les arcs simples parmi les ensembles appartenant à des espaces accessibles.

II. On peut d'abord démontrer :

Théorème 1. — *Soit* A *un espace accessible, connexe irréductible entre deux points* a_0, a_1 ([2]) *et localement connexe* ([3]). A *peut être considéré comme*

([4]) J'appelle *rang réduit* d'une courbe algébrique le rang arithmétique de sa jacobienne; il est majoré par le *rang* de la courbe au sens de Poincaré-Mordell-Weil.

([1]) Cf. M. Fréchet, *Les Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 185.

([2]) Cf. M. Hausdorff, *Mengenlehre*, 3e édition, 1935, p. 220.

([3]) Cf. M. Hausdorff, *op. cit.*, p. 155.

un ensemble ordonné de manière que les trois conditions suivantes soient vérifiées : 1° a_0, a_1 *sont respectivement le premier et le dernier élément de cet ensemble ordonné.* 2° *Aucune coupure* (4) *de cet ensemble ordonné ne présente de saut* (4) *ni de lacune* (4). 3° *Les ensembles* $A(\prec c)$ (5), $c(\neq a_0)$ *étant un point quelconque de* A, *forment une famille de voisinages du point* a_0, *équivalente à l'ancienne. Les ensembles* $A(\succ b)$, $b(\neq a_1)$ *étant un point quelconque de* A, *forment une famille de voisinages du point* a_1, *équivalente à l'ancienne. Pour tout point* x *de* A *tel que* $a_0 \neq x \neq a_1$, *les ensembles* $A(\succ b).A(\prec c)$, *tels que* $b \prec x \prec c$, *forment une famille de voisinages du point* x, *équivalente à l'ancienne.*

La réciproque du théorème 1 est le théorème suivant (6) :

THÉORÈME 2. — *Étant donné un ensemble ordonné* A *possédant les deux propriétés* 1°, 2° *du théorème* 1, *si l'on associe à chaque point de* A *la famille de voisinages conformément à la condition* 3° *du théorème* 1, A *devient un espace complètement normal* (7), *qui est connexe irréductible entre* a_0, a_1 *et localement connexe* (8).

En employant notre théorème 1, on peut établir la caractérisation suivante :

THÉORÈME 3. — *Pour qu'un ensemble d'un espace accessible soit un arc simple, il faut et il suffit qu'il soit séparable* (9), *connexe irréductible entre deux points et localement connexe.*

L'intérêt du théorème 3 consiste non seulement dans la généralité des espaces considérés, mais aussi dans ce fait que *nous n'avons pas fait intervenir la considération de compacité* (10). De sorte que même dans le

---

(4) Cf. M. SIERPINSKI, *Leçons sur les nombres transfinis*, Paris, 1928, p. 143.

(5) Nous désignons par $A(\prec c)$ l'ensemble des points x de A tels que $x \prec c$.

(6) Je dois à M. H. Cartan l'idée de rechercher si cette réciproque était vraie.

(7) D'après un théorème dû à M. H. Tietze (*Math. Ann.*, **88**, 1923, p. 312).

(8) M. H. Cartan a eu l'obligeance de me communiquer le résultat suivant : Pour qu'un espace ordonné E (c'est-à-dire un ensemble ordonné E muni de la topologie déduite de la relation d'ordre) soit connexe, il faut et il suffit que l'ensemble ordonné E vérifie les deux conditions suivantes : 1° tout sous-ensemble borné supérieurement et non vide de E admet une borne supérieure; 2° entre deux points distincts de E il y en a au moins un troisième.

(9) Un ensemble A est séparable, s'il existe un sous-ensemble dénombrable dense dans A.

(10) La compacité a été souvent prise comme une partie de propriétés caractéristiques des arcs simples d'un espace distancié. Voir par exemple M. Hausdorff, *op. cit.*, p. 219-222.

cas très particulier des espaces distanciés, la caractérisation ci-dessus nous paraît encore nouvelle.

III. Dans un espace accessible, nous appellerons *rayon topologique* tout ensemble homéomorphe à une demi-droite euclidienne (comprenant le point initial). Nous dirons qu'un ensemble E est *monotone-connexe relatif à un point* a_0, si E est connexe et contient un point a_0 qui vérifie les deux conditions suivantes : 1° *Le sous-ensemble* $E-(a_0)$ *n'est pas vide. Pour tout point* $x \neq a_0$ *de* E, $E-(x)$ *cesse d'être connexe.* 2° *Quels que soient deux sous-ensembles connexes* B_0, C_0 *de* E, *qui contiennent* a_0, *l'une des inclusions* $B_0 \subset C_0$ *ou* $C_0 \subset B_0$ *a nécessairement lieu.*

Les trois théorèmes suivants sont respectivement analogues aux théorèmes 1, 2, 3 :

THÉORÈME 4. — *Soit* E *un espace accessible, monotone-connexe relatif à un point* a_0 *et localement connexe.* E *peut être considéré comme un ensemble ordonné de manière que les trois conditions suivantes soient vérifiées :* 1° a_0 *est le premier élément de cet ensemble ordonné qui n'a pas de dernier élément.* 2° *Aucune coupure ne donne de saut ni de lacune.* 3° *Les ensembles* $E(\prec c)$, $c\,(\neq a_0)$ *étant un point quelconque de* E, *forment une famille de voisinages du point* a_0, *équivalente à l'ancienne. Pour tout point* $x \neq a_0$ *de* E, *les ensembles* $E(\succ b).E(\prec c)$ *tels que* $b \prec x \prec c$ *forment une famille de voisinages du point* x, *équivalente à l'ancienne.*

THÉORÈME 5. — *Étant donné un ensemble ordonné* E *possédant les deux propriétés* 1°, 2° *du théorème* 4, *si l'on associe à chaque point de* E *la famille de voisinages suivant la condition* 3° *du théorème* 4, E *devient un espace complètement normal* (⁷), *qui est monotone-connexe relatif au point* a_0 *et localement connexe.*

THÉORÈME 6. — *Pour qu'un ensemble d'un espace accessible soit un rayon topologique, il faut et il suffit qu'il soit séparable, monotone-connexe relatif à un point et localement connexe.*

ASTRONOMIE. — *Recherches sur la libration physique de la Lune d'après quarante clichés obtenus par P. Puiseux.* Note de Mme EDMÉE CHANDON, présentée par M. Ernest Esclangon.

En adoptant les notations de Tisserand, la libration physique de la Lune en longitude se présente sous la forme [1]

$$(I)\qquad \eta = Q\sin(mt\sqrt{3\gamma}+F) + 115'',1\,\gamma\sin g - 11'',15\,\frac{\gamma}{0.001865-\gamma}\sin g'.$$

[1] *Traité de Mécanique céleste*, 2, 1891, p. 454.

g et g' sont respectivement les anomalies moyennes de la Lune et du Soleil; $\gamma = (B - A)/C$, A, B, C désignant les moments d'inertie principaux relatifs au centre de gravité de la Lune; Q et F sont deux constantes arbitraires à déterminer par l'expérience. Le terme qui les contient exprime que la Lune se balance et oscille comme un pendule simple; la durée des oscillations est $2\pi/m\sqrt{3\gamma} = 1$ mois sidéral$/\sqrt{3\gamma}$.

Quand on donne à γ la valeur 281.10^{-7} que lui assigne la théorie dans l'hypothèse de l'homogénéité ([2]), cette durée est de 8,15 ans ([3]), et les coefficients de $\sin g$ et de $\sin g'$ sont de quelques secondes d'arc.

Ce sont précisément les résultats auxquels je suis parvenue, après étude de clichés lunaires obtenus par P. Puiseux, de 1894, à 1909 à l'Observatoire de Paris.

Jusqu'ici les séries d'observations visuelles, *trop courtes pour embrasser la période de 8 ans*, ont donné pour le coefficient du terme en $\sin g'$ et partant pour γ, des valeurs variées, toujours supérieures à celles que la théorie fait prévoir. De sa série de clichés lunaires, Puiseux a conclu des valeurs beaucoup plus grandes encore; en présence de résultats aussi divergents, il m'a paru utile de reprendre cette dernière étude, d'autant plus qu'elle comporte des mesures très précises, réparties sur 14 ans et demi.

En vérifiant, dans le Mémoire de Puiseux ([4]), les formules de changement de coordonnées, on remarque que, dans la deuxième formule du groupe (3), page 8, le second membre doit être changé de signe ([5]). Cette correction effectuée, on déduit, pour les librations optiques et expérimentales, des nombres différant sensiblement de ceux qu'avait obtenus l'auteur.

Le tableau ci-après donne, en regard des dates d'observation, les écarts : libration expérimentale, ou *Observée* — libration optique, ou *Calculée*.

Les $O - C$, plus grands que $3'$ en valeur absolue, ont été placés entre crochets. Afin d'élucider ces anomalies, j'ai repris sur les clichés correspondants les mesures relatives à quelques-uns des cirques choisis, et retrouvé les coordonnées de Puiseux, à $0'',2$ près, sans écart systématique. Ayant remarqué toutefois que ces cirques sont, en général, situés dans le voisinage du terminateur, circonstance assurément nuisible à une bonne définition du centre du cirque, j'ai fait choix d'un groupe de cinq objets, appartenant à la région centrale et au Catalogue de Saunder, faciles à identifier, et j'ai mesuré leurs coordonnées. Mais, comme il manque quelques clichés dans la collection que possède l'Observatoire, ce travail de révision n'a pu être accompli sur les clichés nos 8, 26, 27 et 36.

([2]) *Ibid.*, p. 475.

([3]) Cette remarque n'est pas formulée dans le Traité de Tisserand.

([4]) *Annales de l'Observatoire de Paris. Mémoires*, 32, 1925, p. 1.

([5]) Depuis lors, j'ai appris que M. Banachievicz avait également signalé le fait à M. B. Baillaud, directeur de l'Observatoire de Paris.

Numéro d'ordre et date du cliché.	O — C en longitude.	O — C en latitude.
1. 1894. Déc. 10...	1′,9	−0′,5
2. 1895. Mars 4...	−2,6	−2,1
3. Mars 5...	0,0	1,3
4. Sept. 9...	[−3,9]	[−4,3]
	−1,5	−0,4
5. 1896. Févr. 23...	1,0	1,2
6. Sept. 29...	−1,4	1,2
7. 1897. Avril 11...	−1,9	[−3,1]
8. 1898. Janv. 28...	[4,5]	0,7
9. Mars 30...	−1,2	−1,5
10. Avril 28...	0,4	−0,5
11. Sept. 2...	[7,6]	[3,9]
	[3,9]	−0,9
12. 1899. Févr. 16...	0,8	0,7
13. Mars 16...	2,8	1,1
14. Sept. 22...	[8,8]	2,3
	1,4	0,0
15. Nov. 14...	1,9	−0,2
16. 1900. Févr. 8...	1,1	0,3
17. Août 13...	0,7	−0,1
18. Sept. 13...	−0,1	−0,9
19. Oct. 12...	[6,1]	0,6
	2,6	1,1
20. 1901. Avril 25...	2′,6	−0′,1
21. Août 3...	1,7	0,6
22. 1902. Avril 13...	1,7	−0,3
23. Avril 17...	−0,9	−0,4
24. Août 27...	−0,7	0,8
25. Oct. 23...	−1,3	−1,4
26. 1903. Avril 3...	[−4,9]	0,1
27. Avril 5...	[−7,1]	[−3,7]
28. Sept. 12...	−0,2	−2,8
29. 1904. Févr. 23...	−1,2	−0,7
30. Avril 20...	−0,6	0,0
31. Sept. 3...	−0,3	−0,3
32. 1905. Avril 15...	[−6,5]	0,5
	−0,7	−2,0
33. Oct. 20...	−0,6	−0,1
34. 1906. Oct. 6...	1,1	−0,5
35. 1907. Mars 24...	1,9	0,0
36. 1908. Sept. 13...	[7,5]	−0,3
37. Sept. 14...	1,2	−0,5
38. 1909. Avril 27...	−0,2	−0,6
39. Avril 30...	1,5	−0,5
40. Mai 29...	0,8	−0,8

Les valeurs moyennes fournies pour les librations expérimentales par l'ensemble des cinq objets, et relatives aux clichés n°s 4, 11, 14, 19 et 32, ont donné de nouvelles différences $O - C$, inscrites au-dessous des nombres entre crochets, et adoptées dans la discussion.

En ne conservant que les résidus inférieurs à 3′, il en reste 35 en longitude et 38 en latitude. La moyenne algébrique de ces derniers est petite : −0′,24; la somme de leurs carrés est 33. Aucune des représentations en fonction de divers éléments lunaires que j'ai essayées, n'a permis d'améliorer cette somme. Ce résultat est conforme à la théorie, qui ne fait pas prévoir de libration physique sensible en latitude.

Il n'en est pas de même pour la libration physique en longitude : les résidus se succèdent, à quelques exceptions près, par groupes alternativement positifs et négatifs, ce qui indique une oscillation de période assez longue. Ayant porté les dates en abscisses, les résidus en ordonnées, j'ai fait passer au mieux, à travers les points ainsi obtenus, une courbe dont

l'allure sinusoïdale ne paraît pas douteuse; elle coupe l'axe des temps aux époques 1898,3, 1902,2, 1906,2. La différence de 8 ans environ entre les dates extrêmes suggère l'idée qu'on se trouve en présence de la période du terme de libration arbitraire, *dans l'hypothèse de l'homogénéité.*

La méthode des moindres carrés, appliquée à l'ensemble des 35 équations analogues à l'équation (I), et mises sous la forme

$$\text{(II)} \qquad \eta = Q \sin F \cos\rho + Q \cos F \sin\rho + u \sin g + v \sin g',$$

où le premier membre est remplacé successivement par les 35 résidus en longitude, et où ρ augmente de 360° en 8,15 ans, a fourni les nombres suivants :

$$Q \sin F = 1',45, \qquad Q \cos F = 0',45, \qquad u = -0',3, \qquad v = 0',1.$$

La somme des carrés des 35 résidus du tableau est 70. Après introduction des valeurs précédentes dans le second membre de (II), la somme des carrés des nouveaux résidus se réduit à 40. Il y a donc un gain très appréciable.

La représentation de ces nouveaux résidus, en fonction de divers éléments lunaires, n'a donné aucune autre amélioration, ce qui permettrait de conclure que les observations de Puiseux paraissent confirmer la théorie de la libration physique de la Lune *dans l'hypothèse de l'homogénéité : libration* forcée *négligeable* et *libration* arbitraire ayant pour constantes

$$Q = 1',5, \qquad F = 72°,6.$$

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Méthodes d'enregistrement statistique des perturbations électromagnétiques.* Note de M. **Fernand Carbenay**, présentée par M. Camille Gutton.

Les méthodes couramment appliquées à l'enregistrement statistique des perturbations électromagnétiques sont basées sur l'accumulation des perturbations pendant une durée caractérisée par une constante de temps τ.

La méthode du condensateur consiste à redresser le courant de sortie du récepteur de perturbations et à charger, à travers une grande résistance R, un condensateur de capacité $\mathcal{C}$ par la différence de potentiel u proportionnelle au courant redressé.

En posant $\alpha = 1/\mathcal{C}R$, la différence de potentiel v aux bornes du condensateur est, avec un diélectrique parfait,

$$v = \alpha e^{-\alpha t} \int e^{\alpha t} u \, dt + P e^{-\alpha t}.$$

La seconde méthode est fondée sur la mesure de la vitesse de succession des perturbations dépassant un certain seuil. Le radiocinémographe est une illustration de ce procédé.

En désignant par n le nombre d'impulsions par unité de temps actionnant le relais, k le rapport de la vitesse y' de descente de la plume (en l'absence d'impulsions) à l'ordonnée y de la courbe, celle-ci est de la forme

$$y = a e^{-kt}\int e^{kt} n\, dt + \mathrm{P}\, e^{-kt}.$$

Une troisième méthode consisterait à appliquer la différence de potentiel u aux bornes d'une self-inductance $\mathcal{L}$ de volume suffisant. L'adjonction d'une réaction obtenue par tube électronique permettrait d'obtenir une constante de temps τ de valeur convenable.

La fonction

$$\Phi(t) = e^{-\alpha t}\int e^{\alpha t} f(t)\, dt \qquad \left(\alpha = \frac{1}{\tau}\right)$$

joue donc un rôle fondamental dans l'étude des perturbations.

La structure des perturbations est étudiée avec une constante de temps aussi petite que possible par rapport à la durée de la perturbation la plus brève.

En supposant que $f(t)$ admet n dérivées successives,

$$\Phi(t) = \frac{1}{\alpha} f(t) - \frac{1}{\alpha^2} f'(t) + \ldots - \frac{1}{(-\alpha)^n} f^{(n-1)}(t) + \frac{e^{-\alpha t}}{(-\alpha)^n}\int e^{\alpha t} f^{(n)}(t)\, dt.$$

Si la constante de temps τ tend vers zéro, $\Phi(t)$ tend vers zéro, mais $\alpha\Phi(t)$ (méthode du condensateur) tend vers $f(t)$. La limite est d'ailleurs valable quelle que soit $f(t)$.

Les enregistrements statistiques sont effectués avec une constante de temps suffisamment grande, non seulement par rapport à la durée de la plus longue des perturbations, mais aussi par rapport à l'intervalle moyen séparant celles-ci.

Sans faire d'hypothèse sur $f(t)$,

$$\Phi(t) = \int f(t)\, dt - \alpha \iint f(t)\, dt^2 + \ldots + (-\alpha)^m e^{-\alpha t}\int e^{\alpha t}\, dt \int^{(m)} \cdots \int f(t)\, dt^m.$$

Si la constante de temps augmente indéfiniment, $\Phi(t)$ tend vers $\int f(t)\, dt$.

Méthode d'enregistrement statistique à constantes de temps multiples. —

Nous nous sommes proposé de réaliser des enregistreurs statistiques de phénomènes représentés par une fonction $f(t)$, à l'aide d'appareils électromagnétiques ou électrométriques tels que l'équation différentielle du mouvement de l'équipage mobile admette l'intégrale particulière

$$\Phi(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \int e^{\frac{t}{\tau}} f(t)\, dt,$$

et des intégrales du mouvement libre comprenant, en plus du terme $\mathrm{P}e^{rt}$, un ou plusieurs termes $\mathrm{M}e^{st}$ caractérisant la forme des perturbations; $-r$ est l'inverse d'une grande constante de temps τ (constante de temps principale), et $-s$ est l'inverse d'une petite constante de temps τ_s (constante de temps secondaire).

L'équipage mobile de l'enregistreur est soumis à un couple (ou à une force) actif $\mathrm{F}(t)$

$$\mathrm{B}_n \frac{d^n\theta}{dt^n} + \mathrm{B}_{n-1} \frac{d^{n-1}\theta}{dt^{n-1}} + \ldots + \mathrm{B}_1 \frac{d\theta}{dt} + \mathrm{B}_0\theta = \mathrm{F}(t),$$

en déterminant $\mathrm{F}(t)$ pour que cette équation du mouvement admette comme intégrale particulière

$$\theta = \Phi(t).$$

Il faut et il suffit que $\mathrm{F}(t)$ soit une certaine somme de termes en $\Phi(t)$, $f(t)$ et ses dérivées successives jusqu'à l'ordre $(n-1)$:

$$\begin{aligned}
\mathrm{F}(t) = & \;[\;\mathrm{B}_n(-\alpha)^n + \mathrm{B}_{n-1}(-\alpha)^{n-1} \ldots - \mathrm{B}_3\alpha^3 + \mathrm{B}_2\alpha^2 - \mathrm{B}_1\alpha + \mathrm{B}_0]\Phi(t) \\
& + [\;\mathrm{B}_n(-\alpha)^{n-1} + \mathrm{B}_{n-1}(-\alpha)^{n-2} \ldots + \mathrm{B}_3\alpha^2 - \mathrm{B}_2\alpha + \mathrm{B}_1]f(t) \\
& + [\;\mathrm{B}_n(-\alpha)^{n-1} + \mathrm{B}_{n-1}(-\alpha)^{n-3} \ldots - \mathrm{B}_3\alpha + \mathrm{B}_2]f'(t) \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& + [-\mathrm{B}_n\alpha^3 + \mathrm{B}_{n-1}\alpha^2 - \mathrm{B}_{n-2}\alpha + \mathrm{B}_{n-3}]f^{(n-4)}(t) \\
& + [\;\mathrm{B}_n\alpha^2 - \mathrm{B}_{n-1}\alpha + \mathrm{B}_{n-2}]f^{(n-3)}(t) \\
& + [-\mathrm{B}_n\alpha + \mathrm{B}_{n-1}]f^{(n-2)}(t) \\
& + \;\mathrm{B}_n f^{(n-1)}(t).
\end{aligned}$$

Si, de plus, les paramètres de l'équipage mobile sont reliés à la constante de temps principale $\tau = 1/\alpha$ par une relation telle que $(-\alpha)$ soit racine de l'équation caractéristique, le coefficient de $\Phi(t)$ est nul et $\mathrm{F}(t)$ se réduit à une somme de termes proportionnels à $f(t)$ et à ses dérivées successives jusqu'à l'ordre $(n-1)$.

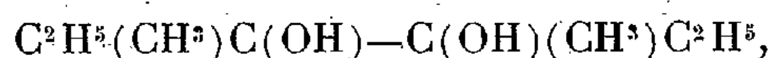
L'élimination de $\Phi(t)$ dans l'expression de $\mathrm{F}(t)$ permet de constituer

physiquement cette fonction par des dérivations successives à l'aide de mutuelles inductances, de résistances et de condensateurs associés à des tubes électroniques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Application à la série cyclique de la méthode de réduction d'un mélange de deux cétones.* Note de M. **Joseph Wiemann**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré [1] que la réduction d'un mélange de deux cétones R^1COR^2 et R^3COR^4 donne de préférence le glycol mixte $R^1R^2C(OH)—C(OH)R^3R^4$.

Cette méthode de synthèse a été appliquée à la série cyclique; ici les vitesses de réduction sont généralement fort différentes, les cyclanones se réduisant lentement par le sodium; mais j'ai toujours constaté que le glycol mixte est plus abondant que le pinacol provenant de la cétone se réduisant le plus lentement; par exemple, un mélange équimoléculaire de méthyl-éthyl-cétone et de cyclohexanone donne 14 parties de



$$C^2H^5(CH^3)C(OH)—C(OH)(CH^3)C^2H^5,$$

2 parties de $C^6H^{10}(OH)—C^6H^{10}(OH)$ et 6 parties du glycol mixte $C^2H^5(CH^3)C(OH)—C^6H^{10}(OH)$ environ.

La réduction de mélanges convenablement choisis m'a permis de reproduire aisément quelques pinacols cycliques obtenus habituellement par action des magnésiens sur les esters cyclanol (1)-carboxylique; ainsi la cyclohexanone et l'acétone donnent l'isopropylol (1)-cyclohexanol (1) $C^9H^{18}O^2$, $Éb_{14}$ 115°, F 83° (corrigé); le glycol obtenu par action de l'iodure de méthyl-magnésium sur l'ester méthylique de l'acide cyclohexanol (1)-carboxylique fond à 83° [2]. La cyclopentanone et l'acétone donnent l'isopropylol (1)-cyclopentanol $C^8H^{16}O^2$, $Éb_{12}$ 110°, F 65°; la synthèse habituelle donne le corps de constantes $Éb_{15}$ 105°-110°, F 62° [3].

Mais la méthode appliquée ici permet d'obtenir des glycols plus dissymétriques, qui ne pouvaient être faits antérieurement; ainsi la méthyl-éthyl-cétone et la cyclohexanone donnent le glycol $C^{10}H^{20}O^2$ ou ⬡>COH — COH(CH³)C²H⁵, $Éb_{12}$ 130°, F 56°; fraîchement distillé,

(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 764.
(2) Tarbouriech, *Comptes rendus*, **149**, 1909, p. 605.
(3) Meerwein, Unkel, *Liebig's Annalen*, 376, 1910, p. 158.

il reste assez facilement en surfusion et a alors les constantes $n_D^{15} = 1,492$, $D_4^{15} = 1,014$, d'où R M = 49,22 pour R M théorique = 49,23.

On sait que ces glycols, par déshydratation acide, peuvent conduire par extension de cycle à une cétone ayant un carbone de plus dans le cycle; comme celle-ci, par ma méthode, peut donner un glycol analogue, il semble exister là un moyen d'obtention des cétones cycliques à nombre élevé de carbones dans le cycle; malheureusement, le rendement en pinacol mixte n'est que de l'ordre de 5 à 10 % pour un mélange équimoléculaire des cétones de départ; cependant la cétone cyclique se retrouve dans la proportion de 80 %, il y a formation de 10 % d'alcool cyclique seulement; comme ce dernier, par oxydation, redonne la cétone de départ, on voit que plusieurs opérations fourniront un rendement convenable.

J'ai appliqué aussi cette réduction par le sodium à des mélanges contenant du camphre, ce qui m'a donné des pinacols mixtes avec un rendement supérieur à celui obtenu en série cyclanique. Voici les constantes des corps obtenus :

Camphre et acétone $C^{10}H^{16}(OH)C(OH)(CH^3)^2$ ou $C^{13}H^{24}O^2$; Éb$_{19}$ 156°; n_D^9 1,507; D_4^9 1,0477, d'où RM. 60,21 pour RM$_{théorique}$ 60,88.

Camphre et diéthylcétone $C^{10}H^{16}(OH)C(OH)(C^2H^5)^2$ ou $C^{15}H^{28}O^2$; Éb$_{10}$ 163°; n_D^{19} 1,5012; D_4^{19} 1,023, d'où RM. 69,2 pour RM$_{théorique}$ 70,1;

ce glycol cristallise à froid et fond mal de 14° à 17°. Pour ces derniers composés nous nous trouvons sans doute en présence de mélanges stéréo-isomères; une étude plus approfondie est en cours.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Augmentation de cycle dans la série des cyclohexanes substitués. Influence de la substitution méthylée en ortho et en méta sur le sens de la rupture du cycle.* Note [1] de Mlle **Bianca Tchoubar**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Nous avons montré [2] que la méthode la plus générale permettant de réaliser une augmentation de cycle dans la série du méthylène-cyclohexane

---

(1) Séance du 9 juin 1941.

(2) B. Tchoubar, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 195.

consiste à recourir à la désamination nitreuse des aminoalcools répondant à la formule $>C(OH)CH^2NH^2$, ces derniers pouvant très aisément être obtenus par une réduction catalytique ménagée des cyanhydrines de cyclanones. On sait, en effet, que la désamination nitreuse de ces aminoalcools comporte le passage par une structure intermédiaire dont l'isomérisation en cétone implique la rupture du cycle carboné avec passage au cycle supérieur.

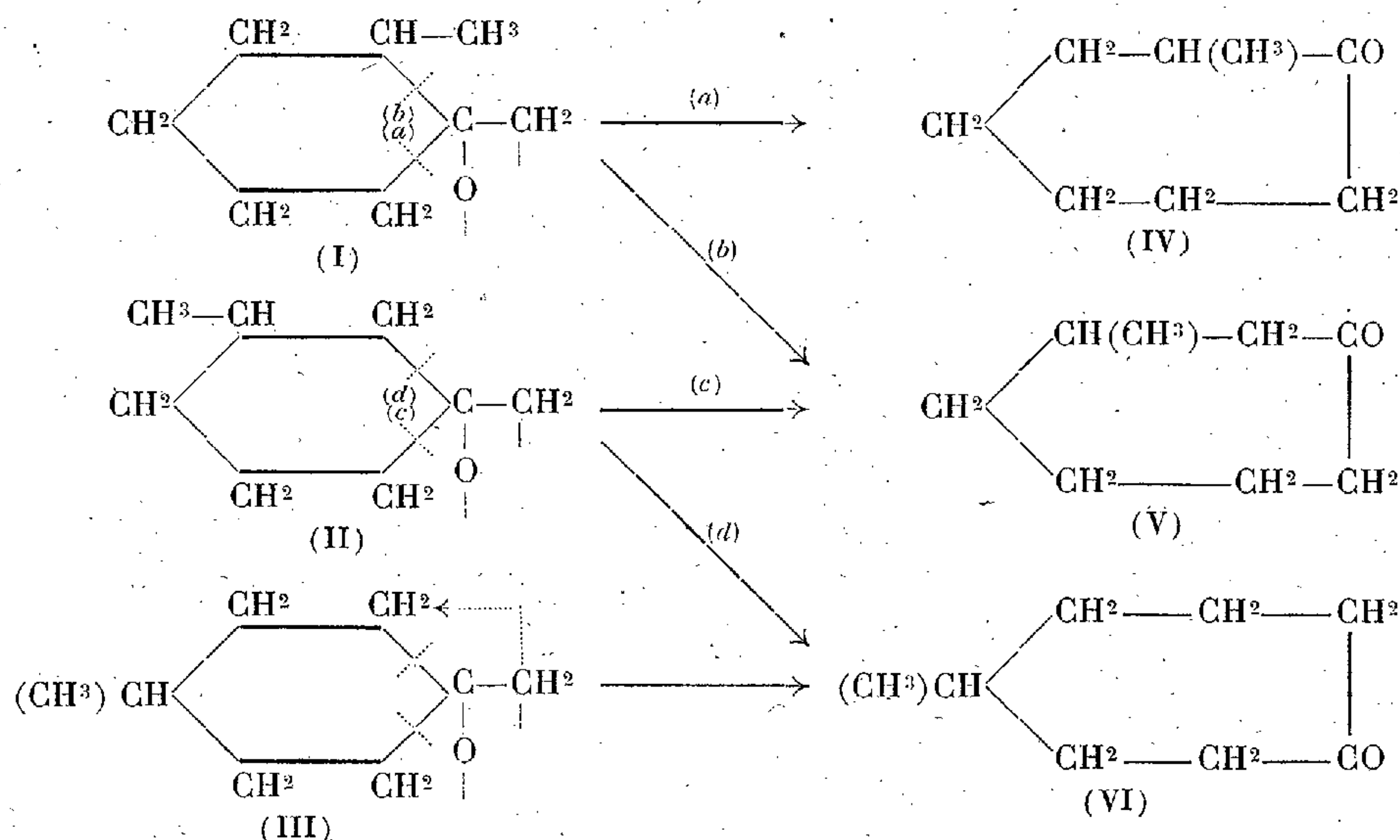
Dans les deux cas les plus simples précédemment étudiés par nous, cette réaction avait permis de réaliser le passage des cycles en C^5 et en C^6 aux cycles en C^6 et en C^7 sans avoir à se préoccuper du sens dans lequel s'était produite la rupture du cycle carboné, puisque ces cycles ne comportaient pas de substitution impliquant une influence dissymétrique. Il y avait donc lieu d'étudier la même réaction en partant des aminoalcools dérivés des homologues du méthylène cyclohexane, dans lesquels un radical tel qu'un méthyle se trouvait substitué dans chacune des trois positions ortho, méta et para.

En ce qui concerne cette dernière position qui est symétrique, il était certain qu'elle ne pouvait conduire qu'à une seule cyclanone, la méthylcycloheptanone-1.4 (VI).

Quant aux deux autres positions, il est évident que, si la rupture du cycle s'effectuait pour chacune d'elles dans les deux sens possibles, on pouvait prévoir la formation de deux cétones, les méthylcycloheptanones-1.2 et 1.3 (IV et V) pour le dérivé ortho et les isomères 1.3 et 1.4 (V) et (VI) pour le dérivé méta. On pouvait même prévoir que, dans ce dernier cas, dont l'influence dissymétrique paraît faible, les deux cétones se formeraient en quantités à peu près égales, alors que, dans le cas du dérivé méthylé en ortho, dont la dissymétrie est très marquée, la rupture du cycle aurait lieu surtout au voisinage du carbone substitué par le méthyle.

L'expérience a entièrement confirmé nos prévisions et, par surcroît, elle nous a permis de réaliser en partie l'identification des produits obtenus par nous. La désamination nitreuse de l'aminométhyl-1 méthyl-3 cyclohexanol-1 [forme intermédiaire (II)] nous a en effet fourni deux méthylcycloheptanones, dont l'une, 1.4 (VI), est identique à celle obtenue par désamination du dérivé para alors que l'autre, 1.3 (V), se montre identique à celle formée en quantité prépondérante dans la désamination du dérivé ortho (I). Quant à la méthylcycloheptanone-1.2 (IV), qui ne se forme qu'en très petites quantités au cours de cette dernière réaction, nous

l'avons identifiée avec le produit résultant de la méthylation directe de la cycloheptanone.



1° *Dérivé ortho, méthyl-1 aminométhyl-2 cyclohexanol-2.* — Cet aminoalcool (F 50°, $Éb_{15}$ 104-105°) a été obtenu par hydrogénation ménagée de la cyanhydrine de l'orthométhylcyclohexanone ($Éb_{15-16}$ 126°; n_D^{16} 1,467). Sa désamination nitreuse fournit la métaméthylcycloheptanone (V) (semicarbazone F 185°) accompagnée d'une faible quantité de l'ortho (IV). On sépare ces deux cétones par cristallisation fractionnée de leurs semicarbazones dans l'alcool. La semicarbazone (F 132°) de la cétone ortho (IV) a été identifiée avec celle que l'on obtient en méthylant la cycloheptanone d'après Godchot ([3]). L'autre semicarbazone (F 185°) a été identifiée avec l'une de celles que l'on a obtenues dans la désamination ci-après du dérivé méta.

2° *Dérivé méta, méthyl-1 aminométhyl-3 cyclohexanol-3.* — L'hydrogénation catalytique de la cyanhydrine de la méta-méthylcyclohexanone ($Éb_{18}$ 131-132°; n_D^{16} 1,461) fournit cet aminoalcool (F 50°, $Éb_{18}$ 112-113°) qu'on soumet à la désamination nitreuse. On obtient un mélange de cétones qu'on sépare par cristallisation de leurs semicarbazones : l'une (V)

([3]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 794. Le point de fusion obtenu par nous concorde avec celui donné par Wallach (F 129-131°), ce qui montre que la cétone de Godchot (semicarbazone F 117-118°) était probablement impure.

(F 185°) est identique à celle de la métaméthylcycloheptanone obtenue dans le précédent alinéa; l'autre (VI) (F 157-158°) a été identifiée avec celle de la paraméthylcycloheptanone provenant de la réaction décrite ci-après.

3° *Dérivé para, méthyl-1 aminométhyl-4 cyclohexanol-4.* — Cet amino-alcool (III) ($Éb_{30}$ 128°) résulte de l'hydrogénation catalytique de la cyanhydrine de la paraméthylcyclohexanone ($Éb_{18}$ 136°; n_D^{18} 1,46). Sa désamination nitreuse fournit un produit unique, la paraméthylcycloheptanone (VI), dont la semicarbazone fond à 157-158°.

GÉOLOGIE. — *Indices d'une ligne de* Schaarung *en Champagne.* Note de M. **Paul Jodot**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Après avoir reconnu en Champagne les particularités des ondulations au sud de l'anticlinal de Gamaches ([1]), j'examinerai la tectonique de la région comprise au nord de cet axe, entre les synclinaux de la Vesle et de l'Aisne, dédoublés du synclinal de la Somme à partir de Soissons. On n'y a jamais signalé, leur relief étant peu apparent, deux rides anticlinales secondaires et sans doute un dôme isolé. Ces plissements ne commencent à se dessiner, modestement il est vrai, que dans le Crétacé; car, en limite de la Champagne crayeuse, les amorces de ces ondulations ne se manifestent pas de façon évidente dans le Tertiaire du Soissonnais oriental; à moins que, par hypothèse, il ne faille considérer comme des indices d'anticlinaux la forme des plateaux étroits et allongés en crêtes, parmi lesquels se rangeraient : la crête du Chemin-des-Dames au nord de l'Aisne; au sud de cette rivière, le long plateau de Blanzy-les-Fismes à Cauroy-les-Hermonville, ou celui de Romain à Saint-Thierry, accolé au précédent dès son origine.

Directement au nord de l'anticlinal de Gamaches se trouvent les ondulations suivantes :

1° Tout d'abord, le synclinal de la Vesle ([2]) emprunte la vallée de cette rivière depuis la fosse de Soissons. La craie à *Belemnitella*, de part et d'autre de la rivière, à Châlons-sur-Vesle et à Muizon, ne dépasse pas 85^m d'altitude au point bas du synclinal. Après Reims, l'axe quitte la

(1) Paul Jodot, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 865.
(2) Georges Corroy, *Thèse*, 1925, p. 321, pl. XI.

vallée marécageuse à Thuizy pour se diriger par Saint-Hilaire-le-Grand vers Massiges etc.

2° Une première ride peu accentuée, nommée anticlinal secondaire de Nogent-l'Abbesse, n'est guère sensible avant Saint-Thierry. Au nord-est de ce village, le Campanien monte vers 109^m, tandis que, plus au Nord, il atteint 105^m à Thil ou au bois de Chauffour et 90^m à Villers-Franqueux. Après avoir traversé le canal de l'Aisne aux Cavaliers-de-Courcy, l'anticlinal porte au Linguet, le banc à *Echinocorys vulgaris* var. *striata* à la cote 130^m (la même couche s'abaisse à Reims dans le synclinal à 110^m). Ensuite le pli coupe le Mont-de-Berru couronné de meulières de Brie; il fait remonter la craie campanienne vers 210^m à Nogent-l'Abbesse; enfin, par la craie à *Actinocamax quadratus*, qui surmonte à Nauroy la cote 140^m jusqu'à Moronvilliers, où elle s'élève au-dessus de 160^m d'altitude, l'axe atteint le Mont-Haut (257^m), coiffé d'un banc de meulières sannoisiennes ([3]) en position anticlinale ([4]).

3° Une seconde ride anticlinale, plus atténuée que la première, manifeste timidement sa présence à Cauroy-les-Hermonville où le contact de la craie blanche avec le Thanétien ne semble pas dépasser 95^m d'altitude, c'est-à-dire à peine 5^m plus haut qu'à Villers-Franqueux. De là, il est plausible que l'ondulation gagne la butte de Brimont, avant de s'acheminer vers le haut-fond de Bazancourt ([5]), dans la vallée de la Suippe.

4° Entre Brimont et la vallée de l'Aisne, plusieurs lambeaux de Thanétien, assis sur le Campanien, forment des buttes isolées : Mont-Spin, buttes 91 et 108; parmi lesquelles le Mont-Spin pourrait représenter un petit dôme.

5° On arrive au synclinal de l'Aisne qui continue le synclinal de la Somme. Il suit la vallée depuis Soissons par Vailly, Concevreux, Neufchatel; ensuite il paraît s'infléchir légèrement vers le Nord-Est en direction de Rethel.

6° Au nord de la rivière d'Aisne, on sera peut-être amené à considérer la butte thanétienne de Prouvais, reposant sur la craie campanienne, comme un dôme ayant la possibilité de s'allonger vers l'Occident jusqu'au village de Juvincourt-et-Damery, établi sur un haut-fond crayeux ([5]), entre les marécages du ruisseau de la Miette.

([3]) JULES LAURENT et PAUL LEMOINE, *Bull. Soc. Géol. France*, (4), 1912, p. 633.

([4]) PAUL JODOT, *C. R. somm. Soc. Géol. France*, 31 mars 1941, p. 34-35.

([5]) PAUL JODOT *Carte des sols .... Région de Soissons-Laon-Reims*, 1/80000e, *G. C. T. A.*, 19 janvier 1919.

L'allure régulière et le faible relief des petites ondulations précédentes s'opposent aux brusques rebroussements en V des anticlinaux beaucoup plus importants, échelonnés au sud de Reims. Tandis que ces rebroussements jalonnent un axe transversal perpendiculaire ([1]) connu de Sézanne à Germaine, par les buttes de Chalmont et de Toulon-la-Montagne, le point 255 près de Villers-aux-Bois et la ferme Batreau au sud d'Avenay, rien, dans la tectonique au nord de Reims, ne porte à croire que cet axe se continue au delà de la Vesle; dans ces conditions, l'ultime manifestation tectonique de ce pli orthogonal doit vraissemblablement se confondre dans la ville de Reims avec les failles subméridiennes de Dieu-Lumière, puisque ces dernières sont situées dans le prolongement de la ligne axée; d'autant plus que ces failles, comblées de grève crayeuse, de matières terreuses et de sables tertiaires, peuvent fort bien être contemporaines des plissements posthumes.

D'un autre côté, rappelons que la forme du golfe de l'assise thanétienne à *Pholadomya Konincki*, ainsi que l'incurvation vers le nord-nord-ouest de la crête des anomalies régionales magnétiques en relation avec la *Géologie profonde* ([6]) laissent supposer l'existence probable d'un accident tectonique dans la région nord-ouest de Reims : cet accident ne correspondrait-il pas à la ligne axée des points hauts campaniens, formée par les buttes-témoins du Mont-de-Berru, de la butte de Brimont et du Mont-Spin ? La conjonction de ce dernier axe perpendiculaire avec l'axe des rebroussements, également orthogonal, de Sézanne à Germaine prolongé jusqu'aux failles de Reims, déterminerait ainsi une ligne de *Schaarung*.

GÉOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur la sédimentation phosphatée en milieu marin*. Note de M. **André Rivière**, présentée par M. Lucien Cayeux.

La putréfaction des matières organiques en milieu marin aérobie finit par libérer le phosphore organique sous forme de phosphate d'ammoniaque, et l'on a pu vérifier que celui-ci, dans certaines conditions, précipite, sous forme de biphosphate de Ca et de phosphate ammoniaco-magnésien, une partie importante du calcium et du magnésium en solution, en même temps que se déposent des carbonates ([1]). La précipitation ne se

---

([6]) Paul Jodot, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 921.

([1]) Murray and Irvine, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 17, 1891, p. 104.

produit qu'avec des solutions assez concentrées, et j'ai pu vérifier (avec une solution moléculaire de phosphate d'ammoniaque) qu'elle s'accompagne d'un abaissement du pH allant jusque vers 6 (par libération des acides liés à Ca et Mg). Au début de la réaction, le précipité est riche en Mg (6^{mg} Mg pour 2^{mg} Ca dans une analyse), par suite de la formation du phosphate ammoniaco-magnésien en cristaux reconnaissables au microscope. D'expériences en cours, il semble résulter que ce dernier sel a tendance à donner, en présence de CO^3Ca, des phospho-carbonates, en équilibre avec des bi- et monophosphates dissous, dont la proportion dépend du pH; la précipitation est presque complète pour une alcalinité normale (pH 8 environ) de l'eau de mer (il ne reste alors que quelques grammes de P^2O^5 par mètre cube dans le liquide). J'ai d'ailleurs montré (²) que la solubilité du phosphate tricalcique est également sous la dépendance du pH (donc de la quantité de CO^2 en solution) et se fait surtout sous forme de phosphate bicalcique, qui apparaît ainsi comme la forme mobile par excellence du phosphore d'origine minérale ou organique, et les problèmes de la sédimentation phosphatée sont de ce fait liés aux équilibres de ce sel en milieu marin. J'ai entrepris de les étudier dans les conditions ordinaires de température et de pression :

1° De l'eau de mer (réserve alcaline 2,6; pH 7,7; $t=15°$) fut agitée pendant plusieurs heures avec un excès de phosphate bicalcique, puis filtrée : *a.* passant à 3,6, la réserve alcaline s'accrut de 1 valence-gramme, le pH s'abaissant à 7,4; *b.* primitivement négligeable (moins de 100^{mg} par mètre cube), la quantité de P^2O^5 en solution était passée à 93^g, soit 1,3 mol-g d'acide phosphorique par mètre cube. La discussion de ces résultats montre la substitution du phosphate bicalcique à une grande partie des bicarbonates de l'eau de mer, ceux-ci se fixant (peut-être à l'état de phospho-carbonates?) sur le PO^4HCa en excès, tandis que l'acide carbonique, mis en liberté par la dissociation des bicarbonates, provoque l'abaissement du pH. A l'état normal, les eaux marines sont donc loin d'être saturées en phosphate dicalcique, et aucune précipitation de ce sel ne peut se faire à moins d'une concentration d'origine biologique ou physicochimique correspondant à plus de mille fois les teneurs habituelles de l'eau de mer.

2° L'expérience précédente fut poursuivie en milieu acidifié par barbotage de CO^2 (normalement dégagé dans la nature par la putréfaction des

(²) A. RIVIÈRE, *C. R. somm. Soc. Géol. France*, séance du 19 mai 1941.

matières organiques). Au bout d'une dizaine d'heures, le pH s'était abaissé vers 5,8 ($t = 15°,5$), la réserve alcaline s'élevant à 8,4 et la teneur en phosphate à 375^g de P^2O^5, soit 5,2 mol-g par mètre cube. La teneur en phosphates de la solution s'est donc considérablement accrue, et la discussion des résultats numériques indique la présence d'une certaine proportion de monophosphates. L'abaissement du pH au voisinage de certains fonds ou dans l'eau d'imprégnation des sédiments, conséquence normale de l'activité biologique qui s'y exerce, augmente donc la solubilité des phosphates, ne permettant leur dépôt qu'à des concentrations très élevées.

3° Une partie de la solution ainsi enrichie fut filtrée et soumise à un barbotage prolongé d'air privé de CO^2, de manière à chasser le gaz carbonique dissous. Il se fit un abondant précipité, constitué par un mélange de biphosphate de Ca et Mg (3,4 Ca pour 1,9 Mg) et d'une très petite quantité de carbonate (probablement à l'état de phosphocarbonate). Le filtrat avait un pH de 7,2 ($t = 15°$), une réserve alcaline de 3,8 (1,9 mol-g de sels de cathions bivalents) et une teneur en P^2O^5 de 192^g, soit 2,7 mol-g d'acide phosphorique par mètre cube. Dans une autre expérience, la teneur en P^2O^5 descendit jusque vers 135^g par mètre cube avec un pH voisin de 7,15. La remontée du pH dans les solutions surphosphatées qui peuvent se constituer au voisinage des fonds peut donc entraîner une abondante précipitation de biphosphates, susceptibles de se transformer ultérieurement, au cours de la diagénèse, en phosphate tricalcique.

4° Une autre fraction de la solution (2) fut, après filtration, laissée en contact avec un excès de CO^3Ca précipité. En vase clos, on observa d'abord une élévation de la réserve alcaline, passant dans une expérience à 11,6 (par enrichissement de la solution en bicarbonate de Ca) et un relèvement du pH jusque vers 6,2 ($t = 13°$), sans variation sensible de la quantité d'acide phosphorique. Le gaz carbonique fut alors éliminé par barbotage d'air privé de CO^2. Après filtration, la solution présentait un pH de 7,32 ($t = 13°$), une réserve alcaline de 2,8 et une teneur en P^2O^5 de 111^g par mètre cube (1,5 mol-g de PO^4H^3) qui, exprimée en biphosphate de chaux, correspond précisément (aux erreurs d'expérience près) à la réserve alcaline, celle-ci ne comportant plus ni bicarbonates, ni phosphate monocalcique. La discussion des résultats montre que la solution a perdu 1,2 mol-g de $(CO^3H)^2Ca$ et 3,7 mol-g de PO^4HCa, précipités et fixés sur le carbonate de chaux en excès, sans doute à l'état de phosphocarbonate tricalcique dont ce sont à peu près les proportions moléculaires (dahllite). Il est probable que, dans ces réactions, une faible proportion

du magnésium de l'eau de mer peut accompagner le calcium, mais je n'ai pu encore le préciser. La migration des solutions surphosphatées précédemment étudiées au contact de sédiments carbonatés préexistants amènera donc leur phosphatisation par enrichissement en phosphate tricalcique, sous la seule réserve d'une remontée du pH que l'assimilation chlorophyllienne des algues ou la simple agitation suffisent à provoquer. Le phénomène pouvant se produire à des concentrations plus faibles que la précipitation directe a probablement été beaucoup plus fréquent.

Les résultats exposés ici ne sont strictement valables que dans les conditions de température et de pression de chaque expérience et les valeurs numériques données sont susceptibles d'une certaine variation sans que change l'aspect qualitatif des phénomènes. Thermodynamiquement, les variations de pression semblent avoir peu d'influence, tandis que l'élévation de la température, en diminuant la solubilité du gaz carbonique, favorise les phénomènes de précipitation.

HYDROLOGIE. — *Les pentes du Niger entre Tondifarma et Diré.* Note [1] de M. **Vladimir Frolow**.

Entre le seuil de Tondifarma et Diré, le cours du Niger est caractérisé par l'épandage général de la crue à travers un lacis de marigots; par l'existence des lacs périphériques [Horo, Fati, et autres de moindre importance dont le régime hydraulique a été décrit ailleurs [2]] et par la réunion de deux bras principaux, l'Issa Ber et le Bara Issa, vers le quart aval du parcours considéré.

L'étude de la pente superficielle du fleuve est faite en utilisant les observations d'échelles ayant fonctionné en 1937 et 1938, qui sont : Tondifarma amont, Tondifarma aval, Tonka (dérivation du lac Horo), Tindirma (dérivation du lac Fati) et Diré. On décrira rapidement la marche de la pente entre les stations consécutives.

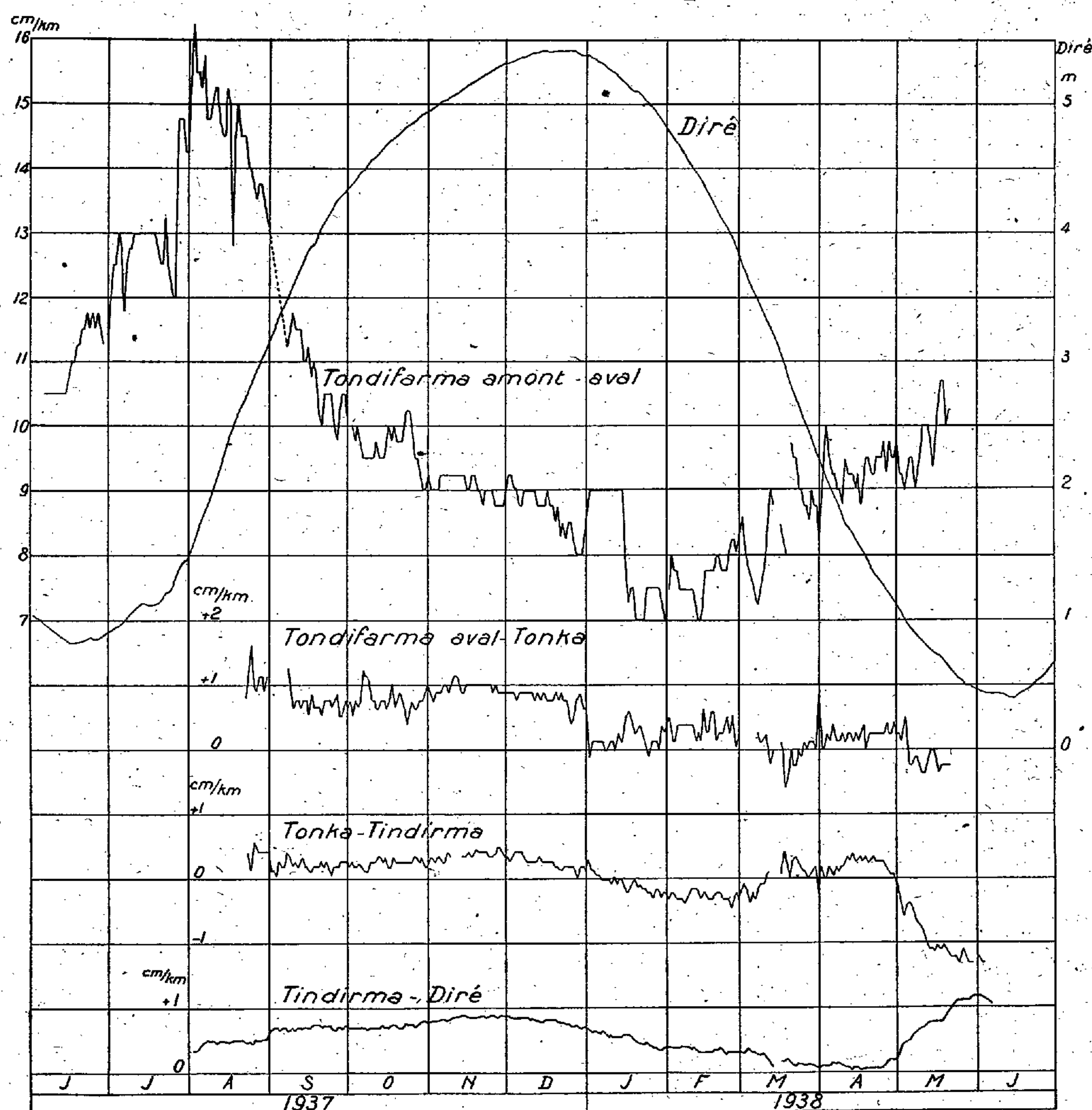
Tondifarma amont-Tondifarma aval. — Ici la pente varie à l'inverse de la crue. Sa valeur en étiage (16 cm/km) est exceptionnellement forte pour le Niger en aval du lac Débo, et elle atteint son *minimum* (7 cm/km) au début de la décrue. Le seuil de Tondifarma est donc progressivement noyé

---

(1) Séance du 9 juin 1941.

(2) *Bulletin de l'Association des Géographes français*, 1940, p. 32.

par suite de la montée des eaux plus rapide en aval qu'en amont. Le graphique montre que la pente baisse au début de la crue quatre fois plus vite qu'après. Or, au début de la crue, l'action régularisant le niveau des



lacs périphériques est peu sensible, et l'on voit qu'il se produit un engorgement du lit même du fleuve. Après cette première montée la pente baisse moins vite, car les eaux trouvent des sorties dans l'inondation et vers les grands lacs. La pente se stabilise en novembre-décembre. Une nouvelle diminution de la pente en janvier est attribuable au maintien du niveau

aval par les eaux reversées par les lacs Horo et Fati. Leur action, à cette époque, serait de réduire la pente sur le seuil de Tondifarma de près de 2 cm/km, soit de près d'un quart.

Tondifarma aval-Tonka. — La pente en aval de Tondifarma est, en règle générale, inférieure à 1 cm/km. En amont de Tonka la marche normale d'augmentation de la pente avec la crue est influencée par l'existence des lacs périphériques. Au début de la crue, en août, la pente augmente de 2,5 fois par suite du remplissage rapide de ces lacs. Elle se stabilise ensuite autour de 0,7 cm/km (septembre-octobre). Elle remonte encore jusqu'à 1 cm/km en novembre, les lacs n'absorbant alors qu'un faible débit, mais, dès que ceux-ci commencent à restituer l'eau au fleuve (fin décembre), la pente diminue et se *renverse* certains jours. Le flot, venant du lac Horo surtout, maintient alors le niveau à Tonka à une cote supérieure à celle qui correspond au débit venant de Tondifarma. A la fin des observations (fin mai) la pente devient franchement négative. Cela ne peut être dû aux lacs périphériques, car le débit du Horo est alors faible et le Fati est coupé du Niger. On doit donc admettre qu'il s'agit de l'action du Bara Issa que l'on ne saurait préciser.

Tonka-Tindirma. — L'allure de la pente est semblable à la précédente jusqu'au moment où la cote 279,80 est atteinte par la décrue à Tonka. Il se produit alors une augmentation de la pente considérable. A ce moment ceci ne peut être dû qu'au maintien du niveau à Tonka par le flot venant du Horo, tandis que le débit venant du Fati à Tindirma est beaucoup plus faible. A la fin de la décrue la pente est renversée et va vers Tonka, de même qu'elle se renverse dans l'intervalle précédent. L'amplitude de la variation est ici plus du double du graghique précédent, ce qui est en faveur de son attribution à l'action du Bara Issa.

Tindirma-Diré. — L'allure générale de la pente du début août à fin avril est normale : la pente augmente avec la crue, elle baisse avec la décrue. Cependant, en mai et au début de juin, il y a une très forte augmentation de la pente, due à une baisse moins rapide à Tindirma. L'effet est ici en sens contraire de ce que l'on a constaté pour les deux graphiques précédents; il confirme l'hypothèse de Bara Issa qui rejoint le Niger à mi-distance entre Tindirma et Diré.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur une méthode de fractionnement du constituant organique des vases.* Note de MM. **Jacques Bourcart** et **Pierre Péreau.**

La vase des rivières et des estuaires avait été, le plus souvent jusqu'ici, considérée comme une argile; M. L. Cayeux avait pourtant déjà montré que les minéraux de l'argile n'y sont qu'accidentels. L'étude de nombreuses vases de la côte atlantique française, du Portugal et de Guinée ([1]) a montré que celles-ci sont toujours constituées :

1° par une fraction minérable (sable et poudre), de nature minéralogique très variée;
2° par une fraction organique provenant essentiellement de la transformation des débris végétaux venant de la mer (algues), ou du fleuve.

A l'exception d'Ehrenberg et de Pestel ([2]), qui avaient étudié les W*atten* de la Mer du Nord, le rôle capital de ce liant organique, qui atteint de 10 % à 30 % de la matière sèche, avait été passé sous silence.

Nous avons cherché à préciser la nature de cette matière organique par des *fractionnements* successifs. Après de nombreux essais, la méthode adoptée a été à peu près celle que Sven Odèn ([3]) a employée pour l'étude des tourbes, et O. Schreiner et E. C. Shorey ([4]) pour l'étude des sols cultivables :

1° La vase, préalablement dispersée dans un grand volume d'eau distillée pour la débarrasser des sels solubles, est traitée par l'eau bouillante pendant 2 heures (fraction A). Le filtrat, concentré, laisse déposer à froid, une poudre blanche (fraction Ap, cellodextrine?); il reste dans le liquide, de couleur jaune, des sels organiques de fer (fraction As).

2° Le résidu sur filtre est alors traité à l'ébullition pendant 2 heures par un grand excès de lessive de soude à 2 %. Le filtrat (fraction B, matière noire de Grandeau) est alors exactement neutralisé par HCl. Un précipité noir, visqueux, se forme alors (fraction Bp, *acides humiques*

([1]) Jacques Bourcart, *Comptes rendus*, **207**, 1939, p. 758; **208**, 1939, p. 542; **212**, 1941, p. 448; Claude Francis-Boeuf, *Rev. géo. phys. géol. dyn.*, **12**, n° 3, pp. 399-403, Paris, 1938.

([2]) K. Andrée, *Geologie des Meeresboden*, **11**, p. 104, Leipzig, 1920.

([3]) *Die Hüminsäure* (*Kolloidchem. Beih.*, **11**, 1919, p. 75).

([4]) *Chemical nature of soil organic matter*, *U. S. Dep. Agr.*, *Bur. of soils. Bull.*, **74**, p. 47. Washington, D. C. 1910.

insolubles dans l'alcool, *acides hymatomélaniques* (Sv. Odèn) solubles, cires); le liquide chlorhydrique reste brun rougeâtre (fraction Bs). Si on l'alcalinise à nouveau par l'ammoniaque, il se précipite une *gelée* (fraction Bs1, acides pectiques?), et il reste dans la liqueur les *fulvo-acides* de Sv. Odèn (fraction Bs2).

Le résidu de ces fractionnements (C) contient : 1° le squelette minéral de la vase; 2° de rares fibres de cellulose (éliminables par la liqueur de Schweitzer) ou de lignine, restées inaltérées dans le milieu originel, une substance brun noirâtre, en sphérules, qui est de l'humine. La proportion de matière organique subsistant dans ce reste peut être déterminée par combustion dans le mélange sulfo-chromique.

Les résultats numériques obtenus jusqu'ici sont les suivants :

	Pourcentage.					
Appellation.	Ap.	As.	Bp.	Bs.	C (reste).	T (*).
Vase d'estuaires.						
Aulne à Trégarvan	4,3	2,7	1,2	0,7	91	8,9
Ile Tudy	2,8	0,7	0,8	0,1	95,3	4,4
Orne à Caen	0,1	0,8	1,5	2,9	95	5,2
Vase d'eau douce.						
Canal de l'Ourcq à Sevran.	1,3	2,9	1,7	2,0	92	5,9
Lac du Bois de Boulogne. Partie sup.	0,7	2	1,9	0,3	95	4,9
» moy.	0,28	0,23	1	2	93,4	3,51
» inf.	0,1	0,2	0,3	0,5	98	1,1

(*) Total des fractions extraites.

Ce fractionnement permet de reconnaître :

1° Que la matière organique constituant les vases est formée des mêmes constituants que les chercheurs modernes ont isolés des tourbes ou des sols humifères ([5]);

2° Que la proportion des différentes fractions semble très variable pour les différentes vases. A ce point de vue les échantillons du lac du Bois de Boulogne, qui représentent 60 ans de dépôt de vase sans apport sableux (hauteur moyenne du dépôt 50^{cm}), sont particulièrement intéressants; la proportion des différents constituants organiques diminue en effet normalement de la surface au fond, à l'exception des fulvo-acides (fraction Bs) qui semblent s'accumuler dans la partie moyenne et de l'humine qui

([5]) K. MAIWALD, *Organische Bestandteile des Bodens* (*Handbuch der Bodenlehre*, VII, p. 113-204, Berlin, 1931).

augmente à la base (évolution de l'humus vers un produit plus riche en carbone).

Dans la vase intacte, il semble que les produits acides du fractionnement (fulvo-acides, acides humiques et hymatomélaniques) soient presque toujours combinés avec du fer que l'on peut toujours déceler dans les suspensions colloïdales, stabilisées par l'ammoniaque et filtrées. En tout état de cause, ces produits sont toujours à l'état combiné, la réaction de la vase étant toujours franchement alcaline. A cette exception près, nos recherches font ressortir la profonde analogie qui existe entre les vases, les tourbes et les sols humifères.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le complexe pecto-cellulosique de la membrane végétale.* Note de M. **André Dauphiné**, présentée par M. Marin Molliard.

Il est généralement admis que la pectose constitue la lamelle moyenne de la membrane des végétaux et qu'elle existe à l'état de mélange intermicellaire dans le feuillet cellulosique de la membrane primaire.

J'ai fait connaître précédemment les raisons qui permettent de considérer que la jeune membrane est, dans toute son épaisseur, constituée par un mélange intime de pectose et de cellulose, et que ce n'est que progressivement que s'individualise une lamelle moyenne dans laquelle la pectose prédomine de plus en plus (1). Je me propose ici d'apporter quelques précisions nouvelles sur les rapports des deux substances qui constituent le complexe pecto-cellulosique.

Les observations ont été principalement faites sur des coupes transversales de tiges adultes d'Ortie (*Urtica dioica*). Ce matériel permet de comparer avec les membranes pecto-cellulosiques du parenchyme et du collenchyme la masse de cellulose qui constitue l'épaississement des fibres. Traités par l'acide iodhydrique fumant iodé, ces différents éléments présentent dans toutes les parties de leur membrane la couleur bleue caractéristique de la cellulose, avec une teinte plus pâle dans la région moyenne des épaississements angulaires du collenchyme. De même, les solutions diluées de rouge de ruthénium colorent dans leur ensemble les membranes

(1) A. Dauphiné, *Rev. gén. de Bot.*, 51, 1939, p. 100.

du parenchyme et du collenchyme, mettant seulement en évidence, par une teinte plus foncée, la prédominance de la pectose dans la partie moyenne de l'épaississement du collenchyme. Pour les membranes du parenchyme, ce n'est guère qu'au voisinage des méats qu'il est possible de déceler la lamelle moyenne. En ce qui concerne les fibres cellulosiques, on peut distinguer : d'une part, la membrane primaire qui se comporte comme les membranes du parenchyme, d'autre part, la masse cellulosique d'apposition secondaire qui se colore d'une manière faible et diffuse.

En présence de la difficulté de réaliser des doubles colorations de la pectose et de la cellulose, et de l'irrégularité des résultats qu'elles peuvent donner, j'ai eu recours à l'action combinée du rouge de ruthénium et du dissolvant classique de la cellulose, la liqueur cupro-ammoniacale de Schweitzer, après avoir constaté que la présence de ce dernier réactif ne nuit en rien à l'action élective du rouge de ruthénium, qui, d'autre part, ne donne aucune coloration aux membranes suffisamment appauvries en pectose (2).

Les coupes colorées au préalable par le rouge de ruthénium sont soumises à l'action de la liqueur de Schweitzer. En suivant attentivement cette action sous le microscope, on peut constater que le gonflement de la cellulose qui précède sa dissolution est en raison inverse de la quantité de pectose, décelée par la coloration plus ou moins intense due au rouge de ruthénium. Ce gonflement est presque nul pendant un certain temps pour les membranes de parenchyme. Il est impossible à localiser dans la partie interne des épaississements du collenchyme, et ce n'est qu'après une heure de séjour dans une solution cupro-ammoniacale concentrée que les faces internes des parois présentent un gonflement appréciable corrélatif à une atténuation de la teinte rose.

Pour les fibres, la membrane primaire se comporte d'une manière identique à l'ensemble de la membrane du parenchyme; l'épaississement secondaire, au contraire, est rapidement et considérablement gonflé et ne tarde pas à être plus ou moins dissous. On voit la teinte rose diffuse faire place à une coloration bleu verdâtre due à l'imprégnation de la cellulose par la liqueur de Schweitzer; à ce moment, le gonflement des couches cellulosiques d'apposition permet de constater entre certaines d'entre elles de minces lignes nettement colorées en rouge; ces lignes s'observent sur des coupes traitées ou non par l'hypochlorite de soude; elles ne s'observent

(2) A. Dauphiné, *Rev. de Cytologie et Cytophysiologie vég.*, 3, 1, 1938, p. 27.

pas, au contraire, sur des coupes dépectosées : elles correspondent donc à un dépôt de pectose. Il semble d'ailleurs que cette pectose soit mélangée à de la cellulose, car on la voit disparaître pendant la dissolution de la masse cellulosique.

La présence de lamelles pectiques intercalées entre des couches de cellulose a été signalée par Anderson (*Sitzgsber. Akad. Wiss. Wien, Math. Naturwiss.*, 1927) dans les épaississements de collenchyme; il l'a constatée négativement sur des matériaux dépectosés et en conclut que, comme dans la lamelle moyenne, la pectose y est localisée et non pas à l'état de mélange intermicellaire. Mais, de même que la pectose de la lamelle moyenne se trouve, au moins au début, intimement mélangée à la cellulose, il semble bien ici encore qu'elle constitue un matériel d'imprégnation de la masse cellulosique, celle-ci étant constituée par des couches de cellulose plus ou moins riches en pectose. En effet, comme dans les fibres, une action prolongée de la liqueur de Schweitzer ne libère pas de lamelles pectiques dans ces épaississements.

En résumé, il résulte de nombreuses observations contrôlées sur des matériaux variés, avec l'emploi comparé ou combiné des réactifs spécifiques de coloration et de dissolution de la pectose et de la cellulose, que la pectose n'apparaît pas dans la membrane à l'état de substance juxtaposée à la cellulose, mais qu'elle est toujours, au moins au début, intimement associée à cette dernière. C'est au cours de l'évolution des tissus que certaines parties de la membrane, telles que la lamelle moyenne et une grande partie des épaississements collenchymateux, s'enrichissent en pectose au point qu'elle les constitue à elle seule ou presque à elle seule.

Ces observations montrent également la différence qui existe entre les couches d'apposition secondaire des fibres et les membranes primaires dont les épaississements du collenchyme ne constituent qu'un cas particulier [3]. Ces dernières contiennent, en mélange intime avec la cellulose, une proportion de pectose telle que l'action du dissolvant se trouve retardée, et cela d'autant plus que la proportion de pectose est plus grande, tandis que les couches d'apposition secondaire sont formées de cellulose presque pure. Les membranes primaires, traitées pendant une heure par une solution de Schweitzer concentrée, présentent encore des traces appréciables de biréfringence et de coloration bleue par l'acide iodhydrique iodé, témoignant ainsi de la persistance de cellulose non dissoute. Cette résistance à la

(3) A. Dauphiné, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1064.

dissolution est bien due à la présence de la pectose, car ces mêmes membranes, privées au préalable de leur pectose, sont aussi rapidement gonflées et dissoutes par la liqueur cupro-ammoniacale que les épaississements des fibres.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la composition des gousses et des graines de* Soja *au cours du développement.* Note de Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, MM. **Arthur Brunel** et **Antonio Sosa**, présentée par M. Richard Fosse.

Nous avons étudié, sur le même matériel, l'évolution des glucides, des lipides, des protides et de quelques diastases au cours du développement du *Soja hispida* Mnch. à grains jaunes cultivé à Paris. Nous avons prélevé simultanément les fruits à divers stades (de I à IV) et analysé séparément les gousses et les graines, sauf au début où les graines sont trop petites pour être séparées (stade O).

Résumons d'abord les caractéristiques essentielles des deux organes, en ce qui concerne les proportions des divers constituants exprimées en grammes pour 100^{g} de substance sèche. Dans l'ensemble on observe pour les graines une accumulation des protides (4,4 à 5,1 d'azote protéique), des lipides (10,4 à 18,5) et des glucides solubles (5,3 à 9,2), pendant que les gousses suivent une évolution inverse. En outre les substances étudiées offrent dans le détail des caractères différents.

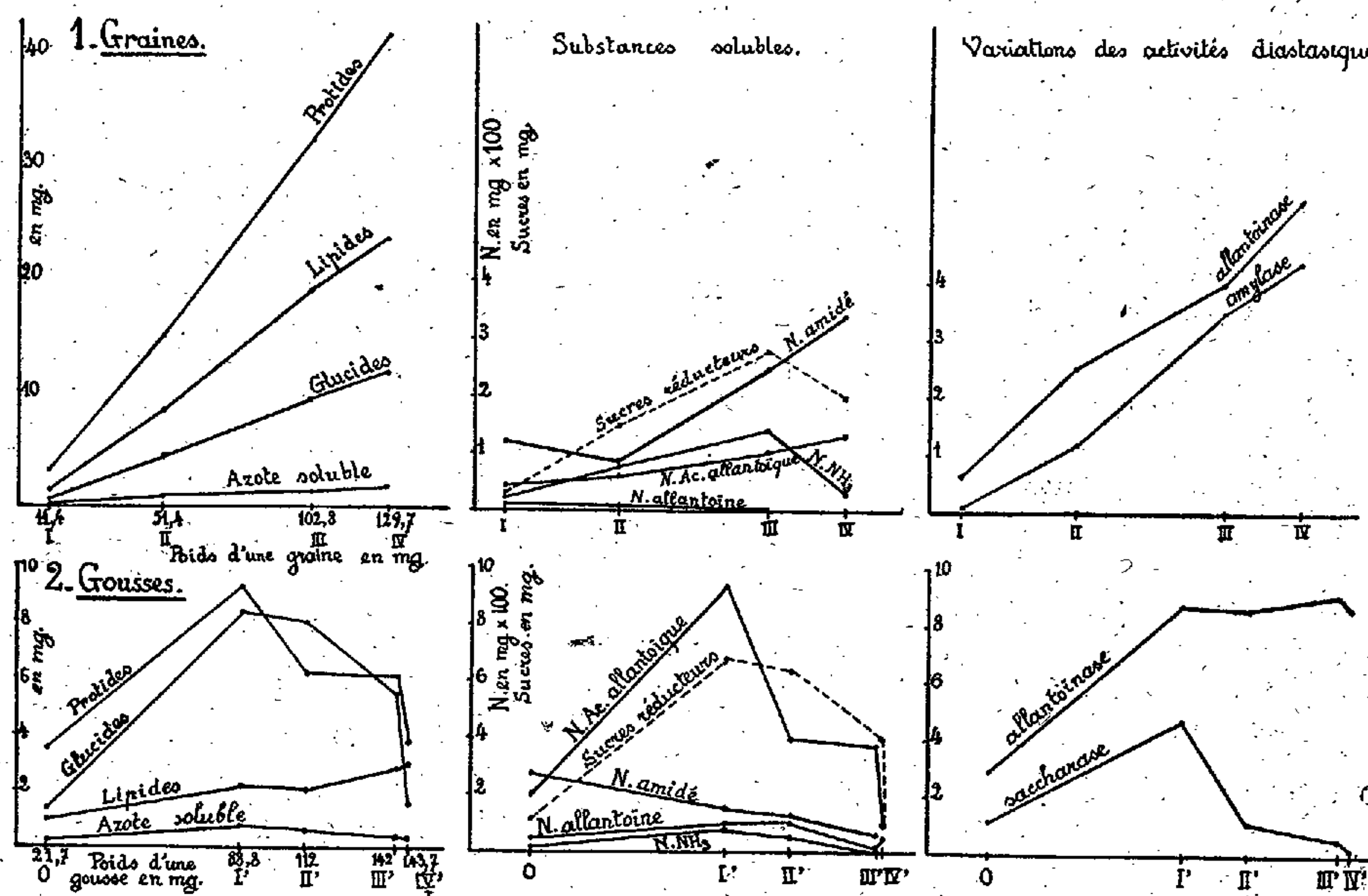
Glucides solubles. — Le sucre réducteur initial existe à tous les stades, mais il est quatre fois plus abondant au début dans les jeunes gousses que dans les graines; il diminue dans les deux organes au cours du développement. Le saccharose s'accumule dans les graines et le stachyose existe dès le début; ce dernier holoside est absent des gousses où le saccharose finit par disparaître.

L'acide ascorbique existe dans les jeunes graines (0,13 en I) au moment où l'on note des teneurs importantes de sucre réducteur libre; les gousses en renferment beaucoup moins (0,01 en I).

Lipides. — Le poids moléculaire moyen des acides gras passe de 262 à 291 dans la graine, et l'indice d'iode de l'extrait lipidique de 93 à 129; cet indice est nettement plus faible dans les gousses (64 à 89). La teneur en insaponifiable pour 100^{g} d'extrait éthéré y est plus élevée (de 14 à 19 au lieu de 5,5 à 1,6).

Substances azotées. — A aucun stade il n'existe de nitrates. Les deux organes s'appauvrissent en azote soluble au cours du développement, particulièrement en azote ammoniacal et en azote amidé. L'allantoïne disparaît dans les graines alors que sa teneur augmente dans les gousses où elle est quatre fois plus abondante au dernier stade; l'acide allantoïque décroît dès le début dans les premières, puis il reste constant; dans les secondes, il passe par un maximum en I, puis disparaît.

Diastases. — Les graines sont 33 fois plus pauvres en saccharase au début que les gousses où cette teneur diminue rapidement; elles sont



Remarques. — On note une fois de plus que l'activité des diastases n'est pas toujours en rapport avec la qualité et la quantité des matériaux sur lesquels elles sont susceptibles d'agir. Au cours du développement l'accumulation des protides est plus active au début que celle des glucides et des lipides. Le rapport *glucides solubles/lipides*, étant constant, ne donne aucun renseignement sur la lipogénèse, *in situ*, aux dépens des glucides. Dans les gousses, l'acide allantoïque subit les mêmes variations que les protides. L'allantoïne disparaît à la fin du développement de la graine, comme par ailleurs l'acide ascorbique. On sait en outre que ces substances réapparaissent au cours de la germination au moment où l'embryon se développe. Cette évolution parallèle semble correspondre d'une part à la construction des matières protéiques (allantoïne), d'autre part à l'intensité des oxydo-réductions (acide ascorbique) à des périodes où l'activité chimique de la matière vivante est portée à un très haut degré.

10 fois plus riches en glucosidase β et 15 fois plus riches en amylase (stade I), alors qu'il n'existe pas de quantités notables d'amidon. La teneur en maltase est faible. L'activité de l'uricase augmente dans les graines; pour les gousses on observe l'inverse. La richesse en allantoïnase est maximum

dans la jeune graine; on observe des variations de même ordre dans les gousses. L'activité de l'uréase des graines est très élevée, dans les gousses elle diminue rapidement. L'allantoïcase n'existe que dans les jeunes graines.

Rapportons les résultats à un organe caractérisé par son état de développement : nous traduisons cet état par le poids sec moyen d'une graine et d'une gousse aux stades correspondants. Entre les deux organes il y a une différence de marche dans le développement particulièrement nette entre les stades III et IV où l'accroissement de la graine se poursuit d'une façon notable (20 %), alors que celui de la gousse est très ralenti (1,2 %). La gousse, organe transitoire, se vide de ses réserves et meurt, alors que la graine accumule les matériaux ultérieurement utilisés par l'embryon. A ces devenirs différents correspondent des activités chimiques distinctes comme le soulignent la qualité des matériaux et l'ensemble de leur évolution traduite par les graphiques ci-contre.

La marche de l'accumulation des protides, des lipides et des glucides se traduit pour les graines par des fonctions rectilignes croissantes, tandis que pour les gousses les courbes passent par un maximum.

HÉMATOLOGIE. — *Nouvelle méthode pour la numération des globules rouges du sang.* Note [1] de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

D'après les techniques en usage, on effectue la numération des éléments figurés du sang en diluant ce liquide et en examinant au microscope la dilution sanguine.

Le volume dans lequel ces éléments se trouvaient répandus étant connu, ainsi que le taux de la dilution sanguine, on calcule le nombre des éléments dans l'unité de volume (1^{mm^3}) de sang pur.

La nouvelle méthode que nous proposons tire son origine des recherches sur la microsédimentation [2].

En soumettant à la centrifugation, dans des tubes capillaires, une suspension de sang, préparée avec un liquide isotonique au sérum sanguin, on constate que le volume des globules rouges se fixe, après un certain temps, à une valeur minimum et invariable. Ce fait d'observation courante

(1) Séance du 26 mai 1941.

(2) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 260 et 642; **212**, 1941, p. 238, 394 et 641.

et l'extrême malléabilité des globules rouges rendent très probable la supposition suivante : le dépôt de globules rouges séparés par centrifugation, dans les conditions indiquées, représente le volume réel de ces globules mêmes et rien d'autre. En d'autres termes : entre les globules rouges séparés par centrifugation, jusqu'au volume invariable, il ne reste aucun espace qui ne soit rempli par autre chose que du protoplasme globulaire.

Si cela est vrai et si, en même temps, on connaît le volume d'un globule (on peut admettre avec une erreur négligeable que tous les globules rouges ont le même volume à l'état normal), on a un moyen rapide pour déterminer le nombre des globules rouges dans un volume connu de sang.

Le volume d'un seul globule rouge ne peut être déterminé que d'une façon approximative avec ce qu'on connaît actuellement sur la forme et les dimensions de ces globules (disques arrondis plus minces dans leur partie centrale que sur les bords).

Pour les globules du Cobaye (diamètre 7,5 μ, épaisseur au milieu 2 μ, épaisseur sur les bords 2,5 μ), le volume globulaire approché est 94 μ^3.

En appliquant la méthode ci-dessus, on trouve, avec la valeur 94, un nombre de globules rouges toujours plus bas que celui issu d'une numération directe.

Si l'on divise le volume des globules rouges sédimentés par leur nombre déterminé directement, on trouve, pour le volume globulaire, une valeur de 85 μ^3.

Avec ce dernier chiffre le nombre des globules calculé devient beaucoup plus rapproché de celui trouvé par la numération directe.

En voici quelques exemples :

Nombre de globules rouges par millimètre cube de sang.

Calculé (vol. glob. 94 μ^3).	Trouvé par numération directe.	Calculé (vol. glob. 85 μ^3).
5 331 000	5 772 000	5 895 000
5 553 000	6 100 000	6 141 000
5 210 000	5 860 000	5 765 000

Il est évident qu'aucun doute ne subsisterait si le volume globulaire déduit par les deux voies était le même ou presque le même.

Où faut-il chercher l'explication de ce fait en apparence paradoxal ?

L'observation faite pour la première fois par von Limbeck, confirmée par la suite et judicieusement interprétée par H. J. Hamburger (³), à

(³) *Osmotischer druck und Ionenlehre*. Wiesbaden, 1902.

savoir qu'en présence du gaz carbonique l'eau pénètre à l'intérieur des globules rouges et que ce phénomène est réversible, est, à ce point de vue, très importante.

Il est fort probable que le gaz carbonique, s'échappant pendant la centrifugation, provoque une sortie d'eau des globules, et par conséquent amène une diminution dans leur volume.

Quoi qu'il en soit, l'expérience montre que les résultats obtenus dans la numération des globules rouges chez le Cobaye, en admettant pour le volume globulaire 85 μ^3, concordent avec ceux fournis par la numération directe.

La technique comporte les opérations suivantes : l'extraction du sang (il n'est pas nécessaire d'employer des anticoagulants si l'on continue sans retard les manipulations ultérieures), sa dilution en proportion de 1 % dans le liquide de Hayem (chlorure de sodium 10^g, sulfate de sodium 25^g, chlorure mercurique 2,5, eau distillée 1000^{cm^3}), et la centrifugation d'un volume déterminé de la suspension jusqu'au volume invariable du dépôt globulaire.

Avec des tubes aux bouts desquels sont soudés des capillaires, ayant une longueur d'environ 60^{mm} et un diamètre d'environ $0^{mm},45$ (celui-ci doit être soigneusement déterminé à l'aide du mercure), la quantité de suspension sanguine de 1^{cm^3} (10^{mm^3} sang) est suffisante. Ces tubes, ayant une longueur totale d'environ 140^{mm}, sont suspendus convenablement à la tête d'un centrifugeur à main.

Il faut mentionner que cette méthode ne permet pas la numération des leucocytes pour la simple raison que leurs dimensions sont très variables. Mais elle est susceptible de donner des indications précieuses, non seulement sur le volume de la masse des globules rouges, mais aussi sur celui des leucocytes qui forment une couche très distincte.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action sécrétrice de l'adrénaline sur l'estomac. Longue durée du temps de latence. Hypothèse sur le mécanisme de cette action.* Note de M. **Jean-Louis Parrot**, présentée par M. Maurice Javillier.

Au cours de recherches entreprises avec G. Ungar ([1]) sur la transformation diastasique de l'adrénaline *in vitro* en présence de fragments ou d'extraits d'estomac de Mammifères, nous avons caractérisé l'apparition dans le milieu d'une nouvelle substance par son action sur l'intestin isolé du Cobaye, par ses propriétés hypotensives chez le Chat, le Chien et le Lapin, et par son action stimulante sur la sécrétion gastrique du Chien et du Chat. La formation de cette substance est favorisée par divers sympathicolytiques ([1]); nous lui avons attribué les actions dites inverses de l'adrénaline. D'après Bacq et Heirman ([2]), cette substance serait distincte de celle qu'ils désignent sous le nom d'adrénoxine.

Nous nous sommes proposé aujourd'hui d'examiner s'il est possible de reconnaître, chez l'animal vivant, la présence de la même substance à la suite d'une injection d'adrénaline, et nous avons choisi comme test son action sécrétrice sur l'estomac de l'animal lui-même.

Classiquement, l'adrénaline ne possède qu'une action inhibitrice sur la sécrétion gastrique. Cependant quelques cliniciens ([3]), ([4]), étudiant l'acidité du suc gastrique après un repas d'épreuve, avaient observé une augmentation tardive de cette acidité sous l'influence de l'adrénaline. Inconstante pour certains ([5]), elle serait remplacée, d'après d'autres, par une inhibition ([6]). Quelques expérimentateurs, observant la sécrétion d'un *petit estomac* après un repas d'épreuve, avaient noté que l'adrénaline augmentait faiblement son volume ([3]), ([7]), ([8]); mais cette augmentation

---

([1]) G. Ungar et J.-L. Parrot, *C. R. Soc. Biol.*, **131**, 1939, p. 62 et 1165.
([2]) *Arch. intern. Physiol.*, **50**, 1940, pp. 152-168.
([3]) G. Yukawa, *Arch. für Verdauungskr.*, **14**, 1908, pp. 166-185.
([4]) M. Lœper et G. Verpy, *C. R. Soc. Biol.*, **80**, 1917, p. 703.
([5]) Fr. Bouché, *Inaug. Dissert.*, Freiburg, 1909, 1 vol., 41 pages.
([6]) Fr. Bœnheim, *Arch. für Verdauungskr.*, **26**, 1920, pp. 74-120.
([7]) G. W. Sirotinin, *Ztschr. für ges. exp. Mediz.*, **40**, 1924, pp. 90-97.
([8]) A. Bickel, *Ergebnisse der Physiol.*, **24**, 1924, pp. 228-280.

est très inconstante (⁹); Hess et Grundlach (¹⁰) observent même une action inhibitrice constante.

Une technique plus simple nous permet d'obtenir avec régularité une activation très notable de la sécrétion gastrique à la suite de l'injection de 25 à 50 γ de chlorhydrate d'adrénaline par kilo : sur le Chien à jeun depuis 24 heures, anesthésié au chloralose, l'estomac, largement ouvert, est vidé, lavé, puis recousu en deux plans; le pylore et l'œsophage sont liés; une canule est placée sur l'antre pylorique; les nerfs vagues sont intacts.

La sécrétion, de 0,1 à 0^{cm^3},5 en 5 minutes, avant l'injection d'adrénaline, commence à augmenter 40 minutes après celle-ci; 10 minutes après, cet accroissement atteint son maximum qui peut s'élever à 3^{cm^3} en 5 minutes; il dure une demi-heure en moyenne, 1 heure au maximum. La concentration en acide chlorhydrique total et libre, la quantité de substances azotées, l'activité peptique augmentent en même temps que le volume de la sécrétion; le suc, épais et muqueux, reste néanmoins relativement pauvre en acide et en pepsine. Sous l'influence de divers sympathicolytiques [yohimbine, ergotamine, diéthylamino-méthylbenzodioxan (883 F)], nous avons constaté un accroissement du volume de la sécrétion allant de 30 à 150 % par rapport à l'expérience témoin. L'atropine, injectée à raison de 0^{mg},25 par kilo, inhibe l'activation de la sécrétion gastrique.

Nous avons cherché si les deux principales substances biologiques capables d'activer la sécrétion gastrique, l'histamine et l'acétylcholine, pouvaient être mises en jeu par l'injection d'adrénaline. Mais la sécrétion déterminée par l'histamine est différente : le temps de latence est plus court, le suc est moins riche en substances azotées, la sécrétion n'est pas supprimée par l'atropine à la dose que nous avons utilisée; nous avons observé, il est vrai, une sécrétion primaire, inconstante, dont le maximum se place vers la 15ᵉ ou la 20ᵉ minute : peut-être témoigne-t-elle d'une libération d'histamine par l'adrénaline selon l'hypothèse de Ungar (¹¹). Quant au médiateur cholinergique, nous avons éliminé la possibilité de son intervention par voie réflexe en provoquant une sécrétion adrénalinique après section au cou des deux nerfs vagues.

(⁹) G. Suda, *Virchows Arch.*, 251, 1924, pp. 56-94.

(¹⁰) *Pflüger's Archiv.*, 185, 1920, pp. 122-136.

(¹¹) *Les substances histaminiques et la transmission chimique de l'influx nerveux. L'histaminergie normale et pathologique*, Paris, 1937, voir pp. 70-72.

Notre hypothèse semble donc vérifiée : cette nouvelle action de l'adrénaline dépendrait alors de la même transformation diastasique de cette hormone que ses effets dits inverses; elle fournirait l'exemple d'un tel effet qui ne revêt pas l'aspect d'un phénomène inhibiteur.

Les caractères de la sécrétion provoquée sont en somme les suivants : elle apparaît après un temps de latence assez long (40 minutes environ après l'injection d'adrénaline); riche en substances azotées, elle est relativement pauvre en acide et en diastase. Assez analogue à la sécrétion dite chimique, elle s'oppose à la sécrétion réflexe, qui est d'origine cholinergique. Elle prend place à côté des sécrétions salivaire et pancréatique que détermine l'adrénaline.

La séance est levée à 15h45m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice nécrologique sur M. FRÉDÉRIC SWARTS, par M. **MARCEL DELÉPINE.**

Nous venons d'apprendre bien tardivement la mort de **FRÉDÉRIC-JEAN-EDMOND SWARTS**, qui appartenait à notre Compagnie comme Correspondant pour la Section de Chimie depuis le 25 juin 1928. Né le 2 septembre 1866 à Ixelles (Belgique), il est décédé le 6 septembre 1940, à Gand, où sa carrière scientifique s'est déroulée entièrement. Après des études de sciences et de médecine, il était en effet devenu, dès 1885, préparateur chez son père, Théodore, qui enseignait la chimie à la Faculté des Sciences de Gand et il lui succéda en 1903 comme professeur; lors de sa retraite, il y a quelques années, il fut nommé professeur émérite et continua d'habiter Gand.

Swarts a consacré pour ainsi dire sa vie aux composés organiques fluorés et s'est acquis dans ce domaine une renommée universelle. On s'en était à peine occupé avant lui; c'est que leur préparation est effectivement beaucoup plus pénible que celle des composés halogénés correspondants. Pour prendre un exemple bien simple, s'il est aisé de faire agir le chlore, le brome, l'iode ou leurs hydracides sur des hydrocarbures saturés ou non ou sur des alcools, dans des vaisseaux de verre courants, il faut, le plus souvent, avec le fluor et l'acide fluorhydrique, des appareils de platine ou garnis de platine; ces difficultés avaient été un des facteurs de l'abandon relatif des préparations fluorées. Il s'y ajoute la nature des réactions

elles-mêmes : tantôt promptes et violentes, impossibles à maîtriser avec le fluor, tantôt paresseuses avec l'acide fluorhydrique, sans compter les dangers inhérents à la causticité exceptionnelle de ces agents.

Nous citons ces quelques faits parmi d'innombrables observations pour situer les difficultés d'aborder le problème de la production des composés fluorés. Il fallait donc s'y prendre autrement et c'est à cela que s'est ingénié si heureusement Swarts. On arrive aux composés fluorés en remplaçant les autres halogènes déjà introduits, par double décomposition avec des fluorures métalliques; le fluorure d'argent avait été déjà utilisé, mais il n'est pas sans inconvénient; il est déliquescent et difficile à déshydrater. Swarts le remplace par le fluorure mercureux ou le fluorure d'antimoine et prépare ainsi avantageusement les fluorures d'alcoyles, allant même jusqu'au fluorure de cétyle, l'acide fluoracétique, l'alcool monofluoré, l'éther fluorallyléthylique etc. Le fluorure d'antimoine, à condition d'opérer avec un peu de brome, permet également une grande variété de substitutions dans des composés polyhalogénés comme le bromure d'éthylène, l'acide trichloracétique etc., et même sans brome, dans des composés aromatiques substitués latéralement. La fluoration sur le noyau aromatique se fait par l'intermédiaire des diazoïques. Swarts apporta des précisions sur toutes ces réactions.

Ayant obtenu de nombreux composés fluorés, Swarts en a dégagé les propriétés dominantes : la grande affinité du carbone pour le fluor fait que les composés fluorés sont indifférents à certaines hydrolyses et se comportent comme les corps complètement hydrogénés correspondants; on peut attaquer certaines parties de la molécule en respectant la région fluorée (exemple toluène trifluoré $C^6H^5.CF^3$ pour ainsi dire inattaquable, hydrogénable sans défluoration, ou trifluorotoluidine, $NH^2.C^6H^4.CF^3$ transformable en acide trifluoracétique), tandis que, dans d'autres cas, c'est l'affinité du fluor pour l'hydrogène qui entre en jeu.

Parmi les corps préparés il en est un, du début des travaux de Swarts (1895), l'acide fluoro-chloro-bromacétique $FClBrC.CO^2H$, qui attira momentanément l'attention des organiciens. Sa neutralisation par la strychnine fournit deux sels distincts, manifestant ainsi l'asymétrie prévue. C'était le premier exemple d'un corps actif n'ayant que deux atomes de carbone. Théoriquement, par perte de CO^2, on aurait dû avoir le fluoro-chloro-bromo-méthane actif; le carbure fut inactif.

Nous ne pouvons citer, à beaucoup près, tous les travaux de Swarts. Mais nous devons ajouter qu'ayant créé de multiples représentants orga-

niques fluorés, il a tenu à en établir les caractéristiques physicochimiques. A cet égard, nous lui devons des déterminations de la constante d'ionisation des acides fluorés, comparée à celles des acides simples ou substitués par les autres halogènes, des essais sur les aptitudes réactionnelles des composés fluorés, leur thermochimie, leur réfractométrie, leurs températures d'ébullition. Chacun de ces domaines, avec des dizaines d'exemples, fut ainsi l'objet de réflexions que seul pouvait formuler celui qui les avait si brillamment explorés.

Swarts fut membre de l'Institut international de Chimie Solvay dès l'origine; lorsque Sir William Pope quitta la présidence qu'il avait assumée si longtemps, ce fut à Swarts que ses collègues la confièrent. Elle était en bonnes mains : aussi polyglotte que son prédécesseur, aussi érudit, d'une courtoisie aussi souriante, il dirigeait les débats avec autorité. C'est le dernier souvenir que nous ayons remporté de lui, lors du Conseil tenu à la fin de l'année 1937.

La disparition de Swarts, qui avait tant contribué à l'éclat de la science belge, laisse un grand vide; nous nous unissons à nos collègues de Belgique pour déplorer la perte de ce grand savant.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'opérateurs bilinéaires bornés de l'espace hilbertien.* Note [1] de M. **Gaston Julia.**

1. La représentation vectorielle des opérateurs linéaires bornés indiquée antérieurement [2] est susceptible d'extension à une classe d'opérateurs bilinéaires. Soient A_n, $(n=1, 2, \ldots, \infty)$, une suite d'*opérateurs* linéaires bornés et $X=\Sigma x_n e_n$ un vecteur arbitraire de l'espace hilbertien H rapporté au système orthonormal complet des (e_n). Supposons que la *série d'opérateurs* $\sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n$ *converge fortement pour tout* X *de* H. On va prouver que *sa somme est un opérateur bilinéaire borné de l'espace* H.

De façon précise, la convergence forte, pour $p=\infty$, de la suite d'opérateurs $\sum_{n=1}^{p} x_n A_n$ équivaut à la convergence forte de la suite de vec-

(1) Séance du 16 juin 1941.

(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 733-736.

teurs $\sum_{n=1}^{p} x_n A_n(Y)$ pour tout vecteur Y de H. L'hypothèse faite est donc celle de la *convergence forte de la série* $\sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n(Y)$, *pour tout* X *et tout* Y de H.

Il en résulte que, pour tout vecteur Z de H, on aura

$$\left[Z, \sum_n x_n A_n(Y)\right] = \sum_n x_n [Z, A_n(Y)],$$

la dernière série convergeant pour tout X de H. Par suite, la série

$$\sum_n |[Z, A_n(Y)]|^2$$

convergera pour tout Z et tout Y de H.

2. Considérons les sommes partielles

$$S_p(Z, Y) = \sum_{n=1}^{p} |(Z, A_n(Y))|^2.$$

Par hypothèse, elles convergent pour tout Z et tout Y de H. Chacune de ces sommes est une fonction continue de Z et de Y. Par un raisonnement analogue à celui d'Osgood en théorie des fonctions, on conclut à l'existence d'un domaine sphérique $\|Z - a\| \leqq r$, $\|Y - b\| \leqq r'$, dans lequel les S_p sont uniformément bornés : $S_p \leqq \alpha^2$ pour tout p. En posant $U = Z - a$ et $V = Y - b$, on voit sans peine que :

$$\frac{1}{4} S_p(U, V) \leqq S_p(Z, Y) + S_p(Z, b) + S_p(a, Y) + S_p(a, b) \leqq 4\alpha^2.$$

Donc

$$S_p(U, V) \leqq 16\alpha^2 \quad \text{dans} \quad \|U\| \leqq r, \quad \|V\| \leqq r'.$$

$S_p(U, V)$ étant homogène de degré 2 en U et V, il en résulte, pour tout p,

$$S_p(U, V) \leqq \frac{16\alpha^2}{r^2 r'^2} \quad \text{dans} \quad \|U\| \leqq 1, \quad \|V\| \leqq 1.$$

En définitive, on aura

$$\sum_{n=1}^{\infty} |(Z, A_n(Y))|^2 \leqq M^2 \quad \text{dans} \quad \|Z\| \leqq 1, \quad \|Y\| \leqq 1,$$

et par suite, quels que soient X et Y de H :

$$\sum_{n=1}^{\infty} |(X, A_n(Y))|^2 \leq M^2 . \| X \|^2 . \| Y \|^2.$$

3. Considérons les deux opérateurs linéaires de X

$$(a) \qquad A_y(X) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n . A_n(Y),$$

$$(b) \qquad B_y(X) = \sum_{n=1}^{\infty} e_n . (A_n(Y), X).$$

Ces deux opérateurs transforment la variable $X = \sum_n x_n e_n$, vecteur arbitraire de H, et ils dépendent du paramètre Y, qui est un vecteur arbitraire de H. Il est clair que $A_y(X)$ est linéaire en Y, et que $B_y(X)$ est linéaire en $\overline{Y}$, conjugué de Y.

La borne supérieure trouvée à la fin du n° 2 indique que $B_y(X)$ est un opérateur linéaire borné de X, dont la borne est $\leq M . \| Y \|$. Or, comme on l'a vu précédemment (¹), les opérateurs $A_y(X)$ et $B_y(X)$ sont *adjoints*. On a, pour tout T et tout X de H, $(T, A_y(X)) = (B_y(T), X)$. Il en résulte que $A_y(X)$ admet la même borne que $B_y(X)$ et que l'on a, pour tout X et pour tout Y de H,

$$\| A_y(X) \| \leq M . \| X \| . \| Y \|.$$

Ceci démontre que, sous l'hypothèse du n° 1, l'opérateur $\sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n$ est un opérateur borné, dont la borne est au plus égale à M, c'est-à-dire que, pour tout $X = \sum_n x_n e_n$ et pour tout Y de H, c'est un opérateur bilinéaire tel que $\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n(Y) \right\| \leq M . \| X \| . \| Y \|$. C. Q. F. D.

4. Un cas particulier très simple où la condition du n° 1 est remplie est celui où les bornes M_{A_n} des opérateurs A_n sont telles que $\sum_n M^2_{A_n}$ converge. L'opérateur $\sum_n x_n A_n$ est alors complètement continu et la convergence de la série $\sum_n x_n A_n$ est uniforme dans tout domaine borné $\| X \| \leq R$, $\| Y \| \leq R$.

En supposant simplement, comme au n° 1, la convergence forte de $\Sigma x_n A_n$ pour tout X, il apparaît que la fonction vectorielle $Z(X, X) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n A_n(X)$ est une fonction quadratique bornée de X définie dans tout H et satisfaisant à $\|Z(X, X)\| \leqq M . \|X\|^2$. Le procédé de définition du n° 1 pourrait être généralisé.

Il n'est pas inutile enfin de remarquer qu'en désignant par $a_{kl}^{(n)}$ le terme général de la matrice de A_n dans le système (e_n), on aura

$$A_n(X, Y) = (X, A_n(Y)) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{kl}^{(n)} \overline{x}_k y_l,$$

et le théorème démontré au n° 2 se présente sous la forme suivante : *si la série* $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n(x, y)|^2$, *dont chaque terme est le carré du module d'une forme bornée bilinéaire en* X, Y, *converge pour tout* X *et tout* Y *de* H, *la série est bornée, c'est-à-dire telle que*

$$\sum_{n=1}^{\infty} |A_n(X, Y)|^2 \leqq M^2 . \|X\|^2 . \|Y\|^2.$$

Le théorème apparaît ainsi comme une généralisation, aux formes bilinéaires de l'espace hilbertien, du théorème démontré par Hellinger et Tœplitz pour les formes linéaires de cet espace. Des généralisations plus larges s'établiraient de la même manière.

5. Toutes ces propositions, ainsi que des propositions plus élémentaires, comme le théorème de Landau sur la condition nécessaire et suffisante pour que $\Sigma x_n y_n$ converge pour tout vecteur $Y = \Sigma y_n e_n$ de H; comme le théorème de Banach sur la convergence, pour tout X de H, de la suite (Z_n, X), lequel impose que les vecteurs Z_n soient uniformément bornés et convergent faiblement vers un vecteur Z; comme le théorème d'Hellinger-Tœplitz lui-même, lequel impose une borne supérieure $M^2 \|X\|^2$ à $\sum_n |(Z_n, X)|^2$ dès que cette série converge pour tout X de H; sont des conséquences du principe utilisé au n° 2 et employé déjà par Osgood en théorie des fonctions : *Si une suite de fonctions scalaires du vecteur* X *de* H, *continues ou semi-continues inférieurement en* X, *converge dans un certain domaine de* H, *il existe un domaine* $\|X - a\| \leqq r$, *intérieur au précédent, où tous les termes de cette suite sont uniformément bornés.*

PHYSIOLOGIE. — *Sur un cas remarquable de variation de toxicité du sang de Vipère.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Radu Vladesco**.

Au cours de recherches publiées en 1894 et dans les années suivantes, l'un de nous a montré, en collaboration avec C. Phisalix, que les substances toxiques, pourtant très différentes, secrétées par les glandes à venin du Crapaud, de la Salamandre, de la Vipère, de la Couleuvre et du cobra se retrouvent dans le sang et dans le sérum de ces animaux ([1]). Ce fut même là la première démonstration de l'existence de ces biocatalyseurs organiques dont on a repris plus tard l'étude sous le nom particulier d'hormones.

En opérant, par exemple, durant l'automne de 1893, avec des individus de l'espèce *Vipera aspis* L. capturés près de Rives-sur-Fure, dans le département de l'Isère, 2^{cm^3} de sang ou de sérum, injectés sous la peau de la cuisse ou dans le péritoine, suffisaient à produire chez un Cobaye du poids d'environ 500^g tous les phénomènes locaux et généraux, avec la mort en quelques heures, que l'on obtenait dans des conditions analogues avec une dose de quelques dixièmes de milligramme de venin sec ([2]).

Nous avons voulu savoir si la substance hyperglycémiante, l'hyperglycémine, que nous avons récemment découverte dans le venin de la Vipère ([3]) et d'autres Ophidiens ([4]), ne se retrouverait pas dans le sang, à côté des substances toxiques.

Nous étant procuré un lot d'une cinquantaine de Vipères (*Vipera aspis* L.), nous en avons retiré le sang après anesthésie chloroformique, soit par mise à nu et section du cœur, soit par décapitation et nous avons injecté le liquide ou son sérum à des cobayes, sous la peau ou dans la cavité abdominale.

A notre grande surprise, nous n'avons pas retrouvé la valeur toxique, reconnue à la fin du siècle dernier, cependant à diverses reprises et dans des circonstances variées.

Les animaux ne manifestaient que des symptômes atténués d'intoxication : une courte période de stupeur, un peu de mâchonnement, quelques

---

([1]) Pour la bibliographie, voir le Mémoire qui sera publié ultérieurement.

([2]) *Comptes rendus*, 117, 1893, p. 1099; *Arch. de Physiol.*, 5e série, 6, 1894, p. 147.

([3]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 585 (*erratum* p. 732); *Ann. Inst. Past.*, **61**, 1940, p. 344.

([4]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 818; *Ann. Inst. Past.*, **65**, 1940, p. 5.

mouvements nauséeux, une légère et peu durable parésie du train postérieur, un faible abaissement de la température, la mort dans un cas seulement, comme on le voit dans le tableau ci-dessous, avec la forte dose d'environ $6^{cm^3},5$ de sang pour 500^g d'animal.

Date d'inoculation.	Poids des Cobayes (en g.).	Volume de sérum ou de sang injecté à l'animal.	par 500g.	Résultat.
		cm³	cm³	
25 avril......	505	0,4 sérum	env. 0,4	Survie
30 »	587	1,8 »	1,5	»
1er mai......	800	1,8 sang	1,1	»
2 »	690	2,1 »	1,5	»
3 »	805	4,0 sérum	2,5	»
4 »	720	4,0 sang	2,8	»
9 »	795	6,4 »	4	»
13 »	550	7 »	6,4	Mort après 2 h.
14 »	515	4 »	3,9	Survie
14 »	520	4 »	3,9	»
15 »	415	5,5 »	6,6	»

D'où pouvait provenir une telle différence d'activité du sang ?

Les Vipères dont nous venions de nous servir se distinguaient de celles des expériences de 1893 à la fois quant à l'époque de l'année où elles avaient été capturées et étudiées et quant à la région d'où elles étaient originaires. Les anciennes expériences avaient été exécutées avec des Vipères prises en automne, les nouvelles ont été faites avec des Vipères réunies au printemps; les premières Vipères provenaient de Rives-sur-Fure, Isère, et les secondes des Ponts-de-Cé, Maine-et-Loire.

Or on sait, d'après les recherches rappelées au début de ce travail, que la virulence du venin de la Vipère (mesurée à partir de la matière sèche) n'est pas constante et varie, notamment, avec la saison : minima au réveil printanier, elle croît approximativement dans le rapport d'un à deux ou trois, jusqu'en automne ([5]). Il était donc présumable qu'une utilisation ou disparition partielle de la secrétion glandulaire pendant le sommeil hivernal était la cause de la différence de toxicité du sang que nous venons de faire connaître.

Mais il se pouvait aussi que la différence tînt à ce que nous étions en face d'un nouvel exemple de race physiologique ([6]), soit que les individus

([5]) *Arch. de Physiol.*, 5e série, 7, 1895, p. 260.

([6]) *Ibid.*, p. 263.

des Ponts-de-Cé appartinssent à une race d'une plus faible teneur en substances humorales toxiques que l'espèce ordinaire, soit à ce que les individus de Rives-sur-Fure aient été, au contraire, des producteurs plus actifs de venin que le type.

Pour éclaircir ce problème, nous avons fait capturer, par le même chasseur et aux mêmes endroits des Ponts-de-Cé qu'au printemps, des Vipères en octobre et en novembre de l'année 1940.

En opérant alors dans les mêmes circonstances qu'au printemps, nous avons constaté que la valeur toxique du sang et du sérum, sans être devenue aussi grande que celle des animaux de l'Isère, avait assez fortement augmenté pour que presque tous les Cobayes injectés soient morts, avec les symptômes caractéristiques de l'envenimation vipérique, et cela dans des délais, d'une à quelques heures, qui éloignent une autre interprétation que celle d'une action directe sur l'organisme des substances contenues dans le liquide sanguin.

Voici le tableau des nouveaux résultats obtenus :

Date d'inoculation.	Poids des Cobayes (en g.).	Volume de sérum ou de sang injecté à l'animal.		par 500g.	Résultat.
		cm³		cm³	
18 octobre....	625	3	sang	env. 2,4	Survie
19 »	365	5	»	7	Mort après 5 j.
21 »	425	5,2	»	6,85	» 4 j.
22 »	400	2	»	2,5	» 24 h.
7 novembre..	458	3,6	sérum	4	» 2 h. 15 m.
8 » ..	485	3	sang	3,1	» 11 j.
9 » ..	500	3,6	»	3,6	» 1 h. 35 m.
21 » ..	355	2,8	»	3,9	» 6 h. 35 m.
21 » ..	300	3	»	5	» 1 h.
23 » ..	440	4	»	4,5	» 2 h. 45 m.
29 » ..	477	6	»	6,3	» 7 h. 18 m.
3 décembre..	485	4	»	4,1	» 3 j.

Ainsi la loi de variation quantitative d'activité de la secrétion venimeuse en fonction de la saison se retrouve dans le cas du sang. Il reste à vérifier s'il y a bien parallélisme entre l'activité des glandes à venin et la composition du sang chez les Vipères des Ponts-de-Cé, autrement dit si le phénomène doit être considéré comme général ou s'il dépend d'une circonstance particulière, telle qu'une race physiologique non encore signalée.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Radiobiologie expérimentale du Collège de France, pour la première ligne M. *Antoine Lacassagne* réunit l'unanimité des 31 suffrages.

Pour la seconde ligne M. *Jean Loiseleur* réunit l'unanimité des 25 suffrages.

En conséquence la liste présentée à M. le Secrétaire d'État à l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne.......... M. Antoine Lacassagne.
En seconde ligne.......... M. Jean Loiseleur.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Intégrales stochastiques.*
Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soient $x=f(t)$, $y=g(t)$ $(0 \leqq t \leqq T)$ deux fonctions continues; Γ le lieu du point x, y; T_n $(n=1, 2, \ldots)$ des variables aléatoires indépendantes choisies entre 0 et T avec répartition uniforme de la probabilité; $t_1^{(n)}, \ldots, t_{n-1}^{(n)}$, ou, plus simplement, $t_1, \ldots, t_{n-1}$, les $n-1$ premiers T_ν, rangés par ordre de grandeur; $t_0=0$, $t_n=T$. Posons

$$(1) \qquad S_n=\frac{1}{2}\sum[g(t_{k-1})+g(t_k)][f(t_k)-f(t_{k-1})] \qquad (k=1, 2, \ldots, n).$$

Soient $a_1, \ldots, a_n, \ldots$ des constantes; M' et M'' les limites inf. et sup., pour n infini, de $S_n - a_n$. Quelque grand que soit n, les probabilités de $M' < m$ et $M'' < m$ ne sont pas modifiées par la connaissance de T_1, $T_2, \ldots, T_n$; il résulte alors d'un théorème connu que leurs seules valeurs possibles sont 0 ou 1. Donc :

Théorème I. — *Il existe deux constantes m' et m''* (finies ou infinies), *telles que*

$$\Pr.\{M'=m', M''=m''\}=1 \quad (^1).$$

(1) La démonstration de ce th. I s'applique sans aucun changement au résultat sur les séries stoch. énoncé au n° 1 de ma Note du 16 octobre 1939. Le th. I lui-même a été établi dans une conférence faite le 25 janvier 1941, à cela près que je n'avais considéré que les cas $a_n=0$ et $a_n=\mu_n$ (notation du n° 2).

Si, pour $a_n = 0$ $(n = 1, 2, \ldots)$, m' et m'' sont égaux, leur valeur commune est l'*intégrale stochastique* (int. stoch.). Nous la désignerons par

$$\int_0^T \text{pr. s. } g(t)\, df(t) \qquad (\textit{lire} \text{ somme presque sûre}).$$

L'aire représentée par cette intégrale est une *aire stochastique*. Si elle est finie, l'expression $g(t)\, df(t)$ est *stochastiquement intégrable*.

2. *Les oscillations stochastiques.* — Prenons pour a_n la valeur probable μ_n de S_n; les oscillations de la suite des μ_n sont les *osc. forcées*; celles de $S_n - \mu_n$ sont les *osc. stoch.*

Désignons respectivement par C_α et $C'_{\alpha\varphi}$ les classes des fonctions $x = f(t)$ définies et continues dans $(0, T)$ pour chacune desquelles existe un nombre fini K tel que, pour toute décomposition de $(0, T)$ en intervalles disjoints Δt, on ait (respect.)

$$\sum |\Delta x|^\alpha \leqq K, \qquad \sum |\Delta x|^\alpha \varphi(|\Delta x|) \leqq K \qquad [\varphi(h) > 0 \text{ pour } h > 0].$$

Théorème II. — *Pour qu'il n'y ait pas d'osc. stoch., c'est-à-dire que*

$$\text{Pr. } \{ \lim (S_n - \mu_n) = 0 \} = 1, \tag{2}$$

1° *il faut et il suffit que la même propriété soit vérifiée pour les intervalles* $(0, T')$ *et* (T', T), T' *étant compris entre* 0 *et* T [*donc aussi pour* (T', T'') $(0 \leqq T' < T'' \leqq T)$; 2° *il suffit que* $f(t)$ *et* $g(t)$ *appartiennent resp. à* C_α *et* C_β, *avec* $1/\alpha + 1/\beta > 1/2$; 3° *il suffit qu'ils appartiennent resp. à* $C_{\alpha\varphi}$ *et* $C_{\beta\varphi}$, *avec* $1/\alpha + 1/\beta \geqq 1/2$, $\varphi(h)$ *monotone, et* $\Sigma 1/\varphi(2^{-n}) < \infty$.

Ces conditions sont beaucoup moins restrictives que $1/\alpha + 1/\beta > 1$, qui entraîne l'existence de l'intégrale de *Stieltjes-Young*. Il est alors facile, en s'arrangeant pour que μ_n ait une limite, de définir des courbes pour lesquelles l'aire stoch. existe, mais non l'int. de *Young*.

La condition 3° n'est pas nécessaire : si $(0, T)$ est décomposé en intervalles disjoints, il suffit qu'elle soit vérifiée dans chacun d'eux, α, β, et la fonction φ, pouvant varier de l'un à l'autre. Pour une condition néc. et suff., il faut tenir compte des positions relatives des intervalles Δt pour lesquels Δx est grand et de ceux pour lesquels Δy est grand. Mais, si $g(t)$ est seul donné, la condition pour que (2) soit vérifié pour tout $f(t)$ de C_α, semble être que $g(t)$ appartienne à un certain ensemble de classes $C'_{\beta\varphi}$ (avec $1/\alpha + 1/\beta = 1/2$, et un ensemble de fonctions φ à croissances lentes).

Les conditions 2° et 3° du th. II ne font intervenir que des propriétés de Γ

intrinsèques, c'est-à-dire indépendantes de la représentation paramétrique. On peut se demander si (2) n'exprime pas aussi une propriété intrinsèque. Nous avons seulement pu démontrer l'invariance de (2) pour des changements de variables $t=\varphi(t')$ soumis à certaines conditions, d'ailleurs assez peu restrictives.

3. *Les oscillations forcées.* — Contrairement à ce qui a lieu pour les osc. stoch., elles peuvent exister dans chacun des intervalles (o, T') et (T', T) sans exister pour l'intervalle total (o, T). Tel sera le cas, pour $T'=T/2$, si le point de cote $t=T'$ est centre de symétrie de Γ, deux points symétriques ayant des cotes dont la somme est T, et si, pour chacune des deux moitiés de Γ, il y a des osc. forcées. Dans ce cas, pour l'intervalle total (o, T), ces osc. réapparaissent par un changement de paramètre qui change le poids de chacune des deux moitiés de Γ.

Considérons l'expression obtenue en remplaçant $t_1, \ldots, t_{n-1}$, dans S_n, par tous les nombres compris entre o et T et congrus à τ (mod. $h<T$); soit $\Phi(h)$ sa moyenne quand τ varie de o à h. On a

$$\lim\left[\mu_n-\int_0^{\infty} e^{-u}\,\Phi\left(\frac{Tu}{n}\right)du\right]=0 \qquad (n\to\infty),$$

de sorte que les osc. forcées sont liées à celles de $\Phi(h)$, pour h très petit. Elles dépendent des caractères de $f(t)$ et $g(t)$ que l'on peut observer par des observations avec des microscopes de plus en plus puissants qui montrent de mieux en mieux leur *structure fine*. De cette remarque, il est facile de déduire des schémas donnant des exemples des différentes circonstances possibles et de montrer notamment que l'existence ou la non-existence de l'int. stoch., ou d'une int. stoch. généralisée, limite généralisée de S_n, sont indépendantes de la mesure superficielle de Γ, ou, si cette mesure est positive, du fait que Γ remplisse une aire, ou non [2].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'itération des fonctions analytiques.* Note de Mlle **Jacqueline Ferrand**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Nous utiliserons les notations et les résultats établis dans une Note précédente [1].

---

[2] Cf. P. Lévy, *American Journal of Mathematics*, 62, 1940, pp. 487-550, notamment pp. 490-491 et 540-550.

[1] *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 977.

Δ étant un domaine simplement connexe limité par un continu Γ, soit $\zeta_1 = f(\zeta)$ une fonction holomorphe dans Δ telle que si ζ est intérieur à Δ, il en est de même du point ζ_1.

Soit $z = x + iy = \Phi(\zeta)$, $\zeta = \varphi(z)$ la représentation conforme de Δ sur l'intérieur du cercle C d'équation $|z| = 1$.

Posons

$$\zeta_1 = f(\zeta) = f_1(\zeta), \qquad \zeta_n = f(\zeta_{n-1}) = f_n(\zeta),$$
$$z_1 = \mathrm{F}(z) = \Phi\{f[\varphi(z)]\}, \qquad z_n = \mathrm{F}_n(z) = \Phi\{f[\varphi(z_{n-1})]\}.$$

MM. Wolff [2] et Denjoy [3] ont montré que $\mathrm{F}_n(z)$ tend vers un point unique a indépendant de z; donc $f_n(\zeta)$ peut tendre, soit vers un point unique α (ce qui est toujours le cas si a est intérieur à C), soit vers une portion ω du bout premier E de Γ correspondant à a, si a est sur C. M. Denjoy a remarqué que, dans ce dernier cas, si la fonction $\varphi(z)$ a pour limite unique le point α de E lorsque z tend vers a suivant tout chemin situé dans un cercle C_0 intérieur à C et tangent en a à C, $f_n(\zeta)$ tend vers α quel que soit ζ intérieur à Δ. Si l'on fait $k = 0$, dans notre théorème II, on obtient une condition géométrique suffisante pour qu'il en soit ainsi, dans le cas où le bout premier E contient un point accessible π_0 à l'infini. On se ramène au cas présent par deux transformations homographiques convenables sur les variables z et ζ, faisant correspondre, aux points $z = a$ et $\zeta = \alpha$, les points $z' = \infty$, $\zeta' = \infty$.

Exemple. — Les conditions du théorème II seront vérifiées si Δ satisfait aux conditions suivantes :

1° le bout E considéré contient un point accessible α;

2° Δ contient l'une des régions limitées par un cercle Γ_1 passant par α;

3° Δ possède une double infinité de points frontière α_n, α'_n, dans la région limitée à la fois par Γ_1 et par un second cercle Γ_2 tangent au premier en α, s'accumulant en α respectivement dans les deux directions de la tangente commune à ces cercles, et tels que, λ étant une constante, si l'on pose $r_n = |\alpha_n - \alpha|$, $r'_n = |\alpha'_n - \alpha|$,

$$r_n \to 0, \qquad r'_n \to 0,$$
$$|r_{n+1} - r_n| < \lambda r_n^2, \qquad |r'_{n+1} - r'_n| < \lambda r'^2_n.$$

Par une transformation homographique on se ramène à un domaine Δ' contenant le demi-plan $\Delta_1(\xi' > \mathrm{A})$ et possédant des points frontière γ_n, γ'_n dans le demi-plan

---

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 42.

(3) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 255.

$\Delta_2(\xi' > B)$, qu'on peut supposer (en les remplaçant au besoin par d'autres) sur la frontière du noyau de Δ', et tels que si $R_n = |\gamma_n|$, $R'_n = |\gamma'_n|$,

$$\operatorname{Arg}\gamma_n \to +\frac{\pi}{2}, \quad R_n \to \infty, \quad \operatorname{Arg}\gamma'_n \to -\frac{\pi}{2}, \quad R'_n \to \infty,$$
$$|R_{n+1} - R_n| < \mu, \quad |R'_{n+1} - R'_n| < \mu,$$

A, B, μ étant trois constantes.

La coupure q_n sera constituée par deux arcs de cercle $\gamma_n \delta_n$, $\gamma_{n+1} \delta_{n+1}$, de centre O, contenus dans Δ, limités à leurs points de rencontre δ_n, δ_{n+1} avec la demi-droite $\xi' = A$, $\eta' \geq 0$, et par le segment $\delta_n \delta_{n+1}$ de cette demi-droite. La longueur de cette coupure est bornée. On formerait de même une coupure q'_n joignant γ'_n à γ'_{n+1}.

Remarquons que, d'après notre théorème III, ces conditions entraînent l'existence au point $z = a$ d'une dérivée angulaire pour la fonction $\zeta = \varphi(z)$, donc *a fortiori* la semi-conformité de la représentation en a.

Un cas très particulier est celui où la frontière Γ de Δ est toute entière entre les deux cercles Γ_1 et Γ_2 (ce qui n'exclut pas la possibilité d'un bout premier). On peut donner une démonstration directe de la propriété de la fonction $\varphi(z)$ dans ce cas en utilisant le théorème de Julia-Carathéodory.

2. Supposons seulement que le bout E considéré contienne le point accessible π_0 à l'infini et que la représentation conforme de Δ sur le demi-plan droit $D(x > 0)$ de la variable $z = x + iy$ soit semi-conforme au point $z = \infty$ correspondant au bout E.

Généralisant une propriété démontrée par Wolff (¹) on peut montrer qu'il existe une dérivée angulaire $\lim f(\zeta)/\zeta = \lambda \geq 1$ lorsque $\zeta \to \infty$ angulairement (c'est-à-dire sur tout chemin intérieur à un secteur angulaire $S_1 : |\operatorname{Arg}\zeta| < \omega - \eta$, $|\zeta| > R_0$, Δ étant supposé contenir le secteur $S_0 : |\operatorname{Arg}\zeta| < \omega$, $|\zeta| > R_0$, quel que soit $\eta > 0$).

3. Sans même supposer la représentation de Δ sur D semi-conforme à l'infini, et sous les seules conditions de notre théorème I, s'il existe une suite particulière $\zeta_n^0 = f_n(\zeta_0)$ s'accumulant à l'infini dans un secteur S_1 (défini comme plus haut) et telle que

$$\underline{\lim} \left| \frac{\zeta_n^0}{\zeta_{n-1}^0} \right| = \lambda > 1$$

alors quel que soit le point ζ intérieur à Δ, la suite $\zeta_n = f_n(\zeta)$ a pour limite unique $\zeta = \infty$.

(¹) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 500.

En effet il résulte d'abord de notre lemme (1) que les points

$$z_n^0 = F_n(z_0) = \Phi(\zeta_n^0)$$

s'accumulent à l'infini dans un angle $|\operatorname{Arg} z| < \pi/2 - \varepsilon$.

D'autre part, quel que soit $\lambda' < \sqrt{\lambda}$ et comme conséquence du théorème d'Ahlfors, on peut extraire de la suite z_n^0 une suite partielle $z_{n_p}^0$ telle que

$$\underline{\lim} \left| \frac{F(z_{n_p}^0)}{z_{n_p}^0} \right| \geqq \lambda' > 1.$$

Il en résulte que la fonction $F(z)$ a une dérivée angulaire supérieure à 1 pour z infini. Nous sommes dans un des cas étudiés par Wolff [5] : pour tout point z, $\psi_n = \operatorname{Arg} z_n$ a une limite et la suite $|\operatorname{tang} \psi_n|$ est bornée ; z_n tend vers l'infini angulairement, donc, d'après notre théorème I, la suite ζ_n tend vers la limite unique $\zeta = \infty$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la représentation conforme.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Paul Montel.

M. J. Wolff, en utilisant l'inégalité de Schwartz (*Proceedings de l'Académie d'Amsterdam*, **33**, 1, 1930), a obtenu des résultats remarquables concernant les lignes restant rectifiables dans la représentation conforme. La méthode de M. Wolff conduit à d'autres conséquences qui ne me paraissent pas avoir été signalées.

Une fonction $f(z)$ holomorphe dans le cercle $C(|z| < 1)$ réalise, si elle est univalente (au sens de M. Montel), la représentation conforme de C sur un domaine ouvert D dont la frontière G est un continu.

Il existe sur Γ *un ensemble* E *de longueur* 2π (nous disons encore : une plénitude de Γ) *tel que, si a est dans* E, *et si z tend vers a dans un angle bissecté par le rayon de a et d'ouverture inférieure à* π, $f(z)$ *tend vers une limite finie unique b située sur* G *et* $[f(z) - b]/\sqrt{z - a}$ *tend vers zéro.*

L'intégrale de Cauchy montre que, *dans les mêmes conditions,* $f'(z)\sqrt{z - a}$ *tend vers* 0.

Donc, *si z décrit dans* C *un arc de Jordan atteignant* Γ *en a sous une incidence aiguë, et tel que la tangente à l'arc* (za) *au point z fait avec le segment rectiligne za un angle inférieur à* $\pi/2 - \varepsilon$ (ε positif indépendant

---

[5] *Bulletin de la Soc. Math. de France*, **57**, 1929, p. 198, § 3.

de z), *l'arc* (ub) *correspondant dans* D *a une longueur finie et égale à* $o(\sqrt{z-a})$ (notation de Landau).

Par ailleurs, *si* $L(r)$ *est la longueur de la courbe de* D *transformée de la circonférence* $|z|=r<1$, $L(r)\sqrt{1-r}$ *tend approximativement vers* o *quand* r *tend vers* 1 (r décrit un ensemble de nombres ayant l'épaisseur gauche 1 au point $r=1$). La démonstration de ces propositions s'applique à des hypothèses plus générales :

Soit $f(z)$ définie dans la couronne circulaire C′ ($\rho\leqq|z|<1$), holomorphe pour $|z|=\rho$, méromorphe à l'intérieur de C′. Supposons que :

1° chaque valeur Z de $f(z)$ étant comptée autant de fois qu'elle est prise par $f(z)$ (en des points de C′ distincts ou confondus), l'aire totale de l'ensemble des points Z sur la sphère de Riemann S soit bornée;

2° l'ensemble d'accumulation I des valeurs de $f(z)$ quand $|z|$ tend vers 1 ne coïncide pas avec la totalité du plan des z.

La seconde condition est-elle indépendante de la première? Soit e_q l'ensemble des points de S occupés q fois par $f(z)$ [un point de Γ où f serait méromorphe et prendrait s fois une même valeur c serait décompté dans $q(c)$ un nombre de fois égal à la valeur à une unité près par excès de $s/2$]. Alors l'ensemble $F_q=e_0+e_1+\ldots+e_q$ est fermé. Si, pour une valeur de q, F_q contient un point intérieur, la seconde condition est réalisée. Mais, si F_q peut être non dense quel que soit q, la seconde condition n'est pas incluse dans la première. Celle-ci exprime que, si ω_q est l'aire de e_q, la série $\Sigma\, q\,\omega_q$ converge et $\omega_\infty=0$.

En vertu de la seconde condition, quitte à remplacer ρ par un nombre plus grand et $f(z)$ par $1/[f(z)-h]$, h étant fini étranger à I, on peut supposer que dans C′, $f(z)$ est holomorphe et borné (non nul pour $|z|=\rho$). Dès lors en vertu de la première condition, l'ensemble des valeurs de $f(z)$, décomptées comme il est dit plus haut, couvre une aire totale finie du plan des z.

Dans C′, $f(z)=\Sigma a_n z^n$ $(-\infty<n<\infty)$.

Si $z=re^{i\theta}$, la première condition équivaut à $\iint_{C'}|f'^2(z)|\,dr\,d\theta<\infty$.

La même inégalité est vérifiée si l'on retranche de f les termes $a_n z^n$ pour $n<N$, quel que soit N déterminé. Donc $\sum_{n>N} n\,|a_n^2|=\varepsilon(N)$, $\varepsilon(N)$ tendant vers zéro quand N croît. D'ailleurs $|f'(z)|<\sum_{n>N} n\,|a_n|\,r^n+O(1)$ (N invariable, r tendant vers 1). L'inégalité de Schwartz montre que $(1-r)f'(z)$ tend uniformément vers zéro si $|z|=r$ tend vers 1.

D'autre part, si $b_1, b_2, \ldots, b_p$ sont les zéros de f vérifiant $\rho < |b_i| < r$, l'identité

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|f(\rho e^{i\theta})|\,d\theta = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|f(r e^{i\theta})|\,d\theta + \log|b_1 b_2\ldots b_p| - p\log r,$$

montre que, $f(z)$ étant borné [seconde condition; et $f(z)$ est non nul pour $|z| = \rho$], l'ensemble des points du cercle $|z| = r$ où $|f(z)| < \varepsilon$ a une mesure infiniment petite avec ε, indépendamment de r (et les b_i vérifient la condition de Blaschke).

Soit $1 - \rho_n = (1-\rho).2^{-n}$ $(n \geqq 0)$ et C'_n la couronne $\rho_n \leqq r \leqq \rho_{n+1}$,

$$\varepsilon_n = \iint_{C'_n} |f'^2(z)|\,dr\,d\theta = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} |f'^2(z)|\,dr.$$

La série $\Sigma\varepsilon_n$ converge. On peut trouver η_n tendant vers zéro en décroissant et de façon que $\Sigma(\varepsilon_n/\eta_n)$ converge.

Soient k indépendant de r, α un nombre quelconque compris entre o et 2π, $c_k(\alpha)$ la courbe d'équation

$$\theta = \alpha + k(1 - r), \qquad z = re^{i\theta} \qquad (\rho \leqq r \leqq 1);$$

l'extrémité de $c_k(\alpha)$ est le point $a = e^{i\alpha}$ de Γ; son angle avec le rayon du point a est aigu et vaut arc tang$|k|$. Sur la courbe $c_k(\alpha)$ la différentielle de l'arc est $\sqrt{1 + k^2 r^2}\,dr$. Donc

$$\lambda_{k,n}(\alpha) = \sqrt{1 + k^2}\int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} |f'(z)|\,dr$$

excède la longueur de $c_k(\alpha)$ dans la traversée de la couronne C'_n. Mais l'inégalité de Schwartz (voir J. Wolff, *loc. cit.*) donne

$$\int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} |f'^2(z)|\,dr \int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} 1.dr > \left(\int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} |f'(z)|\,dr\right)^2,$$

d'où

$$\int_0^{2\pi} \lambda_{k,n}^2(\alpha)\,d\alpha < \varepsilon_n(1 + k^2)(\rho_{n+1} - \rho_n).$$

Donc l'ensemble des α pour lesquels $\lambda_{k,n}(\alpha) > \sqrt{\eta_n}\sqrt{1 - \rho_n}$ a une mesure inférieure à $\varepsilon_n(1 + k^2)/2\,\eta_n$. La série $\Sigma(\varepsilon_n/\eta_n)$ étant convergente, l'ensemble E_k des points $a = e^{i\alpha}$ où, à partir d'une certaine valeur de n, soit $N(\alpha) = N$, $\lambda_{k,n} < \sqrt{\eta_n(1 - \rho_n)}$, est une plénitude de Γ; $\sum_{n>N}\lambda_{k,n} < 3\sqrt{\eta_n}\sqrt{1 - \rho_n}$. La longueur de la transformée de $c_k(\alpha)$ est finie, et si $\rho_n < r < \rho_{n+1}$, l'arc décrit par u et homologue de l'arc za de $c_k(\alpha)$ est fini et inférieur

à $4\sqrt{\eta_n}\sqrt{1-r}$. C'est donc bien $o(\sqrt{z-a})$. La longueur de la courbe (u) étant finie, celle-ci a une extrémité b. *A fortiori* $f(z)-b=o(\sqrt{z-a})$, z décrivant $c_k(\alpha)$.

L'ensemble $E_k.E_{-k}$ est une plénitude de Γ; $f(z)$ tendant vers une limite sur $c_k(\alpha)$ et sur $c_{-k}(\alpha)$, cette limite est la même, soit b. L'intégrale de Cauchy montre que si $|k'|<|k|$, $f'(z)\sqrt{z-a}$ tend vers o entre $c_{k'}(\alpha)$ et $c_{-k'}(\alpha)$.

L'ensemble commun à tous les E_k est une plénitude E de Γ. Les points a de E définissant un même point b forment un ensemble mince, comme nous l'avons montré plus haut, ce fait étant d'ailleurs bien connu. Si nous revenons aux conditions générales (f non bornée), l'ensemble des a, donnant la valeur limite infinie, est de mesure nulle. L'énoncé complet est établi.

En utilisant les courbes $\theta=\alpha\pm(1-r)^m(1/2<m<1)$, ayant un contact d'ordre $-1+1/m$ avec Γ au point a, on trouve que sur une plénitude de Γ, si $|z-a|\lessapprox(1-r)^m$, $f(z)-b=o[(z-a)^{m-1/2}]$ et $|f'(z)|=o[(z-a)^{m-3/2}]$. Pour $m<1/2$, la limitation $(1-r)f'(z)=o(1)$ uniformément, n'est pas améliorée.

MÉCANIQUE STATISTIQUE. — *Le* H-*théorème et la notion de système isolé.* Note de MM. **André Lichnerowicz** et **Raymond Marrot**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans cette Note nous nous proposons d'étudier, du point de vue de la théorie statistique des gaz, la notion de système isolé. Les propositions que nous énonçons résultent essentiellement des propriétés de symétrie présentées par l'équation de Boltzmann. Elles s'étendent par suite, sans difficulté, au cas où la statistique des molécules étudiées est régie par l'équation relativiste proposée par nous ([1]) ou par l'équation quantique de Darwin et Nordheim. Les notations utilisées sont celles de nos travaux précédents ([2]). Nous désignerons par un caractère surligné la valeur moyenne de la quantité correspondante évaluée dans l'espace des vitesses au moyen de la fonction de distribution F.

I. φ désignant une fonction arbitraire, il résulte immédiatement des propriétés de symétrie de l'équation de Boltzmann l'identité

$$(1)\quad \int_\Omega \varphi\,T(F)\,d\omega=\frac{1}{4}\int_\Sigma\int_\Omega\int_{\Omega_1}(F'F'_1-FF_1)(\varphi+\varphi_1-\varphi'-\varphi'_1)\,|W|\,d\omega\,d\omega_1\,d\sigma.$$

([1]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 759.
([2]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 391; **211**, 1940, p. 531.

Si l'on adopte pour φ l'une des cinq fonctions 1, ξ, η, ζ, $E = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$, l'identité (1) fournit les équations

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial z} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\xi^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\xi\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\xi\zeta}}{\partial z} = \nu X, \quad \text{etc.} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{E\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{E\zeta}}{\partial z} = \bar{\xi} X + \bar{\eta} Y + \bar{\zeta} Z, \tag{4}$$

où $\nu = \int F\,d\omega$ désigne le nombre des molécules par unité de volume, au point considéré. Les équations (2) et (3) sont l'équation de continuité et les équations générales de l'hydrodynamique pour un fluide statistiquement parfait, l'équation (4) est l'équation de transfert de l'énergie et de la chaleur.

Nous supposons dans toute la suite le champ extérieur nul ($X = Y = Z = 0$) et nous introduisons avec Boltzmann la fonction

$$H(x, y, z, t) = \int_\Omega F \log F\,d\omega.$$

En adoptant pour φ la fonction $\log F$ on démontre aisément l'inégalité

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\log F \xi}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\log F \eta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\log F \zeta}) \leqq 0 \tag{5}$$

qui joue le rôle d'une inégalité de transfert pour l'entropie.

II. La masse gazeuse étant enfermée dans une enceinte de paroi S, intégrons les équations (2), (3), (4) dans le volume V limité par S, il vient

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \nu\,dV + \text{flux}_S\,\overrightarrow{p} = 0, \tag{2'}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \bar{\xi}\,dV + \text{flux}_S\,\overline{\xi\overrightarrow{p}} = 0, \quad \text{etc.,} \tag{3'}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \bar{E}\,dV + \text{flux}_S\,\overline{E\overrightarrow{p}} = 0. \tag{4'}$$

Ces équations déterminent respectivement la variation du nombre des molécules, de la quantité de mouvement, de l'énergie relatifs à la masse totale du gaz. Si nous opérons de même sur l'inégalité (5), nous obtenons l'inégalité fondamentale

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} + \text{flux}_S\left(\overline{\log F\overrightarrow{p}}\right) \leqq 0 \qquad \left(\mathcal{H} = \int H\,dV\right). \tag{5'}$$

Définition. — *Un système gazeux sera dit* H-*isolé, s'il est tel que le flux des six vecteurs*

$$\vec{p},\quad \overline{\xi\vec{p}},\quad \overline{\eta\vec{p}},\quad \overline{\zeta\vec{p}},\quad \overline{E\vec{p}},\quad \overline{\log F\vec{p}},$$

à travers la surface S *limitant le système, est nul.* Pour tout système H-isolé, les quantités

$$\int \nu\, dV,\quad \int \bar{\xi}\, dV,\quad \int \bar{\eta}\, dV,\quad \int \bar{\zeta}\, dV,\quad \int \bar{E}\, dV$$

sont des constantes et l'évolution du système dans le temps satisfait au H-théorème

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \leqq 0.$$

III. *Système physiquement isolé.* — Il est possible de montrer que les conditions aux limites *locales*, telles qu'elles résultent de la théorie cinétique des gaz, entraînent les conditions *globales* pour qu'un système soit H-isolé.

Supposons d'abord le choc d'une molécule sur S parfaitement élastique; la vitesse $\vec{p}$ se transforme alors selon la loi

$$\vec{p}^{\,*} = \vec{p} - 2(\vec{u}\vec{p})\vec{u},$$

où $\vec{u}$ désigne le vecteur unitaire de la normale à S orientée vers l'extérieur. La fonction F satisfait en chaque point de S, à la relation

$$\text{(6)}\qquad F(\vec{p}^{\,*}) = F(\vec{p}).$$

On peut montrer que (6) entraîne la nullité du flux des vecteurs $\vec{p}$, $\overline{E\vec{p}}$, $\overline{\log F\vec{p}}$ à travers chaque élément de surface de S et par suite la conservation du nombre des molécules et de l'énergie, ainsi que le H-théorème. Pour la quantité de mouvement, il n'en est évidemment pas ainsi et il convient de tenir compte de la rigidité de la paroi.

Plus généralement, désignons par $P(\vec{p}, \vec{p}_1)$ la probabilité pour qu'une molécule, venant frapper S avec la vitesse $\vec{p}$, la quitte avec la vitesse $\vec{p}_1$. La fonction F satisfait alors sur S à l'équation intégrale linéaire [3]

$$\text{(7)}\qquad \vec{u}\vec{p}_1 F(\vec{p}_1) + \int_{\vec{u}\vec{p}>0} P(\vec{p}, \vec{p}_1)(\vec{u}\vec{p}) F(\vec{p})\, d\omega = 0.$$

---

[3] Cf. Carleman, *Arkiv för Mat.*, 23 A, 1933, n° 22.

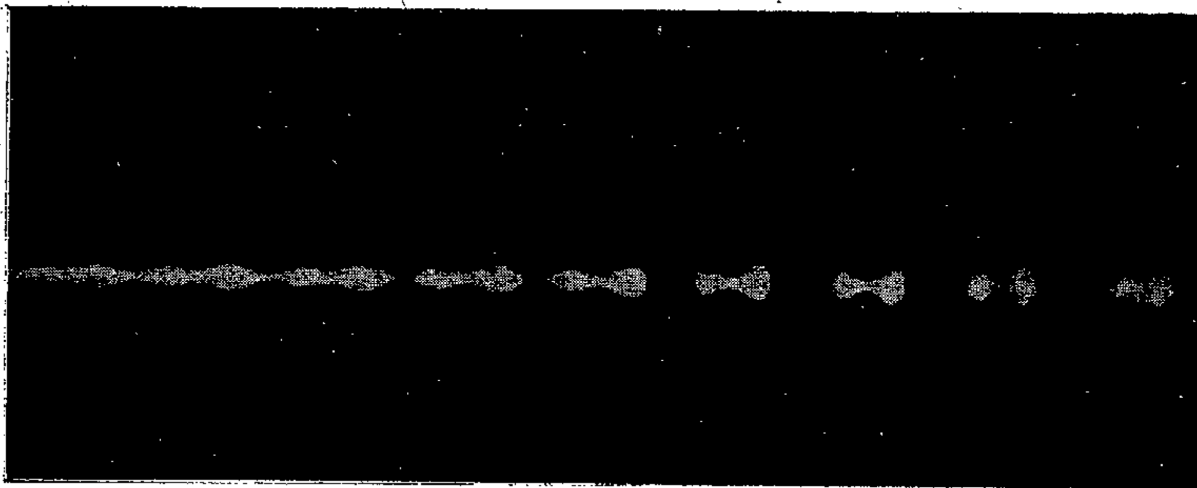
Les résultats énoncés pour (6) s'étendent à (7) pourvu que le noyau P satisfasse aux conditions

$$\int_{u\vec{p}_1<0} P(\vec{p}, \vec{p}_1) E_1 d\omega_1 = E, \qquad \int_{u\vec{p}_1<0} P(\vec{p}, \vec{p}_1) \log F_1 d\omega_1 = \log F,$$

qui traduisent des propriétés de non-absorption de la paroi.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le caractère de relaxation d'une vibration des jets.* Note de M. **Guy Littaye**, présentée par M. Henri Villat.

Lord Rayleigh [1] a établi qu'un cylindre liquide de diamètre d est stable ou instable selon que sa longueur est inférieure ou supérieure à πd. L'instabilité est maximum pour une longueur égale à 4,5 d. Lord Rayleigh a pu expliquer ainsi les expériences de Savart [2]. Dans ces expériences un jet liquide de vitesse v et de diamètre d, issu d'un orifice soustrait à toute autre vibration que celle produite par le choc des gouttes sur le sol, rend un son de hauteur bien définie, de fréquence $n_0 = v : 4,5\, d$; cette fréquence correspond à la division de la veine liquide en tronçons de longueur 4,5 d. De même un son de fréquence n, produit au voisinage de l'orifice, impose à ce dernier des vibrations forcées, ce qui régularise la



Diamètre de l'orifice $2^{mm},03$. Vitesse du jet 9,8 m : s.
Les longueurs l et πd ont pour valeurs respectives $4^{mm},9$ et $5^{mm},1$.
La séparation d'une des gouttes en deux est purement accidentelle.

formation des gouttes; ce phénomène ne se produit que si l'intervalle $n : n_0$ est inférieur à 1,5 et la valeur limite $n_1 = 1,5\, n_0$ correspond à la division de la veine en tronçons de longueur πd.

(1) *Proc. London Math. Soc.*, 10, 1879, p. 4.
(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 53, 1833, p. 337.

Nous nous sommes proposé de voir si une vibration de fréquence supérieure à n_1 était encore capable de provoquer la résolution capillaire du jet. A cet effet nous avons utilisé la méthode optique précédemment décrite ([3]). A cette fin la veine liquide jaillit d'un orifice en paroi mince qui effectue des vibrations forcées de très faible amplitude et de fréquence 2000.

Nous avons utilisé deux orifices de diamètres respectifs $0^{mm},97$ et $2^{mm},03$ aux vitesses comprises entre 2 et 16 m : s. Le diamètre de la veine liquide issue de ces orifices ayant été déterminé préalablement pour diverses vitesses ([4]), une mesure de débit effectuée par pesée permet de calculer la vitesse du jet. Le jet est horizontal de façon à conserver la même vitesse sur une grande longueur.

Nous avons obtenu les résultats suivants. Des renflements très peu accentués et distants de $l = v : 2000$ apparaissent dès l'orifice. Aux vitesses suffisamment élevées pour lesquelles cet intervalle est supérieur à πd, ces renflements s'accentuent à mesure que le jet progresse et finissent par former des gouttes isolées. Aux vitesses plus faibles, pour lesquelles l'intervalle l est inférieur à πd, certains des renflements s'accentuent en s'éloignant de l'orifice, tandis que les autres disparaissent progressivement ([5]). Les renflements qui se transforment en gouttes isolées sont encore équidistants et *l'intervalle qui les sépare est le multiple entier de l immédiatement supérieur à πd* ([6]). Nous avons obtenu ainsi les multiples 2 et 3. Aux vitesses plus faibles encore, les étranglements primitifs disparaissent tous à mesure que le jet progresse et la vibration de l'orifice est sans influence sur la formation des gouttes.

([3]) G. LITTAYE, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1705. Cette méthode permet de déceler la striction du jet et de déterminer de façon précise la position des renflements alors que la différence entre le diamètre d'un renflement et celui d'un étranglement ne dépasse pas quelques microns. Elle permet aussi d'évaluer la différence entre ces deux diamètres et donc de suivre l'évolution de la striction tout le long du jet.

([4]) G. LITTAYE, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 386.

([5]) Cette disparition se fait de deux façons différentes : ou bien le renflement diminue d'importance en progressant à la même vitesse que le jet, ou bien il rejoint un renflement voisin avec lequel il vient se fondre.

([6]) Lorsque l'intervalle l est de peu inférieur à πd, tous les renflements peuvent s'accuser jusqu'à la résolution du jet; à cet instant deux renflements consécutifs se réunissent pour former une seule goutte au lieu de se séparer en deux gouttes distinctes.

Ainsi une vibration de l'orifice de fréquence n supérieure à la fréquence limite n_1 de Lord Rayleigh est encore capable de régulariser la résolution capillaire du jet. La fréquence de la vibration du jet est alors le sous-multiple de n immédiatement inférieur à n_1. Cette propriété met en évidence le caractère de relaxation du phénomène.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le mouvement des lignes de discontinuité de vitesse dans un liquide.* Note de M. **Marcel Godefroy**, présentée par M. Henri Villat.

Le mouvement d'un fluide parfait incompressible dans un plan illimité est caractérisé, lorsque le champ de vitesse est nul à l'infini et discontinu le long d'une courbe (C) homéomorphe à un segment de droite, par une relation de la forme

$$w(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-1}^{+1} \frac{R(\sigma)\,d\sigma}{z - \zeta(\sigma)}, \tag{1}$$

dans laquelle w est la vitesse complexe. Le point $\zeta = \xi + i\eta$ décrit (C) lorsque σ réel varie de -1 à $+1$. $R(\sigma)$ est réelle pour $-1 \leqq \sigma \leqq +1$.

I. Par hypothèse, lorsque z tend vers un point $\zeta(\sigma)$ de la coupure sans la traverser, $w(z)$ admet, suivant le côté atteint sur (C), soit la valeur limite $w_1(\sigma)$, soit la valeur limite $w_2(\sigma)$. Si (C) est à paratingent incomplet partout et si les $\xi(\sigma)$ et $\eta(\sigma)$ sont à variation bornée, $w_1(\sigma)$ et $w_2(\sigma)$ étant continues pour $-1 \leqq \sigma \leqq +1$, (C) admet une tangente unique à variation continue, sur tout intervalle le long duquel $w_1 \neq w_2$. $R(\sigma)$ est continue sur l'intervalle $-1, +1$ et nulle à ses extrémités.

II. Le problème du mouvement ultérieur du fluide consiste à trouver deux fonctions $\zeta(\sigma|t)$ et $R(\sigma|t)$ réduites à des $\zeta(\sigma)$ et $R(\sigma)$ données pour $t = 0$, et telles que, pour un champ de vitesse donné par

$$w(z|t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-1}^{+1} \frac{R(\sigma|t)}{z - \zeta(\sigma|t)}\,d\sigma, \tag{2}$$

la pression ne subisse pas de discontinuité au passage de la coupure. Le paramétrage étant soumis à la condition

$$\frac{\partial}{\partial t}[\zeta(\sigma|t)] = \frac{1}{2}(w_1 + w_2)^* \tag{3}$$

(ce qui est toujours réalisable), je démontre que si ζ, R, ζ'_σ, ζ'_t, R'_t (mais

non pas nécessairement R'_σ) sont continues pour $-1 \leqq \sigma \leqq +1$, R est indépendant de t.

III. Supposant que $\zeta(\sigma)$ soit non seulement définie pour $-1 \leqq \sigma$ réel $\leqq +1$, mais holomorphe à l'intérieur d'un domaine D_ρ lieu des points situés à une distance ρ du segment rectiligne $(-1, +1)$, je démontre que, si la fonction égale à $(\dot{w}_1 + w_2)^*$ pour $-1 \leqq \sigma$ réel $\leqq +1$ est holomorphe à l'intérieur de D_ρ, la seule forme possible de $R(\sigma)$ est $\Phi(\sigma)\sqrt{1-\sigma^2}$, $\Phi(\sigma)$ étant holomorphe à l'intérieur de D_ρ. En dehors de ce cas, on ne peut trouver, pour t suffisamment petit, une fonction $\zeta(\sigma/t)$ holomorphe relativement à σ à l'intérieur de D_ρ ainsi que sa dérivée par rapport à t, soumise à (3) pour $-1 \leqq \sigma$ réel $\leqq +1$ et réduite à $\zeta(\sigma)$ pour $t = 0$.

IV. La fonction $\sigma(\lambda)$ étant holomorphe à l'intérieur du cercle unité et assurant la représentation conforme de celui-ci sur D_ρ de telle sorte que pour $-1 \leqq \sigma$ réel $\leqq +1$ on ait $\lambda_1 \leqq \lambda$ réel $\leqq \lambda_2$ et inversement, il existe une fonction $H(\lambda)$ holomorphe à l'intérieur du cercle unité et vérifiant

$$H(\lambda)\sqrt{-(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)} = \Phi(\sigma)\frac{d\sigma}{d\lambda}\sqrt{1-\sigma^2(\lambda)}. \tag{4}$$

Si $\zeta(\lambda t)$ ne prend pas plus d'une fois sur D_ρ (pour t fixe) chacune de ses valeurs, à tout point λ intérieur au cercle unité correspond, biunivoquement, un point $z = \zeta[\sigma(\lambda), t]$ du voisinage de (C). La vitesse en z est donnée, en fonction de λ, par

$$w(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-1}^{+1} \frac{H(\lambda')\sqrt{-(\lambda'-\lambda_1)(\lambda'-\lambda_2)}}{\zeta[\sigma(\lambda), t] - \zeta[\sigma(\lambda'), t]}\, d\lambda'. \tag{5}$$

J'en déduis la relation

$$w_1 + w_2 = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{H(\lambda')\sqrt{-(\lambda'-\lambda_1)(\lambda'-\lambda_2)}}{\zeta[\sigma(\lambda), t] - \zeta[\sigma(\lambda'), t]}\, d\lambda', \tag{6}$$

Γ étant une circonférence variable de centre O et de rayon < 1 parcourue dans le sens direct, contenant intérieurement les points fixes λ_1 et λ_2 et le point mobile λ.

Le problème du mouvement ultérieur se trouve ainsi ramené (avec nos hypothèses) à la recherche d'une fonction $\zeta(\lambda)$ holomorphe, pour t fixe, à l'intérieur du cercle unité et prenant une seule fois, sur celui-ci, chacune de ses valeurs, réduite à une $\zeta(\lambda)$ donnée pour $t = 0$ et soumise, lorsque $\lambda_1 \leqq \lambda$ réel $\leqq \lambda_2$ à une équation intégro-différentielle de la forme

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\zeta(\lambda|t)\right]^* = \frac{1}{4\pi i}\int_\Gamma \frac{H(\lambda')\sqrt{-(\lambda'-\lambda_1)(\lambda'-\lambda_2)}}{\zeta(\lambda|t - \zeta(\lambda'|t)}\, d\lambda'. \tag{7}$$

ÉLECTRICITÉ. — *Influence de l'ionisation du milieu sur le retard ou l'apparition de l'étincelle dans un éclateur et l'application de la tension aux électrodes.* Note de M. **Gabriel Moulinier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Lorsqu'on applique une tension électrique suffisante à un éclateur, celui-ci s'amorce avec un certain retard; il s'écoule un certain temps pendant lequel l'étincelle n'éclate pas, quoique l'éclateur soit soumis à la tension explosive.

Les conditions physiques et la nature du milieu ambiant influent sur le retard, particulièrement l'ionisation du milieu.

Pour des ondes à front raide, et pour une ionisation donnée du milieu, les retards sont soumis à des fluctuations qui suivent la loi des probabilités de Gauss.

Les fluctuations du retard diminuent quand l'ionisation augmente. Ainsi j'ait rouvé que, dans des conditions expérimentales par ailleurs identiques :

1° la probabilité 0,5 d'avoir un retard de 12.10^{-8} s sans ionisation provoquée du milieu;

2° la probabilité 0,5 d'avoir un retard de 9.10^{-8} pour une ionisation provoquée par 2,20 millicuries de radon;

3° la probabilité 0,5 d'avoir un retard de 3.10^{-8} s pour une ionisation provoquée par 2,64 millicuries de radon; cela pour un montage apériodique donnant des impulsions électriques à front raide.

Le dispositif expérimental était celui qu'avait réalisé M. Pauthenier pour résoudre le problème des retards absolus. La méthode de M. Moulinier permet d'assurer avec plus de précision le bref intervalle de temps entre les deux étincelles utilisées.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Méthode électrique permettant l'évaluation statistique des diamètres de gouttelettes de brouillard.* Note de MM. **Marcel Pauthenier** et **Edmond Brun**, présentée par M. Aimé Cotton.

La détermination du diamètre des gouttes de brouillard ou de nuages a fait l'objet de nombreux travaux, mais les procédés jusqu'ici employés paraissent ou trop particuliers ou incorrects. L'insuffisance de la technique

des mesures est manifestée par le manque de concordance des diverses courbes de répartition des gouttes en fonction de leur diamètre.

L'un des procédés de mesure les plus simples est le suivant : une goutte d'un liquide non miscible à l'eau (huile de paraffine, par exemple) est placée sur une lamelle ; elle est exposée, dans un brouillard, face au vent ; des gouttelettes d'eau rencontrent l'huile ; un certain nombre de ces gouttelettes pénètrent dans l'huile en y conservant leur forme sphérique ; on peut alors les compter au microscope et mesurer leur diamètre.

L'objection la plus grave que l'on puisse faire à cette méthode est la suivante : toutes les gouttelettes qui arrivent près de la surface de l'huile ne sauraient pénétrer dans le liquide ; un véritable triage s'effectue au voisinage de cette surface : les gouttes les plus fines suivent aisément les filets d'air ; les grosses gouttes, en raison de leur inertie plus grande, pénètrent plus facilement dans l'huile. La statistique est faussée d'une manière qu'on ne saurait quantitativement prévoir, l'action mécanique du vent étant très irrégulière. L'un de nous (¹) a constaté que, dans le cas de poussières fines entraînées par un courant d'air, ce mode de prélèvement conduit à des erreurs considérables.

Pour obliger toutes les gouttelettes d'eau contenues dans un certain volume à pénétrer dans l'huile, nous avons remplacé l'action du vent par celle d'un champ électrique ionisé. L'utilisation d'un tel champ nous avait déjà permis de projeter les gouttelettes d'eau d'un nuage sur un écran afin de les dénombrer (²). La substitution de l'huile au papier n'a pu se faire aisément du fait que l'huile est un excellent isolant électrique. Sans entrer dans le détail des divers essais, nous nous bornons, dans ce qui suit, à décrire l'appareil qui nous paraît le mieux convenir.

Un fil de $0^{mm},2$ de diamètre et de 20^{cm} de long est tendu par un ressort suivant l'axe d'un tube horizontal de bakélite de 4^{cm} de diamètre. Une ouverture rectangulaire (3×2^{cm}) est prévue à la partie inférieure du tube ; dans cette ouverture, peut pénétrer, sans toucher le tube, une petite cuve rectangulaire ($28 \times 17 \times 5^{mm}$) creusée dans un bloc de plexiglass. C'est dans cette cuve que se trouve placée, sur une hauteur de 1^{mm} environ, l'huile de paraffine destinée à recueillir les gouttelettes d'eau. Sur le fond de la cuve se trouvent tendus des fils métalliques reliés au sol. Au niveau du bord supérieur de la cuve est fixé un fil intermédiaire jouant

---

(¹) M. Pauthenier et Mme Moreau-Hanot, *Journ. de Physique*, 6, 1935, p. 257.

(²) Marcel Pauthenier et Edmond Brun, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 295.

le rôle de *grille* et porté, en cours de fonctionnement, au potentiel de — 2000 volts; le fil axial est alors lui-même porté au potentiel de — 14000 volts. Si le fil *grille* est supprimé, l'ionisation n'est plus régulière : l'huile est agitée de remous mettant à nu, par intermittences, les fils qui tapissent le fond de la cuve; le courant d'ionisation n'existe qu'au moment où les fils sont découverts. Si, d'autre part, les fils du fond de cuve sont supprimés, les gouttelettes d'eau chargées ne sont plus aussi sûrement conduites à l'intérieur de l'huile, le champ électrique étant pratiquement nul au delà du fil grille. Il faut donc bien utiliser trois électrodes : le fil axial émetteur d'ions; le fil intermédiaire, jouant le rôle de *grille* et recevant les ions gazeux; les fils du fond qui jouent le rôle de plaque et permettent l'entraînement des gouttes dans l'huile (les gouttelettes d'eau électrisées ayant une masse beaucoup plus grande que les ions ne sont pratiquement pas arrêtées par le fil grille qui recueille au contraire la presque totalité des ions).

Ce dispositif a été vérifié à l'aide de brouillards artificiels produits, dans une grande caisse de 1^m de côté, soit par pulvérisation, soit, mieux, par condensation de vapeur d'eau. Par aspiration dans la caisse, le tube de bakélite est rempli de brouillard. Pendant deux ou trois secondes, les deux fils sont portés à leurs potentiels respectifs et les goutelettes d'eau sont ainsi précipitées dans la cuve à huile. On peut les y observer directement à l'aide d'un microscope à faible grossissement. Pour les mesurer avec une précision meilleure, on prélève une goutte d'huile avec une large pipette; on la porte sur une lame paraffinée (pour éviter l'étalement des gouttelettes d'eau) et l'on recouvre d'une lamelle.

Signalons ici une difficulté : les gouttelettes d'eau en suspension dans l'huile diminuent de volume par dissolution : il semble que la loi de variation du rayon a en fonction du temps t soit de la forme de $da^2/dt=\text{const.}$, de sorte que les gouttes les plus fines sont celles qui se résorbent le plus vite. Pour rendre possible une observation d'assez longue durée, il faut, par agitation, faire une émulsion d'eau dans l'huile, saturer l'huile à chaud en chauffant cette émulsion, puis, après refroidissement, centrifuger pour éliminer toutes les gouttelettes d'eau. Malgré ce processus, il faut encore que les mesures des diamètres se fassent dans un temps inférieur à 10 minutes.

Des courbes statistiques ont été tracées par nos collaborateurs MM. Demon et Ximénès, pour divers brouillards obtenus par condensation. Elles ont permis de montrer que le diamètre des gouttes augmente

avec la durée de suspension des brouillards. Il est ainsi possible d'obtenir des brouillards pour lesquels le diamètre moyen des gouttelettes varie de 2 à 10^{μ}.

Remarque à propos de la Note précédente de MM. Pauthenier et Brun, par M. **Aimé Cotton**.

MM. Pauthenier et Brun indiquent que dans leur dispositif le fil intermédiaire joue le rôle de *grille*. En ce qui concerne les ions *gazeux*, ce fil n'a pas un rôle accélérateur, il les arrête au contraire.

Je voudrais signaler à cette occasion que, dans une Communication à la 5[e] Section du Comité de la *Société française des Électriciens*, le 27 février 1940 (Communication résumée dans une Note qui s'est perdue au cours des événements qui ont suivi), M. P. Toulon a décrit des expériences où une *pointe* électrisée, de préférence négativement, à quelques milliers de volts envoie, dans l'air, des ions qui traversent une grille à fines mailles, et qui sont accélérés par un champ auxiliaire : on a constitué une sorte de triode sans que le vide soit nécessaire, et l'on peut réaliser de même toute une série de modèles de lampes qui, dans des cas particuliers, présentent certains avantages.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les fréquences fondamentales du radical* NO^2. Note de MM. **Jean-Paul Mathieu** et **Daniel Massignon**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le groupe NO^2 des nitrates organiques $RONO^2$, des dérivés nitrés aliphatiques RNO^2 et aromatiques $ArNO^2$ est lié au reste de la molécule par l'atome d'azote, ainsi que le montrent les propriétés chimiques de ces composés. De plus, l'étude de leur moment électrique et de leur action diffusante sur les rayons X et les électrons conduit à penser que le groupe NO^2 possède une configuration angulaire symétrique. Supposant ce groupe libre, on trouve qu'il lui correspond 3 modes fondamentaux d'oscillation, ν_1, ν_2, ν_3, tous trois actifs en absorption infrarouge et en diffusion Raman (où ils doivent donner 2 bandes polarisées et une dépolarisée).

On s'accorde pour situer la bande dépolarisée ν_3 vers 1560 (RNO^2) 1525 ($ArNO^2$) ou 1640 ($RONO^2$), la bande polarisée ν_1 vers 1380 (RNO^2)

1345 ($ArNO_2$) ou 1280 ($RONO_2$). Par contre, malgré une étude étendue du spectre Raman, Dadieu, Jele et Kohlrausch [1] n'ont pu déterminer avec certitude la fréquence polarisée ν_2; ils hésitent à la situer vers 480 cm^{-1} ou vers 600 cm^{-1}. Or il n'existe pas dans le spectre des nitrates de bandes vers 480 cm^{-1}; celles que l'on rencontre (rarement, du reste) dans le spectre des dérivés nitrés sont presque toujours dépolarisées et ont un aspect très variable. Dans tous les spectres des molécules nitrées on

	ν_2.			ν_1.		ν_3.	
	$\Delta\nu_{IR}$.	$\Delta\nu_R$.	ρ.	$\Delta\nu_R$.	ρ.	$\Delta\nu_R$.	ρ.
CH_3NO_2	908	917	0,10	1403	0,40	1561	0,87
$C_2H_5NO_2$	862	878	0,26	1398	0,44	1561	0,90
$C_3H_7NO_2$	888	873	0,20	1379	0,31	1553	0,91
CCl_3NO_2	851	844	0,20	1315	0,52	1610	0,95
CBr_3NO_2	–	837	0,26	1304	0,28	1581	0,84
$CH_3CHClNO_2$	–	866	0,28	1388	0,42	1569	0,72
$CH_3CHBrNO_2$	–	865	0,15	1384	0,23	1563	0,56
$HONO_2$	–	920	0,1	1296	0,36	1671	D
CH_3ONO_2	858	865	0,26	1291	0,35	1644	0,82
$C_2H_5ONO_2$	860	861	0,25	1283	0,40	1634	0,90
$C_3H_7ONO_2$	857	859	P	1280	0,47	1632	D
$C_4H_9ONO_2$	862	860	P	1281	0,27	1637	D
$C_6H_5NO_2$	850	850	0,25	1342	0,26	1530	D
$CH_3C_6H_4NO_2$ *o*.....	858	854	0,35	1342	0,64	1519	D
$CH_3C_6H_4NO_2$ *m*....	885	–	–	1341	0,6	1523	D
$CH_3C_6H_4NO_2$ *p*....	842	860	–	1342	–	1519	–
$ClC_6H_4NO_2$ *o*.....	848	852	0,27	1348	0,6	1530	D
$ClC_6H_4NO_2$ *m*....	883	–	–	1345	–	1530	–
$ClC_6H_4NO_2$ *p*....	842	856	–	1341	–	1530	–
$BrC_6H_4NO_2$ *o*.....	854	858	–	1348	–	1533	–
$BrC_6H_4NO_2$ *m*....	870	856	–	1345	–	1528	–
$BrC_6H_4NO_2$ *p*....	842	855	–	1347	–	1524	–
$OHC_6H_4NO_2$ *p*....	846	863	0,2	1334	0,6	–	–
Ion NO_2^-	–	813	0,24	1331	0,43	1240	D

Les fréquences Raman $\Delta\nu_R$ proviennent, soit de mesures personnelles (ainsi que les valeurs du facteur de dépolarisation ρ), soit de données antérieures. Les fréquences infrarouges $\Delta\nu_{IR}$ proviennent, soit de mesures déjà publiées par M. Lecomte, soit de mesures nouvelles que nous avons pu faire grâce à lui.

---

(1) *Wien. Ber.*, Kl. II*a*, **140**, 1931, p. 293.

observe bien des bandes polarisées entre 600 et 700 cm^{-1}, mais elles sont souvent absentes du spectre des dérivés nitrés aromatiques; et, dans celui des dérivés nitrés aliphatiques et des nitrates (ainsi que dans celui des nitrites organiques où elle existe aussi), elle s'explique comme fréquence de vibration du groupe NO^2, ONO^2 ou ONO par rapport au reste de la molécule (²).

Au contraire, on trouve dans les spectres Raman et infrarouge de toutes les molécules nitrées, au voisinage de 860 cm^{-1}, une bande intense, fine, fortement polarisée, d'aspect invariable, dont la fréquence varie entre des limites rapprochées pour un type donné de molécule (comme le montre le tableau ci-dessus). Nous l'attribuerons à la fréquence ν_2.

Une telle attribution n'est pas complètement sans précédent : Sutherland (³) a attribué la bande 835 cm^{-1} de la molécule de N^2O^4 à une vibration homologue; de même, Langseth et Walles (⁴) admettent que $\nu_2 = 813$ pour l'ion NO^{2-}.

L'observation de cette deuxième bande polarisée confirme donc la structure angulaire symétrique du groupe NO^2. Si l'on essaie de calculer les constantes de force et l'angle $\widehat{ONO}$ de ce groupe supposé isolé on trouve, tant dans l'hypothèse des forces de valence que dans l'hypothèse des forces centrales, des valeurs imaginaires. Mais, en vérité, les structures électroniques de l'ion NO^{2-} ou de la molécule NO^2 ne sont pas celles du radical $—NO^2$, comme le montrent les différences si nettes des moments électriques et des propriétés magnétiques.

On doit plutôt essayer de tenir compte de la liaison du radical, au moins schématiquement, en représentant les molécules nitrées les plus simples par XNO^2 (molécule en Y, de symétrie C_{2v}); un tel modèle possède 5 fréquences fondamentales planes. Nous avons effectué les calculs dans l'hypothèse des forces de valence, à l'aide des formules données par Kohlrausch (⁵), pour les molécules $HO—NO^2$ et $H^3C—NO^2$

Pour NO^3H, l'expérience donne

$\Delta\nu$........ 1290 (P) 920 (P) 675 (P) 1671 (D) 605 (D).

En prenant $m_1 = 17$, $m_2 = 16$, $M = 14$, $s_{N-OH} = 1,36$ Å, $s_{N-O} = 1,21$ Å, et en posant

(²) Cette étude nous conduit donc à modifier l'interprétation des spectres de dérivés nitrés donnée dans des Notes précédentes (*Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 323 et 783). Les conclusions relatives à la tautomérie ne sont toutefois pas changées.

(³) *Proc. Roy. Soc.*, A, **141**, 1934, 342.

(⁴) *Zeits. physik. Chemie*, B, **27**, 1934, 209.

(⁵) *Der Smekal-Raman Effekt*, II, 1937, p. 68.

$\widehat{ONO} = 140°$, $f_{N-OH} = 4,6.10^5$, $f_{N-O} = 7,85.10^5$, $d_2 = 1,12.10^5$, $d_1 = 0,84.10^5$ dynes-cm, on trouve

Δν..........	1340	885	655	1670	605

Pour CH^3NO^2, l'expérience donne

Δν......	1403 (P)	917 (P)	657 (P)	1561 (D)	608 (D)

En prenant $m_1 = 15$, $m_2 = 16$, $M = 14$, $s_{N-CH^3} = 1,46$ Å, $s_{N-O} = 1.21$ Å, et en posant $\widehat{ONO} = 130°$, $f_{N-CH^3} = 4,6.10^5$, $f_{N-O} = 7,1.10^5$, $d_1 = 1,15.10^5$, $d_2 = 1,00.10^5$ dynes-cm, on trouve

Δν..........	1410	915	635	1560	610

La valeur 130-140° de l'angle $\widehat{ONO}$ est en bon accord avec les données de la diffraction des électrons. Les valeurs de la constante de rappel entre les atomes d'oxygène et d'azote du groupe NO^2 correspondant à une liaison de valence par trois électrons.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Un dispositif pour l'étude au compteur de Geiger des faibles radioactivités.* Note (¹) de M. **André Berthelot**, transmise par M. Paul Langevin.

La limite inférieure de la radioactivité décelable à l'aide d'un compteur de Geiger est déterminée par ce que l'on désigne communément sous le nom de *mouvement propre* du compteur. Il faut entendre par là le nombre de chocs par minute donné par le compteur en l'absence de toute préparation radioactive à son voisinage. Ces chocs sont de trois catégories :

1° Ceux dus à la radioactivité de l'atmosphère, des murs des locaux où l'on travaille, et, dans les laboratoires, aux sources radioactives qui peuvent y être déposées. Il s'agit ici de décharges dues aux électrons secondaires produits dans les parois ou dans le gaz des compteurs par des rayons γ. On atténue cet effet en entourant le compteur d'une épaisseur de plomb suffisante.

2° Ceux dus au compteur lui-même : impuretés radioactives des parois ou du gaz, décharges spontanées dues à des poussières.

3° Ceux qui proviennent du rayonnement cosmique. Les rayons cosmiques mous sont absorbés dans les écrans de plomb, mais les rayons

(¹) Séance du 16 juin 1941.

durs forment un fond tel qu'on ne peut espérer déceler avec certitude une activité qui soit d'un ordre de grandeur très inférieur.

Nous avons réalisé un montage destiné à faire disparaître les impulsions qui, dans un compteur, proviennent du rayonnement cosmique. Pour cela nous avons construit un compteur auxiliaire présentant les caractéristiques suivantes. Au lieu d'être cylindrique, l'espace sensible est constitué par l'intervalle séparant deux cylindres coaxiaux ayant respectivement 4 et 8^{cm} de diamètre et dans l'intervalle desquels sont tendus huit fils régulièrement espacés. La longueur de ce compteur est 20^{cm}. Les deux cylindres sont réunis entre eux et constituent la cathode, tandis que les huit fils également réunis constituent l'anode. Le compteur a été rempli d'un mélange air-alcool sous les pressions partielles respectives de 5 et 1^{cm} de Hg. Le palier est de 50 volts.

Le compteur effectif est placé au centre de ce compteur auxiliaire et la source à mesurer auprès de lui. Tout rayonnement cosmique ionisant traversant le compteur central traverse également le compteur périphérique. Il suffit alors de bloquer le premier pendant chaque choc du second pour que ne soient enregistrées que les impulsions propres au compteur intérieur. En d'autres termes, sera enregistrée toute particule traversant seulement le compteur intérieur, tandis que toute particule traversant simultanément les deux compteurs ou seulement le compteur extérieur ne le sera pas. Pour que les rayons β de la source ne puissent traverser les deux compteurs, la paroi intérieure du compteur extérieur ($1^{mm},5$ d'aluminium) a été doublée par $2^{mm},5$ de Cu, ce qui protège en même temps le compteur intérieur de la radioactivité qui existe toujours un peu dans les briques de plomb qui entourent l'ensemble.

Chacun des deux compteurs est utilisé sur un montage dérivé de celui de Neher et Harper (1) modifié par Maze (2). Le compteur débite sur une faible résistance ($4\,M\Omega$) et l'impulsion amplifiée par une première lampe L_1 polarisée à son point de fermeture, actionne une seconde lampe L_2 dont l'espace filament-plaque est en parallèle sur le compteur et le court-circuite au moment de la décharge.

Le système de blocage utilisé dérive du montage classique de coïncidences de Rossi (3). Une précaution importante est cependant à prendre.

(1) *Phys. Rev.*, **49**, 1936, p. 940.
(2) *Journ. de Physique*, **9**, IV, 1938, p. 162.
(3) GORODETSKY, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1987.

Les compteurs étant très dissemblables, les chocs correspondant à un même rayon ne sont pas rigoureusement simultanés et le fonctionnement du blocage risque d'être imparfait si l'on ne prend pas la précaution d'avoir un choc bloqueur commençant avant et se terminant après le choc bloqué. L'intérêt des montages du genre Maze, qui fonctionnent comme des multivibrateurs, est de donner des chocs ayant toujours la même forme, et le problème est alors relativement facile à résoudre.

En ce qui concerne le compteur central, on attaque une troisième lampe ayant, dans sa grille, une self mignonnette de 1500 spires, ce qui permet, comme l'a indiqué Maze [2], d'obtenir un choc de très courte durée (environ 10^{-5} sec), mais au lieu de lui transmettre la variation de tension du fil du compteur on lui transmet celle qui se produit à la plaque de la lampe L_1. Il en résulte que le choc négatif obtenu est en retard d'environ 10^{-4} sec sur l'impulsion initiale du compteur.

En ce qui concerne le compteur extérieur, une liaison résistance-capacité transmet sur la grille de la troisième lampe L'_3 la variation de tension du fil du compteur, ce qui donne un choc négatif durant environ 2.10^{-4} sec dont le début est synchrone avec l'impulsion initiale du compteur. Le choc bloqueur commence donc 10^{-4} sec avant et se termine 10^{-4} sec après le choc bloqué, ce qui est largement suffisant.

Le montage ainsi réalisé nous a donné les résultats suivants : le compteur central est un compteur à paroi mince en aluminium du modèle couramment en usage au Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France et qui donne, sans protection spéciale, un mouvement propre de 7 chocs par minute. En l'entourant de 10^{cm} de plomb, ce nombre s'abaisse à 4,3 par minute. L'introduction du dispositif de blocage fait tomber ce nombre à 0,80 par minute, soit environ 5 fois moins. Pour évaluer le gain apporté par le montage, rappelons qu'une radioactivité donnant k chocs par minute sera décelable si le mouvement propre par minute est connu avec une précision supérieure à k. S'il est égal à m et si la mesure a duré t minutes, cette précision est de l'ordre de $\sqrt{m/t}$. En divisant m par 5, nous obtenons donc les résultats suivants :

a. une radioactivité donnée sera décelée en un temps 5 fois plus court;

b. dans un temps donné, on pourra déceler une radioactivité $\sqrt{5}$ fois plus faible.

Un compteur de même forme que le compteur extérieur et de dimensions plus réduites, dont la coque intérieure est en aluminium de $0^{mm},1$ d'épais-

seur est actuellement en essai. L'emploi d'un tel compteur permettrait d'utiliser le rayonnement émis par une source de faibles dimensions sous un angle solide supérieur à 2π.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Loi de vitesse de la combustion lente homogène du gaz tonnant aux faibles pressions en présence d'oxyde de carbone.* Note [1] de M. **Marcel Prettre.**

Il a été montré [2] que les mélanges d'hydrogène, d'oxyde de carbone et d'oxygène réagissent de manière homogène vers 550° C. selon deux mécanismes distincts. Par contre l'oxyde de carbone, exempt d'hydrogène et de vapeur d'eau, est incapable de se combiner à l'oxygène en phase homogène dans les mêmes conditions.

Le premier mécanisme ne s'observe que si la pression d'hydrogène est inférieure à 30^{mm} environ. Il s'apparente, sans aucun doute, à l'explosion du gaz tonnant sous basse pression, mais ici l'inflammation est remplacée par une oxydation lente, à condition d'opérer en présence d'une concentration suffisamment élevée d'oxyde de carbone.

Le but des travaux résumés ici a été de définir la loi cinétique de la combustion lente des mélanges ternaires pauvres en hydrogène. Pour obtenir cette loi, il faut ne retenir des expériences faites en récipient clos isotherme que les *vitesses initiales* de chaque essai, ces vitesses étant seules exemptes de la perturbation apportée par la présence des produits de réaction durant tout le cours ultérieur de la transformation.

La vitesse initiale W_i (évaluée à l'aide de la variation de pression) est indépendante de la pression partielle d'oxygène, comme le montrent les chiffres suivants obtenus à 550° C :

Composition des mélanges (mm. Hg)	H^2	27,3	24,7	26,2	22,9	26,6	24,9
	O^2	50,4	67,5	98,0	157,8	197,0	252,8
	CO	202,4	199,5	202,2	202,9	201,0	206,5
Vitesse W_i (mm. Hg/min)		6,4	6,4	6,5	6,3	6,5	6,4

Par contre, cette vitesse est proportionnelle à la concentration en oxyde de carbone :

Composition des mélanges (mm. Hg)	H^2	29,7	25,5	26,6	23,4
	O^2	201,3	202,4	197,0	199,2
	CO	101,8	151,3	201,0	304,0
Vitesse W_i (mm. Hg/min)		3,0	4,3	6,5	8,6

(1) Séance du 4 juin 1941.

(2) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 674.

Enfin la vitesse initiale croît tout d'abord très rapidement avec la concentration en hydrogène, mais tend rapidement vers une valeur maximum quand la pression de ce gaz dépasse 30^{mm} environ; elle diminue ensuite ou reste constante. Le premier mécanisme de combustion cesse d'être seul responsable de la combustion au delà de ce maximum. Pour expliquer cet effet de moins en moins prononcé d'additions croissantes d'hydrogène, il faut envisager une influence de la concentration C de ce réactif comparable à celle souvent observée en cinétique hétérogène (isotherme de Langmuir) :

$$W = k_0 \frac{C}{1 + aC}. \tag{1}$$

En prenant 0,48 pour valeur du coefficient a, toutes les mesures précédentes et celles ci-après font apparaître la relation

$$W_i = k \frac{(CO).(H^2)}{1 + 0,48.(H^2)}, \tag{2}$$

où les symboles (CO) et (H^2) représentent les pressions partielles de ces combustibles :

Composition des mélanges (mm Hg)	H^2.....	2,1	2,4	4,7	7,6	9,0	12,5	13,8	14,9
	O^2.....	63,0	40,3	36,5	38,2	62,3	100,1	41,3	59,1
	CO.....	250,3	159,1	163,0	159,9	239,9	208,7	162,0	253,4
Vitesse W_i (mm Hg/min).		5,05	3,5	4,4	5,3	8,0	7,5	6,0	9,5
Constante $k.10^{-2}$		1,93	1,97	1,87	2,03	1,97	2,05	2,04	2,05

La relation (2) est vérifiée à ± 5 % près par toutes les mesures, la valeur moyenne de la constante k est de $1,95.10^{-2}$. Cette expression cinétique décrit donc correctement les variations de la vitesse initiale d'oxydation. Cependant, il faut remarquer que la présence d'une trop faible quantité d'oxyde de carbone dans les mélanges entraînerait non plus un ralentissement, mais une accélération brutale, car il y a alors inflammation comme pour le gaz tonnant pur. Pour que la relation précédente soit valable, il faut que soient remplies les trois conditions suivantes :

1° pression d'hydrogène inférieure à 30^{mm} environ;

2° somme des pressions d'hydrogène et d'oxygène inférieure à la limite supérieure d'explosion aux faibles pressions;

3° concentration d'oxyde de carbone assez élevée pour que cette explosion ne se produise pas.

Il ne saurait donc être question d'admettre que la loi cinétique obtenue prévoie une oxydation dont la vitesse s'annule avec la concentration en oxyde de carbone.

Malgré cette restriction de validité, cette loi est d'un caractère assez inhabituel en cinétique homogène pour qu'il soit possible d'en tirer des conclusions logiques et fondées sur le mécanisme de la combustion des mélanges d'oxyde de carbone, d'oxygène et d'hydrogène, contenant très peu de ce dernier gaz.

GÉOLOGIE. — *Hydrogéologie des feijas du Sud-Marocain.* Note de M. **Georges Choubert**, transmise par M. Charles Jacob.

L'Anti-Atlas, dont le flanc Sud est constitué de calcaires géorgiens, est séparé du Bani, lui même formé de quartzites ordoviciens, par des plaines appelées feijàs. Recouvertes d'un puissant manteau quaternaire, constitué en amont d'éboulis et du matériel grossier des cônes de déjection, en aval de calcaires lacustres couverts de limons, ces plaines ont un substratum schisteux imperméable. Ce sont au Nord, des schistes acadiens à *Paradoxides*, au Sud, des schistes ordiviciens à Calymènes. Entre les deux se place une crête très constante formée de grès et quartzites appelée dans certains endroits Tabanit. Elle divise les feijas en deux parties Feija Fougania (ou d'amont) et Feija Tahtania (ou d'aval).

Les oueds du flanc sud de l'Anti-Atlas débouchent dans les feijas, les traversent et convergent vers les *foums* ou défilés plus ou moins étroits qui coupent le Bani. Chaque foum est garni d'une belle palmeraie qui s'épanouit en éventail au sud du Bani. D'autres palmeraies précèdent fréquemment le foum. Parfois des palmeraies plus ou moins importantes se rencontrent grâce à des particularités géologiques (failles) ou morphologiques (foums du Tabanit) au milieu des feijas. D'une façon générale, enfin, il s'en greffe également sur le bord nord des feijas, jalonnant les débouchés de chaque oued important. Ce schéma s'applique à la plupart des feijas du Sud. Il est dû à la présence de nappes phréatiques importantes dans le Quaternaire. Alimentée par l'amont, en rapport avec les oueds qui s'y jettent, cette nappe glisse souterrainement selon la surface imperméable du substratum schisteux et elle aboutit au foum, point de sortie obligé.

Au point bas de la feija, en amont du foum se crée une accumulation d'eau; la nappe se rapproche de la surface et donne lieu à des résurgences. Le débit superficiel naturel (résurgences) ou artificiel (drains et rhettaras) varie de 10 lit/sec (Foum el Hassane) à 300 lit/sec (Foum Tissin); il est en moyenne voisin de 100 lit/sec (Akka, Tata, Foum Zguid).

Quelle est l'alimentation des nappes des feijas ? Les oueds ne comptent que quelques rares crues par an. Les précipitations atmosphériques sont également très faibles (50mm par an au maximum). La part de l'alimentation directe, est ainsi, sinon négligeable, du moins très faible.

D'autre part les oueds qui viennent de la montagne ne comportent pratiquement pas d'underflow en amont de leur débouché dans les feijas. Ils ont en effet toujours un parcours plus ou moins long à travers les calcaires géorgiens et y perdent la totalité ou la majeure partie de leur underflow. L'eau infiltrée dans ces calcaires, qu'elle vienne des pertes des oueds ou de la pluie, va constituer des nappes profondes.

Ces nappes se trouvent emprisonnées du fait du plongement des calcaires sous leur toit schisteux imperméable. L'eau dégorge dans les points bas de la bordure c'est-à-dire de préférence dans les lits d'oueds principaux à l'endroit où ces derniers débouchent dans la feija. L'underflow des oueds est ainsi brusquement régénéré. Il s'étale rapidement dans le Quaternaire des feijas et crée leur nappe phréatique. Les points de dégorgement sont souvent soulignés par l'apparition de gueltas ou de résurgences superficielles permettant l'installation des palmeraies qui jalonnent le bord Nord des feijas. Quand les alluvions sont suffisament puissantes le dégorgement se fait entièrement en profondeur. Les points de dégorgement sont fréquemment entourés de travertins quaternaires, en masses caverneuses, témoignant d'anciennes cascades, ou en croûtes recouvrant de vastes superficies.

Mais parfois l'abouchement des nappes profondes avec la nappe phréatique est direct et se produit en dehors des oueds affluents. Tel est le cas des sources de Serrina, Taskmoudine et Ida ou Lstane en bordure de la feija de Tissint. Les travertins quaternaires recouvrent ici tout le plateau et remontent dans les ravins jusqu'au pied des montagnes calcaires. Chaque source apparaît au sommet d'un petit cône s'élevant au milieu du plateau travertineux et formé lui-même de travertins récents. Il est certain que le débit de ces sources ne représente qu'une faible partie du débit total des nappes des calcaires qui passe directement dans les terrains de la feija.

Les calcaires géorgiens sont divisés en deux parties par un complexe de schistes et grès violets. Chacune d'elles contient donc une nappe distincte et indépendante. Le mécanisme de dégorgement caractérisant les bordures des feijas intéresse l'eau des calcaires supérieurs. La nappe des calcaires inférieurs dégorge de la même façon au contact de ces calcaires et des schistes violets. Grâce à ce phénomène, on rencontre des villages entourés

de palmeraies dans tous les oueds de quelque importance du flanc Sud de l'Anti-Atlas à l'endroit où les oueds traversent les schistes violets. Par contre ils sont généralement secs et stériles à travers les calcaires inférieurs. De même l'underflow créé par dégorgement dans le tronçon à substratum des schistes violets tend à disparaître dès que l'oued rentre dans les calcaires supérieurs.

Ainsi l'eau de la presque totalité des palmeraies du versant Sud de l'Anti-Atlas, des bordures de feijas ou des foums du Bani a pour origine les nappes profondes des calcaires géorgiens. Les feijas, malgré leur vaste superficie, ne reçoivent que des quantités infimes de précipitations et elles ne jouent qu'un rôle de régulateur entre les points d'abouchement des nappes profondes et les foums du Bani où cette eau est utilisée.

GÉOLOGIE. — *Observations stratigraphiques dans le Prérif occidental à l'Ouest d'Ouezzane.* Note de M. **Jean** et Mme **Yvonne Gubler**, transmise par M. Charles Jacob.

Jean Gubler avait entrepris le levé détaillé de la région comprise entre les coordonnées X 468-478, Y 474-460 des feuilles 3-4 d'Ouezzane au 1/100000e, région située dans la zone interne de l'aile occidentale du Rif, déjà cartographiée par J. Bourcart (1), et d'où J. Lacoste a rapporté aussi des observations utilisées dans sa Thèse.

Cette étude nous permet de reconnaître, dans la série plissée et écaillée du Prérif allant du Trias au Nummulitique, de nouveaux gisements fossilifères en même temps que d'y préciser la chronologie des dépôts nummulitiques.

Le Crétacé inférieur marno-calcaire contient une riche faune de petits Céphalopodes pyriteux recueillis à Bou Zeri (X 472, Y 469); Rmel (X 472, Y 467), au Douar El Haret (X 468, Y 468) et aux Oulad Bou Azzouz (X 474, Y 464). L'Hauterivien inférieur et le Barrémien y sont caractérisés par *Olcostephanus* (*Parastieria*) *hispanicus* Mallada sp., *Neolissoceras Grasi* d'Orb., *Spitidiscus alcoyensis* Nickl. sp., *S.* aff. *Douvillei* Nickl. sp., *S.* aff. *incertus* d'Orb. sp., *Nicklesia pulchella* d'Orb. sp., *N. Bertrandi* Nickl. sp., *Barremites strettostomus* Uhl. sp., *Macrophylloceras Winkleri* Uhl. sp., *Phyllopachyceras Eichwaldi* Karak sp., *P. Prendeli* Karak sp., *Phylloceras perlobatum* Sayn, *Aptychus Didayi* Coquand, *A. angulicostatum*

(1) *Carte géologique de reconnaissance des Djebalas et du R'Arb septentrional* au 1/100000e par Jacques Bourcart (feuille Est).

Pictet et Loriol, *Pseudobelus bipartitus* Bl., *Duvalia* sp., de petits Gastropodes, que M. Breistroffer rapproche des faunes d'Espagne.

Ces marnes passent à des niveaux plus sableux, peu fossilifères, renfermant cependant toujours une Rosaline particulière que J. de Lapparent compare à *R. Rosetta* du Cénomanien.

Le Crétacé supérieur est formé par des marnes gluantes, grises ou verdâtres à Globigérines, Gümbelines, Flabellines et *Rosalina Linnei*.

C'est avec les marnes blanches à silex du Lutétien que débute partout ici la série nummulitique; nulle part on ne peut reconnaître les couches de base de l'Eocène sans doute enlevées tectoniquement. Les marnes blanches contiennent en abondance des Nummulites, dont l'association caractérise, pour J. Flandrin, le Lutétien inférieur en Afrique du Nord. On y trouve *Nummulites irregularis* Desh., *N. distans* Desh., *N. atacicus* Leym., *N. gizehensis* Forsk., et *N. Pomeli* Ficheur, celle-ci nouvelle pour le Maroc.

A l'Eocène supérieur reviennent des marnes jaunes, des grès et des calcaires tendres à Algues dans lesquels apparaissent les premières Lépidocyclines.

L'Oligocène, nettement gréseux dans l'ensemble, indique un comblement général de la mer dans la région; il renferme des lumachelles à *Nephrolepidina Tournoueri* Lemoine et Douvillé, *N. marginata-Michelotti* et petites Nummulites.

On peut en séparer, sans préciser davantage, l'Oligocène supérieur à Eulépidines et Miogypsines dont certains faciès plus marneux se confondent avec ceux de l'Aquitanien. A cette époque et suivant un axe sensiblement SE, se dessine une ride élevée, sur laquelle se déposaient des conglomérats à gros blocs jurassiques auxquels succèdent de véritables calcaires récifaux accumulés au point le plus haut de la ride. Dans ces calcaires à Lithothamnium, à Polypiers, Bryozoaires, pullulent des Pélécypodes et une microfaune abondante d'Orbitoïdés (Eulépidines, Néphrolépidines). Bien que fortement écaillée lors du plissement de la nappe, et affectée de failles verticales plus récentes encore, on trouve des témoins de cette ride depuis le Djebel Chlouch au Sud jusqu'à El Kelaa au Nord. Elle limitait à l'Ouest et à l'Est deux étroits chenaux où se sont déposées, au Dj. Bou Hammou et au Dj. Djlaoulaoua, sans discontinuité depuis l'Oligocène, les marnes à Orbulines et Amphistégines du Burdigalien, qui représentent le terme le plus élevé de la série décollée du Prérif.

Ce domaine, tout entier exondé au Vindobonien, a été en partie repris par la mer au Sahélien, dont les dépôts mollassiques à *Rotalia Beccarii* et *Ostrea crassissima* (²) remplissent une sorte de golfe qui s'avance jusqu'à Rmel. Ces sables et grès sont surmontés par les grès rouges siliceux et les cailloutis plus ou moins cimentés du Pliocène.

(²) Déjà signalée par J. Bourcart *in Étude stratigraphique du R'Arb marocain* (*Livre jubilaire Soc. Géol. France*, 1930, p. 179).

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la structure du noyau quiescent dans la famille des Orchidées.* Note de Mme **Panca Eftimiu-Heim**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

On sait que la structure du noyau quiescent telle qu'on peut la définir au moyen des techniques modernes (surtout grâce à la méthode de Feulgen), présente d'intéressantes variations suivant les divers groupes systématiques; il est bien connu, par exemple, que les Crucifères possèdent des noyaux à euchromocentres, à l'exception des espèces de la tribu des Hespéridinées, dont les noyaux sont réticulés (Leibach) (1); une récente étude de Mlle C. Delay (2) a fait connaître l'existence, dans la grande famille des Légumineuses, de types nucléaires très variés caractéristiques de diverses sous-familles ou tribus; et le même auteur vient de montrer que, chez de nombreux végétaux vasculaires d'origine ancienne (*Psilotum*, Lycopodes, Prèles, Conifères), on observe un même type original de structure nucléaire (*Bull. Soc. bot. de France*, mai 1941).

Commençant une série de recherches sur les Orchidées, nous avons tout d'abord tenté de définir les structures présentées par le noyau quiescent dans les divers groupes de cette grande famille (si diverse et si homogène tout à la fois, la deuxième par ordre d'importance numérique, avec ses 18000 espèces, de toutes les familles de plantes vasculaires) car l'on ne sait encore à peu près rien à cet égard, les caryologistes ayant étudié les Orchidées se sont préoccupés, comme dans toutes les autres familles, de compter des chromosomes, sans donner la moindre attention au noyau quiescent. Nous avons donc procédé à une large enquête sur les structures nucléaires réalisées dans la famille des Orchidées : nous avons étudié plusieurs genres répartis dans diverses sections, appartenant aux *Diandreæ* et à de nombreux tribus de *Monandreæ*.

Les noyaux ont été observés après fixation par les liquides de Helly, Laguesse, Nawaschin et coloration par l'hématoxyline ferrique ou par la fuchsine de Schiff (technique de Feulgen). Nous pouvons ainsi résumer les conclusions de cette enquête.

Certains genres d'Orchidées (*Listera*, *Cephalanthera*) présentent un noyau typiquement réticulé avec de chromosomes plutôt longs. Dans

---

(1) *Beih. Zts. bot. Centralbl.*, **22**, 1907, p. 191.

(2) *Rev. de cytologie et cytophysiologie*, **4**, 1940, p. 183.

d'autres genres, plus nombreux (*Cypripedium*, *Neottia Limodorum*), le noyau possède un réseau de chromatine très marqué (particulièrement puissant chez *Cypripedium*), mais porteur de chromocentres plus ou moins nombreux ou volumineux. Chez *Ærides*, *Angræcum*, parmi les Vandées monopodiales et *Epidendrum* et *Lælia* (Épidendrées), les chromocentres sont portés par un réseau grêle et léger, mais très net et présentant toujours la réaction de Feulgen.

Enfin, chez les Ophrydées (*Orchis*, *Ophrys*), chez *Vanilla*, *Goodyera* (*Néottiées*), *Dendrobium*, *Cattleya* (Épidendrées), *Oncidium* (Vandées sympodiales), *Vanda* et *Phalænopsis* (Vandées monopodiales), le noyau contient des chromocentres parfaitement individualisés, tandis que le réseau est à peine visible ou fait presque défaut. En résumé, on peut définir le noyau des Orchidées comme réticulé et généralement pourvu de chromocentres, mais l'importance respective du réseau et des chromocentres est extrêmement variable et tous les intermédiaires existent entre les noyaux purement réticulés (type *Listera*) et les noyaux à chromocentres à peu près exclusifs (type *Cattleya*). Nous admettons, après avoir étudié la mitose, que le nombre de ces chromocentres ne correspond pas à celui des chromosomes. Aucune Orchidée, à notre connaissance, ne présente de noyaux à euchromocentres (prochromosomes). L'intérêt offert par la famille des Orchidées pour l'étude des rapports pouvant exister entre noyaux réticulés et noyaux purement chromocentriques n'en est pas moins très grand.

Comme le montrent les indications précédentes, la répartition des divers types nucléaires ne coïncide pas toujours avec les grandes lignes de la classification de la famille (nous avons admis le classement établi par Engler-Diels dans le *Syllabus der Pflanzenfamilien*); mais les autres classifications présentent des discordances de même ordre; ainsi, parmi les Néottiées, *Cephalenthera* présente des noyaux purement réticulés, *Neottia* et *Limodorum* des noyaux réticulés à chromocentres, *Vanilla* et *Goodyera* des noyaux à chromocentres presque sans réseau. Il en est de même chez les Épidendrées qui présentent des genres à réseau très léger (*Epidendrum*, *Lælia*) et d'autres genres sans réseau notable (*Dendrobium*, *Cattleya*).

Cependant la remarque suivante doit être faite : presque toutes les Orchidées terrestres possèdent un noyau pourvu d'un réseau plus ou moins puissant avec ou sans chromocentres; toutefois, les Orchidées et, parmi les Néottiées, le genre *Goodyera* font exception à cette règle. Au contraire, toutes les Orchidées épiphytes ou lianes présentent un noyau

dans lequel le réseau de chromatine est toujours très léger ou presque absent. Des recherches ultérieures nous montreront, par un élargissement de notre enquête, jusqu'à quel point ces conclusions peuvent être généralisées et préciseront la signification systématique possible des différences observées dans ces divers types de structure nucléaire.

HISTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la croissance de fragments de tissus de quelques végétaux appartenant à la famille des Composées.* Note de M. **Roger Gautheret**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons déjà signalé que des tranches de Carotte ([1]) cultivées isolément produisent des néoformations dont il est possible d'entretenir indéfiniment la croissance ([2]). Afin d'étendre ces résultats à des végétaux très différents nous avons cultivé des tranches de rhizomes ou de racines de trois plantes de la famille des Composées : Topinambour, Salsifis, Endive. Les cultures ont été réalisées selon notre technique habituelle. Des tubercules stérilisés par une solution d'hypochlorite de calcium étaient découpés en tranches que nous déposions sur un milieu nutritif, constitué par de la solution de Knop additionnée de 4 % de saccharose et solidifiée par de la gélose. Les trois plantes expérimentées ont fourni des résultats différents.

Dans les conditions de nos expériences, les tranches de Topinambour manifestent un accroissement très faible limité à la production de courts pseudothalles recouvrant peu à peu la surface des fragments.

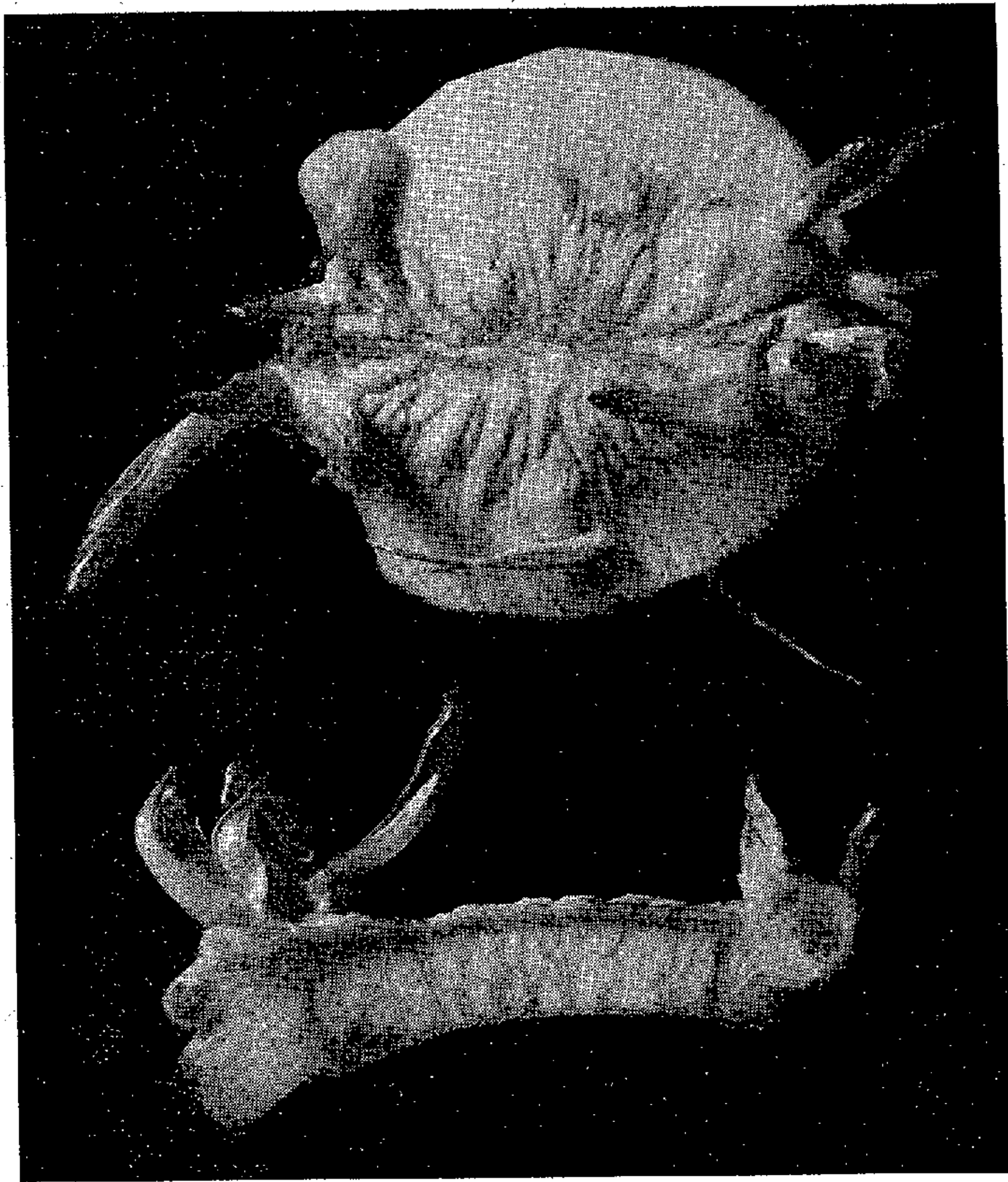
Les tranches de salsifis s'épaississent et forment sur leurs deux faces un cal provenant de la prolifération de la zone génératrice libéroligneuse, du parenchyme ligneux et, dans une faible mesure, du parenchyme libérien. La surface de ce cal demeure lisse et acquiert une coloration brune due, semble-t-il, à la formation de suber. Enfin dans quelques cultures il se forme, au bout de 40 à 60 jours, de petites pousses feuillées qui naissent uniquement sur la face supérieure de la tranche, c'est-à-dire celle qui ne se trouve pas au contact du milieu de culture.

Les tranches de racines d'Endive se développent d'une manière exubérante. Dès le premier jour suivant son isolement une tranche d'Endive

---

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 457.
([2]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 118.

produit des radicelles provenant de la prolifération précoce de vieilles racines secondaires dont les bases demeurent incluses dans la profondeur des tissus du tubercule. Au bout de 5 à 8 jours la zone génératrice libéro-ligneuse de la tranche d'Endive s'accroît à son tour et produit un cal



Tranche isolée de racine d'Endive, au bout de 20 jours de culture. — En haut, vue de face : remarquer que la tranche a produit trois racines, de nombreux bourrelets irréguliers et des bourgeons. En bas, vue en coupe : remarquer que la face supérieure (qui correspond à la face apicale) est recouverte par un cal sur lequel se sont développés les bourgeons. Les lignes grises sinueuses occupant la partie centrale de la tranche sont des groupes de vaisseaux; la ligne noire horizontale, représente la section de la zone génératrice libéroligneuse que renferme le cal. Cette zone génératrice se raccorde à deux lignes noires verticales qui représentent les sections de la zone génératrice normale de la racine.

sinueux et irrégulier recouvrant en partie le parenchyme ligneux et le parenchyme libérien. Cette prolifération est polarisée; car le bourrelet se développe uniquement sur la face apicale du fragment de tissu, c'est-à-dire sur la face qui serait tournée vers le sol si la tranche appartenait à une

racine intacte; la face opposée ne produit que de petits cals isolés. En outre, la tranche s'incurve d'une manière telle que la face apicale devienne concave. Cette polarité est donc identique à celle des tissus de carotte et présente d'ailleurs la même indépendance vis-à-vis des conditions expérimentales (direction de la pesanteur, orientation de la tranche par rapport au milieu de culture etc.).

Vers le douzième jour de la culture la tranche d'Endive produit des bourgeons se transformant en tiges feuillées dont la croissance est pratiquement illimitée. Les bourgeons n'apparaissent pas sur le tissu préexistant mais à la surface des cals formés par le parenchyme libérien ou la zone génératrice libéroligneuse ainsi que le prouvent les photographies ci-dessus. Ce phénomène n'a rien d'inattendu car la capacité du bourgeonnement des tissus d'endive est bien connue. Ces bourgeons se forment presque exclusivement sur la face tournée vers le haut, quelle que soit l'orientation de la tranche par rapport au milieu de culture. La région qui produit les bourgeons correspond donc suivant le cas soit à la face apicale soit à la face basale du fragment; il en résulte que la position des bourgeons ne semble pas être soumise à la polarité qui se manifeste au cours du développement des bourrelets indifférenciés mais paraît dépendre des conditions expérimentales. Cette constatation curieuse nous a conduit à préciser la polarité des tissus d'Endive.

En résumé, nos recherches montrent que des fragments de tissus de trois plantes de la famille des Composées se développent de manière différente : Des tranches de Topinambour ne s'accroissent que faiblement; des tranches de Salsifis produisent sur leurs deux faces des cals peu développés; des tranches d'Endive se développent d'une manière exubérante produisant à la fois des racines, des cals et des tiges feuillées.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Relation entre certaines propriétés optiques des Bactéries et leur forme géométrique vraie. Diffraction de la lumière par les cultures et symétrie de la bactérie.* Note de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. Aimé Cotton.

A un certain moment de leur développement, les colonies sur gélose d'un grand nombre de Bactéries apparaissent irisées, quand on les observe par transparence devant une source lumineuse, si on les déplace verticalement, entre la source et l'œil de l'observateur. Ce phénomène est utilisé comme élément accessoire de caractérisation de certaines espèces.

L'interprétation physique ne semble pas avoir été recherchée. Les colorations varient quand l'angle d'observation change, l'incidence restant constante. Sous incidence normale, on observe successivement, en s'écartant du centre, les couleurs du spectre, du violet bleu au rouge. L'hypothèse la plus simple est donc qu'il s'agit d'un phénomène banal de diffraction, du type dit des *couronnes*.

Cette hypothèse a été soumise à la vérification expérimentale suivante : une culture sur gélose de *B. paratyphosum A* présente, dès les premières heures, et conserve pendant plusieurs jours, à 37°, la propriété d'être irisée intensément. On récolte, à l'anse de platine, un volume de bouillie microbienne de quelques millimètres cubes, on dépose au centre d'une plaque de verre épais, parfaitement plane. On recouvre d'une deuxième plaque analogue, ce qui provoque un étalement de la culture, en un feuillet plan parallèle mince. On dispose l'ensemble verticalement, et on dirige au centre, normalement, un faisceau parallèle étroit de lumière naturelle blanche. Au delà du système, on observe un cône spectral de diffraction. L'angle sous lequel chaque couleur est diffractée est indépendant de l'épaisseur du feuillet microbien, quand celle-ci varie de 10 à 3^{μ} environ. La pureté du spectre augmente seulement, à mesure que l'épaisseur diminue. Il est donc clair que le phénomène visible sur les colonies n'est pas attribuable à une orientation particulière des bactéries les uns par rapport aux autres, puisqu'il s'intensifie, quand on les dispose au hasard, à l'intérieur d'une lame plane. Si l'on est en présence de bactéries plates [1], assimilables, en première approximation, à des lamelles réfringentes d'épaisseur négligeable, on peut évaluer leurs dimensions, en fonction de l'angle de diffraction d'une radiation de longueur d'onde connue, si l'on suppose que le phénomène est dû à l'interférence de la lumière réfléchie par les deux bords opposés de la bactérie, orientée, par l'écrasement, parallèlement aux plans de verre. La valeur ainsi calculée est, pour *B. paratyphosum A*, de l'ordre de la largeur de la Bactérie, telle qu'on peut la mesurer grossièrement à l'ultra-microscope. Ainsi, les irisations sont dues ici au fait que, dans la culture observée, *presque toutes les bactéries ont même largeur*, alors que leurs *longueurs* varient au contraire d'une Bactérie à l'autre.

J'ai vérifié le bien-fondé de cette interprétation en mesurant, de la même manière, avec le même dispositif (une goutte de sang frais non

(1) Marcel Guillot, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 1007.

coagulé est pressée entre les deux plans de verre, et frappée normalement par le pinceau de lumière blanche parallèle), le diamètre moyen des hématies. La valeur obtenue est exactement celle que donne la moyenne des mesures directes à l'ultramicroscope, mesure beaucoup plus précise que celle qu'on pouvait faire de la largeur des bactéries, dix fois plus petite.

Le premier intérêt pratique de cette interprétation est de fournir un critérium simple d'*homogénéité morphologique* d'une culture microbienne, en ce qui concerne au moins *une* des dimensions. Cette homogénéité n'est complète que pour certaines bactéries isodiamétriques, comme le staphylocoque, dont les cultures jeunes sur gélose sont très fortement irisées.

On peut aller plus loin, si l'on observe ce qui se passe quand on fait glisser l'une sur l'autre, dans une direction horizontale, les deux plaques de verre verticales, le feuillet microbien faisant office de lubréfiant. Il se produit alors, dans le cas des Bactéries de *B. paratyphosum A*, qui sont plus longues que larges, une *orientation* dans le sens du déplacement, toutes les bactéries ayant leur grand axe horizontal et, comme elles sont plates, leur plus grande section parallèle aux plans de verre. Il en résulte que la diffraction de la lumière devient dissymétrique : en lumière blanche, les colorations spectrales ont leur intensité maxima dans le plan vertical et minima dans le plan horizontal. Ce qui confirme la conclusion déjà formulée, que le facteur déterminant du phénomène est ici la largeur de la Bactérie. En lumière monochromatique on observe, dans un plan normal au faisceau incident, non plus un anneau de diffraction, mais deux taches situées verticalement à une distance de la tache centrale égale au rayon de l'anneau.

Si l'on fait la même expérience avec une culture jeune de *B. typhosum*, on voit apparaître, en plus des deux taches précédentes, deux autres taches, moins lumineuses, et situées horizontalement, à une distance plus petite de la tache centrale. Elles correspondent, cette fois, à la diffraction de la lumière par les extrémités de la bactérie. Il y a donc, dans ce cas, homogénéité de la culture en largeur et en longueur. Et la symétrie du diagramme de diffraction reproduit la *symétrie morphologique binaire de la bactérie*.

L'expérience est plus instructive encore avec le Staphylocoque. Une culture jeune de *St. citreus* peut être obtenue, dans certaines conditions, exclusivement formée de cocci isolés. Dans ce cas, le glissement des plaques, l'une par rapport à l'autre, fait apparaître, pendant un temps court, *six*

taches de diffraction, également intenses et également distantes de la tache centrale, situées aux six sommets d'un hexagone régulier, dressé sur un de ses sommets. Si l'on provoque alors un très léger glissement des plaques, en sens *inverse* du précédent, on voit brusquement les taches disparaître, et faire place à un anneau continu, de diamètre très légèrement inférieur au diamètre de l'anneau discontinu formé précédemment par les six taches. Si le déplacement se poursuit, les six taches réapparaissent, pour s'évanouir de nouveau, etc.

Il en résulte nécessairement que ce Staphylocoque en cocci isolés n'est pas entièrement sphérique, et qu'à un certain moment, les Bactéries ont un axe de symétrie hexagonal orienté normalement aux plans de verre, à un autre moment un axe de symétrie sphérique. La forme est donc celle de petites sphères dans lesquelles auraient été taillées six facettes planes, axées symétriquement, et normales à un même plan équatorial. Cette conclusion est confirmée par l'examen des associations *en grappe* formées par le même Staphylocoque, dans les vieilles cultures. Les cocci y sont disposés suivant une symétrie hexagonale, dans un plan. Il en résulte que les déformations mutuelles pourraient leur donner précisément la forme indiquée plus haut. Notre expérience permet d'affirmer que même les cocci isolés, n'ayant jamais été associés, ont déjà la forme qui favoriserait une association hexagonale dans un plan. Les directions de division et d'association de la Bactérie unique sont préfigurées par sa *symétrie morphologique hexagonale* individuelle.

RÖNTGENTHÉRAPIE. — *Diminution artificielle de la radiosensibilité de la peau et des muqueuses en röntgenthérapie.* Note (1) de M. **Pierre Lehmann**, transmise par M. Jean-Louis Faure.

La radiosensibilité de la peau est le principal obstacle à l'application d'une dose profonde élevée, souvent nécessaire en röntgenthérapie. La radiosensibilité d'un tissu vivant étant suspendue, dès qu'on interrompt ses connexions avec l'organisme, des auteurs allemands ont essayé de désensibiliser la peau pendant les irradiations, en agissant sur ses connexions vasculaires et nerveuses par pression ou compression, ou par introduction d'adrénaline-cocaïne par ionisation. Ces procédés ne se sont

(1) Séance du 16 juin 1941.

pas généralisés, la compression étant pénible pour les malades, et l'ionisation entraînant des manœuvres compliquées.

Partant du fait que les médicaments, et en particulier les hormones, incorporés dans des pommades, sont absorbés par la peau, j'ai essayé, (1939), dans mon service de l'Hôpital Bichat, d'atténuer la radiosensibilité exagérée des peaux ayant subi un trauma chirurgical, en faisant précéder chaque irradiation d'un massage de la peau avec une pommade contenant de l'adrénaline et de la stovaïne. La pigmentation habituelle ne s'étant pas produite chez les malades ainsi traités, j'ai appliqué cette technique à des cancers graves, peu radiosensibles ou accessibles par une seule porte d'entrée, et ai pu dépasser largement les doses habituelles.

Actuellement, après deux années d'essais, j'ai adopté la pommade : adrénaline $0^g,01$; stovaïne 1^g; axonge benzoïnée 100^g. L'axonge m'a paru permettre une absorption plus complète que la vaseline-lanoline.

La peau doit être nettoyée et légèrement massée avec cette pommade avant chaque séance, sur tout le champ d'irradiation. J'ai constaté, chez quelques malades, où les applications de pommade n'avaient pas été étendues jusqu'à la périphérie du champ d'irradiation, des réactions en couronne, pigmentation ou épidermite annulaires, qui illustraient l'efficacité de cette désensibilisation. Avec cette technique, la dose cutanée habituelle donnant une pigmentation d'intensité moyenne sans desquamation, quatre semaines après l'irradiation, sur une peau normale et non traumatisée, devient :

avec 200 kV, filtrés sur 1^{mm} Cu + 2^{mm} Al, 3500 à 4000 *r* au lieu de 2000 *r*,
250 » » $1^{mm},5$ » + 2^{mm} » 6500 *r* » 3000 *r*.

Ces doses étant appliquées sur des champs de 20^{cm} de diamètre, étalées sur 3 à 4 semaines, les mesures étant faites avec le dosimètre de Strauss.

Avec 150 kV, filtrés sur 5^{mm} Al, j'ai atteint 1400 *r* au lieu de 1000 *r*, sans réaction.

Dans certains traitements de cancers graves, ces doses ont été dépassées, et l'on a atteint en 4 à 5 semaines : 6000 *r* avec 200 kV, 8000 *r* avec 250 kV. Chez plusieurs malades, en deux séries d'irradiations séparées par quelques semaines, j'ai appliqué 5500 *r*, puis 4500 *r*, soit 10 000 *r* en trois mois, sur un seul champ cutané, qui a réagi seulement par une pigmentation marquée.

Il est à noter que les différences de sensibilité d'une peau à l'autre sont plus marquées après désensibilisation que dans la röntgenthérapie

courante. La sensibilité des phanères cutanés n'est pas modifiée, et l'épilation se produit sur les peaux ainsi traitées aux doses habituelles. Je n'ai pas constaté jusqu'ici de réactions tardives, d'induration du tissu cellulaire ou d'atrophies cutanées, avec télangectasies, chez des malades traités depuis plus de six mois.

La même technique de désensibilisation a été appliquée au pharyngo-larynx, en utilisant comme excipient la glycérine, et à l'œil, avec un collyre de même composition. On évite ainsi, dans le traitement des cancers du larynx, les réactions pénibles de mucite et de glossite, avec troubles de la gustation. Toutefois la désensibilisation ne protège pas les tissus contre le rayonnement provenant d'appareils dentaires. A l'œil, on évite les réactions de conjonctivite, et les possibilités de traitement sont limitées par la tolérance de la cornée.

Dans le traitement des cancers, on a essayé jusqu'ici en augmentant la pénétration, d'améliorer le taux de transmission ou rayonnement, qui passe de 40 % à 60 %, quand on passe de 200 à 700 kV, au prix d'un appareillage coûteux. La désensibilisation permet, en doublant la dose cutanée, de doubler le taux de transmission qui passe de 40 à 80 %, avec un appareillage de 200 kV. *Ce procédé offre donc des possibilités nouvelles considérables pour le traitement des cancers radiorésistants* et *des cancers superficiels*, accessibles par une seule porte d'entrée, en particulier les cancers du sein et du larynx. Dans la röntgenthérapie courante la désensibilisation augmente la marge de sécurité contre les radiodermites.

CHIMIE THÉRAPEUTIQUE. — *Nouvelles synthèses dans la série chaulmoogrique*. Note (1) de MM. **Buu-Hoï**, **Paul Cagniant** et **Joseph Janicaud**, présentée par M. Marcel Delépine.

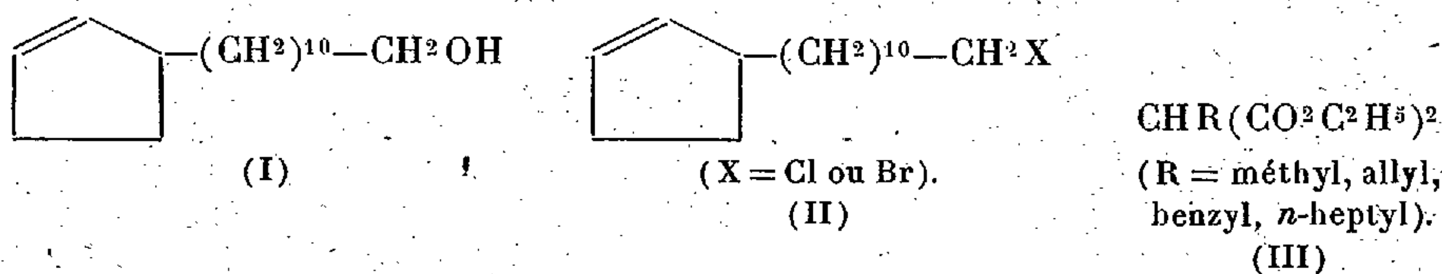
Il a été reconnu en ces dernières années (2) qu'un groupe de substances d'importance biologique fondamentale est constitué par les acides gras supérieurs, présentant des ramifications le long de leur squelette carboné. Par exemple, les acides tuberculostéarique et phtioïque, constituants essentiels des lipoïdes du bacille de Koch sont, le premier un acide 10-méthylstéarique, et le second un isomère de l'acide cérotique. De

(1) Séance du 16 juin 1941.
(2) R. Robinson, *J. Chem. Soc.*, 1940, p. 505.

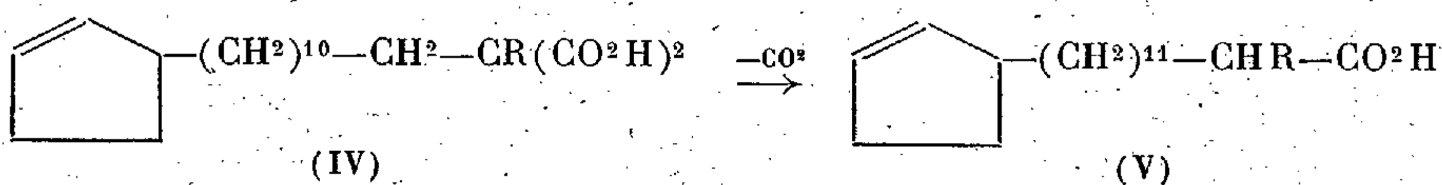
même, l'acide $\alpha.\alpha$-diméthyl-n-décylacétique produit dans le péritoine des lésions caractéristiques du tissu tuberculeux. Enfin, si l'acide palmitique normal n'influence pas la vitalité du bacille de la lèpre, son isomère ramifié, l'acide α-méthylpentadécanoïque, est fortement bactéricide. Il semble donc qu'une relation existe entre la ramification des chaînes et les propriétés physiologiques d'un acide gras supérieur.

Il nous a alors paru intéressant de faire la synthèse d'acides α-substitués appartenant à la famille des acides du chaulmoogra, afin d'essayer d'obtenir une exaltation des propriétés thérapeutiques.

Le point de départ de nos synthèses est l'alcool hydnocarpique (I), dont nous avons récemment indiqué une méthode de préparation satisfaisante ([3]). Cet alcool est transformé en bromure par PBr^3 ou, beaucoup mieux, en chlorure (II) par application de la méthode générale de Darzens, au chlorure de thionyle en présence de bases tertiaires ([4]). Les dérivés halogénés obtenus sont condensés avec divers éthers maloniques monosubstitués (III) en présence de potassium et dans le toluène.



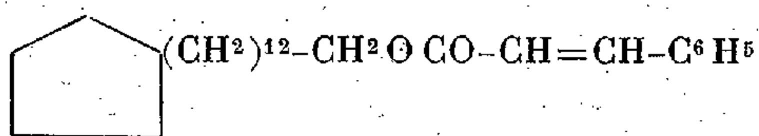
Les éthers hydnocarpylalcoylmaloniques sont alors saponifiés et les acides maloniques correspondants (IV) perdent aisément CO^2 à la distillation sous haut-vide pour donner naissance aux acides α-alcoylchaulmoogriques désirés (V) :



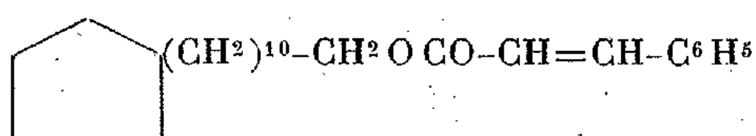
Ces derniers corps possèdent des propriétés physiques et chimiques qui les rapprochent de l'acide chaulmoogrique. Ils s'hydrogènent facilement par la méthode catalytique en acides α-alcoydihydrochaulmoogriques. Des essais physiologiques sur tous ces produits sont en cours.

([3]) BUU-HOÏ, PAUL CAGNIANT et JOSEPH JANICAUD, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 729.
([4]) DARZENS, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 1314.

Une publication récente de M. Burschkies (⁵) nous incite à communiquer les résultats de nos recherches effectués depuis longtemps sur le même sujet. M. Burschkies a préparé le cinnamate de dihydrochaulmoogryle (VI), qui lui a donné d'excellents résultats sur la lèpre murine. Nous avions obtenu une substance répondant à cette constitution, mais dont les propriétés physiques diffèrent totalement de celles indiquées par ce savant. En outre, nous avions préparé le cinnamate de dihydrohydnocarpyle (VII)



(VI)



(VII)

et ces deux produits font actuellement l'objet d'essais cliniques sur la lèpre humaine. Le produit de M. Burschkies doit-être, à notre avis, un mélange de (VI) et de (VII).

Partie expérimentale. — 1° *Bromure d'hydnocarpyle* $C^{16}H^{29}Br$. — 110^{g} d'alcool hydnocarpique dans 300^{cm^3} de toluène sont additionnés goutte à goutte, à 0°, de 80^{g} de PBr^3 dissous dans 50^{cm^3} de toluène. On laisse reposer la nuit à t^{o} ordinaire, puis on chauffe 4^{h} à 60°. On verse dans l'eau, ce qui donne une émulsion tenace. On épuise à l'éther de pétrole, la solution éthérée est lavée à la soude à 2 % puis à l'eau. Au cours de ces opérations, il s'est formé constamment des émulsions difficiles à détruire, d'où un rendement de seulement 70 %. Le bromure d'hydnocarpyle, liquide incolore, bout à E_{14} 201-206°; 2° *Chlorure d'hydnocarpyle* $C^{16}H^{29}Cl$. — 60^{g} d'alcool (I) sont dissous dans 30^{g} de diméthylaniline, et l'on ajoute, en refroidissant à 0°, 30^{g} de $SOCl^2$ pur. On laisse une nuit, puis chauffe 1^{h} au bain-marie, et enfin 2^{h} à 130° au bain d'huile en faisant le vide pour bien chasser SO^2. On traite comme habituellement. E_{15} 189° ou E_{20} 195°; rendement, 58^{g}; 3° *Hydnocarpylméthylmalonate d'éthyle* $C^{24}H^{42}O^4$. — $3^{g},9$ de potassium sont pulvérisés dans 150^{cm^3} de toluène, puis on ajoute goutte à goutte $17^{g},4$ de méthylmalonate d'éthyle. Quand tout K a disparu, on ajoute 30^{g} de bromure d'hydnocarpyle dissous dans 30^{cm^3} de toluène, et l'on chauffe 6^{h} au bain-marie. On traite comme d'ordinaire. Rendement : 40 %. $E_{1,3}$ 207-210°, liquide incolore distillant sans décomposition; 4° *Acide α-méthylhydnocarpylmalonique* $C^{20}H^{34}O^4$. On saponifie l'éther malonique par la potasse alcoolique. On cristallise dans C^6H^6; paillettes brillantes F 81°; 5° *Acide α-méthylchaulmoogrique* $C^{19}H^{34}O^2$. On distille l'acide précédent sous haut vide. Liquide incolore $E_{1,2}$ 215°, se solidifiant en une masse d'aiguilles très solubles dans l'éther de pétrole; F 34°; 6° *Acide α-méthyldihydrochaulmoogrique* $C^{19}H^{36}O^2$. On réduit l'acide α-méthylchaulmoogrique par $Pt + H^2$ dans l'alcool. Cristaux incolores en forme de paillettes, F 35°,5; 7° *Hydnocarpylallylmalonate d'éthyle* $C^{26}H^{44}O^4$. — Il s'obtient comme pour l'hydnocarpylméthylmalonate

(⁵) *Ber. d. deutsch. chem. Ges.*, 73, 1940, p. 405.

avec 50% de rendement. $E_{1,1}$ 220-222°; 8° *Acide α-allylchaulmoogrique* $C^{21}H^{36}O^2$: $E_{0,9} = 215°$ (sans décomp.). F 62°,5 (éther de pétrole); 9° *α-allylchaulmoograte d'éthyle* $C^{23}H^{40}O^2$. On éthérifie l'acide précédent par l'alcool chlorhydrique. $E_{0,8}$ 197-198°; 10° *Hydnocarpylbenzylmalonate d'éthyle* $C^{30}H^{46}O^4$. On a fait la condensation malonique avec le chlorure d'hydnocarpyle, en chauffant au bain d'huile et en présence d'iodure de sodium; on obtient avec un rendement de 30% une huile incolore $E_{0,9}$ 240-245° (sans décomp.); 11° *Acide α-benzylchaulmoogrique* $C^{25}H^{38}O^2$. Huile incolore, visqueuse, E_1 245-247°, n'ayant pas cristallisé; 12° *α-benzylchaulmoograte de méthyle* $C^{26}H^{40}O^2$: $E_{0,8-0,9}$ 225-227°; 13° *Hydnocarpyl-n-heptylmalonate d'éthyle* $C^{30}H^{54}O^4$. On condense le chlorure d'hydnocarpyle avec le n-heptylmalonate d'éthyle (E_{32} 175-177°) comme précédemment. Liquide incolore, distillant sans décomposition. $E_{0,9}$ 238-245°; rendement 60%; 14° *Acide α-n-heptylchaulmoogrique* $C^{25}H^{46}O^2$. $E_{1,7}$ 245-247° (sans décomp.). F 35° (éther de pétrole); 15° *Cinnamate de dihydrohydnocarpyle* $C^{25}H^{38}O^2$. On condense le chlorure de l'acide cinnamique avec l'alcool dihydrohydnocarpique pur décrit récemment par nous, en milieu benzénique, au bain-marie. Le produit de la réaction est tout à fait stable et il n'y a pas lieu d'opérer en atmosphère d'azote. Liquide incolore, E_1 245°, se solidifiant à température ordinaire. Cristallisé dans l'éther de pétrole léger, fond à 25°,5; 16° *Phénylpropionate de dihydrohydnocarpyle* $C^{25}H^{40}O^2$ (réduction catalytique du corps précédent). Liquide incolore $E_{0,9}$ 228°; 17° *Cinnamate de dihydrochaulmoogryle* $C^{27}H^{42}O^2$. Se prépare comme pour son sous-homologue; $E_{0,8}$ 240°; Cristallise dans l'éther de pétrole, et fond alors à 39°.

Les expériences cliniques ont été effectuées en solution à 10% dans l'huile d'arachide. La toxicité des 2 cinnamates est nulle chez le cobaye et le chien.

La séance est levée à 15h35m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les définitions analytiques du continu.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Dans les *Discorsi* (¹), parus en 1638, Galilée compare entre eux, par le procédé de correspondance univoque et réciproque, les ensembles infinis des points de deux segments rectilignes d'inégale longueur, ainsi que ceux des nombres entiers positifs et de leurs carrés, et attire l'attention sur le caractère antinomique des résultats auxquels on aboutit ainsi.

La notion des infinis de divers ordres, entrevue mais aussitôt écartée par Galilée, ne commence à se préciser que longtemps après la mort de cet homme de génie. La théorie de l'infinie multiplicité des infiniment grands et petits est développée par Euler dans diverses publications, par exemple dans le Chapitre III des *Institutiones calculi differentialis* (Saint-Pétersbourg, 1755), mais je ne sais s'il a jamais discuté dans le jour de cette théorie la démonstration de Galilée. Cauchy commente cette dernière comme suit : « puisque l'hypothèse de la suite actuellement prolongée à l'infini entraîne des contradictions manifestes, cette hypothèse doit être rejetée ». Cantor et Dedekind voient au contraire dans ces contradictions les caractéristiques

(¹) Traduits en allemand par von Œttingen, *Oswalds Klassiker der Exakten Wissenschaften*, n° 11, 4ᵉ édit., Leipzig, 1917; Cauchy, *Sept leçons de Physique générale*, Paris, 1885, p. 18.

des nombres transfinis [2]. *Définition de Cantor :* En désignant par ω le premier des nombres transfinis venant après tous les entiers, on a $1+\omega=\omega<\omega+1$. *Définition de Dedekind :* Un ensemble est transfini si l'une au moins de ses parties lui est équivalente, est fini dans le cas contraire.

Dans la présente Note, je cherche à interpréter l'antinomie de Galilée et le problème de la définition analytique du continu en me basant sur le concept de l'origine d'un nombre que j'ai défini précédemment [3].

1. Soient l et $2l$ la longueur des segments rectilignes parallèles ab et AB (*fig.* 1). Partageons chacun de ces segments, en traçant $n-1$ coupures issues du centre O, en n parties égales de longueur respective $C=l/n$ et $C_1=2l/n$. En faisant croître n indéfiniment et en effectuant l'opération du passage à la limite, c'est-à-dire en substituant à $1/n$ l'opérateur $L(1)=0$ et à n l'opérateur $L^{-1}(1)=\infty$, on réduit la longueur de ces parties à zéro, $C=0=L(l)$, $C_1=0=L(2l)$, et l'on obtient ainsi, sur les segments ab et AB, des *points d'origine* différente, mais en *nombre transillimité* égal.

Partageons maintenant les segments ab et AB respectivement en n et $2n$ parties en traçant les deux systèmes de coupures parallèles indiquées sur la figure 2. On fait correspondre ainsi à chaque élément de longueur $C=l/n$ de ab deux éléments de même longueur $C_1=C_2=2l/2n=l/n$ de AB. En répétant le raisonnement du cas précédent, on obtient $L^{-1}(1)$ points sur ab et $2L^{-1}(1)$ points sur AB, tandis que l'origine $L(l)$ des points de ces deux ensembles est la même.

Il est facile de démontrer que, chaque fois que l'origine des points de deux segments de longueur différente est la même, leur nombre transillimité (leur puissance) est proportionnel à la longueur de ces segments. Il suffit en effet de rejeter le centre O (*fig.* 1) à l'infini et de constater que l'origine des points et leur puissance *par unité de longueur* sont les mêmes sur les segments ab et AB. Aucune des parties de l'ensemble transfini des points d'un segment ne saurait être, dans ces conditions, équivalente à tout l'ensemble. La définition précitée de Dedekind est ainsi mise en défaut.

2. Considérons deux ensembles transillimités d'origine différente de nombres entiers en suite naturelle, $E_1[1, 2, \ldots, k, \ldots, L^{-1}(1)]$

---

(2) Le recours au procédé des hypothèses et des définitions *légitimant* des contradictions qu'on ne parvient pas à lever, a joué, ces 60 dernières années, un rôle considérable en Mathématique et en Physique théorique.

(3) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 677.

et $E_2[1, 2, \ldots, k, \ldots, k^2, \ldots, L^{-1}(1), \ldots, L^{-2}(1)]$. Le rapport des puissances de E_2 et E_1 étant $L^{-1}(1)$, on ne saurait établir une correspondance univoque entre leurs éléments, mais on peut évidemment, en isolant les nombres carrés figurant dans l'ensemble E_2, former l'ensemble $E_3[1, 4, \ldots, k^2, \ldots, L^{-2}(1)]$, partie intégrante de E_2, et établir une

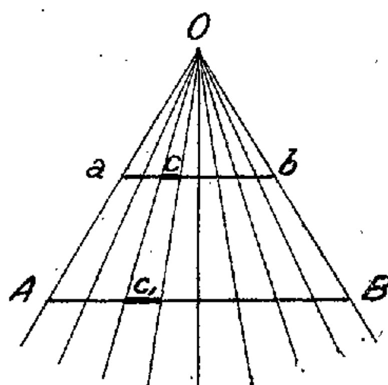


Fig. 1.

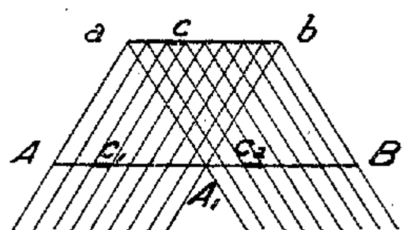


Fig. 2.

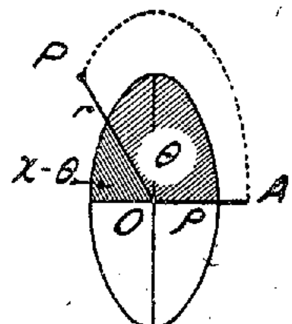


Fig. 3.

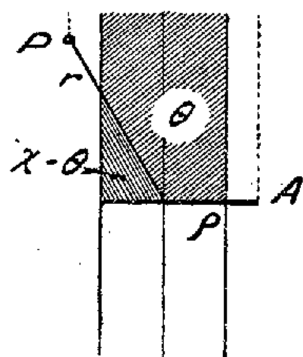


Fig. 4.

correspondance univoque et réciproque entre les éléments des ensembles E_1 et E_3, sans avoir recours à l'affirmation contradictoire que E_3 est équivalente à une partie intégrante de E_1. C. Q. F. D.

3. Pour donner une interprétation géométrique des nombres transillimités, j'exposerai succinctement la théorie des coordonnées polaires *paraboliques*. Soit σ l'aire, comptée depuis l'axe Ox, des secteurs d'une conique $x^2+\varepsilon y^2=\rho^2$ et nommons θ le double de l'aire σ rapportée au carré de l'unité de longueur du *module* ρ, $\theta=2\sigma:\rho^2$. On peut définir les coordonnées d'un point P (*fig.* 3) en posant $x=\rho(x:\rho)=\rho\cos_\varepsilon\theta=\rho\cos\sqrt{\varepsilon}\theta$, $y=\rho(y:\rho)=\rho\sin_\varepsilon\theta=\rho(\sin\sqrt{\varepsilon}\theta:\sqrt{\varepsilon})$. Lorsque le point P, en se déplaçant sur la conique dans le sens positif, revient au point de départ, l'amplitude θ augmente de $2\chi=2\pi:\sqrt{\varepsilon}$. Toutes les amplitudes θ, qui sont limitées par le même rayon r qu'une amplitude donnée α, sont comprises dans la formule $\theta=2m\chi+\alpha$, où m est un entier positif, nul ou négatif. En faisant tendre ε vers zéro et en effectuant l'opération du passage à la limite, $\varepsilon=0=L(1)$, l'ellipse (*fig.* 3) dégénère en deux droites parallèles (*fig.* 4), et $2\chi=2\pi L^{-1}(1)$ devient la période transillimitée des cosinus et sinus paraboliques : $cp\theta=(e^{k\theta}+e^{-k\theta}):2$, $sp\theta=(e^{k\theta}-e^{-k\theta}):2k$, $k=L(\sqrt{-1})$. On a $2m\chi+1=1+2m\chi>2m\chi$, et la définition précitée de Cantor n'est pas applicable à ces nombres transillimités.

4. Si l'on convient de tenir compte du concept de l'origine d'un nombre, la définition de Weierstrass : « deux nombres sont dits égaux s'ils ne diffèrent entre eux que d'un nombre indéfiniment plus petit », doit être

modifiée comme suit : « deux nombres, dont les valeurs numériques ne diffèrent entre elles que de la valeur numérique d'un nombre réduit à zéro par un passage à la limite, ont la même valeur numérique, mais leur origine, et par conséquent les nombres eux-mêmes, ne sont pas égaux ». Si l'on se place à ce point de vue, il faut s'abstenir, lorsqu'on discute le problème de la continuité, de substituer, par exemple, le nombre décimal $0, a_1\, a_2 \ldots (a_n - 1), 99999\ldots$ au nombre $0, a_1\, a_2 \ldots a_n$.

5. En remarquant que le nombre de toutes les fractions décimales à n ou moins de n décimales est 10^n, n étant un entier fini ou transillimité, on peut établir une correspondance univoque et réciproque entre l'ensemble de ces nombres et la suite naturelle des nombres entiers de 1 à 10^n. Disposons ces nombres décimaux comme suit :

0	0,01	0,02	...	0,09	0,001	0,002	...	0,099	...
0,1	0,11	0,12	...	0,19	0,101	0,102	...	0,199	...
...	....	....	...	....	.....	.....	...	.....	...
0,9	0,91	0,92	...	0,99	0,901	0,902	...	0,999	...

En effectuant le dénombrement par colonnes, on trouve que le numéro de la fraction $0, a_1 a_2 \ldots a_n$, pour $n > 1$, est

$$10^{n-1} + 10(a_2 a_3 \ldots a_n - a_2 a_3 \ldots a_{n-1} - 1) + a_1 + 1.$$

Par exemple le numéro de la fraction 0,0325 est

$$10(325 - 32 - 1) + 0 + 1 = 3921.$$

6. Mettons la fraction décimale transillimitée $A = 0, a_1 a_2 \ldots a_n \ldots$, où $n = L^{-1}(1)$, sous la forme $A = 0, a_1 a_2 \ldots a_n + 0 = 0, a_1 a_2 \ldots a_n + 10^{-n} B$. Nous conviendrons de dire que $0, a_1 a_2 \ldots a_n$ définit la valeur numérique ou rationnelle du nombre décimal considéré et B son origine. Si B est un nombre rationnel, on dira que le nombre décimal A l'est également et, dans le cas contraire, que A est irrationnel ou transcendant.

CHALEUR. — *Sur un dilatomètre non différentiel.* Note de M. **Georges Charpy.**

Depuis les travaux d'Henry Le Chatelier sur la mesure des dilatations aux températures élevées, la méthode dilatométrique a été très fréquemment employée pour étudier les transformations des métaux, et notamment

des aciers. La plupart des dispositifs utilisés pour ces recherches dérivent de la méthode différentielle à laquelle H. Le Chatelier avait donné une forme particulièrement simple et précise, appliquée d'abord dans ses études sur la dilatation des pâtes céramiques en 1898, puis dans celles relatives aux transformations des aciers en 1899. J'ai moi-même, en collaboration avec M. Louis Grenet, utilisé une variante de ce dispositif, comportant l'emploi du four électrique, dans des études sur la dilatation des aciers publiées en 1902 et 1903 [1].

Différentes dispositions ont été employées pour atténuer l'influence d'une différence de température entre l'échantillon étudié et celui qui sert de terme de comparaison, principale cause d'erreur que l'on puisse redouter dans l'application de cette méthode. On arrive à rendre cette influence négligeable tant que les variations de température sont uniquement causées par l'appareil de chauffage, et qu'on peut les régler et les modérer à volonté; mais il n'en est plus de même dans les périodes où un des deux échantillons comparés subit une transformation d'ordre physicochimique donnant lieu à un phénomène thermique. Il se produit forcément alors entre les deux échantillons des différences de température qui se modifient rapidement sans qu'on puisse influer sur leur développement, ni même les évaluer exactement, et qui gênent beaucoup l'analyse du phénomène que l'on a en vue. Il paraît donc désirable, au moins dans certains cas, de pouvoir suivre les variations de dimensions du corps que l'on veut étudier en les rapportant à un étalon de longueur qui soit lui-même maintenu à température constante et ne présente pas de variation propre au cours de l'expérience. J'ai essayé, dans ce but, différents dispositifs, et crois pouvoir indiquer comme donnant certains résultats intéressants, celui auquel je me suis arrêté en dernier lieu; il a été réalisé avec le concours de M. Pierre Pingault.

L'échantillon dont on veut suivre la dilatation, taillé en forme de cylindre ou de prisme, est disposé horizontalement en XY (*fig.* 1); il repose, à une de ses extrémités, X, sur la partie supérieure, taillée en biseau, d'une tige T, en silice, fixée dans une position verticale; l'autre extrémité, Y, repose sur un autre biseau, taillé à la surface d'un arbre en silice, A_1, A_2, soutenu horizontalement par deux supports, S_1, S_2, sur lesquels viennent s'appuyer deux pointes réglables, P_1, P_2.

---

(1) *Comptes rendus*, **134**, 1902, pp. 540 et 598; **136**, 1903, p. 92; G. Charpy et L. Grenet, *Bull. Soc. Encouragement Industrie nationale*, **102**, avril 1903, p. 464.

Les dilatations ou contractions de XY se transforment ainsi en des rotations autour de l'axe P_1P_2, que l'on peut mesurer en fixant un miroir M à l'extrémité de l'arbre; la distance de l'axe P_1P_2 au point de contact des deux biseaux, en Y, permet de fixer l'amplification.

L'échantillon XY est chauffé dans un four électrique composé de deux parties indépendantes. La partie inférieure (représentée schématiquement sur la figure) laisse passer la tige T en β et l'arbre A_1A_2 en α_1, α_2. La partie supérieure (non représentée) peut être enlevée pour faciliter la mise en place de l'échantillon et vient ensuite reposer sur la précédente suivant un plan horizontal.

On réalise ainsi une enceinte chauffante qui peut être complètement fermée, en dehors des orifices α_1 et α_2, et à l'extérieur de laquelle se trouvent toutes les parties délicates de l'appareil. Au centre de cette enceinte est placé l'échantillon à étudier. Il est percé en son milieu d'un petit trou dans lequel on vient loger la soudure d'un couple thermoélectrique, formé de fils n'ayant que $2/10^e$ de millimètre de diamètre, et ne pouvant, par suite, troubler en rien les déplacements dus aux dilatations.

Un deuxième miroir, placé à l'extrémité A_2 de l'arbre, et non représenté sur la figure, est réservé aux enregistrements photographiques, le premier permettant le pointage direct avec une échelle graduée, ce qui est très souvent utile pour faciliter l'interprétation d'un tracé ou en suivre un détail avec une forte amplification.

Cet appareil réduit au minimum les transmissions intermédiaires, qui peuvent toujours être des causes d'erreur, et permet néanmoins de grandes amplifications; celles-ci sont nécessaires pour qu'on puisse employer de petits échantillons, et admettre que la température est bien la même en tous leurs points.

La distance entre XY et P_1P_2 peut facilement être réglée au moyen des pointes P_1 et P_2 et se réduire à 2^{mm} ou 3^{mm}, ce qui conduit, avec les miroirs usuels de 1^m de rayon, à amplifier jusqu'à 1000 fois.

Les dimensions transversales de l'échantillon peuvent être également très réduites; il suffit qu'il soit assez rigide pour ne pas fléchir et assez lourd pour déplacer l'arbre; mais celui-ci est monté comme un fléau de balance et ne nécessite que des efforts très faibles. Pratiquement, il faut arriver à des diamètres de 5^{mm} à 6^{mm} et des longueurs de 25^{mm} à 50^{mm}. L'insertion de la soudure du pyromètre dans l'échantillon même ne présente pas ici de difficulté et paraît bien être nécessaire pour toute mesure précise.

Enfin la possibilité de fermer presque complètement l'enceinte de chauffage, qui est très favorable à l'uniformisation des températures, permet aussi de former une atmosphère de gaz neutre autour de l'échantillon et de ralentir l'oxydation; celle-ci est très gênante avec le fer dès que l'on arrive aux températures de 750° ou 800°, car il se forme très

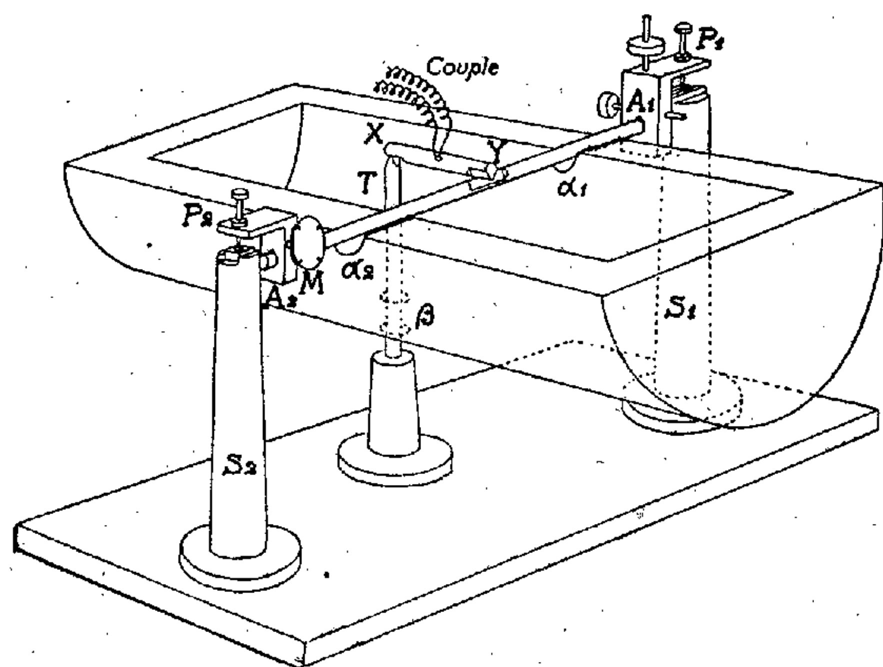


Fig. 1.

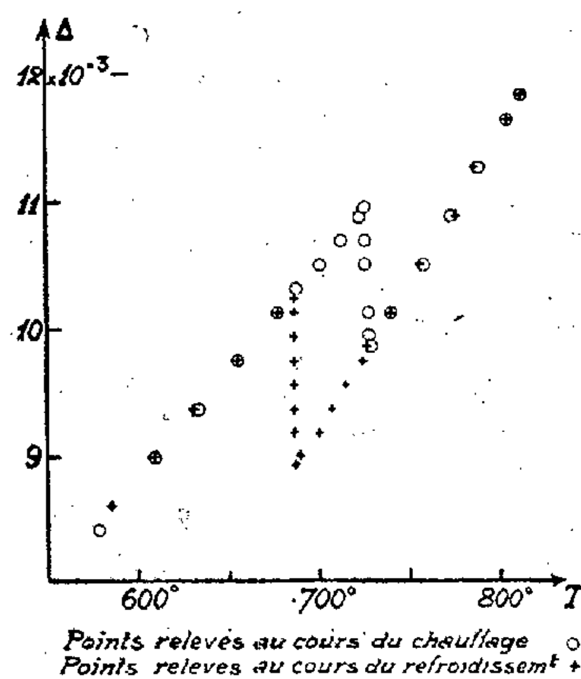


Fig. 2.

rapidement, entre l'échantillon et les corps sur lesquels il s'appuie, de l'oxyde qui produit des déplacements non négligeables.

Ayant l'intention de revenir ultérieurement sur certaines particularités observées avec cet appareil, je donnerai seulement ici, à titre d'exemple, un tracé obtenu avec un acier ayant à très peu près la composition de la perlite (*fig.* 2).

La superposition complète des tracés à l'échauffement et au refroidissement dans les régions où il n'y a pas de transformation, et l'alignement parfait des points relevés pendant la transformation permettent de conclure au fonctionnement régulier de l'appareil.

MAGNÉTISME. — *Une installation pour la mesure des susceptibilités des corps faiblement magnétiques.* Note de M. **Blas Cabrera**, M[lles] **Odette Amiot** et **Hélène Colson**.

En principe, cette installation réalise la méthode instituée par Faraday : utiliser l'action du champ non uniforme produit entre les pièces polaires d'un électroaimant. Les surfaces frontales des noyaux sont cylindriques,

à génératrices verticales et à section parabolique d'axe (y). Le champ présente une symétrie axiale par rapport à (y) et à l'axe vertical (z) équidistant des pièces polaires et rencontrant (y) en O. On considère l'action F du champ sur la masse m d'un corps de susceptibilité χ (1), parallèlement à l'axe $(x'Ox)$ perpendiculairement à (y) et (z). Elle présente en deux points symétriques par rapport au plan y/z un maximum dont l'étalement dépend de la forme des faces frontales des noyaux, avec sa plus grande extension parallèle à (z). On donnera donc au corps étudié la forme d'un cylindre circulaire de longueur inférieure à la hauteur des noyaux. Pour des susceptibilités de l'ordre de grandeur de celles qui correspondent au diamagnétisme, on placera le corps dans un tube de 6 à 7^{cm} de longueur et 0,4 à $0^{cm},6$ de diamètre, les noyaux ayant une hauteur de 12^{cm}. Pour des déplacements parallèles à (z) ou à (y), on observe respectivement un maximum et un minimum de l'action F, ce qui permet de fixer avec sûreté la position et l'étalement du maximum.

L'action du champ est équilibrée par le couple élastique d'un fil vertical de bronze phosphoreux de $0^{cm},02$ de diamètre, dont on peut faire varier la longueur efficace entre $0^{cm},2$ ou $0^{cm},3$ et 3^{cm}. L'équipage mobile de la balance de torsion porte un miroir plan vertical de 2^{cm} de diamètre servant à la lecture des déviations, une lame de cuivre horizontale mobile entre deux aimants en fer à cheval fixes jouant le rôle d'amortisseur et une série de contrepoids permettant de régler l'horizontalité du bras de levier sensiblement parallèle à (y), à l'extrémité duquel est suspendu le corps à étudier. Celui-ci est contenu dans un tube de verre pyrex (A) de forme et dimensions variables suivant le corps à étudier, relié de façon rigide par une mince tige de pyrex de 10 à 12^{cm} de longueur à un tube (B) également en pyrex, de $0^{cm},6$ de diamètre et 12^{cm} de longueur sur lequel peut glisser à frottement une pince cylindrique de laiton de 3^{cm} de longueur; elle est suspendue par un bifilaire à un étrier qui repose à l'extrémité du bras de levier à une distance réglable ($4 \pm 0^{cm},75$), mais parfaitement définie, de l'axe de rotation.

On déplace le corps parallèlement à (z) en glissant la pince sur le tube (B) et l'on repère et fixe sa position pour que l'action soit maximum. Le déplacement suivant (y) est assuré par une vis micrométrique qui transporte le support de la balance, et l'on fixe sa position pour le minimum d'action. Enfin on détermine la position du corps dans le champ corres-

(1) $F = km\chi\, \partial H^2/\partial x$, où k est une constante.

pondant au maximum d'action relativement à (x), tandis que le couple de torsion équilibre cette action, en transportant l'électroaimant suivant (x) par une vis micrométrique mue par un moteur électrique dont l'expérimentateur règle la vitesse et le sens de rotation.

La mesure de l'angle de torsion se fait par la méthode de Poggendorff; le miroir plan (M) donne, d'une échelle millimétrique horizontale (E) de 1^m de longueur placée à 3^m, une image que l'on observe dans une lunette placée sous l'échelle, la lecture se faisant au $1/10^e$ de millimètre près sur l'échelle. D'après les dimensions indiquées, on met facilement en place l'équipage mobile en observant la position de l'image dans le champ de la lunette : pour un déplacement vertical de $0^{cm},1$ de l'image, celui du corps dans le champ est $0^{cm},0016$.

[Les lectures de la déviation ne donnent pas directement l'angle de torsion et doivent être corrigées (correction plus faible que celle relative au passage de la tangente à l'angle, du fait que le miroir est à 7^{mm} en avant de l'axe de rotation : elle atteint au maximum quelques millimètres).]

La balance est enfermée dans un vase où la pression de l'air peut se réduire à quelques millimètres de mercure (grâce à une pompe à vide), ce qui évite les perturbations dues aux courants de convection dans l'étude des variations thermiques des susceptibilités. La partie inférieure du vase porte la balance; elle se prolonge par un tube métallique vertical aplati suivant (y), dans lequel peut se mouvoir librement, dans les limites d'amplitude correspondant aux dimensions de l'échelle (E), le tube AB. Une cloche de verre, noircie intérieurement et percée d'une fenêtre plane laissant passer les faisceaux qui forment l'image de l'échelle, coiffe la balance; elle se raccorde à la partie inférieure par un plan rodé, et peut communiquer avec la pompe à vide.

Sur la partie métallique de l'enveloppe placée au niveau de A est appliqué un fil de platine pur commercial (isolé entre deux lames de mica) dont la résistance électrique R_T donne la température moyenne de l'espace où se trouve le corps. On mesure R_T par un pont autocalibrable analogue à celui de Smith. Sa valeur en centimètres de fil du pont en fonction de la température Kelvin est

$$R_T = 239.9[1 + 3.65 \times 10^{-3}(T - 273) - 1.53.10^{-6}(T - 273)^2],$$

équation obtenue par l'action du champ magnétique sur un échantillon de $P^2O^7Mn^2$ dont l'équation de Curie-Weiss dans l'intervalle 190°-600°K.

conduit à

$$T = \left[\frac{\theta}{\theta_0}\frac{1}{287} - 9.96 \times 10^{-6}\left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1\right)\right]^{-1} - 14,$$

où θ et θ_0 sont les angles de torsion aux températures T et 273° K.

Pour les températures supérieures à la température ambiante, le tube métallique est entouré d'une étuve à résistance électrique : ruban de nichrome alimenté par le secteur, l'intensité du courant se réglant par un jeu de rhéostats placés à volonté en série ou dérivation. Un courant d'eau refroidit l'étuve extérieurement, ce qui régularise la température intérieure et empêche toute modification du champ par chauffage des noyaux de l'électroaimant.

Pour les températures inférieures à la température ambiante, on remplace l'étuve par un vase de Dewar de forme convenable; un entonnoir et un siphon permettent de renouveler les substances réfrigérantes qui y sont contenues : mélanges d'isopentane et d'air liquide ou mélanges de neige carbonique et d'alcool; on peut ainsi obtenir et maintenir constantes pendant la durée d'une mesure diverses températures échelonnées entre le point d'ébullition de l'air liquide et la température ambiante.

NOMINATIONS.

M. **Ernest Esclangon** est désigné pour faire une *Lecture* dans la séance des cinq Académies, le 25 octobre 1941.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Pierre Marie. *Les Foraminifères de la Craie à* Belemnitella mucronata *du Bassin de Paris.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le calcul de certaines probabilités d'absorption*. Note [1] de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Nous considérons la fonction aléatoire $X(t)$ liée à l'équation aux

[1] Séance du 4 juin 1941.

dérivées partielles

$$\text{(1)} \qquad L(u)=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b(t,x)\frac{\partial u}{\partial x}=0,$$

que nous avons définie dans une précédente Note ([2]); nous reprenons les notations et les hypothèses de cette Note. Soit C une courbe du plan (t, x) définie par l'équation $x=x(t)$, où $x(t)$ est une fonction *continue* de t. Les probabilités suivantes, dites *probabilités d'absorption*,

$$\overline{P}_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\{X(t')\leqq x(t') \text{ dans tout l'intervalle } t\leqq t'\leqq\tau, \text{ si } X(t)=x\}$$
$$P_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\{X(t')<x(t') \text{ dans tout l'intervalle } t<t'\leqq\tau, \text{ si } X(t)=x\}$$
$$\Phi_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\{X(t')=x(t') \text{ au moins une fois dans l'intervalle } t<t'\leqq\tau, \text{ si } X(t)=x$$

existent si $x<x(t)$; naturellement on a

$$P_C(t,x;\tau)+\Phi_C(t,x;\tau)=1.$$

De plus, nous avons démontré que

$$\overline{P}_C(t,x;\tau)=P_C(t,x;\tau) \quad ([3]).$$

En outre $\overline{P}_C(t,x;\tau)$ reste parfaitement définie pour $x=x(t)$; par contre la définition *directe* de $P_C(t,x;\tau)$ pour $x=x(t)$ soulève des difficultés. Nous posons conventionnellement

pour $x\leqq x(t)$, $\quad \overline{P}_C(t,x;t)=\lim\limits_{\tau\to t}\overline{P}_C(t,x;\tau)$ $\quad$ [c'est-à-dire 1, si $x<x(t)$] ([4]).

τ et C étant donnés, $\overline{P}_C(t,x;\tau)$ comme fonction de (t,x) a pour domaine d'existence le domaine $\mathcal{D}$ défini par $x\leqq x(t)$, $t\leqq\tau$.

Sous les hypothèses indiquées, nous avons démontré que :

THÉORÈME I. — $\overline{P}_C[t,x;\tau]$ *est une fonction continue de* τ.

THÉORÈME II. — *A l'intérieur de* $\mathcal{D}$, $\overline{P}_C(t,x;\tau)$ *est une fonction continue de t et de x, pourvue de dérivées partielles continues (première en t, première et seconde en x) et satisfait à l'équation parabolique* (1).

THÉORÈME III. — ε *étant* >0 *et* $t<\tau$, *on a*

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\overline{P}_C[t,x(t)-\varepsilon;\tau]=\overline{P}_C[t,x(t);\tau].$$

THÉORÈME IV. — $\overline{P}_C[t,x(t);t]$ *ne peut valoir que* 0 *ou* 1.

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 325.
([3]) Ce fait, très vraisemblable, n'est nullement évident.
([4]) En vertu du théorème I de notre Note citée.

Pour distinguer les deux cas seuls possibles d'après le théorème IV, on dispose d'un certain nombre de critères, dont l'essentiel est sans doute le suivant, déjà énoncé dans le cas $b = 0$ par M. Kolmogoroff ([5]) et indirectement par M. Petrowski ([6]) : *si* $x(\tau)$ *est tel que l'on puisse poser, du moins pour* $\tau > t$ *et suffisamment voisin de* t,

$$x(\tau) - x(t) = \sqrt{-4(\tau - t)\log\rho(\tau - t)},$$

où la fonction $\rho(h)$ *tend monotonement vers* $+0$ *lorsque* h *tend vers* $+0$, *pour que* $\overline{\mathrm{P}}_{\mathrm{C}}[t, x(t); t] = 1$, *il faut et il suffit que l'on ait, pour un* $\alpha > 0$ *quelconque*,

$$\int_0^\alpha \frac{\rho(h)\sqrt{-\log\rho(h)}}{h}\,dh < +\infty.$$

Pour établir certains des résultats précédents, nous avons introduit le point de vue suivant, qui rejoint le point de vue de M. S. Bernstein dans sa théorie des *équations différentielles stochastiques* ([7]) : dans l'ensemble E des courbes C définies par $x = x(\tau)$, où $x(\tau)$ est continue avec $x(t) = x$, la fonction de répartition $\mathrm{F}(t, x; \tau, \xi)$ définit d'une façon évidente une *mesure* que nous appellerons mesure-b pour indiquer qu'elle dépend du choix du coefficient b. Si l'on considère la transformation T définie dans E par la formule

$$(\mathrm{T}) \qquad y(\tau) = x(\tau) - \int_t^\tau b[t', x(t')]\,dt',$$

on a :

Théorème V. — *Si* e *est un sous-ensemble de* E *mesurable-*b *et de mesure-*b *égale à* m, $\mathrm{T}(e)$ *est mesurable-*0 *de mesure-*0 *égale à* m, *et réciproquement.*

([5]) Cf. P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, p. 266. A notre connaissance, M. Kolmogoroff n'a pas publié la démonstration de ce théorème.

([6]) Cf. Petrowski, *Compositio Mathematica*, 1935, vol. I, p. 383.

([7]) S. Bernstein, *Les équations différentielles stochastiques* (*Actualités scientifiques*, n° 738, p. 7; Paris). M. Bernstein suppose b pourvu de dérivées partielles bornées en x jusqu'à l'ordre 3 inclus.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La loi forte des grands nombres pour des variables aléatoires liées.* Note [1] de M. **Michel Loève**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons étudié [2] la loi ordinaire des grands nombres pour des variables aléatoires liées. Nous indiquons ici quelques résultats relatifs à la loi forte.

Nous obtenons [3] :

Théorème. — Lorsque

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_{n,i})| = 0,$$

on a

$$\text{Pr.}\left\{ \underset{k \leq n}{\text{Max}} |S_{n,k}| > c \right\} < \frac{1+\varepsilon_n}{c^2} \mathfrak{M}(S_{n,n}^2),$$

où $\varepsilon_n \to 0$ avec $1/n$ et $c > 0$ est une constante arbitraire (extension de l'inégalité de Kolmogoroff).

On en déduit la loi forte suivante des grands nombres :

Soit une suite de variables aléatoires X_i *avec* $\mathfrak{M}(X_i) = 0$ $(i = 1, 2, \ldots)$. *Si l'on peut choisir une suite de nombres certains* $a_{n+1} \geq a_n > 0$, *tels que lorsque* $n \to \infty$,

$$\frac{1}{a_n} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0 \quad \textit{et} \quad \frac{1}{a_n^2} \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_i^2) \quad \textit{reste borné,}$$

alors

$$\frac{S_n}{a_{[nq]} n^\gamma} \to 0 \quad \textit{presque certainement,}$$

$\gamma > 0$ *et* $q - 1 > 0$ *étant arbitrairement petits et* $[nq]$ *désignant la partie entière de* nq.

Si $(S_n/\varphi_n) \to 0$ presque certainement avec $1/n$, φ_n étant infiniment grand avec n, nous dirons que S_n est, presque certainement, d'un ordre de grandeur inférieur à celui de φ_n; et l'on dira que S_n est presque certainement

---

(1) Séance du 4 juin 1941.

(2) Les notations sont celles de la Note présentée à la séance du 5 mai 1941 (*Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 840-843), et l'on suppose encore les $\mathfrak{M}(X_{n,i})$ nuls.

(3) *Bull. des Sciences math.*, 59, 1935, pp. 84-96 et 109-128.

un infiniment petit d'ordre supérieur à celui de φ_n dans le cas où $\varphi_n \to 0$ avec $1/n$.

Lorsque $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0$ avec $\frac{1}{n}$ et les X_i sont uniformément bornées, S_n est presque certainement d'un ordre de grandeur inférieur à celui de $n^{1/2+\gamma}$. Donc $S_n/n \to 0$ presque certainement; dans le cas particulier où $\sup |\mathfrak{M}'(X_i)| = 0$ pour tout i, on retrouve un résultat de M. Paul Lévy ([3]).

L'application à une suite d'événements A_i donne : $f_n - \overline{f_n}$ est, presque certainement, un infiniment petit d'un ordre supérieur à celui de $n^{-1/2+\gamma}$ lorsque $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathrm{Pr}'.(A_i) - \mathrm{Pr}.(A_i)| \to 0$ avec $\frac{1}{n}$.

Une étude directe permet d'énoncer : lorsque $n\,d_n^2$ reste borné, $f_n - \overline{f_n}$ est presque certainement un infiniment petit au moins de l'ordre de $1/\sqrt{n}$.

Soient une variable aléatoire X; $X_1, \ldots, X_n$ ses valeurs dans n épreuves généralement liées, $F(x)$ la fonction de répartition de X, $F'_i(x)$ la f. de r. de X_i lorsque les résultats des épreuves antérieures sont connus, et $F^{(n)}(x)$ la valeur empirique de $F(x)$ dans les n épreuves. On a

$$\frac{1}{n^{1-\gamma}} \sum_{i=1}^{n} \sup |F'_i(x) - F_i(x)| \to 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{n},$$

pour un γ fixe compris entre 0 et 1; 1° entraîne $F^{(n)}(x) - F(x) \to 0$ presque certainement avec $1/n$, et, par suite, 2° la démonstration du théorème de Glivenko-Cautelli ([4]) relatif aux épreuves indépendantes s'applique sans changement dans le cas plus général actuel.

Critère pour la loi forte. — *Pour que $S_n/a_n \to 0$ presque certainement lorsque $n \to \infty$, il suffit que l'on ait*

(1) $$\frac{1}{a_n} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0,$$

(2) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathfrak{M}(X_i^2)}{a_i^2} < \infty,$$

(3) $$0 < a_n \leq a_{n+1},$$

([4]) Telle qu'elle est donnée par M. Fréchet (*Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilités*, I, 1937, p. 260-261).

et il existe une suite partielle $\{a_{n_i}\}$ *telle que* $a_{n_i}/a_{n_{i+1}} \to \alpha > 0$ *fixe lorsque* $i \to \infty$.

Cas particuliers. — 1. Lorsque les X_i sont mutuellement indépendantes, (1) a lieu, et si $a_n \neq n$, on a une extension immédiate du critère de M. Kolmogoroff.

2. Pour $a_n = n$, (3) a lieu et l'on a ainsi un critère de convergence presque certaine en moyenne arithmétique, généralisant celui du cas de l'indépendance; si l'on suppose, de plus, $\sup|\mathfrak{M}'(X_i)| = 0$, on retrouve un résultat de M. Paul Lévy [3].

GÉOMÉTRIE. — *Sur les invariants conformes d'une courbe.*
Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Élie Cartan.

La courbure et la torsion conformes d'une courbe se définissent le plus simplement à l'aide d'un pentasphère mobile. Cependant on peut les obtenir aisément en observant que tout sous-groupe conforme qui laisse invariante une sphère Σ est le groupe d'une géométrie riemannienne, et les invariants cherchés sont les fonctions des courbures de C dans cet espace $\mathcal{E}_\Sigma$, qui sont indépendantes de l'absolu Σ. On a l'avantage d'obtenir ainsi les expressions de ces invariants, simultanément en fonction des courbure et torsion euclidiennes c, t et des courbure et torsion riemanniennes anallagmatiques γ, τ.

Soit $\left(M, \vec{e_i}, i = 1, 2, 3\right)$ le trièdre orthonormal R auquel on rapporte l'espace euclidien $\mathcal{E}$. O étant le centre de Σ, et ρ son rayon, posons [1]

$$\overrightarrow{OM} = x_i \vec{e_i}.$$

Dans $\mathcal{E}$ le déplacement par équipollence se traduit par

$$(1) \qquad \overline{d}\vec{e_i} = d\vec{e_i} - \vec{e_k}\, d\gamma_i^k,$$

et par suite

$$(2) \qquad \overrightarrow{dM} = \vec{e_i}\, d\omega_i, \qquad \text{où } d\omega_i = \overline{d}x_i = dx_i - x_k\, d\gamma_i^k.$$

On a

$$(\overline{\delta}, \overline{d})\omega_i = (\overline{\delta, d})x_i = 0,$$

conformément à la nature euclidienne de $\mathcal{E}$, et l'on pose $d\gamma_i^k = \gamma_{ih}^k\, d\omega_h$.

---

[1] On fait abstraction du signe de sommation des indices doublés.

Dans $\mathcal{E}_\Sigma$,

$$dS^2 = \frac{d\omega_i^2}{m^2}, \qquad \text{où } m = \frac{\overrightarrow{OM}^2 - \rho^2}{2\rho};$$

les rotations du calcul absolu dans $\mathcal{E}_\Sigma$ sont celles du calcul pfaffien normal des formes de Pfaff $d\Omega_i = d\omega_i/m$, c'est-à-dire

$$(3) \qquad T_{ih}^k = m\gamma_{ih}^k + \frac{1}{\rho}(\delta_{ih}x_k - \delta_{kh}x_i), \qquad \delta_{ik} = 1 \text{ ou } 0.$$

Le déplacement par équipollence des vecteurs $\vec{e}_i$ dans $\mathcal{E}_\Sigma$ est défini par

$$(4) \qquad D\vec{e}_i = P_{ih}^k \vec{e}_k d\Omega_h, \qquad DM = \vec{e}_i d\Omega_i.$$

Quand M est sur une courbe donnée C, prenons pour R le trièdre de Frenet; on a $d\omega_1 = ds$, $d\omega_2 = d\omega_3 = 0$, $\gamma_{11}^2 =$ courbure c, $\gamma_{21}^3 =$ torsion t, $\gamma_{11}^3 = 0$, et (1) sont les formules de Serret-Frenet. Soit d'autre part $\vec{\varepsilon}_1 = \vec{e}_1$, $\vec{\varepsilon}_2$, $\vec{\varepsilon}_3$ le trièdre de Frenet de C dans $\mathcal{E}_\Sigma$. γ et τ désignant les courbure et torsion anallagmatiques correspondantes, on a

$$\frac{D\vec{\varepsilon}_1}{dS} = \gamma\vec{\varepsilon}_2, \qquad \frac{D\vec{\varepsilon}_3}{dS} = -\tau\vec{\varepsilon}_2.$$

Donc, d'après (4),

$$(5) \qquad \gamma\vec{\varepsilon}_2 = P_{11}^k \vec{e}_k = \left(mc + \frac{x_2}{\rho}\right)\vec{e}_2 + \frac{x_3}{\rho}\vec{e}_3.$$

En particulier, le carré scalaire donne

$$(6) \qquad \gamma^2 = m^2c^2 + 2mc\frac{x_2}{\rho} + \frac{\overrightarrow{OM}^2 - x_1^2}{\rho^2}.$$

Le produit vectoriel de $\vec{e}_1$ par (5) donne ensuite

$$(7) \qquad \gamma\vec{\varepsilon}_3 = \left(mc + \frac{x_2}{\rho}\right)\vec{e}_3 - \frac{x_3}{\rho}\vec{e}_2.$$

La dérivation dans $\mathcal{E}_\Sigma$, le long de C, compte tenu de (4) et de

$$\frac{dm}{dS} = m\frac{\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{dM}}{\rho\, ds} = m\frac{x_1}{\rho},$$

donne

$$(8) \qquad \gamma'\vec{e}_3 - \gamma\tau\vec{\varepsilon}_2 = m^2\left(c'\vec{e}_3 - ct\vec{e}_2\right),$$

où $c' = dc/ds$, $\gamma' = d\gamma/dS$. En particulier, le carré scalaire fournit le

covariant

(9) $$\gamma'^2 + \gamma^2\tau^2 = m^4(c^2 + c'^2 t^2).$$

Dérivons (8) dans $\mathcal{E}_\Sigma$, le long de C. En posant

$$\frac{dt}{ds} = t', \qquad \frac{d^2c}{ds^2} = c'', \qquad \frac{d\tau}{dS} = \tau', \qquad \frac{d^2\gamma}{dS^2} = \gamma'',$$

il vient

(10) $$(\gamma'' - \gamma^2\tau^2)\vec{\varepsilon}_3 - (\gamma\tau' + 2\gamma'\tau)\vec{\varepsilon}_2 = m^3\{(c'' - c^2t^2)\vec{e}_3 - (ct' + 2c't)\vec{e}_2\} + 2m^2\frac{x_1}{\rho}\left(c'\vec{e}_3 - ct\vec{e}_2\right),$$

d'où résulte, par multiplication vectorielle avec (8), le nouveau covariant

(11) $$\gamma'(\gamma\tau' + 2\gamma'\tau) - \gamma\tau(\gamma'' - \gamma\tau^2) = m^5\{c'(ct' + 2c't) - ct(c'' - ct^2)\}.$$

Les deux covariants (9) et (11) fournissent l'invariant

$$h = \frac{\gamma'(\gamma\tau' + 2\gamma'\tau) - \gamma\tau(\gamma'' - \gamma\tau^2)}{(\gamma'^2 + \gamma^2\tau^2)^{\frac{5}{4}}} = \frac{c'(ct' + 2c't) - ct(c'' - ct^2)}{(c'^2 + c^2t^2)^{\frac{5}{4}}}.$$

C'est la *torsion conforme* et il est remarquable que son expression soit la même en fonction des courbures euclidiennes c, t ou des courbures anallagmatiques γ, τ. Posons maintenant

$$l = (c'^2 + c^2t^2)^{\frac{1}{4}}, \qquad \lambda = (\gamma'^2 + \gamma^2\tau^2)^{\frac{1}{4}},$$

de sorte que

(12) $$\lambda = ml.$$

En posant

$$\frac{dl}{ds} = l', \quad \frac{d\lambda}{dS} = \lambda', \quad \text{puis} \quad \frac{d}{ds}\left(\frac{l'}{l}\right) = \left(\frac{l'}{l}\right)', \quad \frac{d}{dS}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right) = \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)',$$

deux dérivations successives de (12) donnent

(13) $$\frac{\lambda'}{\lambda} = m\frac{l'}{l} + \frac{x_1}{\rho},$$

(14) $$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)' = m^2\left(\frac{l'}{l}\right)' + m\frac{x_1}{\rho}\frac{l'}{l} + m\frac{1 + cx_2}{\rho},$$

car $(dx_1/ds) = (\bar{d}x_1/ds) + \gamma_{11}^2 x_2 (dw_1/ds)$. (6), (13) et (14) suggèrent la combinaison

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 - \frac{1}{2}\gamma^2 = m^2\left[\left(\frac{l'}{l}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{l'}{l}\right)^2 - \frac{1}{2}c^2\right] + \frac{m}{\rho} - \frac{\overline{OM}^2}{2\rho^2},$$

d'où résulte la covariance de

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 - \frac{\gamma^2 - 1}{2} = m^2\left[\left(\frac{l'}{l}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{l'}{l}\right)^2 - \frac{c^2}{2}\right]$$

et l'invariance de

$$k = \frac{1}{\lambda^2}\left\{[\lambda, S] - \frac{\gamma^2 - 1}{2}\right\} = \frac{1}{l^2}\left\{[l, s] - \frac{c^2}{2}\right\},$$

où $[y, x]$ représente la dérivée de Cayley-Schwarz de y par rapport à x. C'est la *courbure conforme*, dont les deux expressions à l'aide des deux sortes de courbures sont légèrement différentes. La méthode que nous venons d'exposer conduit de manière également naturelle aux invariants conformes d'une surface et à leurs expressions en fonction des invariants relativement à un espace non euclidien $\mathcal{E}_\Sigma$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la représentation unitaire de l'électromagnétisme et de la gravitation en mécanique ondulatoire.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. Dans la théorie de M. Louis de Broglie, le photon est représenté par un système de seize fonctions d'ondes, l'une étant nulle tandis que les quinze autres Φ_μ, $\Phi_{\mu\nu} = -\Phi_{\nu\mu}$, Φ_0, Φ'_μ satisfont aux équations

$$(1)\quad \partial_\nu \Phi_\mu - \partial_\mu \Phi_\nu = \lambda \Phi_{\mu\nu}, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi_{\mu\nu} = \lambda \Phi_\mu,$$

$$(2)\quad \partial_\nu \Phi_0 = \lambda \Phi'_\mu, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi'_\nu = \lambda \Phi_0 \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad x_4 = ict).$$

Ces équations entraînent les relations

$$(3)\quad \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_\mu = 0, \qquad \partial_\mu \Phi_{\nu\rho} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu} = 0, \qquad \partial_\nu \Phi'_\mu - \partial_\mu \Phi'_\nu = 0.$$

Les équations (1) et (2) peuvent se représenter par un seul système en introduisant, en plus des x^μ, une nouvelle variable x^5, soit

$$(4)\quad \partial_\beta \Phi_\alpha - \partial_\alpha \Phi_\beta = \lambda \Phi_{\alpha\beta}, \qquad \Sigma_\beta \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta} = \lambda \Phi_\alpha \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5),$$

entraînant les relations

$$(5)\quad \Sigma_\alpha \partial_\alpha \Phi_\alpha = 0, \qquad \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta} = 0.$$

On retrouve dans (4) les systèmes (1) et (2) en séparant les équations contenant des indices 5 et en annulant les variations des Φ dans la direction de x^5 ($\partial_5 \Phi = 0$). Pour α, $\beta = \mu$, $\nu = 1, 2, 3, 4$, on retrouve le système (1), et pour $\alpha = 5$, $\beta = \mu = 1, 2, 3, 4$, le système (2) avec $\Phi_5 = \Phi_0$, $\Phi_{5\mu} = \Phi'_\mu$.

II. Il est intéressant d'utiliser ce formalisme pour écrire dans l'espace (R^5) les équations du corpuscule de spin 2. La méthode d'extension symétrique nous donne le système

$$(6)\quad \left\{\begin{array}{ll} \partial_\beta \Phi_{\alpha,\gamma} - \partial_\alpha \Phi_{\beta,\gamma} = \lambda \Phi_{\alpha\beta,\gamma}, & \Sigma_\beta\, \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma} = \lambda \Phi_{\alpha,\gamma} \\ \partial_\beta \Phi_{\alpha,\gamma\delta} - \partial_\alpha \Phi_{\beta,\gamma\delta} = \lambda \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta}, & \Sigma_\beta\, \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \lambda \Phi_{\alpha,\gamma\delta} \\ \multicolumn{2}{l}{(\Phi_{\alpha,\beta} = \Phi_{\beta,\alpha};\ \Phi_{\alpha\beta,\gamma} = \Phi_{\gamma,\alpha\beta} = -\Phi_{\beta\alpha,\gamma};\ \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \Phi_{\gamma\delta,\alpha\beta} = -\Phi_{\beta\alpha,\gamma\delta} = -\Phi_{\alpha\beta,\delta\gamma}).} \end{array}\right.$$

Le système (6) est irréductible si nous astreignons les $\Phi_{\alpha,\alpha}$ à la condition

$$(7)\quad \Sigma_\alpha \Phi_{\alpha,\alpha} = 0.$$

On voit facilement que le système (6) entraîne les relations différentielles

$$(8)\quad \left\{\begin{array}{ll} \Sigma_\alpha \partial_\alpha \Phi_{\alpha,\beta} = 0, & \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma,\delta} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha,\delta} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta,\delta} = 0, \\ \Sigma_\alpha \partial_\alpha \Phi_{\alpha,\beta\gamma} = 0, & \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma,\delta\varepsilon} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha,\delta\varepsilon} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta,\delta\varepsilon} = 0, \end{array}\right.$$

qui, avec (7), donnent les relations algébriques

$$(9)\quad \left\{\begin{array}{ll} \Sigma_\beta \Phi_{\alpha\beta,\beta} = 0; & \Phi_{\alpha\beta,\gamma} + \Phi_{\beta\gamma,\alpha} + \Phi_{\gamma\alpha,\beta} = 0, \\ \Sigma_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma\beta} = \Phi_{\alpha,\gamma}; & \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} + \Phi_{\alpha\gamma,\delta\beta} + \Phi_{\alpha\delta,\beta\gamma} = 0. \end{array}\right.$$

Les équations (6), système irréductible dans (R^5), donnent naissance dans (R^4), lorsqu'on annule les variations des Φ le long de x^5, à trois systèmes renfermant 0, 1 ou 2 indices 5, le premier (C_2) caractérisant un corpuscule de spin 2, le second (C_1) un corpuscule de spin 1, et le troisième (C_0) un corpuscule de spin zéro. Ce sont :

$$1^\circ\quad (C_2)\quad \left\{\begin{array}{ll} \partial_\nu \Phi_{\mu,\rho} - \partial_\mu \Phi_{\nu,\rho} = \lambda \Phi_{\mu\nu,\rho}, & \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,\rho} = \lambda \Phi_{\mu,\rho}; \\ \partial_\nu \Phi_{\mu,\rho\lambda} - \partial_\mu \Phi_{\nu,\rho\sigma} = \lambda \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma}, & \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma} = \lambda \Phi_{\mu,\rho\sigma}; \\ \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_{\mu,\nu} = 0, & \partial_\mu \Phi_{\nu\rho,\sigma} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu,\sigma} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu,\sigma} = 0; \\ \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_{\mu,\nu\rho} = 0, & \partial_\mu \Phi_{\nu\rho,\sigma\lambda} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu,\sigma\lambda} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu,\sigma\lambda} = 0; \\ \Phi_{\mu\nu,\rho} + \Phi_{\nu\rho,\mu} + \Phi_{\rho\mu,\nu} = 0, & \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma} + \Phi_{\mu\rho,\sigma\nu} + \Phi_{\mu\sigma,\nu\rho} = 0. \end{array}\right.$$

$\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu}$ n'est plus nul en général, car (7) donne $\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu} + \Phi_{5,5} = 0$. Le système n'est plus irréductible, et l'on peut y mettre en évidence une représentation de rang zéro en posant

$$\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu} = -\Phi_{5,5} = T.$$

$$2^\circ\quad (C_1)\qquad \partial_\nu \Phi_{\mu,5} - \partial_\mu \Phi_{\nu,5} = \lambda \Phi_{\mu\nu,5}, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,5} = \lambda \Phi_{\mu,5};$$

les autres équations définissant des gradients de $\Phi_{\mu,5}$ et de $\Phi_{\mu\nu,5}$.

$$3^\circ\quad (C_0)\qquad \left\{\begin{array}{ll} \partial_\mu \Phi_{5,5} = \lambda \Phi_{5\mu,5}, & \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_{5\mu,5} = \lambda \Phi_{5,5}; \\ \partial_\mu \Phi_{5\nu,5} = \lambda \Phi_{5\nu,5\mu}, & \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_{5\mu,5\nu} = \lambda \Phi_{5\nu,5}. \end{array}\right.$$

Les équations (6) peuvent être considérées comme représentant les équations de la gravitation dans l'espace (R^5).

En effet, si l'on considère dans un espace de Riemann des coordonnées normales, on peut montrer que les composantes des tenseurs $g_{\alpha\beta}$ et $R_{\alpha\beta,\gamma\delta}$ satisfont aux relations

$$2R_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \partial_\beta(\partial_\gamma g_{\alpha\delta} - \partial_\delta g_{\alpha\gamma}) - \partial_\alpha(\partial_\gamma g_{\beta\delta} - \partial_\delta g_{\beta\gamma}),$$
$$R_{\alpha\beta,\gamma\delta} + R_{\alpha\gamma,\delta\beta} + R_{\alpha\delta,\beta\gamma} = 0, \qquad \partial_\alpha R_{\beta\gamma,\delta\varepsilon} + \partial_\beta R_{\gamma\alpha,\delta\varepsilon} + \partial_\gamma R_{\alpha\beta,\delta\varepsilon} = 0,$$
$$\Sigma_\alpha \partial_\alpha g_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\partial_\beta \Sigma_\alpha g_{\alpha\alpha}, \qquad \Box g_{\alpha\beta} = -2R_{\alpha\beta}.$$

Ces équations sont identiques à celles du corpuscule de spin 2 [équation (6)]; si l'on pose

$$\Phi_{\alpha\beta} = k g_{\alpha\beta}, \qquad \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = -\frac{2k}{\lambda^2} R_{\alpha\beta,\gamma\delta},$$

on en déduit les équations de la gravitation

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{\lambda^2}{2} g_{\alpha\beta}, \qquad R = 0.$$

Ces équations donnent naissance, dans l'espace (R^4) d'une part à des équations d'un corpuscule de spin 1 et d'autre part aux équations de gravitation

$$R_{ik} = -\frac{\lambda^2}{2} g_{ik}, \qquad \text{avec} \quad \Phi_{ik} = k\left(g_{ik} - \frac{1}{\lambda^2}\partial_i \partial_k \Sigma_j g_{jj}\right).$$

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'évolution et les mouvements d'ensemble des protubérances solaires.* Note de M. et Mme **Lucien d'Azambuja**, présentée par M. Henri Deslandres.

L'étude statistique de la répartition des protubérances autour du disque solaire a permis de distinguer, dans chaque hémisphère, deux zones de plus grande fréquence de ces phénomènes : la première coïncide approximativement avec la zone de formation des taches, dont la latitude moyenne diminue progressivement de 30° à 10°, entre le début et la fin du cycle undécennal; les protubérances y suivent, dans l'ensemble, les grandes variations périodiques de l'activité générale de l'astre. Dans la seconde, à l'époque du minimum, elles se montrent entre 45° et 55° de latitude et se rapprochent ensuite du pôle, qu'elles atteignent presque au moment du

maximum; elles disparaissent peu après, pendant que la région 45°-55° continue à marquer une faible activité jusqu'au minimum suivant. On sait d'autre part que, sur le disque solaire même, où elles apparaissent sous la forme de longues lignes sombres ou *filaments*, les protubérances ont une orientation très caractéristique : près de l'équateur, elles sont sensiblement parallèles aux méridiens; aux latitudes croissantes, elles s'inclinent de plus en plus, de manière que leur extrémité Est ait la latitude la plus élevée; à partir de 45°, elles sont à peu près dirigées suivant les parallèles.

Nous avons signalé ([1]) que la corrélation entre la surface tachée et l'aire des filaments correspondant aux protubérances de la première zone était maxima pour un retard des filaments sur les taches variant de 50 jours au voisinage de l'équateur à 110 jours environ, vers la latitude 40°, et nous émettions l'idée que ces filaments naissent dans la région des taches, pour se développer ensuite en remontant lentement, eux aussi, vers les pôles.

Une étude plus détaillée des circonstances de la formation et de l'évolution des filaments était nécessaire. Nous avons été ainsi amenés à dresser le catalogue de tous les filaments distincts, relevés sur les *Cartes synoptiques de la chromosphère solaire* établies par l'Observatoire de Meudon. Nous nous sommes limités à l'intervalle de 11 ans, s'étendant de 1919 à 1930 et nous avons retenu seulement les filaments ayant eu plus d'un passage sur le disque. Il est apparu, au cours de ce travail, que des filaments nouveaux, nés au voisinage de filaments plus anciens, se réunissaient souvent à ceux-ci, faussant leur évolution normale. Un autre critérium allait nous permettre de mieux dégager celle-ci : En 1920, T. Royds avait signalé ([2]) que l'angle d'un filament donné avec les méridiens augmente avec le temps et suggéré que ce changement d'orientation était dû au ralentissement polaire de la vitesse angulaire de rotation de la couche dont les filaments sont issus. Il admettait en outre, implicitement, que les filaments, au moment de leur naissance, sont dirigés suivant les méridiens. Utilisant les valeurs de la vitesse de rotation aux divers parallèles trouvées par nous en 1938 ([3]), nous avons pu vérifier que la forme des filaments, pendant toute leur existence, est en accord étroit avec celle de leur méridien origine, de plus en plus courbé par le ralentissement polaire et que, par suite, l'orientation des filaments sur le disque permet de fixer leur âge. Dès lors, il devenait

---

([1]) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 424.
([2]) *Kodaikanal Observatory Bulletin*, n° 63, 1920, p. 289.
([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 819.

aisé de séparer les uns des autres les éléments d'âges différents formant un filament complexe.

Le catalogue établi comprend 363 filaments distincts : 185 d'entre eux sont nés dans les *plages faculaires* qui accompagnent les taches, au moment où commence la phase de déclin de ces centres d'activité. D'une façon générale, les filaments sont associés aux centres les plus importants. Les plus stables acquièrent leur développement maximum au bout de trois mois environ, ce qui explique leur retard par rapport aux taches, révélé par la méthode de corrélation ; leur longueur, qui n'était que de quelques degrés héliographiques à l'époque de leur formation, dépasse alors souvent 60°, et la latitude de leur centre de figure se trouve déjà supérieure d'une dizaine de degrés à celle de la plage faculaire où ils étaient apparus. Ils se fragmentent ensuite et finissent par disparaître, en perdant d'abord leur partie équatoriale. Parfois l'autre extrémité, ayant atteint le parallèle où les filaments de la seconde zone s'alignent bout à bout pour former une couronne à peu près ininterrompue et presque toujours visible autour du Soleil, s'incorpore dans cette couronne et se confond rapidement avec elle. Pour les 178 filaments restants, l'évolution est la même, mais ils sont formés en dehors de toute région tachée. Fait remarquable cependant, leur latitude moyenne, à leur premier passage, reste la même que celle des taches. En particulier, à l'époque du minimum d'activité, elle subit l'augmentation brusque de 15° à 20° qui caractérise le changement de cycle.

Ainsi l'étude individuelle des filaments confirme que ces phénomènes naissent dans la zone de formation des taches et disparaissent à des latitudes plus élevées. Nous avons complété ce résultat qualitatif en déterminant, pour les 363 filaments retenus, l'augmentation moyenne, $\Delta\varphi$, de la latitude de leur centre de figure entre un passage au méridien central du Soleil et le passage suivant. Voici les nombres obtenus :

	Filaments dont le centre de figure, au 1er passage, est compris entre les latitudes			
	0°-10°.	11°-20°.	21°-30°.	31°-40°.
$\Delta\varphi$	2,3	1,7	1,2	0,6
Nombre de déterminations	154	373	379	182

Ces nombres mettent clairement en évidence le lent mouvement vers les pôles de l'ensemble des filaments étudiés, dont le lieu d'origine, seul, se rapproche de l'équateur au cours du cycle undécennal. De plus, la vitesse de ce mouvement, qui décroît visiblement quand la latitude augmente, se

raccorde bien, vers 45°, avec celle des filaments de la seconde zone, très voisine de 0°,5. Il y a là une indication nouvelle que ces derniers filaments ne sont que l'aboutissement des premiers. Un tel mouvement des filaments, dont les différentes parties suivent la déformation de leur méridien origine et semblent donc bien nées simultanément le long de ce méridien, pourrait correspondre simplement à une propagation progressive de leur visibilité, à partir des basses latitudes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le groupe de Lorentz et les espaces généralisés.* Note de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

La transformation générale de Lorentz comprend une rotation d'espace et une transformation de Lorentz proprement dite :

$$x' = k(x+\beta T)(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y' = ky, \qquad z' = kz,$$
$$T' = k(T+\beta x)(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}; \qquad (T = ct)$$
$$x'' = k'(x'+\beta' T')(1-\beta'^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y'' = k'y', \qquad z'' = k'z',$$
$$T'' = k'(T'+\beta' x')(1-\beta'^2)^{-\frac{1}{2}};$$
$$x'' = k''(x\beta'' T)(1-\beta''^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y'' = k''y, \qquad z'' = k''z,$$
$$T'' = k''(T+\beta'' x)(1-\beta''^2)^{-\frac{1}{2}};$$

les tranformations forment un groupe si $k'' = kk'$ et $\beta'' = (\beta+\beta')(1+\beta\beta')^{-1}$. Si l'on pose $\beta = \mathrm{T}h\varphi$, on a $\varphi'' = \varphi+\varphi'$, correspondant à l'équation $v'' = v + v'$ du groupe de Galilée.

Étudions les transformations infinitésimales : l'opérateur *dilatation* de Lie $T_0 = \Sigma x^i \partial/\partial x^i + T\,\partial/\partial T$ tel que $\delta x = \delta k . T_0(x)$ donne

$$\delta x = x\,\delta k, \qquad \delta y = y\,\delta k, \qquad \delta z = z\,\delta k, \qquad \delta T = T\,\delta k$$

avec β constant.

L'opérateur *déformation* $T_1 = T\,\partial/\partial x + x\,\partial/\partial T$ tel que $\delta x = \beta T_1(x)$ donne $\delta x = \beta T$, $\delta y = \delta z = 0$, $\delta T = \beta x$. De même pour T_2, T_3. Remarquons que $[T_1, T_2] = T'_3 = x\,\partial/\partial y - y\,\partial/\partial x$ est l'opérateur *rotation* correspondant à un changement d'axe ordinaire. T_0 est permutable avec tous les autres T.

La nécessité d'admettre la réversibilité de l'espace et du temps conduit

à identifier $x' = k(x - \beta T)(1 - \beta^2)^{-1/2}$ avec l'opération inverse du groupe

$$x' = \frac{1}{k}\frac{x - \beta T}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \qquad \text{d'où} \qquad K^2 = 1,$$

et réduit ainsi le groupe de Lorentz au groupe des rotations généralisées.

La différence essentielle de *structure* entre le groupe de Lorentz et celui de Galilée peut être mise en évidence en posant $ict = u$ et en considérant $\varepsilon x + u$ comme un nombre complexe.

Soit, d'abord, $\varepsilon^2 = -1$: effectuons la transformation

$$(\varepsilon x' + u') = (\varepsilon x + u)\, e^{\varepsilon\theta}.$$

Nous obtenons

$$u' = u \cos\theta - x \sin\theta,$$
$$x' = x \cos\theta + u \sin\theta,$$

d'où

$$ct' = ct \cos\theta + i \sin\theta x,$$
$$x' = x \cos\theta + cti \sin\theta.$$

en posant $\theta = \operatorname{arc\,tang}(-i\beta)$, on retrouve la transformation de Lorentz.

Faisons maintenant $\varepsilon^2 = 0$: $e^{\varepsilon\theta} = 1 + \varepsilon\theta$; l'opération

$$(\varepsilon x' + u') = (\varepsilon x + u)\, e^{\varepsilon\theta}$$

donne $u' = u$, d'où $t' = t$ et $x' = x + u\theta = x + i\theta t$.

En posant $ic\theta = v$ ou $\theta = -i\beta$, on a la transformation de Galilée.

Si nous considérons l'expression $l = l' + l''$, où l' représente un vecteur ayant la symétrie du tronc de cône et l'' un vecteur ayant la symétrie du cylindre tournant, l peut être considéré comme une droite au sens de Plücker; les transformations d'un tel système de droites conduisent à la géométrie de Lobatschewsky si $\varepsilon^2 = -1$ (*mouvement sur un hyperboloïde à deux nappes*) et à la géométrie d'Euclide (*mouvement sur un paraboloïde elliptique*), ce qui met en évidence la différence de structure des groupes de Lorentz et de Galilée.

Une autre image du groupe de Lorentz est donnée par la géométrie des cycles de Laguerre.

Nous sommes conduits à admettre que l'espace de la relativité, euclidien en ox, oy, oz, est elliptique en $L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, T et ξ; ξ désignant une cinquième dimension, introduite dans nos travaux antérieurs. Cherchons une forme générale de ces espaces; $ds^2 = g_{ij}\, dx^i\, dx^j$ doit admettre la

transformation $U_{ik} = x^i(\partial/\partial x^k) - x^k(\partial/\partial x^i)$, ce qui exige que

$$g_{ij} = x^i x^j A_2(r, t) r^{-2} \quad \text{pour} \quad i, j = 1, 2, 3;$$
$$g_{jj} = A_3(r, t) + (x^j)^2 A_2(r, t) r^{-2} \quad \text{et} \quad g_{44} = A_1(r, t),$$

d'où

$$ds^2 = A_1(dx_4)^2 - r^{-2} A_2(\Sigma x^i\, dx^i)^2 - A_3\, \Sigma(dx^i)^2,$$

et, en coordonnées polaires,

$$ds^2 = A_1(dx^4)^2 - (A_2 + A_3)\, dr^2 - r^2 A_3 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2).$$

Si les A ne dépendent pas du temps, on a les univers statiques de Schwarzschild. Si l'on impose, de plus, à l'univers d'admettre une opération de déformation

$$U = M\frac{\partial}{\partial t} + N\frac{\partial}{\partial r},$$

on est conduit à choisir

$$M = -\frac{1}{\sqrt{A_1 A_2 A_3}}\frac{\partial A_3}{\partial r}, \qquad N = \frac{1}{\sqrt{A_1 A_2 A_3}}\frac{\partial A_3}{\partial t}.$$

L'invariance du ds^2 pour une telle transformation exige la constance de A_3; par suite l'univers est immersible dans un espace euclidien ayant une dimension de plus.

En admettant une symétrie sphérique, on n'a plus le choix qu'entre l'univers de de Sitter et l'univers cylindrique d'Einstein, l'un et l'autre équivalents à l'espace intérieur à une sphère homogène.

Considérons, dans le domaine de la microphysique, l'opérateur moment de rotation $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{U}$ où $\vec{U} = \vec{P} - (e\vec{A})/c$ et où

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F} = e(\vec{E} + \vec{\alpha} \wedge \vec{H}).$$

Ce n'est plus un opérateur correspondant à une grandeur *intégrale première* du mouvement pour un champ ayant une symétrie cylindrique, car

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{U} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{U}}{dt} = c\vec{\alpha} \wedge \vec{U} + \vec{r} \wedge \vec{F},$$

et, ici, $c\vec{\alpha} \wedge \vec{U}$ n'est pas nul. Or $\vec{\alpha}$ correspond à $\vec{v}/e$; l'opérateur vitesse $\vec{v}$ et l'opérateur quantité de mouvement $\vec{U}$ ne sont plus parallèles. On a d'ailleurs la relation $\vec{\alpha} . \vec{P} = h/2\pi i . m_0 c$ qui, pour cinq dimensions, donne

$\vec{\alpha}.\vec{P} = 1/R_i$, associant ainsi le spin au caractère non euclidien de l'espace.

Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{P} - (e\vec{A})/c$ doivent être considérés comme les deux droites (parallèles au sens de Clifford) menées dans l'espace elliptique perpendiculaire au quintivecteur $\overrightarrow{OM}$, $M(x, y, z, t, \xi)$; elles sont polaires l'une de l'autre dans l'espace *dimensionnel* en L, t, ξ.

PHYSIQUE. — *Sur de curieuses relations entre certaines valeurs numériques.* Note de M. **Fernand Prunier**, présentée par M. Aimé Cotton.

D'après les travaux les plus récents (¹), on peut prendre pour la valeur de la constante d'action h, de la charge électrique élémentaire e, du rapport e/m de la charge à la masse de l'électron, les valeurs suivantes :

$$h = h_1 \pm 0{,}008 \,.\, 10^{-27} \text{ erg/sec} \quad \text{en posant} \quad h_1 = 6{,}5420,$$
$$e = e_1 \pm 0{,}0038 \,.\, 10^{-10} \text{ u. e. s.} \quad » \quad e_1 = 4{,}7668,$$
$$\frac{e}{m} = \frac{e_1}{m_1} \pm 0{,}0033 \,.\, 10^{17} \text{ u. e. s.} \quad » \quad \frac{e_1}{m_1} = 5{,}2776,$$

d'où

$$m = m_1 \,.\, 10^{-28} \text{ g} \quad \text{en posant} \quad m_1 = 9{,}032.$$

D'autre part on trouve dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1938 : constante f de la loi de la gravitation $f = f_1 \,.\, 10^{-8}$ c. g. s. avec $f_1 = 6{,}667$; constante $k = R/N$ de Boltzmann $k = k_1 \,.\, 10^{-16}$ erg/degré avec $k_1 = 1{,}372$. Enfin on a pour la masse du proton

$$M = M_1 \,.\, 10^{-24} \text{ g} \quad \text{avec} \quad M_1 = 1{,}662.$$

Or on vérifie les curieures relations *numériques* ci-après entre ces diverses constantes :

$$k_1 = \frac{h_1}{e_1},$$
$$k_1^2 - k_1 = \frac{e_1}{m_1} - e_1,$$
$$k_1^4 - k_1^2 = M_1,$$
$$k_1^6 = f_1.$$

Avec les valeurs moyennes des constantes données plus haut, l'écart

(¹) Birge, *Physical Review*, 42, 1932, p. 736.

entre les premiers et les seconds membres de ces relations est compris entre 1/2000e et 1/10000e de leur valeur commune. Elles sont donc très bien vérifiées.

On peut y ajouter les trois suivantes, dont les deux dernières redonnent la relation entre k_1^6 et f_1 et où figure le nombre c_1 que l'on tire de la valeur $c_1 . 10^{10}$ cm/sec de la vitesse c de la lumière :

$$k_1^8 - k_1^4 = m_1, \qquad k_1^2 = \frac{c_1^2}{8\pi}\frac{e_1}{m_1}, \qquad k_1^4 = \frac{8\pi}{c_1^2}\frac{m_1}{e_1} f_1.$$

Elles sont un peu moins bien vérifiées que les premières; l'écart entre les deux membres y est de l'ordre de 1/500e de leur valeur, en prenant pour les constantes les valeurs moyennes données plus haut et en prenant pour c la valeur $2,999.10^{10}$ cm/sec. Pour vérifier les deux dernières avec la même approximation que les premières, il faudrait prendre $c = 2,975.10^{10}$ cm/sec. Le facteur $8\pi/c^2$ est celui qui intervient dans la théorie de la gravitation comme facteur de proportionnalité entre l'énergie et la courbure à l'intérieur de la matière, où l'on ne peut pas connaître la valeur exacte de c.

Il est difficile de ne voir dans ces coïncidences simples et répétées qu'un pur effet du hasard. Après en avoir remarqué quelques-unes, nous avons d'abord pensé qu'il n'y fallait voir qu'une propriété, d'ailleurs curieuse, des systèmes d'unités employées; mais, devant leur *simplicité*, leur nombre et le caractère symétrique que présentent quelques-unes d'entre elles, il semble qu'on doive se demander si l'on n'y doit pas voir, en plus, autre chose.

D'autres relations numériques s'en déduisent, par exemple les deux suivantes, qui ne contiennent plus k_1 :

$$f_1 = \left(\frac{c_1^2}{8\pi}\frac{e_1}{m_1}\right)^3 \qquad \text{et} \qquad f_1 = \left(\frac{c_1^2}{8\pi}\right)^2 \frac{h_1^2}{m_1^2}.$$

Remarquons aussi qu'en raison des valeurs de m_1 et M_1, les masses des atomes des divers éléments doivent pouvoir s'exprimer de façon simple à l'aide des quatre puissances de k_1 employées plus haut pour m_1 et M_1. C'est ce qu'on a pu vérifier directement sur quelques cas; le nombre exprimant la masse de l'atome d'hélium est, en outre, voisin de $10^{72}.k_1^6$, ce qui correspond à $6,67.10^{-24}$ gr, donnant ainsi une autre relation numérique simple.

Remarque au sujet de la Note précédente de M. Fernand Prunier; *par* M. **Aimé Cotton.**

J'ai soumis la Note précédente de M. Fernand Prunier à notre Confrère M. P. Montel. Celui-ci fait remarquer que, des relations numériques indiquées, il résulte que les cinq constantes h_1, e_1, m_1, f_1, M_1 sont des fonctions rationnelles simples du coefficient k_1 de la constante de Boltzmann.

Étant donné deux nombres au hasard, on peut toujours former, d'une infinité de manières, un polynome du premier qui soit égal au second. Mais ce qui est remarquable ici, c'est la simplicité de ces polynomes ou fractions rationnelles.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre* L *et niveaux caractéristiques du bismuth.* Note de M[lle] **Yvette Cauchois**, présentée par M. Aimé Cotton.

En relation avec l'étude que M. Hulubei et moi-même avons entreprise sur les émissions ondulatoires propres du radon et de ses dérivés (¹) où le spectre de l'élément 83 est prépondérant, j'ai été amenée à une révision d'ensemble du spectre L du bismuth ordinaire. Cette Note en rapporte les premiers résultats numériques.

L'émission était due à une couche de bismuth métallique en poudre collée à la gomme laque sur l'anticathode de cuivre d'un tube à rayons X démontable; l'excitation cathodique avait lieu sous 30 à 40 kV (cathode à oxyde de Ba). Comme dans le cas du radon, l'analyse spectrale a été faite à l'aide d'un spectrographe à focalisation à mica courbé analogue à celui décrit dans notre récent travail sur le polonium (²). Avec le même dispositif expérimental, j'ai photographié le spectre d'absorption dû à un mince dépôt homogène d'environ 4 mg/cm² de bismuth métallique pulvérulent, sur cellophane, filtrant le rayonnement d'une anticathode de tungstène. Comme on pouvait s'y attendre, L_{III} et L_{II} ne présentent pas de raies blanches; L_I montre un minimum suivi d'une raie noire. Les déterminations de longueurs d'onde ont été faites en premier, deuxième et, pour

(¹) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 39; **210**, 1940, p. 696.
(²) H. Hulubei et Y. Cauchois, *Disqu. Mat. et Phys.*, **1**, 1, 1940, pp. 142-156.

certaines raies, troisième ordre par rapport aux valeurs connues des émissions $K\alpha_1$, α_2, et parfois β_1 des éléments suivants, enregistrées en divers ordres :

Ba, Te, Sb, Sn, Ag, Pd, Rh, Ru, Mo, Nb, Zr, Sr, As, Cu, Fe, Ni.

On trouvera dans le tableau I les résultats relatifs aux principales raies d'émission observées, et dans le tableau II les positions des discontinuités d'absorption. En combinant les fréquences expérimentales d'émission et d'absorption, j'ai calculé les fréquences caractéristiques de l'atome 83 avec une précision et une cohérence que je crois nettement supérieures à celles atteintes jusqu'ici. Or la connaissance exacte des niveaux énergétiques de de cet atome présente un intérêt particulier du fait qu'il sert de base d'interpolation pour l'estimation de ceux des autres éléments radioactifs naturels voisins dans le système périodique, l'autre base d'interpolation étant le radium (88), depuis qu'il a été étudié par H. Hulubei ([3]).

TABLEAU I.

ission.	λ u. x.	ν/R.	Émission.	λ u. x.	ν/R.	Émission.	λ u. x.	ν/R.
II β_4....	974,91	934,72	$L_{II}M_I$ η....	1056,42	862,60	$L_{III}M_I$ l.....	1131,45	693,80
III β_3....	936,64	972,91	M_{IV} β_1...	950,05	958,18	M_{IV} α_2....	1152,98	790,36
IV β_{10}...	903,08	1009,07	N_I γ_5...	837,52	1088,06	M_V α_1....	1141,54	798,28
V β_9....	896,06	1016,97	N_{IV} γ_1...	811,48	1122,97	N_I β_6....	991,30	919,27
I γ_2....	794,05	1147,62	$(N_{VI,VII}O_I)$ γ_8...	795,61	1145,37	N_{III}......	$971,3_0$	$938,2_0$
II γ_3....	787,66	1156,93	O_{IV} γ_6...	788,86	1155,17	N_{IV} β_{15}...	955,06	954,15
V......	$776,9_6$	$1172,8_6$				N_V β_2....	953,21	956,00
V.......	$775,7_4$	$1174,7_1$				$(N_{VI,VII}O_I)$ $\beta_7\beta'_7$..	933,13	976,57
$_{VI,VII}O_I$).	$762,5_4$	$1195,0_4$				O_{III}......	$928,5_5$	$981,3_9$
II γ'_4...	760,44	1198,34				$O_{IV,V}$ β_5...	923,68	986,56
III γ_4....	759,35	1200,06				$P_{II,III}$.....	922,30	988,04
IV,V.....	$756,3_8$	$1204,7_8$						
I,III γ_{13}...	$755,3_9$	$1206,3_6$						

TABLEAU II.

Discontinuités.	Mesures antérieures.	λ u. x.	ν/R.
L_I........	753,4–756,4–755,9	$755,2_6$	$1206,5_6$
L_{II}.......	787,4–787,3–787,8	$787,1_2$	$1157,7_3$
L_{III}.......	921,9——922,1	$921,5_0$	$988,9_0$
	d'après Siegbahn ([4]).		

([3]) *Journ. de Phys. et le Rad.*, 7e série, 8, 1937, pp. 260-267.
([4]) *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 26e édit., Berlin, 1931.

TABLEAU III.

K d'après $K\alpha_1\alpha_2$ (5).	L_I.	L_{II}.	L_{III}.	M_I.	M_{II}.	M_{III}.	M_{IV}.	M_V.
$6668,2_3$	$1207,6_0$	$1157,7_1$	$988,9_0$	$295,1_0$	$272,8_8$	$234,6_9$	$198,5_3$	$190,6_2$

N_I.	N_{II}.	N_{III}.	N_{IV}.	N_V.	$N_{VI,VII}O_I$.	O_{II}.	O_{III}.	O_{IV}.	$O_{IV,V}$.	$P_{II,III}$.
$69,6_4$	$59,9_8$	$50,6_7$	$34,7_4$	$32,9_0$	$12,3_3$	$9,2_6$	$6,5_4$	$2,5_4$	$2,3_4$	$1,_0$

SPECTROSCOPIE. — *Étude de la transmission de quelques dérivés disubstitués du benzène dans l'infrarouge lointain.* Note de M. **MAURICE PARODI**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié, dans l'infrarouge lointain, divers dérivés *parasubstitués* du benzène en utilisant un dispositif à réseau construit en collaboration avec P. Barchewitz (1); les corps étudiés, qui sont des solides ou des liquides solubles dans la paraffine, ont été déposés sur (ou dissous dans) de la paraffine taillée en plaques de 1^{mm} d'épaisseur; le tableau suivant donne les valeurs des fréquences observées (en cm^{-1}) entre 15 et $50\,\mu$.

	Fréquences.							
p-C^6H^4BrI	–	205	240	324	–	420	–	530
p-C^6H^4ClI	196	–	235	272	310	–	385	–
p-$C^6H^4Br^2$	192	210	230	266	300	–	385	515
p-C^6H^4BrCl	192	210	234	270	–	366	–	500
p-C^6H^4BrOH	–	–	236	267	310	–	395	510
p-$C^6H^4BrNH^2$	–	–	230	280	335	–	–	500
p-$C^6H^4Cl^2$	200	220	250	290	340	–	400	515
p-$C^6H^4ClNH^2$	–	–	260	310	–	–	400	515

En se référant aux travaux de Kohlrausch et Paulsen (2) et de Kohlrausch et Ypsilanti (3), qui ont étudié les mêmes substances en effet Raman, on peut classer certaines des fréquences observées. Le graphique ci-contre représente, en pointillé, les fréquences observées en effet Raman et, en traits pleins, les fréquences observées en infrarouge; quatre groupes de

(5) E. INGELSTAM, *Thèse*, Upsala, 1936.

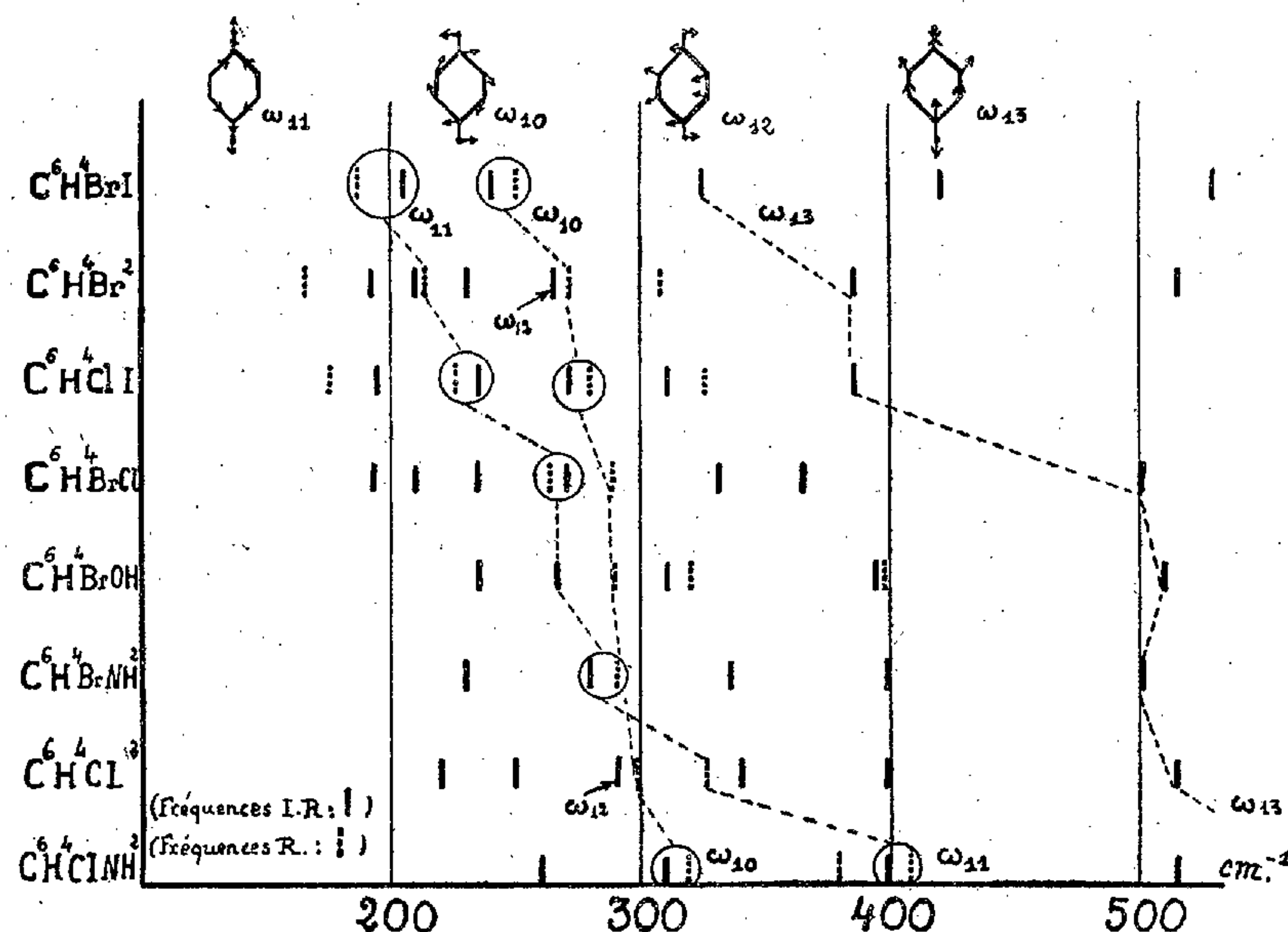
(1) *Journ. de Phys.*, 10, 1939, p. 143.

(2) *Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien, Math. Nat.*, 2 B, 147, 1939, p. 344.

(3) *Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien, Math. Nat.*, 2 B, 144, 1935, p. 417.

bandes sont à distinguer et correspondent aux fréquences suivantes (notations de Kohlrausch et Paulsen) :

1° les fréquences ω_{10} et ω_{11} (dont les modes de vibration sont indiqués sur le graphique); elles sont actives en effet Raman pour tous les composés et deviennent actives dans le spectre infrarouge seulement quand les substituants sont différents;



2° les fréquences ω_{12} et ω_{13}, actives en infrarouge pour tous les composés et actives dans le spectre de diffusion seulement quand les substituants sont différents.

Kohlrausch et Paulsen ont calculé, dans le cas de *substituants identiques*, les fréquences des groupes 1 et 2; le tableau suivant donne, pour le second groupe, les fréquences calculées et les fréquences observées en infrarouge.

	ω_{12}		ω_{13}	
	calc.	obs.	calc.	obs.
p-$C^6H^4Cl^2$	291	290	506	515
p-$C^6H^4Br^2$	252	266	407	385

L'accord est satisfaisant.

D'autre part, en traçant les courbes représentant les valeurs de ω_{12} et ω_{13} en fonction de la masse totale des substituants, nous avons déterminé

approximativement les valeurs de ces fréquences pour les composés étudiés; le tableau suivant permet de comparer les résultats du calcul et ceux de nos observations :

	ω_{12}		ω_{13}	
	calc.	obs.	calc.	obs.
p-C^6H^4BrI	248	240	340	324
p-C^6H^4ClI	250	272	410	385
p-C^6H^4BrCl	270	270	470	500
p-C^6H^4BrOH	280	267	480	510
p-$C^6H^4BrNH^2$	280	280	480	500
p-$C^6H^4ClNH^2$	310	310	560	–

Il apparaît que les bandes correspondant aux fréquences ω_{12} doivent être confondues tantôt avec celles dues aux fréquences ω_{10}, tantôt avec celles correspondant aux fréquences ω_{11} ; c'est pourquoi, sur le graphique, nous n'avons précisé que les suites ω_{10}, ω_{11} et ω_{13}.

Pour des fréquences inférieures à ω_{11} et pour des fréquences comprises entre ω_{10} et ω_{13}, il semble que l'on puisse aussi distinguer des suites de bandes qui seraient peut-être dues à des mouvements gauches de la molécule.

OPTIQUE. — *Coefficient rotationnel du groupe de bandes ultraviolettes du quartz*. Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que les théories quantiques du pouvoir rotatoire aboutissent à une équation de dispersion

$$\rho = \frac{16\pi^2}{3hc}\,\frac{n^2+2}{3}\sum_a\left[\mathrm{N}(a)\sum_b\frac{\mathrm{R}_{ba}\nu^2}{\nu_{ba}^2-\nu^2}\right]$$

qui fait intervenir les *coefficients rotationnels* R_{ba} des différentes transitions caractéristiques ν_{ba} [1]. Ce résultat, qui diffère des résultats classiques par l'introduction de l'indice et soulève encore certaines objections [2], n'a été illustré jusqu'ici que par de très rares exemples.

---

[1] Voir E. U. Condon, *Reviews of Modern Physics*, 9, 1937, p. 432.

[2] Voir W. Kuhn, *Zeits. f. Physikalische Chemie*, 30, 1935, p. 356 et surtout E. U. Condon, *loc. cit.*, p. 454. Ces auteurs discutent, en utilisant les données récentes, les objections déjà formulées par E. Darmois (*Journal de Physique*, 6, 1925, p. 232) à propos de théories plus anciennes.

Il m'a paru intéressant d'essayer de l'appliquer au quartz. Celui-ci a un pouvoir rotatoire cristallin, mais on peut, en développant pour le pouvoir rotatoire une idée déjà utilisée par Langevin pour le calcul de la biréfringence, justifier une telle application ([3]).

J'ai trouvé que, dans le domaine spectral 8000 Å-2000 Å, le quartz obéit à la formule

$$\rho = (N_0^2 + 2) \cdot \frac{165,6}{10^{-6}\lambda_\rho^2 - 1,325} \tag{I}$$

où ρ est le pouvoir rotatoire en degrés par millimètre, N_0 l'indice ordinaire *absolu* et λ_ρ la longueur d'onde *par rapport au vide* exprimée en Å. L'erreur moyenne est de 5 °/₀₀, comme le montre le tableau suivant :

λ_ρ	N_0	ρ Observé.	ρ Calculé.	λ_ρ	N_0	ρ Observé.	ρ Calculé.
8000.....	1,5389	11,45	11,54	3000.....	1,5785	97,72	96,91
7000.....	1,5411	15,13	15,20	2500.....	1,6011	154,60	153,45
6000.....	1,5443	20,93	20,94	2250.....	$1,6202_5$	205,90	204,93
5000.....	1,5492	30,86	30,78	2000.....	1,6501	291,35	292,37
4000.....	1,5582	50,26	49,97				

On pourrait augmenter la précision de la formule en y faisant intervenir *deux* longueurs d'onde caractéristiques, comme le suggèrent d'autres études sur le pouvoir rotatoire (T. M. Lowry et W. R. C. Coode-Adams, T. Bradshaw et G. H. Livens, R. Servant) ainsi que l'étude comparative des potentiels caractéristiques de O^2, CO^2 et SiO^2 (J. Engl). Mais une telle opération serait en partie arbitraire; d'autre part il resterait à ajuster la formule à la région de Schumann; or, dans cette région, si les pouvoirs rotatoires sont connus (R. Servant), les indices ne le sont pas encore. Il paraît donc préférable de s'en tenir à la formule (1), qui fournit *avec certitude* l'action moyenne du *groupe* de bandes situé à λ_m 1150 Å.

Il est à noter que la *longueur d'onde réduite* λ_m diffère de celle (770 Å) intervenant dans la dispersion de l'indice ordinaire ([4]). Ce fait peut s'expliquer d'après les théories actuelles (voir Condon), et l'exemple du quartz est à ajouter à celui déjà fourni par Hunter. Par contre c'est la

---

([3]) R. SERVANT, *Annales de Physique*, 12, 1939, p. 478, note 2.

([4]) On peut en effet écrire

$$\frac{N_0^2 - 1}{N_0^2 + 2} = 0,3105 \cdot \frac{10^{-6}.\lambda_\rho^2}{10^{-6}.\lambda_\rho^2 - 0,590}.$$

même longueur d'onde caractéristique λ_m qui intervient dans la formule

$$\text{(II)} \qquad 10^3.(N_e - N_0) = 8,733.\frac{10^{-6}.\lambda_\nu^2}{10^{-6}.\lambda_\nu^2 - 1,325}$$

traduisant la biréfringence du quartz ([5]). Tout se passe donc comme si en moyenne les bandes réduites *actives* pour la biréfringence et le pouvoir rotatoire étaient situées à la même place.

Revenant à la formule (1), si l'on prend, comme je l'ai proposé, les groupes $3(SiO^2)$ comme éléments de base, on trouve ([6]) comme *coefficient rotationnel* du groupe de bandes 1150 Å :

$$R = 2,75.10^{-38} \text{ c. g. s.}$$

FLUORESCENCE. — *Sur la fluorescence polarisée et le photodichroïsme de gels de collodion colorés avec de l'éosine.* Note ([1]) de M. **Serge Nikitine**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré ([2]) que l'étude du photodichroïsme permettait d'obtenir des renseignements sur le dichroïsme de certaines molécules. On sait ([3]) d'autre part que la polarisation de la fluorescence des colorants dépend en même temps du dichroïsme moléculaire et de l'anisotropie d'émission de la lumière par les molécules étudiées. Il était donc intéressant d'entreprendre une étude comparative de la fluorescence polarisée et du photodichroïsme ([4]), pour contrôler les conclusions tirées précédemment sur le dichroïsme moléculaire. Cette comparaison fournit d'autre part des renseignements sur l'anisotropie de l'oscillateur d'émisssion de la fluorescence.

J'ai étudié l'éosine dans des gels de collodion. Elle est en même temps

---

([5]) R. Servant, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 641.

([6]) En adoptant 2,65 comme densité du quartz et $\mathcal{N} = 6,06.10^{23}$.

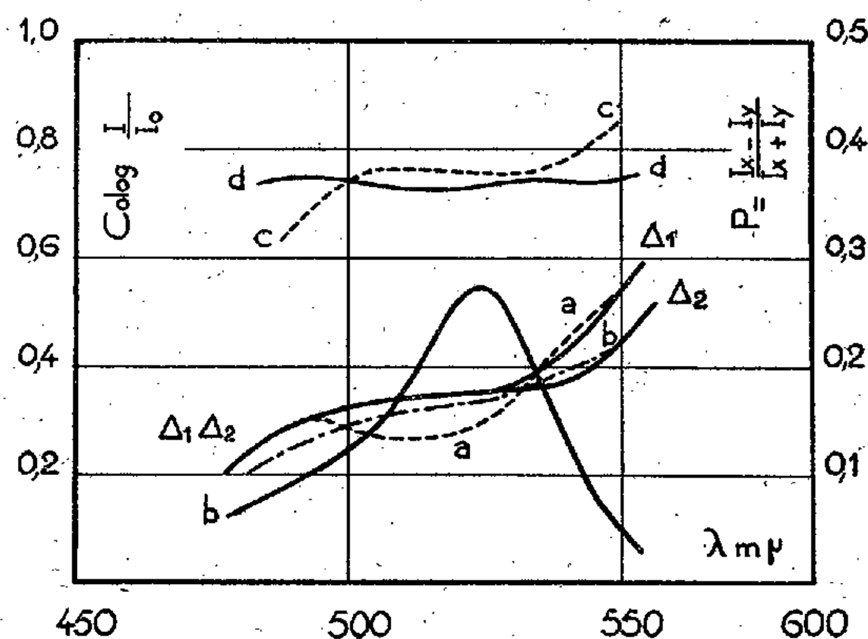
([1]) Séance du 23 juin 1941.

([2]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 124; **206**, 1938, p. 1219; **207**, 1938, pp. 331 et 462; **208**, 1938, p. 805; voir aussi *Ann. de Phys.*, **15**, mai-juin 1941, p. 276.

([3]) S. J. Wawilow et W. L. Lewschine, *Zs. f. Phys.*, **16**, 1923, p. 135; F. Perrin, *Ann. de Phys.*, **12**, 1929, p. 169; A. Jablonski, *Zs. f. Phys.*, **96**, 1935, p. 236.

([4]) J'avais tenté de faire précédemment une première comparaison entre la fluorescence et le photodichroïsme (*Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 331), mais elle ne me paraît plus satisfaisante. Elle comportait, d'autre part, des évaluations numériques incorrectes.

fluorescente et photosensible. Les mesures de photodichroïsme ont été faites dans les conditions décrites précédemment et ont donné des résultats en accord avec les précédents. Le montage utilisé dans les mesures du taux de polarisation de la fluorescence comprenait, pour l'excitation : une lampe SP 500 à vapeur de mercure sous haute pression, un monochromateur et un polariseur; pour l'observation : un polariscope de Savart suivi d'un deuxième monochromateur qui permettait de séparer la fluo-



rescence de la lumière diffusée ou encore d'utiliser différentes tranches de la bande d'émission. La direction d'observation était légèrement oblique par rapport à la direction du faisceau excitateur. J'ai étudié des gels de consistances différentes : *a*. des gels en couche solide et mince sur un support en verre, obtenus à partir d'une solution de 15 % de collodion dans l'alcool-éther; *b*. des gels en couche épaisse et gélatineuse sur support en verre, obtenus avec une solution de collodion diluée d'alcool et additionnée de glycérine; *c*. des gels solides, épais et friables, préparés avec la même solution de collodion que *b*, mais séchés sans support de verre. Lors du séchage, *a* et *b* se contractent suivant une dimension, *c* suivant trois dimensions. On admet généralement que *c* est homogène alors que *a* et *b* sont probablement poreux. Les trois gels sont optiquement isotropes.

J'ai mesuré le taux de polarisation $P=(I_x-I_y)/(I_x+I_y)$ de la fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice. Les résultats sont donnés sur la figure sous forme de courbes. J'y ai porté en même temps la courbe d'absorption de la couche colorée. *a, b* et *c* donnent les valeurs de P pour les gels de même désignation (*a* en traits interrompus, *b* en traits mixtes); *d* se rapporte à une solution visqueuse; Δ_1 et Δ_2 sont des courbes déduites par le calcul de l'étude du photo-

dichroïsme (1 ancienne, 2 récente). Celle-ci donne en effet la variation du dichroïsme de la molécule en fonction de la longueur d'onde de la lumière absorbée. On peut alors calculer *a priori* le taux de polarisation de la fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice, en admettant une anisotropie donnée pour l'oscillateur d'émission. Celui-ci a été supposé linéaire dans le calcul de Δ_1 et Δ_2. Les courbes Δ_1 et Δ_2 sont relatives à des gels *a*; les gels *b* évoluent trop vite, les gels *c* ne donnent pas de photodichroïsme et ne sont que faiblement fluorescents.

Les résultats de cette étude sont les suivants : 1° On sait que les gels se comportent au point de vue de la fluorescence d'une façon très différente des solutions. *a* et *b* se comportent d'une façon caractéristique pour les gels. L'ordre de grandeur des taux trouvés concorde avec celui trouvé par S. M. Mitra [5]. Quant à *c*, il se comporte à peu près comme la solution *d* et le taux de polarisation est relativement élevé.

2° On serait tenté de rapprocher les propriétés très différentes de *a*, *b* et *c* de la différence de leur structure. Si *a* et *b* sont poreux, les molécules de colorant adsorbées dans les pores seraient relativement peu influencées par le gel. Dans *c* au contraire les molécules seraient fortement influencées par le milieu environnant. Le fait que dans *c* l'éosine ne pâlit pas à la lumière peut être aussi rapproché du fait que *c* serait peu perméable à l'air.

3° Les courbes Δ_1 et Δ_2 concordent assez bien avec *a* et *b*. Cette concordance n'est pas toujours aussi bonne : les mesures des taux de polarisation ne sont pas toujours très précises; d'autre part les résultats obtenus diffèrent un peu d'un gel à un autre. Toutefois il n'est pas douteux que cette étude confirme la *variation du bleu au rouge* du dichroïsme moléculaire signalé précédemment. Elle conduit à admettre d'autre part que l'oscillateur d'émission dans la fluorescence est très anisotrope.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur une propriété remarquable des mésons lents.* Note [1] de M. **Jacques Solomon**, transmise par M. Paul Langevin.

L'application des principes de la mécanique quantique aux mésons *négatifs* montre que ceux-ci peuvent être « captés » par un proton pour

---

(5) *Ind. J. of Phys.*, **22**, v, 1939, p. 349.

(1) Séance du 23 juin 1941.

former avec celui-ci, grâce à l'interaction coulombienne, un *atome* en tous points analogue à l'atome d'hydrogène.

Soit μ la masse du méson, m celle de l'électron. Posons

$$\sigma = \frac{\mu}{137m}\left(1 - 0{,}074\,\frac{\mu}{137m}\right).$$

La valeur de σ est comprise entre 1 et 2.

Les dimensions de l'*atome* en question sont mesurées par la longueur $\hbar^2/\mu e^2\sigma$, soit $3/\sigma.\,10^{-11}$ cm. Elles sont donc fortement supérieures au rayon d'action des forces mésiques proprement dites, soit $\hbar/\mu c$, ce qui justifie l'application de la mécanique quantique habituelle. L'énergie de liaison du méson est de $1800\,\sigma$ électron-volts.

On remarquera que la vie moyenne d'un méson de faible énergie est de l'ordre de 10^{-6} sec, mais, ce temps étant très considérable vis-à-vis de la période atomique, on peut négliger dans notre problème cette instabilité du méson.

Soit v la vitesse des mésons considérés passant à proximité des protons. Posons $\lambda = e^2/\hbar v$, la section efficace de capture d'un méson sur l'orbite fondamentale est donnée par

$$Q = \frac{32}{\sigma^2}\,\frac{\lambda^6}{(\lambda^2+1)^2}\,\frac{e^{-4\lambda\,\mathrm{arc\,cot}\,\lambda}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\cdot 10^{-26}\,\mathrm{cm}^2;$$

soit

$$Q = \frac{0{,}32}{\sigma^2}\cdot 10^{-26}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = 1; \qquad Q = \frac{1{,}9}{\sigma^2}\cdot 10^{-26}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = 2;$$

$$Q = \frac{0{,}35}{\sigma^2}\cdot 10^{-29}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = \frac{1}{10}.$$

La section efficace est encore plus forte pour les très faibles vitesses, d'autant plus que les transitions vers les états excités deviennent alors très sensibles. La capture est accompagnée de l'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu = \frac{2\pi^2\mu e^4}{h^2}\left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right).$$

L'effet de capture doit donc jouer un rôle essentiel dans la dynamique des mésons négatifs lents (vitesses inférieures à 2.10^8 cm.sec^{-1}).

On notera que, de leur côté, les mésons positifs peuvent capter un électron en formant un édifice ayant les mêmes dimensions que l'atome d'hydrogène.

PHYSICOCHIMIE. — *Valeur de la tension superficielle de solutions de différents savons de sodium.* Note de M. **Raymond Cavier**, présentée par M. Maurice Javillier.

Au cours de recherches que nous poursuivons sur le mécanisme de l'hémolyse produite par les sels alcalins des acides gras à poids moléculaire élevé, nous avons été amené à considérer le rôle des actions de surface dans ce phénomène. La détermination de la tension superficielle des solutions de savons n'ayant été faite que pour un petit nombre d'entre eux et sans tenir compte de l'influence des variations du pH, nous avons procédé dans des conditions bien déterminées à la mesure précise de cette tension superficielle pour les différents corps que nous avions étudiés du point de vue de leurs propriétés hémolytiques.

Étant donné l'influence considérable qu'exercent la concentration en sels neutres du milieu d'une part et les variations du pH d'autre part sur la tension superficielle des solutions de savons, il était indispensable de maintenir ces deux facteurs constants pour toutes les déterminations que nous avions à effectuer : nous avons d'abord préparé des solutions mères de savon (M/10) en faisant dissoudre au bain-marie la quantité nécessaire de savon dans la solution saline suivante :

Solution tampon de pH 9 (Clark et Lubs).............	1 partie
Solution de chlorure de sodium à 8 ‰................	4 parties

Cette solution mère est diluée avec la solution saline de même composition pour obtenir les solutions de savons de titre voulu ($M \times 10^{-2}$ à $2M \times 10^{-5}$).

Pour effectuer nos mesures, nous avons employé concurremment la méthode stalagmométrique (compte-gouttes de Duclaux) et la méthode d'arrachement de l'anneau (tensiomètre de Lecomte du Noüy). L'ensemble de nos résultats figure dans le tableau ci-après, où sont indiquées les valeurs de la tension superficielle des solutions de savons préparées comme il vient d'être indiqué pour différentes concentrations, en dynes/cm. à la température de 20° C.

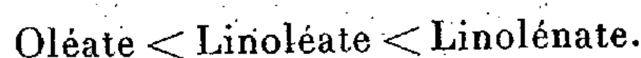
	2 M. 10^{-5}.		M. 10^{-4}.		2 M. 10^{-4}.		M. 10^{-3}.		2 M. 10^{-3}.		M. 10^{-2}.	
	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.
-éate de sodium.........			71,9	64,2	68,5	60,2	52,4	47,7	41,6	38,8	29,5	30,4
noléate »			71,1	63,5	66,6	58	44	39,5	35,7	36,2	29,9	30,8
nolénate »			70,4	62	64,3	56,4	40,4	37,3	32,7	33	30,3	30,6
cinoléate »	70	66,5	63,2	61,4	57,2	55,2	45	42,8	40,7	39,9	36,2	36,8
bromoricinoléate de sod..	66	61,3	57,8	52,4	53,5	47,5	40	38,5	36,6	36,2	34,2	33,1
urate de sodium.........			71,9	72,2	70,4	70	60,2	59	49,6	50,2	25,5	27,9
Bromolaurate de sodium..			70,4	69	67,9	66,2	52,6	51	44,1	44,8	39,7	39,9
xystéarolate » ..			68,5	66,9	62,5	62,5	52,6	53,1	47	49	39,2	41
ydnocarpate » ..			71,1	67	67,2	61,8	47,7	44	43	39,7	32,8	32,3
haulmoograte » ..			72,5	70,8	71,1	67,4	58,7	55,1	50,8	47,6	43	40,9

Tension superficielle des solutions de savons isotoniques, à pH 9, en dynes/cm à 20° C.
Colonnes A : T. S. déterminées par stalagmométrie; colonnes B : T. S. déterminées par arrachement de l'anneau.

Nous pouvons d'abord constater que, d'une manière générale, les valeurs de la tension superficielle obtenues au tensiomètre sont plus faibles que celles données par la méthode stalagmométrique. Semblable constatation a été faite récemment par A. Boutaric, P. Berthier et M. Roy avec les solutions de bile ([1]).

En ce qui concerne l'action exercée sur la tension superficielle par les divers savons envisagés, nous pouvons tirer de ces résultats les conclusions suivantes :

1° Les savons d'acides gras non saturés se rangent par ordre d'activité croissante de la manière suivante



Oléate < Linoléate < Linolénate.

L'abaissement produit par ces savons est donc d'autant plus grand que le nombre de doubles liaisons figurant dans la molécule est plus élevé.

2° Le ricinoléate de sodium, un peu moins tensio-actif que les trois savons précédents pour des concentrations relativement grandes (M. 10^{-2}, soit 0,32 %), l'est au contraire davantage pour de faibles concentrations; il agit encore, en effet, à la concentration 2 M. 10^{-5}, alors que l'action de l'oléate, du linoléate et du linolénate est négligeable dans ces conditions.

3° Le remplacement de la liaison éthylénique dans la molécule du ricinoléate par une liaison acétylénique (oxystéarolate) diminue la tensio-activité.

([1]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 22, 1940, p. 170.

4° Au contraire, la fixation d'une molécule de brome sur la double liaison du ricinoléate donne un savon (dibromo-ricinoléate de sodium) notablement plus tensio-actif.

5° La substitution en α d'un atome de brome dans la molécule de l'acide laurique conduit à un produit (α bromolaurate de sodium) abaissant plus la tension superficielle de l'eau que le laurate de sodium, au moins en ce qui concerne les solutions assez diluées.

6° L'hydnocarpate de sodium est plus actif que le chaulmoograte. Ces deux corps, doués d'une activité physiologique remarquable, ne semblent pas abaisser la tension superficielle d'une manière particulière, comparativement aux autres savons.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Concentrations limites d'inflammation et inflammabilité des hydrocarbures.* Note (¹) de M. **Georges Reutenauer.**

Nous avons exposé (²) les résultats de nos déterminations sur les concentrations limites d'inflammation spontanée des systèmes oxygène-azote-décahydronaphtalène-tétrahydronaphtalène et oxygène-azote-décahydronaphtalène-dicyclopentadiène sous la pression atmosphérique et au-dessous de 300°.

L'étude du combustible mixte cétène-α-méthylnaphtalène présente un intérêt particulier du fait que ce mélange sert de système de référence dans la mesure de l'inflammabilité des gasoils pour moteurs Diesel.

Comme dans les deux premiers cas, l'un des hydrocarbures de ce mélange binaire, le cétène, s'enflamme à l'état pur dans un vaste domaine de concentrations, tandis que le méthylnaphtalène seul ne subit que l'oxydation lente, quelle que soit la pression d'oxygène utilisée.

Nous avons déterminé, en fonction des concentrations des trois constituants du mélange gazeux oxygène-azote-combustible, les domaines des concentrations permettant l'inflammation des combustibles mixtes dont la fraction molaire en cétène possède les valeurs 0,90, 0,75, 0,50, 0,25 et 0,10 (*fig.* 1). Pour les mélanges faiblement carburés, les seuls importants au point de vue pratique, l'inflammation sous une pression donnée d'oxygène exige une concentration minimum constante en cétène,

---

(¹) Séance du 4 juin 1941.

(²) *Comptes rendus*, 208, 1939, pp. 351 et 1814.

tant que le mélange binaire ne titre pas plus de 50 % de méthylnaphtalène. Mais de plus fortes teneurs en cet hydrocarbure font croître la concentration minimum en cétène permettant l'inflammation. A la limite inférieure, l'inflammation se produit lorsque les chaînes de réactions se forment en quantité suffisante en un temps donné. La diminution d'inflammabilité des mélanges riches en méthylnaphtalène indique donc que cet hydrocarbure possède une action inhibitrice sur la naissance des chaînes de réactions qui entraînent la combustion vive du cétène.

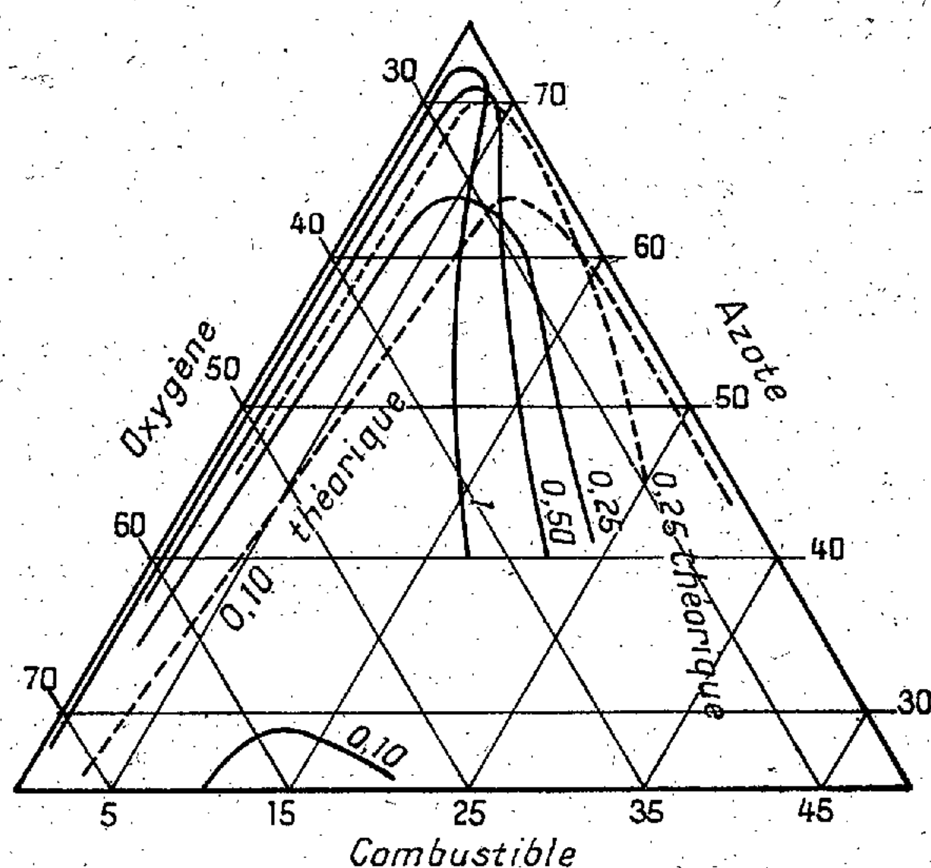


Fig. 1.

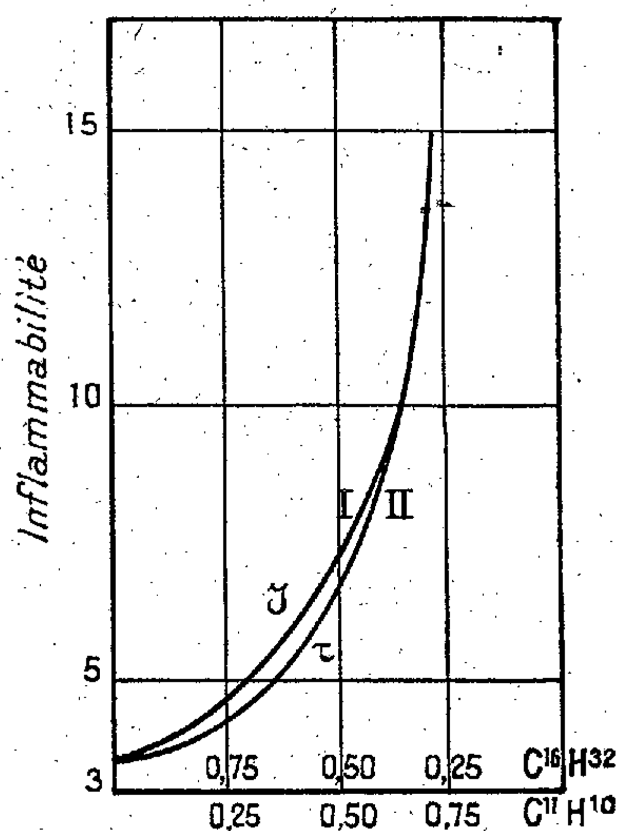


Fig. 2.

Dans le cas des faibles teneurs en hydrocarbures, un combustible est d'autant plus facilement inflammable que sa concentration minimum, sous une pression donnée d'oxygène, est plus faible. La figure 2 représente alors la courbe d'inflammabilité relative I, calculée à partir du diagramme 1, des différents mélanges binaires cétène-α-méthylnaphtalène en fonction de la concentration C du cétène ou nombre de cétène. Entre 50 % et 100 % de cétène, cette courbe correspond à une hyperbole de formule $IC = K$, mais elle s'élève plus rapidement pour des teneurs en méthylnaphtalène supérieures à 50 %.

Si nous donnons à la constante K la valeur 3,5, cette courbe coïncide assez exactement avec celle que Michaïlova et Neumann ([3]) trouvèrent en

([3]) *C. R. Acad. U. R. S. S.*, **11**, XI, 1936, p. 4.

mesurant la période d'induction τ en fonction de ce même nombre de cétène C, lors de la combustion des mélanges cétène-α-méthylnaphtalène à 580° et sous 21^{atm} (*fig.* 2, courbe II). De plus ces auteurs recherchèrent, dans les mêmes conditions, le délai d'inflammation de différents combustibles et constatèrent que le nombre de cétène calculé à partir de ce délai est égal au nombre de cétène déterminé par les expériences au moteur dans les conditions standard.

Il est donc possible d'obtenir, par l'étude des concentrations limites inférieures d'inflammation, une valeur approchée assez exacte du nombre de cétène d'un combustible. Par exemple, le nombre de cétène du décahydronaphtalène, calculé à l'aide de la courbe d'inflammation de ce composé ([2]), est égal à 33, donc très voisin du nombre 36 que donnent les mesures au moteur.

On avait tenté jusqu'ici de relier les nombres d'octane et de cétène des combustibles pour moteur à explosion aux températures d'oxydation et d'inflammation spontanée de ces substances. Les présents résultats prouvent qu'il est beaucoup plus avantageux de s'adresser aux concentrations limites d'inflammation spontanée.

MÉTALLURGIE. — *Amélioration de la résistance à la sulfuration des alliages d'argent.* Note ([1]) de M. **Hubert Forestier** et Mlle **Jacqueline Longuet.**

Dans une étude ([2]) sur la résistance à la sulfuration de divers alliages d'argent, l'un de nous avait mis en évidence les possibilités d'amélioration de cette résistance par substitution du cadmium ou de l'antimoine au cuivre des alliages usuels; l'intérêt de cette question nous a conduits à entreprendre une étude systématique sur les variations de vitesse de sulfuration des alliages d'argent en fonction de la nature des métaux d'addition et des conditions d'attaque.

Les alliages étaient attaqués soit par immersion, soit par dépôt de liquide pulvérisé sous forme de brouillard.

Les résultats obtenus dans les deux cas furent parallèles, mais dans le

([1]) Séance du 9 juin 1941.

([2]) H. Forestier, Communications aux *XIIe* et *XIIIe Congrès de Chimie Industrielle*, Prague (octobre 1932) et Lille (septembre 1933).

dernier la vitesse de sulfuration était accrue. Cette vitesse variait également avec la concentration en ions H^+ de la solution d'hydrogène sulfuré, variation très inégale suivant les différents métaux d'addition; nous avons été conduits à effectuer ces expériences en milieu basique (NH^3 ou $NaOH$; pH 9,5), neutre et acide (CH^3CO^2H; pH 3). Tel métal résistant bien à la sulfuration en milieu basique noircissait rapidement en milieu acide, ou inversement.

La vitesse de sulfuration était évaluée en mesurant le temps nécessaire à l'apparition d'un jaunissement déterminé *a priori* sur un échantillon type d'argent pur. Nous avons établi également la classification des échantillons par comparaison entre eux, après une attaque d'une durée déterminée.

Les métaux d'addition utilisés soit seuls, soit associés, étaient

cadmium, zinc, aluminium, calcium, magnésium, silicium, étain.

Nous ne pouvons donner ici que les principaux résultats obtenus et les conclusions qui se dégagent de cette étude.

Nous avons opéré sur huit alliages présentant la composition suivante :

Métal d'addition	Cu %.	Cd %.	Zn %.	Ca %.	Sn %.	
1.........	20	–	–	–	–	
2.........	–	–	–	–	–	(argent pur)
3.........	–	20	–	–	–	
4.........	–	20	–	4	–	
5.........	–	13	7	–	–	
6.........	–	–	20	–	–	
7.........	–	25	–	–	5	
8.........	–	18	6	–	5	

Voici les résultats obtenus :

Classification par ordre de résistance croissante à la sulfuration.

Milieu basique......	1	2	3	4	5	6	7	8
» acide.......	1	2	3	6	5	4	7	8

Vitesse de sulfuration.

(Temps nécessaire à l'apparition d'un jaunissement donné en milieu basique.)

Alliage......	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Temps en secondes....	15	26	145	190	510	630	3180	4500

Un certain nombre de ces alliages ont été étudiés également à l'état trempé lorsqu'à l'état recuit l'examen micrographique ne révélait pas une

structure monophasée; la trempe nous permettait alors d'obtenir une solution solide unique. Dans tous les cas examinés, la vitesse de sulfuration était un peu plus élevée pour les alliages trempés que pour les alliages recuits.

L'étude des propriétés mécaniques de ces différents alliages a mis en évidence une augmentation de dureté et une diminution corrélative de malléabilité par addition d'aluminium, de cadmium, ou de magnésium.

Nous pouvons tirer de ce travail les conclusions suivantes :

1° Les alliages ayant les vitesses de sulfuration les plus faibles sont des alliages ternaires ou quaternaires renfermant du cadmium, de l'étain, du zinc ou du calcium.

2° L'addition de zinc, excellente en milieu basique, est moins favorable en milieu acide, et inversement pour le calcium.

3° Une structure monophasée n'est pas indispensable pour obtenir de bons résultats, contrairement à ce que l'on observe généralement dans les phénomènes de corrosion.

4° Cette étude nous a permis d'atteindre une résistance au noircissement par sulfuration 300 fois supérieure à celle des alliages argent-cuivre utilisés habituellement.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Nouvelles formules donnant le pouvoir calorifique de la houille et du coke.* Note de MM. **Henri Lefebvre** et **Constantin Georgiadis**, présentée par M. Marcel Delépine.

La seule méthode qui permette de déterminer avec précision le pouvoir calorifique d'une houille ou d'un coke consiste à brûler la prise d'essai dans une bombe plongée dans un calorimètre à eau. Cette opération étant délicate et longue, on se contente en général de calculer une valeur approchée au moyen de quelque formule empirique d'après les données de l'analyse industrielle : teneurs en humidité, cendres et matières volatiles. En France, on utilise pour les houilles la formule de Goutal [1]. Or l'étude de 1200 échantillons de charbon du Nord ou du Pas-de-Calais nous a montré que la différence entre le résultat qu'elle donne et la mesure à la bombe dépasse très couramment 1, et souvent 2 %. Sans

---

(1) *Comptes rendus*, 135, 1902, p. 477.

entrer ici dans une critique détaillée, nous pouvons dire que cela tient à la structure même de cette formule.

Houille. — Nous avons constaté que le pouvoir calorifique de l'ensemble des houilles à plus de 20 % de matières volatiles ne peut être représenté avec précision par une fonction uniforme des seules variables humidité,

TABLEAU I. — *Valeur de $f(V')$ pour les différentes classes de houilles.*

V'.	$f(V')$. Valeur indépendante de l'aspect du résidu.	V'.	$f(V')$. Le résidu du dosage des matières volatiles est : solide et à peine gonflé, avec surface bombée.	moyennement gonflé.	boursouflé.	ou bien légèrement agglutiné mais non gonflé, et avec surface plate ou irrégulière, ou bien pulvérulent.
5...	8520	20...	8720	8720	»	
6...	8560	21...	8712	8720	8723	
7...	8600	22...	8704	8719	8727	
8...	8636	23...	8696	8718	8734	
9...	8660	24...	8688	8715	8740	
10...	8676	25...	8680	8712	8745	
11...	8685	26...	8671	8708	8748	ce cas ne se rencontre pas
12...	8694	27...	8663	8704	8750	
13...	8700	28...	8655	8699	8748	
14...	8704	29...	8645	8694	8742	
15...	8708	30...	8635	8683	8729	
16...	8710	31...	8622	8667	8715	
17...	8712	32...	8602	8650	8698	
18...	8715	33...	8580	8630	8678	
19...	8718	34...	8556	8607	8657	8376
20...	8720	35...	8532	8582	8632	8362
		36...	8507	8556		8346
		37...	8481	8530		8331
		38...	8455	»	ce cas ne se rencontre pas	8316
		39...	8428	»		8300
		40...	»	»		8285

cendres, matières volatiles; il en est autrement si l'on fait état d'une quatrième variable indépendante, l'aspect du résidu du dosage des matières volatiles (méthode du double creuset porté dans un moufle réglé à 1050°). Pratiquement, il suffit de distinguer quatre classes de houille donnant respectivement un résidu : *a*. solide et à peine gonflé avec surface bombée; *b*. moyennement gonflé; *c*. boursouflé; *d*. pulvérulent ou légèrement

agglutiné avec surface plate ou irrégulière, pour que, dans chacune d'elles, le pouvoir calorifique ne soit plus fonction que des trois caractéristiques habituelles. Dès lors le pouvoir calorifique *à la bombe* d'une houille définie par ses teneurs centésimales h en humidité, c en cendres sur *sec* (combustible séché à l'étuve) et V' en matières volatiles à 1050° sur *pur* [c'est-à-dire contenues dans $100 \times 100/(100 - c$ gr. de sec)], ainsi que par l'aspect de son coke si V' dépasse 20, est donné par la formule empirique ainsi que

$$P = \frac{100 - h}{100} \times \frac{100 - 1,08\,c}{100} \times f(V')\ \text{Cal. kg/kg},$$

$f(V')$ étant calculé par interpolation au moyen du tableau I. Même quand c atteint 30, la valeur de P ainsi trouvée ne diffère le plus souvent de la mesure à la bombe que de moins de $2\,^0/_{00}$; une différence de $4\,^0/_{00}$ est tout à fait exceptionnelle.

Coke. — De même l'analyse de 1200 cokes de haute température a permis d'établir une formule empirique qui donne, avec une erreur très rarement supérieure à $2\,^0/_{00}$, le pouvoir calorifique *à la bombe* d'un coke défini par ses teneurs centésimales h en humidité, c en cendres sur *sec* et V' en matières volatiles à 1050° sur *pur* :

$$Q = \frac{100 - h}{100} \times \frac{100 - c}{100} \times \varphi(V')\quad \text{Cal. kg/kg},$$

$\varphi(V')$ étant calculé d'après le tableau II.

Tableau II. — *Valeurs de $\varphi(V')$ pour les cokes de haute température.*

V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').
1,5	7940	3,5	7979	5,5	8059	7,5	8130	9,5	8174
2,0	7944	4,0	8000	6,0	8078	8,0	8144	10,0	8180
2,5	7950	4,5	8020	6,5	8096	8,5	8155	11,0	8190
3,0	7962	5,0	8040	7,0	8114	9,0	8165	12,0	8197

En résumé, nous avons établi deux formules empiriques pour calculer d'après l'analyse industrielle courante, à $\pm 2\,^0/_{00}$ près dans la plupart des cas, le pouvoir calorifique *à la bombe* des houilles et des cokes. Un Mémoire détaillé et une méthode de calcul nomographique paraîtront dans un autre Recueil.

GÉOLOGIE. — *Structure du Prérif interne dans la région d'Ouezzane* (*Rif occidental*). Note (¹) de M. **Jean** et Mme **Yvonne Gubler**, présentée par M. Charles Jacob.

Nos observations stratigraphiques antérieures (²) indiquent que l'avancée et le plissement de la nappe du Prérif se situent ici au Vindobonien, sans pouvoir préciser davantage. Cela s'accorde avec les résultats obtenus par ailleurs dans les forages profonds de la Société Chérifienne des pétroles (³) et les observations de surface recueillies dans le Rif oriental par J. Marcais, ou en bordure du Prérif par J. Gubler et R. Lévy.

Après cette phase tectonique majeure, suivie d'une transgression marine au Tortonien-Sahélien, des mouvements postérieurs au Pliocène ont redressé celui-ci et ont affecté le pays, préalablement plissé, de failles sensiblement Ouest qui compliquent encore la tectonique locale.

L'établissement de coupes détaillées est en outre rendu difficile du fait de la similitude des faciès marneux entraînant souvent la confusion du Crétacé et des terrains plus récents; enfin, des complications naissent aussi de la différence de plasticité entre les marnes crétacées et leur couverture normale gréseuse nummulitique; celle-ci s'est mal adaptée aux déformations subies par ces marnes infiniment mobiles.

Dans le pays crétacé de Char Alia, entre l'Oued Roumam et l'Oued Zez, les marnes du Crétacé supérieur replissées sur elles-mêmes dessinent des écailles jalonnées par des dolomies et du gypse du Trias, par des blocs de Jurassique, de gneiss, de gabbros et d'ophite qu'on peut suivre sur plusieurs kilomètres suivant une direction constante NO. Ce sont là des accidents étroits, resserrés au Sud entre les synclinaux imbriqués du Nummulitique.

Le Djebel Djlaoülaoua correspond, par exemple, à un de ces grands synclinaux à fond burdigalien étroit. Sous son bord Ouest relevé jaillissent des lambeaux de poussée de Lutétien, tandis que le flanc oriental plonge vers l'Est et s'enfonce dans le Crétacé de l'Oued Zez qui paraît ici le chevaucher.

Le style général en écailles orientées NO se resserre de l'O-SO vers le N-NE, depuis les plaines du Rharb jusqu'à l'Oued Zendoula.

(¹) Séance du 23 juin 1941.

(²) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 1094.

(³) Nappe définie sur la zone plus externe par les sondages de la Société Chérifienne des Pétroles mentionnés dans plusieurs travaux, dont W. Bruderer, *Structures jurassiques de la Région de Petitjean. Conditions tectoniques rencontrées dans les forages pour la recherche du pétrole* (*XIe Congrès mondial du pétrole*, 1937, p. 450).

Au Djebel Si Ameur, près de Souk el Arba du Rharb ([4]), et au Djebel Touidjer, ce sont encore de larges cuvettes emboîtées, à fond large et plat; mais, en abordant le Djebel des Masmouda et des Rhouna au NE, les écailles se pressent. Dans l'Oued Zez déjà, peu en amont de son confluent avec l'Oued Loukhos, le plan de chevauchement des diverses écailles se redresse; il devient de plus en plus vertical entre l'Oued Zez et l'Oued Zendoula, point où le serrage est très intense. Ceci explique le placage entre Zitouna et Brikcha de lames crétacées et éocènes entre lesquelles s'infiltre du Trias ou du Jurassique, tantôt en paquets pris dans la série comme des plis perçants (Fertha), tantôt en véritables témoins isolés comme à l'Aviation d'Ouezzane.

C'est dans l'Oued Zendoula que l'écaillement atteint son maximum d'écrasement. Le désordre tectonique qui y règne, et le changement brusque du faciès du Crétacé qui apparaît le long de cet oued ont d'ailleurs été déjà évoqué, par J. Bourcart et J. Lacoste.

Dans une course commune avec J. Marçais, nous avons été frappés de la similitude de ce terrain avec la série schisteuse charriée du Taïnest dans le Rif oriental, plus spécialement étudiée par lui. Cette série schisteuse comprend du Jurassique et du Crétacé inférieur, mais il paraît difficile d'attribuer ici au seul Jurassique les bancs calcaires notés par J. Bourcart sur sa carte.

Aux Oulad Allal, au confluent de l'Oued Zendoula et de l'Oued Loukhos, la série schisteuse, plus tranquille, paraît s'avancer directement sur l'Éocène marneux à silex de la série du Prérif.

En résumé, le serrage qui a accompagné le glissement de la nappe sur son substratum autochtone se traduit, dans notre région, par un écaillement orienté NO, sensiblement parallèle à la direction générale de la branche occidentale de la virgation rifaine. Ces écailles tendent à s'empiler verticalement aux abords du Zendoula où le Prérif fait place à la série schisteuse.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la chaleur interne du globe et l'énergétique du volcanisme*. Note ([1]) de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons tenté ([2]) de préciser la structure interne du globe par des considérations basées sur les statistiques de Farrington relatives aux analyses chimiques des météorites. Nous avons, depuis, cherché à appliquer ces résultats au problème de la chaleur interne.

([4]) M. Tenaille, *Tectonique de la région du Rharb* (*ibid.*).

([1]) Séance du 16 juin 1941.

([2]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 452; *Astronomie*, 52, 1938, pp. 529-541.

I. *Structure.* — Les planètes denses sont essentiellement constituées d'un noyau de ferro-nickel entouré d'une scorie de silicates (sial et sima) respectivement représentés par les sidérites ($d_m = 8{,}0$) et les météorites pierreuses ($d_m = 3{,}5$). Admettons que, dans le cas d'une grosse planète comme la Terre, le fer entraîné dans le sima soit négligeable et cherchons la densité moyenne de la scorie : le rapport du sial au sima nous est donné par : *a.* le rapport Al^2O^3/MgO dans les météorites; *b.* la proportion de Al^2O^3 dans les roches terrestres (sial); *c.* celle de MgO dans les météorites (sima). Nous trouvons ainsi que la masse du sial est égale au cinquième de celle du sima. Si nous prenons $d_m = 3{,}0$ comme densité moyenne du sial (basaltes $2{,}7 < d < 3{,}3$) et $d_m = 3{,}4$ pour celle du sima (péridots $3{,}3 < d < 3{,}45$), nous trouvons $d_m = 3{,}33$ pour celle de la lithosphère et en déduisons les dimensions du noyau, du sima et du sial.

Comme justifications : *a.* cette densité est précisément celle de la Lune, qui apparaît comme une faible masse (1/26) empruntée à la lithosphère; *b.* le noyau représente 0,680 de la masse du globe, alors que les statistiques de Farrington donnent une proportion de 0,684 de ferro-nickel libre dans les météorites ([3]).

Le sial lui-même peut être scindé en roches acides superficielles (granites et trachytes : $d_m = 2{,}65$) et en basaltes neutres ($d_m = 3{,}1$). On calcule ainsi l'épaisseur de la croûte terrestre (52^{km}), qui ne doit son individualité qu'à la différence de fusibilité de ces deux types de roches.

II. *Radioactivité.* — L'activité des diverses couches du globe nous est donnée par les mesures effectuées sur les roches terrestres et les météorites.

Celle du sial est due, à parts égales, à l'uranium, au thorium et au potassium. Le sima et le noyau sont exempts de K, mais le ferro-nickel doit sa légère activité à une trace d'uranium. Dans le tableau ci-après l'activité de chaque couche est calculée en *radium*, d'après la quantité de chaleur dégagée par chacun des éléments U, Th, K en équilibre avec ses produits actifs. La quantité de chaleur libérée dans chaque couche est indiquée dans la dernière colonne.

([3]) Nous avions précédemment admis (*loc. cit.*) que le *fer natif* de Farrington était effectivement du fer pur, ce qui conduisait à une proportion de

$$68{,}4\,Fe + 6{,}5\,Ni + 0{,}44\,Co + \ldots = 0{,}754$$

de ferro-nickel, incompatible avec la densité des roches péridotites. Nous étions conduit à une lithosphère de 1300^{km} (au lieu de 1425). La séismologie indique, selon les méthodes, une discontinuité entre 1200 et 1500^{km}.

Couche.		Densité (dm).	Épaisseur (km).	Volume V.10^{24} cm³.	Masse M.10^{24} g.	Radioactivité g Ra par g roche.	Radium 10^{13} g.	Chaleur 10^{12} cal/sec.
Sial	Granites.....	2,7	15	7,6	20,7	9.10^{-12}	18,6	6,9
	Trachytes ...	2,7	37	19,0	51,3	9.10^{-12}	46,2	17,1
	Basaltes.....	3,1	156	79,4	247	$4,5.10^{-12}$	111,0	41,1
Sima............		3,4	1217	469	1597	5.10^{-13}	80,0	29,6
Noyau............		8,0	4946	508	4064	5.10^{-14}	20,3	7,5
Globe............		5,52	6371	1083	5980		276,1	102,2 = Q

III. *Le volcanisme.* — La quantité de chaleur q, issue par conduction de la croûte terrestre, est égale à KS/G, K étant le coefficient de conductibilité thermique des roches acides (granites $K = 9,7.10^{-3}$ c. q. s.), G le degré géothermique moyen ($G = 3.10^{+3}$ cm) et S la surface du Globe. On trouve ainsi $q = 16.10^{+12}$ cal-sec^{-1}, soit seulement 0,157 de la chaleur totale Q. Si l'on admet que 8.10^{12} cal-sec^{-1} sont, en outre, extraites par les eaux thermales, continentales et océaniques, on peut rendre compte de la chaleur produite dans l'écorce, mais non de l'énorme quantité d'énergie libérée à l'intérieur.

Cette énergie est hors de proportion avec celle nécessitée par les séismes et l'orogénèse. Nous admettons qu'elle est la cause du volcanisme, mais encore ne peut-on en rendre compte qu'à la condition de vaporiser, à sa température critique, une grande quantité d'eau et de surchauffer la vapeur produite. Le volcanisme apparaît ainsi comme une gigantesque machine thermique à vapeur d'eau. En admettant 1000° pour température finale de la vapeur, on calcule ainsi que la quantité d'eau annuellement mise en œuvre est de 3.10^{18} g, soit 2.10^{-6} de la masse des océans. Si la lave est une *mousse minérale*, une *émulsion* renfermant dix fois son poids de vapeur surchauffée, l'exsudat minéral annuel est, au plus, de 100 km³.

Cette limite supérieure doit être réduite, dans la proportion mal connue mais faible, de la dépense d'énergie nécessitée par l'ascension des laves d'environ 70 km et de la chaleur absorbée par la chimie du volcanisme. Un tel exsudat n'est pas hors de proportion avec l'activité, assez cachée, du volcanisme océanique. Le Pacifique renferme 3000 îles volcaniques apparentes issues de fosses profondes. Le Skeptar Jokul a émis, en 1783, 500 km³ de laves.

On voit que ces considérations énergétiques jettent un jour nouveau sur le caractère du volcanisme. Elles sont incompatibles, en particulier, avec la théorie d'A. Gautier basée sur l'eau de constitution des roches, avec

celle de Suess relative à l'origine volcanique des eaux océaniques (eaux juvéniles), et ne s'accordent qu'avec la conception de la pénétration accidentelle des eaux océaniques par les grandes fractures de l'écorce. Si ces fractures ne jouaient pas, le flux géothermique serait 6,4 fois plus grand et l'écorce amincie par fusion, conditions réalisées sur les astres privés d'océans. Il nous reste à montrer par quel mécanisme ce volcanisme océanique est responsable de l'orogénèse et des séismes.

HYDROLOGIE. — *L'adduction des eaux des Vals de Loire.* Note (¹) de M. HENRI DESRUMAUX (²).

Depuis longtemps envisagée et reconnue *inéluctable* à plus ou moins brève échéance, l'*adduction des eaux des Vals de Loire* s'impose, à présent, de façon *urgente*, du fait que les *eaux de source* utilisables du bassin de la Seine, toutes aujourd'hui captées au profit de la capitale, arrivent à peine à fournir *le tiers* de l'*eau potable* qui lui est indispensable, et que les puisages, de plus en plus intensifiés, en Seine et en Marne, auxquels les services de distribution sont obligés de recourir pour y suppléer et satisfaire, en outre, aux besoins de la voirie, atteignent journellement, à Paris 1250000$^{m^3}$, et en banlieue 500000$^{m^3}$, soit au total plus de 20$^{m^3}$ *par seconde*, alors que la limite réglementaire fixée à ces prélèvements est de 3$^{m^3}$ *par seconde*. Maintenir ces puisages exagérés et, à fortiori, continuer à les accentuer, exposerait l'agglomération parisienne à manquer d'eau de distribution au retour, *inévitable*, des années de sécheresse qui, 14 *fois* entre 1892 et 1922, ont mis à l'arrêt les usines de pompage. De là la nécessité, chaque jour plus impérieuse (la consommation d'eau augmentant de 7 % par an) de s'approvisionner hors du bassin de la Seine, problème vital, qui, de l'avis des services compétents, ne comporte qu'une solution, la *dérivation* d'une partie des eaux du bassin de la Loire.

L'importance de l'entreprise (elle reviendrait actuellement à 4 milliards) jointe à cette particularité que, grâce à l'altitude relativement élevée du lit de la Loire, l'eau prise au fleuve ou dans ses rives pourrait s'écouler par simple gravité, c'est-à-dire sans aucune dépense de pompage, jusqu'aux réservoirs de Paris et de la banlieue, explique le nombre considérable

(¹) Séance du 23 juin 1941.

(²) Résumé d'un Mémoire déposé à l'Académie le 16 avril 1941.

d'études dont elle a fait l'objet depuis que, sous Louis XIV, P. Riquet, le créateur du Canal du Midi, en dressa les premiers plans.

Cet ingénieur, qui avait surtout en vue l'alimentation du château de Versailles et des pièces d'eau du parc, prenait l'eau d'adduction directement à la Loire. Cette disposition fut conservée, avec des variantes dans le tracé du canal de dérivation, par presque tous les auteurs des projets qui suivirent (Marivetz en 1786, Radiguel en 1852, Graff et Comoy en 1856, E. Belgrand, le collaborateur d'Haussmann en 1858, Sellier en 1880, Sainjon en 1900, Maëh et Blondel en 1908).

En 1857, Grissot de Passy, ayant constaté que le fond des rives sablonneuses qui bordent la Loire sur 120^{km} de son parcours à partir de son confluent avec l'Allier renfermait une eau remarquablement pure, provenant d'infiltrations naturellement *clarifiées* et *rafraîchies* par les sables, proposa de la capter de préférence à l'eau brute du fleuve. D'abord rejetée, cette idée devait être reprise, en 1910, par la Ville de Paris. Tous ces projets se heurtèrent d'ailleurs à l'opposition irréductible de toutes les populations des régions riveraines de la Loire, qui attribuent à l'*humidité* du sol, elle-même due au voisinage du fleuve, la grande fertilité des cultures agricoles, horticoles et maraîchères qui ont valu à la Touraine le beau surnom de Jardin de la France, et qui soutiennent que des prélèvements importants, *indéfiniment* poursuivis dans la Loire, dont le débit est déjà très réduit en été, ou dans les rives, risqueraient d'avoir des conséquences désastreuses, en asséchant les terres, en tarissant les puits, etc., et seraient non moins préjudiciables aux pêcheries et à la navigation.

Dans ces conditions le problème à résoudre se posait comme suit :

Comment *assurer*, *en tout temps*, malgré l'inconstance du débit de la Loire, dont le lit est presque à sec la moitié de l'année, et *sans provoquer d'abaissement de niveau*, soit *dans le fleuve*, soit *dans la nappe souterraine des rives*, la dérivation *régulière* et *continue* d'un important volume d'eau (1 million de mètres cubes par jour au minimum), l'*épuration* et le *rafraîchissement* de l'eau captée étant d'autre part garantis par un séjour suffisamment prolongé dans les sables ?

La solution qui a prévalu jusqu'à présent et que la Ville de Paris a adoptée pour l'établissement de son projet de 1910, dont elle a poursuivi l'étude jusqu'en 1931, consiste à édifier sur la Loire, à Villerest, un peu plus de 200^{km} *en amont* de la zone sablonneuse, un barrage capable d'emmagasiner, en hautes eaux, un volume d'eau évalué à 160 millions de mètres cubes, et dont la restitution au fleuve, durant les cinq mois de basses eaux,

lui conserverait son débit normal, en compensant les prélèvements opérés par une ligne de captages, longue de 40 à 60^{km}, installée à 100^{m} des rives et à une profondeur de $8^{m},50$ dans les sables.

Or il faut bien remarquer que, vu l'éloignement du barrage de Villerest, une *très faible fraction* seulement de l'eau *restituée*, répartie entre les cinq mois de basses eaux, réussirait à gagner la zone des prélèvements, puis à pénétrer dans les sables en longeant cette zone, car elle aurait naturellement tendance à suivre, en grande partie, le lit fluvial, dont le fond est, au surplus, colmaté; qu'en tout cas, elle ne parviendrait aux captages que *tiédie* par son long parcours en *nappe mince* (la période des basses eaux correspondant aux mois les plus chauds de l'année) alors qu'une des principales qualités requises d'une eau d'adduction destinée à l'alimentation est la *fraîcheur*. Il est non moins certain que des captages vidant, *sans arrêt*, l'eau des sables, à $8^{m},50$ de profondeur, ne donneraient aucune garantie contre l'asséchement des terres baignées par la Loire après les captages, ni surtout de celles contiguës à la longue zone des Vals. J'ajoute que les observations faites sur place conduisent à admettre que, dans la région sablonneuse constituant les Vals de la Loire, le lit du fleuve, autrefois large de 2 à 3^{km} et profond de 10 à 12^{m}, a progressivement passé à une largeur de 250 à 400^{m} et à une profondeur de 5 à 6^{m} par suite des apports alluvionnaires qui, au cours des siècles, l'ont partiellement comblé; que, néanmoins, une partie de l'eau venant d'amont continue à suivre l'ancien lit fluvial en s'infiltrant au travers des sables qui l'encombrent, et dans lesquels, grossie des infiltrations qui traversent les parois latérales des rives, elle forme une nappe souterraine glissant lentement en direction de l'Océan. On a d'ailleurs constaté que cette nappe, prise jusqu'ici pour un *lac souterrain*, suit toutes les fluctuations de la Loire et *remplit les sables* en hautes eaux, pour disparaître presque entièrement en basses eaux.

Dès lors, il suffit, pour *dériver* cette nappe, d'empêcher son évasion en fermant les Vals, sur toute leur largeur, par des barrages établis, *en aval* des captages et sur les $9/10^{e}$ de la hauteur des sables, de façon à ne pas entraver entièrement la circulation de la nappe fluviale ni celle de la nappe souterraine, ces deux nappes étant simplement maintenues à un niveau *surélevé*, réglable à volonté, qui aurait pour effet d'intensifier la production des infiltrations et de *régulariser*, au lieu de l'amoindrir, l'*humidification* des terrains de la région des Vals. Mais l'avantage le plus caractéristique et, de beaucoup, le plus important de ces barrages établis *en aval* des

captages serait (le pouvoir d'absorption des sables de la Loire atteignant 40 % de leur volume) de constituer, dans la partie fermée des Vals, une impressionnante réserve de *plus de* 600 *millions de mètres cubes d'infiltrations*, que des prélèvements continus, poursuivis pendant les 5 mois de basses eaux, au rythme de 3 *à* 4 *millions de mètres cubes par jour*, ne parviendraient pas à épuiser avant le retour périodique des hautes eaux.

Le problème de l'adduction des eaux des Vals de Loire, à l'étude depuis près de trois siècles, peut donc être considéré comme définitivement résolu.

BOTANIQUE. — *Sur la structure du gynécée de deux* Rinorea (*Violacées*). Note de M. **Claude Arnal**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Le gynécée des *Viola* a reçu des interprétations diverses. En particulier, il est généralement considéré comme formé de trois carpelles égaux, ouverts et concrescents sur toute leur longueur, avec un ovaire uniloculaire portant trois placentas pariétaux. Cependant Kraemer (1), Bugnon (2) et Saunders (3) ont montré que le style n'est parcouru que par une seule nervure médiane et antérieure, bifurquée ou non dans le stigmate. C'est là un caractère anatomique qui s'ajoute à divers caractères morphologiques (style genouillé, tête stigmatique appendiculée) pour rendre le gynécée symétrique seulement par rapport au plan médian antéro-postérieur de la fleur. Bugnon (2) s'est appuyé notamment sur ce caractère anatomique pour interpréter le gynécée des *Viola* comme formé d'une seule feuille carpellaire antérieure, trilobée comme une feuille végétative, dont le lobe médian formerait à lui seul le style; les lobes latéraux, homologues des lobes stipulaires, ne dépasseraient pas le niveau de l'ovaire; ils y formeraient les pièces regardées habituellement comme les deux carpelles latéraux. Mais les auteurs précédents n'ont observé que le seul genre *Viola* dans la famille des Violacées. Or ce genre ne représente dans la famille qu'un groupe caractérisé par ses fleurs zygomorphes; un autre groupe possède des fleurs actinomorphes (*Rinorea*, etc.).

Pour choisir entre les interprétations proposées, il était donc intéressant d'étudier des espèces de Violacées à fleurs régulières. C'est dans ce but

(1) *Viola tricolor* (*Inaug. Dissert.*, Marburg, 1897).
(2) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1174.
(3) *Ann. of Bot.*, 41, 1927, p. 620.

que nous avons examiné deux espèces de *Rinorea*, *R. physiphora* (Mart.) et *R. guianensis* (Aubl.), dont nous avons pu trouver des échantillons dans les herbiers du Conservatoire de Botanique de Dijon.

Dans ces deux espèces, le style est droit, tronqué à angle droit au sommet et sans tête stigmatique distincte; de plus, ce style est parcouru dans toute sa longueur par trois cordons libéro-ligneux, qui sont les prolongements des cordons interplacentaires (nervure médiane des trois carpelles généralement admis); les cordons placentaires, eux, se terminent librement au sommet de l'ovaire. Le style de ces deux *Rinorea*, au contraire de celui des *Viola*, ne présente donc pas, ni dans son organisation morphologique, ni dans sa structure anatomique, de plan de symétrie unique. Par conséquent, si l'on admet l'interprétation de Bugnon, il faut considérer ici les lobes stipulaires de la feuille carpellaire unique comme aussi développés que le lobe médian, semblables à lui, et prenant part eux aussi à la constitution du style.

Mais, s'il n'y a pas de symétrie bilatérale dans le style, celle-ci existe dans l'ovaire de l'un au moins de ces deux *Rinorea*. Dans les deux espèces étudiées, les placentas sont uniovulés et les ovules hyponastes. Chez *Rinorea physiphora*, les trois ovules sont insérés au même niveau; ils sont anatropes et horizontaux, tout à fait semblables entre eux. Chez *Rinorea guianensis*, les trois ovules sont encore insérés au même niveau, vers le milieu de l'ovaire, mais si les deux antérieurs sont parfaitement anatropes et pendants dans la moitié inférieure de la loge ovarienne, le postérieur n'est que semi-anatrope et occupe la moitié supérieure de la cavité ovarienne. Les trois ovules paraissent normalement constitués, pour autant qu'on en peut juger sur du matériel d'herbier; cependant, dans la diagnose de *Rinorea guianensis*, Blake (¹) signale que la capsule ne contient qu'une graine, ce qui laisse supposer que seul l'ovule postérieur évolue normalement. Nous n'avons pas pu jusqu'ici étudier de fruit assez développé pour vérifier ce fait.

Si l'étude de ces deux cas particuliers ne permet pas de choisir définitivement en faveur de l'une des interprétations antérieurement proposées pour le gynécée des *Viola*, on peut cependant affirmer que la symétrie bilatérale du style dans ce genre paraît être en rapport avec la zygomorphie générale de la fleur. S'il y a trois feuilles carpellaires dans le pistil des

---

(¹) *Contrib. U.-S. Nat. Herb.*, Washington, 20, part 13, 1924.

Violacées, dans les fleurs zygomorphes, les deux pièces latérales sont moins développées que la médiane qui, seule, prolonge sa nervure médiane dans le style; dans les fleurs actinomorphes, les trois pièces peuvent être exactement semblables ou ne différer que par des inégalités dans la fertilité ou la position des ovules.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'accélération basifuge de l'appareil conducteur des Gymnospermes, ses conséquences pour leur ontogénie et leur phylogénie.* Note de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Après l'observation d'un grand nombre de plantules de Conifères, pour déterminer leur ontogénie et leur rapport avec la phylogénie (¹), j'ai pu me rendre compte de la réalité de l'accélération basifuge.

Il est incontestable que, si l'accélération basifuge dans l'évolution vasculaire des Gymnospermes est moins rapide que chez les Dicotylédones et les Monocotylédones, ce qui n'est pas étonnant puisque ces dernières plantes sont les plus récentes, cette accélération n'en est pas moins marquée. L'évolution vasculaire est plus accélérée dans les cotylédons du *Pinus palustris*, où l'on voit se succéder et disparaître le bois alterne et intermédiaire plus rapidement que dans l'hypocotyle et la racine. Il ne s'agit pas d'une théorie, mais d'une réalité photographiable. Ces faits, nous les avons trouvés dans un grand nombre d'espèces de la famille des Pinacées; ils sont exactement conformes à ceux publiés par Gustave Chauveaud en 1910 dans ses *Recherches sur les tissus transitoires du corps végétatif des plantes vasculaires*.

Pour les anatomistes qui douteraient encore de cette réalité, nous avons fait des expériences sur l'axe des plantules de Gymnospermes. Nous nous sommes demandé si, sous l'action de piqûres dans l'hypocotyle de jeunes plantules de *Pinus longifolia* où la différenciation était encore à son début, la marche de l'évolution ne serait pas troublée. Nous avons alors constaté que la région traumatisée a subi une accélération très nette dans l'évolution de son appareil conducteur. Il s'est produit du bois superposé, le bois alterne et le bois intermédiaire étant plus ou moins résorbés; nous obtenions ainsi des éléments de *structure-tige* entre deux régions saines au-dessous et au-dessus, conservant toujours la *structure-racine*. Dans ces conditions,

---

(¹) Édouard Boureau, *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 2e série, 1, 1939, p. 68.

lorsque nous déclarons que c'est à la suite de l'accélération basifuge que, dans la tige, les deux premières phases de l'évolution vasculaire sont sautées, nous ne faisons pas une hypothèse, nous nous conformons aux données de l'expérience. D'ailleurs l'ontogénie vasculaire comparée des diverses phyllorhizes des plantules des Pins démontre la même réalité.

Alors, pourquoi certains anatomistes ou paléobotanistes de grande valeur n'acceptent-ils pas encore l'accélération basifuge? Pourquoi trouvent-ils qu'elle est en contradiction formelle avec trois principes [2], tels que la différenciation hâtive amenant l'inversion de la phylogénie dans l'ontogénie, la différenciation basipète des faisceaux foliaires dans la tige des Phanérogames, l'évolution différentielle des parties?

Puisque l'accélération basifuge est un fait rigoureusement établi par l'observation et l'expérience, elle ne peut être renversée par des principes ou par des conceptions théoriques. La contradiction n'est certainement qu'apparente. Elle provient d'une interprétation des faits due à l'application d'une méthode d'observation insuffisante.

En effet l'anatomie classique, avant la découverte de l'évolution vasculaire, était presque uniquement basée sur la méthode statique où l'on décrit exactement dans l'espace la structure d'une plantule d'un âge déterminé sans suivre sa formation dans le temps. Or notre anatomie nouvelle, résultant de l'application d'une méthode différente, la méthode dynamique, détermine l'édification des structures dans l'espace et dans le temps. Par des coupes comparables, sur un grand nombre d'individus d'âge différent, nous suivons exactement dans l'espace et dans le temps tous les détails de leur développement sans faire aucune théorie, nous observons la construction de la plante vasculaire, phyllorhize par phyllorhize à partir de l'œuf et l'ontogénie de son appareil conducteur.

D'autre part, nous venons de trouver que, dans les deux cycles de l'évolution vasculaire des plantes vivantes et fossiles se rencontrent deux dispositions vasculaires tubulaires complètement différentes et qu'il ne faut pas confondre; la disposition vasculaire excentrique du premier cycle, primitif, dont le xylème est à différenciation centrifuge et la disposition pseudo-excentrique tubulaire du deuxième cycle, possédant encore du bois centripète coexistant avec du bois centrifuge. De même, il peut y avoir également deux sortes de dispositions vasculaires en gouttière correspondant à chacune des deux dispositions tubulaires : dans le premier cycle, la forme en gouttière dérive de la

---

(2) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 712-713.

forme tubulaire primitive; dans le deuxième cycle, c'est l'inverse, la forme en gouttière précède la forme tubulaire plus évoluée.

On conçoit alors comment les paléobotanistes, non prévenus, découvrant dans la tige de l'*Heterangium*, du *Lyginopteris* ou des *Sphenophyllum* la présence d'une forme vasculaire tubulaire, n'ont pas vu qu'il s'agissait d'une formation pseudo-excentrique. Ils ont d'abord pensé, très logiquement, que l'ordre de l'évolution vasculaire avait été infirmé et, de plus, qu'ils avaient assisté à une inversion de l'ordre phylogénétique dans l'ontogénie. En réalité, il n'y a jamais dans l'appareil conducteur inversion de la phylogénie dans l'ontogénie.

Nous n'insisterons pas sur le principe de la différenciation basipète des faisceaux foliaires dans la tige des phanérogames. Cette différenciation n'est pas contraire à l'évolution vasculaire ni à l'accélération basifuge, mais souvent parallèle.

Enfin le principe de l'évolution différentielle des parties, depuis les admirables découvertes de l'évolution vasculaire et de la constitution phyllorhizaire des plantes vasculaires par Gustave Chauveaud (1911) disparaît. On ne plus opposer l'appareil conducteur de la feuille ou de la tige à l'appareil conducteur de la racine quand on a déterminé exactement leur ontogénie. Dans les plantules des Conifères, l'évolution vasculaire se fait toujours de la même manière, mais avec des vitesses de résorption différentes dans leur tissu. Au début, pour les plantules à ontogénie lente, la même structure vasculaire de la racine se rencontre aussi bien dans les phylles cotylédonaires que dans la tige.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Près d'une insertion radicellaire, des vaisseaux échappent aux lois fondamentales de l'évolution vasculaire.* Note de Mlle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait avec quelle rigueur G. Chauveaud (1911) a établi les lois fondamentales de l'évolution de l'appareil conducteur, combien nombreux sont les échantillons qui ont vérifié et confirmé ses conclusions. Au point de vue vasculaire notamment, dans la racine, les éléments apparaissent suivant trois phases successives dont l'ordre est invariable. Si les éléments de la seconde phase peuvent être supprimés (différenciation centripète s'effectuant jusqu'au centre, ou influence de l'accélération basifuge), cela ne modifie en rien la marche générale du phénomène.

J'avais été frappée depuis longtemps de la présence d'éléments vasculaires, isolés ou peu nombreux, situés sur les flancs du xylème alterne, alors que la phase superposée centrifuge n'était pas encore commencée. Il m'avait semblé que ces vaisseaux, que j'appelais aberrents faute de pouvoir les comprendre dans le cycle normal de l'édification du convergent, avaient une évolution lente : ils demeurent longuement à l'état prédifférencié; je dis *longuement*, car c'est dans l'espace que je les ai suivis, non dans le temps, ce qui est pratiquement impossible. Ce faisant, je les trouve localisés de façon variable : tantôt près des vaisseaux alternes les plus anciens, tantôt vers la partie moyenne du faisceau centripète (*fig.* 1), tantôt à l'extérieur des vaisseaux de la phase intermédiaire tangentielle

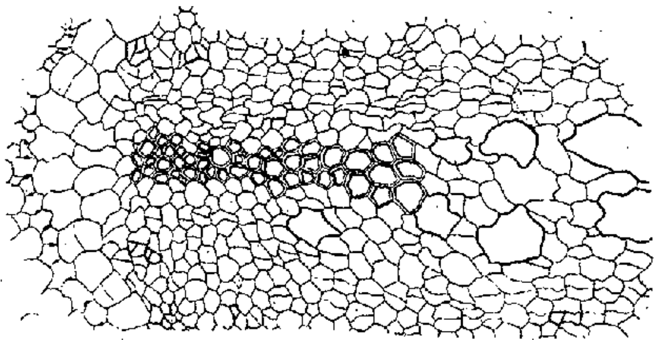


Fig. 1.

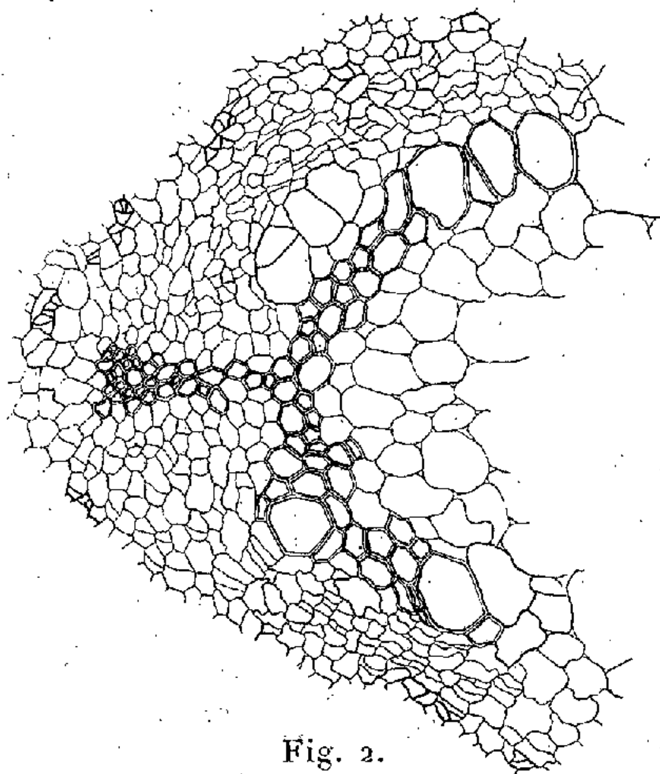


Fig. 2.

avec lesquels ils sont ou non en contact (*fig.* 2, branche inférieure ou branche supérieure).

Une étude serrée m'a prouvé que ces vaisseaux participent, à un niveau inférieur plus ou moins proche, à l'alimentation d'une radicelle. Dans cette Note, je ne puis que signaler leur existence. J'ai choisi deux niveaux très différents de la racine du *Lupinus albus* (Papilionacées). Pour le premier (*fig.* 1), la différenciation centripète se réalise presque jusqu'au centre (6^{cm} du collet); il y a tout au plus une dizaine d'éléments médullaires. Les quatre vaisseaux les plus internes, en voie de différenciation, sont les premiers de la phase tangentielle; la troisième phase superposée centrifuge n'est pas commencée, et cependant, prédifférencié au même titre que ceux du centre, un vaisseau se trouve sur le flanc droit de la phase alterne, seul,

sans liaison apparente avec quelque élément que ce soit susceptible de lui faire attribuer une place rationnelle dans l'évolution.

Le second niveau (*fig.* 2) correspond à un stade évolutif plus avancé; le parenchyme médullaire y est largement développé (3^{cm},5 environ du collet); la phase intermédiaire tangentielle, bien représentée, se termine par de grands éléments en voie de différenciation (1 à gauche, 2 à droite). Et déjà, un gros vaisseau parfaitement lignifié se trouve à l'*extérieur* et au contact des vaisseaux intermédiaires moyens sur la branche droite du convergent; il est suivi par un vaisseau en voie de formation également *externe* par rapport aux vaisseaux formés. De façon analogue, à gauche, trois gros éléments vasculaires sont prédifférenciés à l'*extérieur* des vaisseaux intermédiaires dont ils sont séparés par une assise de cellules parenchymateuse.

Tous ces éléments sont *en marge* de l'édification normale du convergent; ils ne sont là qu'en fonction de la part qu'ils doivent prendre, un peu plus bas, à l'alimentation d'une radicelle dont ils assurent le raccord indirect.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme glucidique des ceps de vigne sains et court-noués.* Note de MM. **Marcel Bosc** et **Christian Benezech**, présentée par M. Émile Schribaux.

Nous nous sommes proposé d'étudier comparativement le métabolisme glucidique des ceps de vigne sains et des ceps atteints de court-noué.

L'étude analytique des sucres réducteurs, témoins de ce métabolisme, a été effectuée par la méthode de G. Bertrand, après défécation au noir animal et au sous-acétate de plomb, précaution nécessaire pour éliminer tous composés réducteurs autres que les sucres et notamment les tannins. Nous nous sommes adressés pour cette étude à des souches de variété *Aramon* et *Carignan*. Les organes étudiés furent les feuilles, les sarments, les racines et les fleurs.

Dans une première série de recherches effectuées en juin 1939, nous avons opéré sur des sucs obtenus par pression; les résultats ont été les suivants :

	Sain.	Court-noué.	Différence.
Suc des feuilles........	9,5	15,1	+58,95 %
» fleurs..........	6,7	4,3	−35,82 %

Ces résultats sont exprimés en grammes de glucose par litre de suc.

En septembre 1940, de nouveaux essais ont été entrepris. Notre matériel a été cette fois soumis à une diffusion prolongée dans de l'eau à 80°; la solution obtenue a été déféquée comme il est indiqué plus haut : sur une portion, le dosage a été effectué directement; une autre partie a été hydrolysée à raison de 90^{cm^3} de liquide déféqué pour 10^{cm^3} de ClH pur, ceci en vue d'étudier éventuellement la teneur en sucres hydrolysables.

Nos résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous, exprimés en grammes de glucose par kilogramme de matériel.

		Sain.	Court-noué.	Différence (%).
Feuilles.	Avant hydrolyse....	19,7	29,15	+47,9
	Après »	19,7	30,53	+54,9
Sarments.	Avant hydrolyse....	6,8	11,0	+37,2
	Après »	7,4	11,88	+38,1
Racines.	Avant hydrolyse....	13,63	7,95	−71
	Après »	13,70	7,82	−75

Ces résultats montrent que seuls importent les sucres non hydrolysables, les différences obtenues avant et après hydrolyse étant de l'ordre des erreurs d'expérience.

Ceci montre encore qu'il n'y a pas de quantités appréciables de saccharose dans les ceps que nous avons étudiés, du moins à la période où ont été faites nos analyses.

Ainsi il y a plus de sucres réducteurs dans les feuilles et dans les sarments, moins dans les fleurs et les racines de sujets court-noués, comparativement aux mêmes organes des sujets sains.

Cette glycogénèse anormale des tissus foliaires explique l'atténuation de la maladie à l'obscurité et son aggravation par l'exposition aux rayons solaires, ainsi que le fait que les ceps court-noués portent des grappes nombreuses en raison de l'abondance des réserves glucidiques dans les sarments. Pour la même raison, la *coulure* constatée au moment de la floraison trouve son explication dans la teneur moins grande en sucres réducteurs des organes floraux.

Enfin il convient de rapprocher, en vue d'une étude ultérieure, cette glycogénèse intense des tissus foliaires et la glycolyse des tissus cancéreux signalée par Warburg.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la diffusion du vanadium chez les végétaux.* Note de M. **Didier Bertrand**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En 1900, Demarçay ([1]), faisant l'étude spectrale de divers bois, a reconnu en particulier le vanadium. Il a formulé toutefois des réserves sur l'origine réelle de cet élément et pensé qu'il pouvait provenir d'impuretés des réactifs ou de poussières.

Cornec en 1919, Boyd et De en 1933, Konishi et Tsuge en 1936 ont signalé, également par la méthode spectrale, du vanadium dans quelques plantes. Mais pour aucun il n'y a de certitude concernant l'origine de cet élément.

Avant eux, O. E. von Lippmann, en 1888, par la méthode chimique, avait signalé la présence du vanadium dans un matériel d'origine végétal, la mélasse de betterave. H. ter Meulen, en 1931, en trouvait occasionnellement $3^{mg},3$ par K dans l'*Amanita muscaria* et 0,7 dans l'ail, mais il n'en trouvait pas dans six autres champignons, ni dans l'oignon. Enfin, sans donner aucun détail, B. Nemec, en 1926, en signalait des traces presque imperceptibles dans les cendres de Charme et Hêtre.

La seule méthode qui soit décrite avec quelque précision, celle de ter Meulen, est longue et peu sensible; aussi, voulant reprendre l'étude de la question, j'en ai cherché et trouvé une autre. Cette méthode est basée sur la séparation préalable du vanadium par le sel ammoniacal de la nitrosophénylhydroxylamine (ou *cupferron*), puis, après éloignement du fer et du titane par l'ammoniac (dans certaines conditions) et du cuivre par l'hydrogène sulfuré, du dosage colorimétrique de sa combinaison avec le cupferron en solution dans le chloroforme. Cette méthode permet de doser jusqu'à la limite inférieure de $0^{mg},002$ de V dans 100^{g} de matière sèche.

Résultats. — Les échantillons végétaux ont été choisis aussi propres que possible et lavés avec soin quand il y avait lieu. Les racines, difficiles à nettoyer convenablement, ont été éliminées, sauf quelques-unes qui ont été analysées à part.

([1]) Les indications bibliographiques et les détails seront donnés dans une autre publication.

Voici un certain nombre des résultats obtenus :

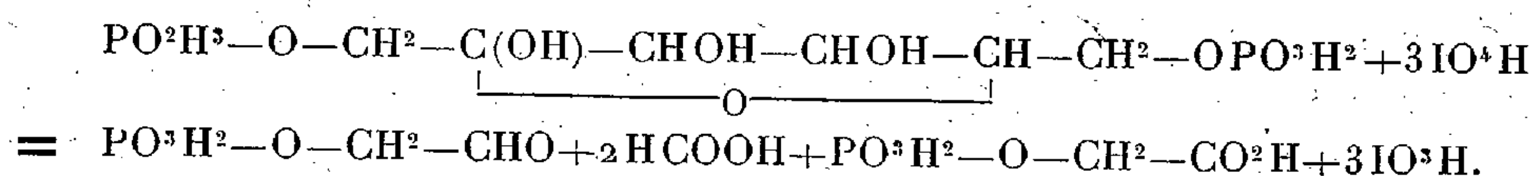
	V en mg par K/sec.
Cryptogames.	
Fougère à l'aigle	0,35
Chanterelle	0,43
Pelvetia caniculata	0,53
Fucus vesiculosus	0,79
Ulva latissima	2,4
Phanérogames, plantes à la floraison.	
Maïs	0,27
Trèfle rouge	0,38
Iris germanique	0,47
Luzerne	0,49
Mauve	0,64
Fève	0,70
Haricot vert	0,76
Sarrazin	1,0
Tabac des paysans	1,2
Morelle noire	2,1
Cresson	2,4
Plantain long	3,8
Plantain major	4,2
Feuilles.	
Tabac des paysans, Houblon, Chanvre	0,22 à 0,32
Fusain du Japon, Poireau, Figuier	0,34 à 0,48
Vigne, Lierre, Poirier, Sapin pectiné	0,50 à 0,56
Châtaignier, Cèdre, Scarole (feuilles vertes)	0,63 à 0,85
Chou (feuilles vertes), Pêcher	1,1 à 1,2
Épinard, Mâche	1,8 à 1,9
Organes divers.	
Orange, Fraise cultivée, Ail	0,36 à 1,1
Graines.	
Fève, Pois chiche, Soja oléagineux	moins de 0,02
Sainfoin, Lupin blanc, Haricot blanc	0,09 à 0,18
Avoine	0,35
Tabac des paysans	1,2

Conclusions. — Le vanadium a été trouvé dans les 62 espèces analysées. Les parties aériennes des plantes fleuries contiennent de $0^{mg},27$ à $4^{mg},2$ de V

au kilogramme de matière sèche. Les graines de Légumineuses sont très pauvres, sans que la partie aérienne le soit; en moyenne le vanadium existe chez les végétaux dans une proportion de l'ordre de grandeur de 1 millionnième du poids de la matière sèche.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'acide periodique sur l'acide hexosediphosphorique*. Note de M. **Jean Courtois**, présentée par M. Maurice Javillier.

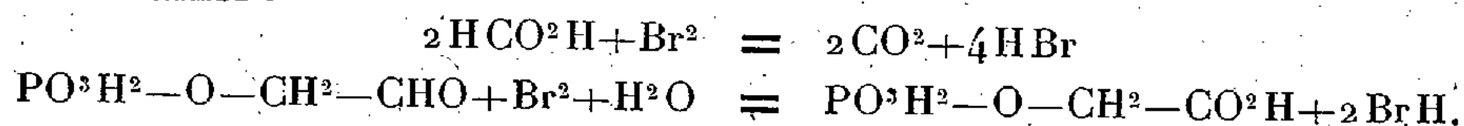
L'acide hexosediphosphorique (ester fructofuranose-1-6-diphosphorique) est oxydé par l'acide periodique en deux molécules d'acide formique, une d'acide phosphoglycolique et une de diosephosphate (ester phosphorique de l'aldéhyde glycolique) :



$$PO^2H^3-O-CH^2-\underline{C(OH)-CHOH-CHOH-CH}-CH^2-OPO^3H^2+3IO^4H$$
$$= PO^3H^2-O-CH^2-CHO+2HCOOH+PO^3H^2-O-CH^2-CO^2H+3IO^3H.$$

Nous avons confirmé cette équation par diverses déterminations analytiques et l'identification des corps formés. En 48 heures, à 20°-25°, une molécule d'acide hexosediphosphorique réduit trois molécules d'acide periodique avec formation d'une molécule d'un aldéhyde qui n'est pas le formol. L'acidité du milieu à la thymolphtaléine ne varie pas au cours de la réaction. Les trois molécules d'alcali libérées par réduction de l'acide periodique, bivalent à la thymolphtaléine, en acide iodique, monovalent à cet indicateur, sont donc salifiées par la formation de trois fonctions acides.

Trois molécules de brome sont réduites en milieu bicarbonaté pour oxyder les composés formés par oxydation periodique. Cette oxydation s'effectue ainsi :



$$2HCO^2H+Br^2 = 2CO^2+4HBr$$
$$PO^3H^2-O-CH^2-CHO+Br^2+H^2O = PO^3H^2-O-CH^2-CO^2H+2BrH.$$

L'acide phosphoglycolique ainsi formé, associé à celui formé par oxydation periodique, a été isolé à l'état de sel tribarytique à $4H^2O$.

		Ba.	P^2O^5.
Résidu fixe % trouvé après calcination.........	76,68	52,49	18,03
» calculé........................	76,2	52,27	17,97

a. Acide formique. — Il se forme environ deux molécules d'acide

formique, dosé après entraînement à la vapeur d'eau dans le distillat par acidimétrie et par bromométrie. L'acide a été en outre identifié par ses réactions analytiques.

b. Diosephosphate. — Il ne se libère pas d'acide phosphorique au cours de l'oxydation periodique. Après cette oxydation, environ la moitié du phosphore organique est acido-labile et libérable par l'eau oxygénée alcaline, caractères que présente le diosephosphate, l'acide phosphoglycolique ne libérant que des traces d'acide phosphorique dans ces conditions. Après réduction du periodate en excès et de l'iodate formé, les esters phosphoriques sont précipités à l'état de sel de baryum en milieu alcoolique. Ce précipité complexe renferme du diosephosphate; son hydrolyse sulfurique à 100° ou diastasique par la phosphatase d'Amande a été suivie analytiquement. Les résultas obtenus concordent avec ceux obtenus par hydrolyse du diosephosphate (¹): en milieu acide une molécule d'aldéhyde donne naissance à une molécule d'acide phosphorique et une molécule d'un corps cupro-réducteur à froid, oxydable par une molécule d'acide periodique avec formation de formol. L'hydrolyse, qui libère une molécule d'aldéhyde glycolique par molécule de diosephosphate, et l'oxydation periodique subséquente, qui donne naissance à une molécule de formol, ne modifient pas la concentration en aldéhydes évaluée par la mesure du pouvoir mercuro-réducteur à froid.

Avec la phosphatase, les résultats sont identiques, à cette différence près qu'il se libère de l'acide phosphorique à partir de l'acide phosphoglycolique. L'acide glycolique obtenu au cours de cette hydrolyse a été identifié par la réaction d'Elgrüve (²) avec le dioxynaphtalène.

c. Acide phosphoglycolique. — Après oxydation periodique, l'excès de cet acide et l'acide iodique formés sont précipités par neutralisation à la baryte; dans le filtrat, le diosephosphate est hydrolysé par chauffage d'une heure à 100° dans un milieu N en ClH. L'acide phosphorique libéré est précipité à l'état de sel de baryum et l'acide phosphoglycolique purifié par recristallisation de son sel de baryum. Les divers précipités retiennent fortement l'acide phosphoglycolique isolé avec un faible rendement à l'état de sel tribarytique à $4H^2O$.

Résidu fixe %, 75,73; Ba, 51,42; P^2O^5, 17,3.

(¹) P. Fleury et J. Courtois, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 219.
(²) *Z. anal. Chem.*, 89, 1922, p. 121.

Ce sel, après hydrolyse sulfurique, donne la réaction d'Elgrüve.

Conclusions. — Une molécule d'acide hexosediphosphorique est oxydable à 20° par trois molécules d'acide periodique; il se forme deux molécules d'acide formique, une de diosephosphate et une d'acide phosphoglycolique. Ces divers corps ont été dosés et identifiés. Nous pouvons ainsi confirmer la constitution attribuée à l'hexosediphosphate.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

ERRATA.

Pour les séances des 4, 9 et 16 juin, *au lieu de* Présidence de M. Ernest Esclangon, *lire* Présidence de M. Hyacinthe Vincent.

(Séance du 23 juin 1941.)

Note de M. *Pierre Lehmann*, Diminution artificielle de la radiosensibilité de la peau et des muqueuses en röntgenthérapie :

Page 1104, lignes 7 et 13 en remontant, *au lieu de* 250 kV, *lire* 280 kV.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1940.

L'Académie des sciences exprime ses remercîments aux Établissements qui lui ont envoyé leurs Publications.

La cote qui suit le titre de chaque périodique est celle de l'*Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris* (1); les cotes du supplément I de cet inventaire portent un indice en chiffres, celles du supplément II, un indice en lettres.

Le titre des périodiques nouvellement créés est inscrit en caractères gras.

EUROPE.

France.

Asnières. — *Chronique médicale* (*La*), C 386.
Bayonne. — Société des sciences, lettres et arts : *Bulletin*, B 1553.
Besançon. — Observatoire national : *Annales*, A 882^A; *Bulletin météorologique*, O 84.
— *Annales françaises de chronométrie*, A 1096^A.
Dax. — Société de Borda : *Bulletin*, B 1418.
Dijon. — *Bulletin des recherches sur la genèse et la prophylaxie du cancer.*
La Houga (Gers). — Observatoire : **Publications** (extrait de l'*Astronomie*).
Le Mans. — Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe : *Bulletin*, B 1735.
Lille. — *Information médicale* (*L'*), I 175.
Marseille. — Musée colonial : *Annales*, A 865.
— *Journal des Observateurs*, J 607.
— *Marseille médical*, U 46.
Parc-Saint-Maur. — Institut de physique du globe. Observatoire géophysique du Parc-Saint-Maur : *Bulletin séismique*, I 240^A.

---

(1) Paris, Masson, 1924-1925; 4 fasc. et 2 suppléments (1929-1939), 23cm.

Paris. — Académie d'agriculture de France : *Comptes rendus hebdomadaires des séances,* B 1861.

— Académie de médecine : *Bulletin,* B 894.

— Académie des sciences : *Annuaire,* I 235 ; *Comptes rendus hebdomadaires des séances,* C 758.

— Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures : *Bulletin,* B 914.

— Association amicale de secours des anciens élèves de l'École Normale supérieure : *Annuaire,* A 2386.

— Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale : *Bulletin,* A 2283.

— Automobile-Club de France : *L'Action automobile.*

— Banque de France : *Assemblée générale des actionnaires,* B 14^2.

— Banque franco-polonaise : *Assemblée générale ordinaire.*

— Bureau des Longitudes : *Annuaire,* A 1370.

— Bureau d'études géologiques et minières coloniales : *Publications.*

— Bureau français du catalogue international de la littérature scientifique : *Bibliographie scientifique française,* B 247.

— Bureau Veritas : *Bulletin technique,* B 2504.

— Caisse nationale de la recherche scientifique. Service de recherches d'astrophysique : *Annales d'astrophysique.*

— Centre de l'entr'aide pour les soldats et les travailleurs des territoires d'Outre-mer dans la Métropole : *Bulletin* (*éditions Afrique du Nord, arabe, indochinoise*).

— Centre national de la Recherche scientifique : Bulletin analytique.

— Club alpin français : *Revue* (*La Montagne*), B 1919.

— Comité électrotechnique français et Union technique des syndicats de l'Electricité : *Revue générale de l'Électricité,* L 183.

— Comité national permanent des Chambres de commerce et des Chambres d'agriculture : *Compte rendu de la Réunion du* 8 *janvier* 1940.

— Compagnie d'assurances générales contre l'incendie et les explosions : *Compte rendu à l'Assemblée générale des actionnaires.*

— Compagnie d'assurances générales sur la vie : *Comptes rendus à l'Assemblée générale des actionnaires.*

— Compagnie des Chemins de fer du Midi : *Comptes de l'exercice; Rapport du Conseil d'administration,* R 71.

— Compagnie des Mines d'Ostricourt : *Assemblée générale ordinaire.*

— Compagnie du Chemin de fer de Paris à Orléans : *Rapports du Conseil d'administration et de la Commission de vérification des comptes,* R 57.

— Compagnie universelle du canal maritime de Suez : *Assemblée générale des actionnaires; Comptes de l'exercice.*

— Conseil d'hygiène publique et de salubrité de la Seine : *Compte rendu des séances,* C 742.

— Conservatoire national des Arts et Métiers : *Le travail humain,* R 1140^{1B}.

— Ecole de psychologie et Société de psychothérapie : *Bulletin.*

PARIS. — Électricité et gaz du Nord : *Rapport du Conseil d'administration.*
— Établissements Kuhlmann : *Assemblée générale ordinaire.*
— Institut catholique : *Bulletin*, B 1011.
— Institut de physique du globe. Observatoire géophysique : *Voir* PARC-SAINT-MAUR.
— Institut international d'anthropologie : *Revue anthropologique*, R 1462.
— Institut océanographique : *Annales*, A 873; *Rapport pour l'année*, I 257².
— Institut Pasteur : *Annales*, A 874.
— Ministère de la guerre. Service de santé militaire : *Revue*, J 476.
— Ministère des colonies : *Annales de médecine et de pharmacie coloniales*, A 820.
— Ministère du commerce. Direction de la propriété industrielle : *Bulletin officiel de la propriété industrielle*, C 98; *Moniteur (Le) officiel du commerce et de l'industrie*, M 1226.
— Muséum national d'histoire naturelle : *Bulletin*, B 2017.
— Observatoire de Paris : *Bulletin astronomique*, B 854.
— Office international des musées : *Mouseion*, M 1283¹.
— Office international d'hygiène publique : *Bulletin mensuel*, B 1042.
— Préfecture de police. Direction de l'hygiène, de la protection de l'enfance et du travail : *Rapport sur les opérations du service d'inspection des établissements classés dans le département de la Seine*, R 111 *bis*.
— Service hydrographique de la marine : *Phares et signaux de brume. Séries A. J.*
— Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris : *Annales*, A 1062.
— Société amicale de secours des anciens élèves de l'École polytechnique : *Bulletin*, B 1163ᴮ.
— Société astronomique de France : *L'Astronomie*, A 2471.
— Société chimique de France : *Bulletin (Documentation, Mémoires)*, B 1180.
— Société commerciale française au Chili : 47ᵉ *Assemblée générale ordinaire.*
— Société de biologie : *Comptes rendus des séances*, C 675.
— Société de chimie industrielle : *Chimie et Industrie*, C 342.
— Société de chimie physique : *Journal de chimie physique*, J 368.
— Société de géographie : *La Géographie*, G 233.
— Société d'encouragement pour l'industrie nationale : *Bulletin*, B 1296.
— Société des agriculteurs de France : *Revue des agriculteurs de France*, B 1522.
— Société de secours aux blessés militaires des Armées de terre et de mer : *Bulletin mensuel*, B 1610.
— Société des ingénieurs civils de France : *Bulletin*, B 1537; *Mémoires*, M 583.
— Société des ingénieurs professionnels : *Bulletin mensuel.*
— Société française de physique : *Le Journal de Physique et le Radium.*
— Société française des électriciens : *Bulletin*, B 1644.
— Société géologique de France : *Compte rendu sommaire des séances*, C 767.
— Société mathématique de France : *Bulletin*, B 1658.
— Société nationale d'horticulture de France : *Bulletin mensuel*, A 952.
— Syndicat des médecins hygiénistes français et Société de médecine publique : *Le mouvement sanitaire*, M 1294 *bis*.

PARIS. — Union géodésique et géophysique internationale. Association de géodésie : *Bulletin géodésique*, B 2177[1]; *Travaux de l'Association internationale de géodésie*, T 449[1].
— Union sociale d'ingénieurs catholiques : *Écho*, E 18.
— Université : *Annales*, A 900[1].
— Urbaine (L'). Compagnie d'assurances contre l'incendie : *Comptes rendus des opérations à l'Assemblée générale ordinaire des actionnaires*.
— *Annales d'astrophysique*.
— *Annales de chimie*, A 832.
— *Annales de géographie*, A 837.
— *Annales de physique*, A 832.
— *Annales des ponts et chaussées*, A 1473.
— *Anthropologie* (*L'*), M 129.
— *Archives de médecine et de pharmacie navales*, A 2134.
— *Bip* (*Bulletin d'informations pratiques*), B 362[B].
— *Bulletin d'information espagnole*.
— *Bulletin des sciences mathématiques*, B 1843.
— *Chaleur et industrie*, C 202.
— *Éducation* (*L'*) *physique*, E 129.
— *France* (*La*) *agricole*, F 133.
— *Information* (*L'*) *universitaire*, I 179.
— *Journal de mathématiques pures et appliquées*, J 467.
— *Journal de pharmacie et de chimie*, B 1787.
— *Mémorial de l'artillerie française*, M 677 *bis*.
— *Molière. La défense médicale*.
— *Nature* (*La*), N 52.
— *Orientation* (*L'*) *économique, industrielle et financière*, O 195[A].
— *Progrès* (*Le*) *médical*, P 684.
— *Revue anthropologique*, R 1462.
— *Revue de métrologie pratique et légale. Poids et mesures*, R 1164[1].
— *Revue de pathologie comparée et d'hygiène générale*, R 1166.
— *Revue des questions de défense nationale*.
— *Revue de viticulture*, R 1197.
— *Revue du nickel*, R 1293[A].
— *Revue économique et financière*, R 1300[6].
— *Revue générale des sciences pures et appliquées*, R 1362.
— *Revue scientifique illustrée* (Revue rose), R 1216.
— *Scène et monde*.
— *Technique* (*La*) *moderne*, T 50.

ROUEN. — Société normande d'études préhistoriques : *Bulletin*, B 1694[2].

SAINT-ÉTIENNE. — Société de l'industrie minérale : *Revue de l'industrie minérale*, R 1123.

TALENCE. — Observatoire : *Bulletin*, B 1032.

TOULON. — *Côte d'Azur* (*La*) *médicale*, C 1049[1].

TOULOUSE. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres : *Mémoires*, H 74.

Toulouse. — Observatoire astronomique et météorologique : *Annales*, A 891 ; *Catalogue photographique du ciel.*
— Société d'astronomie populaire : *Bulletin mensuel*, B 1286.
Trans (Var). — *Les Archives de Trans en Provence.*

Allemagne.

Berlin. — Preussische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, M 944.
Dresde. — *Photographie und Forschung*, P 280A.

Belgique.

Bruxelles. — Académie royale de Belgique. Classe des sciences : *Bulletin*, B 895.
— Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899 ; *Mémoires*, M 440.
— Ministère de l'agriculture : *Bulletin du Jardin botanique de l'État*, B 1995.
— Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Bulletin*, B 2016 ; *Mémoires*, M 576 ; *Mémoires hors série.*
— Office central de statistique : *Bulletin de statistique*, B 2535A.
Liège. — Société géologique de Belgique : *Bulletin.*
— Société royale des sciences : *Bulletin*, B 1738A ; *Mémoires*, M 557.
Louvain. — Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, A 1101 ; *Revue des questions scientifiques*, R 1252.
Tervueren. — Musée du Congo belge : *Annales*, A 1083.
Uccle. — Observatoire royal de Belgique : *Annales* ; *Annuaire*, A 1315 ; *Bulletin astronomique*, B 852A ; *Bulletin séismique*, B 2490.

Danemark.

Kobenhavn (Copenhague). — Kgl. Danske Videnskabernes-Selskabs (Académie royale des sciences et des lettres) : *Biologiske Skrifter*, S 372 ; *Mathematisk-fysiske Meddelelser*, K 59.

Espagne.

Madrid. — Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908.
San Fernando. — Instituto y Observatorio de Marina : *Almanaque nautico*, A 555.

Grande-Bretagne et Irlande.

Cambridge. — Philosophical Society : *Biological Review*, P 536[1] ; *Proceedings*, P 536.
Dublin. — Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.
Edinburgh. — Royal Society : *Proceedings*, P 602.

GREENWICH. — Royal Observatory : *Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors*, R 429.

LIVERPOOL. — Union géodésique et géophysique internationale. Association d'océanographie physique : *Publication scientifique*.

LONDON. — British Association for the Advancement of Science : *Report* (*The advancement of Science*).

— British Astronomical Association : *Journal*, J 798.

— Chemical Society : *Journal*, M 601.

— Colonial Office. Discovery Committee : *Discovery Reports*, D 222A.

— Geological Society : *Quarterly Journal*, Q 11.

— Institution of Civil Engineers : *Journal*, M 943.

— Institution of Mechanical Engineers : *Proceedings*, P 560.

— Mathematical Society : *Proceedings*, P 569.

— Meteorological Office : *Monthly Weather Report*, M 781; *Professional Notes*, M 784.

— Ray Society : *Publications; Report of the Council*.

— Royal Aeronautical Society : *Journal*, J 840[1].

— Royal Astronomical Society : *Monthly Notices*, M 1256; *Occasional Notes*.

— Royal Geographical Society : *Geographical Journal*, C 231.

— Royal Microscopical Society : *Journal*, T 361.

— Royal Society : *Obituary Notices of Fellows*, O 0[1]; *Philosophical Transactions*, P 225; *Proceedings*, A 72; *Year Book*, Y 20.

— Royal Society of Medicine : *Proceedings*, P 603.

— Stationery Office : *The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris*, N 73.

— *Nature*, N 51.

— *The Observatory*, O 111.

TEDDINGTON. — Department of scientific and industrial Research. National Physical Laboratory : *Report for the Year*, N 26.

Grèce.

ATHÈNES. — *Revue des sciences économiques et financières*, R 1258A.

Hongrie.

BUDAPEST. — Ungarische Akademie der Wissenschaften : *Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger*, M 140; *Register der Zeitschrift mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger*.

— *The Hungarian Quarterly*, H 141A.

Italie.

BOLOGNA. — Societa italiana di fisica : *Il nuovo cimento*, G 348.

CAMERINO. — Universita. Instituti scientifici. Societa eustachiana : *Bollettino*.

Citta del Vaticano. — Pontificia Academia scientiarum : *Acta; Commentationes*, P 354[1A].

Milano. — Ministero dei Lavori pubblici. Ufficio idrografico del genio curle per gli studi del bacino del Po. Sezione distaccata di Milano : *Statestica delle Arie dei bacini idrografici.*

— Reale Istituto lombardo di scienze e lettere : *Memorie*, M 705 *bis; Rendiconti*, R 175.

— *Scientia*, R 1665.

Modena. — Reale Accademia di scienze, lettere ed arti : *Atti e Memorie*, M 710.

Napoli. — Societa italiana di Biologia sperimentale : *Bollettino*, B 618[1].

Padova. — R. Universita : *Rendiconti del Seminario matematico*, R 329[B].

Parma. — Ministero dei lavori pubblici. Servizio idrografico. Ufficio idrografico del Po. Sezione di Parma : *Pubblicazione*, M 926[A].

Roma. — Consiglio nazionale delle Ricerche : *La ricerca scientifica*, B 567[A].

— Institut international d'agriculture : *Revue internationale d'agriculture*, B 1902.

— Ministero dell' aeronautica. Ufficio centrale delle telecommunicazioni e dell' assistenza del volo : *Riassunto mensile*, R 1621[1A]; *Rivista di meteorologia aeronautica*, R 1659[A]; *Sondaggi aerologici*, S 526[A].

— Ministero dell'agricoltura e delle foreste : *Nuovi annali dell' agricoltura*, A 1131.

— Id. Fondazione per la sperimentazione agraria : *Annali delle sperimentazione agraria*, A 1148[A].

— Reale Accademia d'Italia. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali : Rendiconti.

— Reale Accademia nazionale dei Lincei : *Atti*, A 2546; *Memorie*, A 2546.

— R. Osservatorio e museo astronomico di Roma (Monte Mario) : *Contributi scientifici* (*Nuova serie*).

Torino. — Reale Accademia delle Scienze : *Atti*, A 2547; *Memorie*, M 949.

Venezia. — Centro volpi di elettrologia : *Bollettino*.

— Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti : *Atti*, A 2571; *Indice generale dei lavori pubblicati dell'anno accademico* 1894-95 *al* 1937-38; *Memorie*, M 706.

Monaco.

Monaco. — Institut océanographique : *Bulletin*, B 2015.

— Musée océanographique : *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier Prince souverain de Monaco.*

Pays-Bas.

Amsterdam. — Koninklijke Nederlansche Akademie van Wetenschappen : *Mededeelingen; Proceedings; Proceedings of the Section of Sciences*, K 81; *Verhandelingen*, V 25.

AMSTERDAM. — Nederlandsche botanische Vereeniging : *Nederlandsch Kruidkundig Archief* (*Verslagen en Mededeelingen*), N 92; *Recueil des travaux botaniques néerlandais*, N 92.

HAARLEM. — Société hollandaise des sciences : *Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux*, A 2185; *Archives néerlandaises de zoologie*, A 2184[B].

MIDDELBURG. — Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen : *Catalogus van den historish-topografischen atlas*.

'S GRAVENHAGE. — Fédération internationale de documentation : *F. I. D. Communicationes*, I 1[A].

— *Physica*, P 304[B].

UTRECHT. — Rijks Universiteit. Physiologisch Laboratorium : *Onderzoekingen*, O 166.

Portugal.

COIMBRA. — *Noticias farmacéuticas*, N 259[A].

LISBOA. — Academia das ciências : *Anuario academico*, A 78[1A]; *Boletim*, B 387[A]; *Memorias*, M 689.

— Universidade. Museu e Laboratorio mineralogico e geologico : *Boletim*, B 406 *bis*[A].

SETUBAL. — *A Previsão do tempo*.

Roumanie.

BUCURESTI (BUCAREST). — Académie roumaine : *Bulletin de la section scientifique*, B 1147.

— Institut des sciences de Roumanie (ancienne Académie des sciences) : *Comptes rendus des séances*.

— Institutul Român de energie : *Buletinul* « *I. R. E.* », B 770 *bis*[A]; [*Publications*].

— Societatea romana de fizica : *Buletinul*, B 777[B].

— Société médicale des hôpitaux : *Bulletins et Mémoires*, B 2170.

— *Convorbiri literare*.

TIMISOARA. — École polytechnique : *Bulletin scientifique* (*Comptes rendus des séances de la Société scientifique*), B 2479[1B].

Russie.

BAKOU. — Académie des sciences de l'U. R. S. S. Filiale de l'Azerbaïdjan : *Izvestia*; *Troudy* (*Travaux*) (*série géophysique*).

— Id. Institut de botanique : *Troudy* (*Travaux*).

— Id. Institut de zoologie : *Troudy* (*Travaux*).

MOSKVA. — Académie des sciences. Classe des Sciences mathématiques et naturelles : *Comptes rendus* (*Doklady*), C 628; *Priroda* (*La Nature*), P 479[1].
— Id. Institut de botanique : *Botanique soviétique*, S 543[A].
— Id. Institut de chimie générale : *Annales du Secteur d'analyse physico-chimique*, I 411[1].
— Id. Institut de génétique : *Bulletins*.
— Id. Institut de géographie : *Travaux*, T 532 *bis*[2A].
— Id. Institut d'énergétique : *Transactions* (*Izvestia*).
— Id. Institut Dokuchaiev des sols : *Transactions*.
— Id. Institut géologique : *Troudy* (*Travaux*), T. 440[5B].
— Id. Institut séismologique : *Publications*, P 829[A].
— Institut de médecine expérimentale : *Archives des sciences biologiques*, A 2157.
— Institut des sciences géologiques : *Travaux*.
— Société des naturalistes : *Bulletin*, B 1629.

Suède.

STOCKHOLM. — K. Svenska Vetenskaps Akademiens : *Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi*, B 331; *Arkiv för Zoologi*, B 331; *Handlingar*, S 775.
— Statens meteorologisk-hydrografiska anstalt : *Meddelanden* (*Communications*), M 174.
— Sveriges geologiska undersökning : *Årsbok*, S 776 *bis*; *Kartblad*.
UPPSALA. — Regiæ Societatis Scientiarum Uppsaliensis (Kungl. Vetenskaps-Societeten) : *Årsbok*, A 2324.
— Université. Anatomische Institut : *Läkareförenings Förhandlingar*, U 212.
— Id. Observatoire météorologique : *Bulletin mensuel*, B 2318.

Suisse.

BÂLE. — Société de chimie helvétique : *Helvetica chimica acta*, H 52.
BERNE. — Bibliothèque nationale suisse : *Catalogue*.
GENÈVE. — Ligue des Sociétés de la Croix-Rouge : *Bulletin*, B 1128.
— Observatoire : *Publications*, O 29.
— Société de physique et d'histoire naturelle : *Comptes rendus des séances*, C 665; *Mémoires*, M 511.
— Sociétés de la Croix-Rouge : *Revue internationale de la Croix-Rouge*, B 2200.
— *Archives des sciences physiques et naturelles*, B 313.
— *Enseignement* (*L'*) *mathématique*, E 278.
— *Journal de chimie physique* : Voir PARIS.
— *Revue pour l'étude des calamités*.
LAUSANNE. — Société vaudoise des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1862; *Mémoires*, M 558[1].

ZURICH. — Eidgenössiche Sternwarte : *Astronomisehe Mitteilungen,* M 1066.
— Id. International astronomical Union : *Quarterly Bulletin on Solar Activity.*
— Schweizerische meteorologische Zentral-Anstalt : *Annalen*, S 165.

Turquie.

ANKARA. — « *Meteae* » *maden tetkik ve Arama enstitüsü yayinlarindam* (*Veröffentlichung des Institutes für Lagerstaettenforschung der Türkei*).
ISTAMBOUL. — Université. Faculté des sciences : *Revue* (*Istambul üniversitesi fen fakültesi mecmuasi*), I 384^{B}.
— *La Turquie Kemâliste.*

Yougoslavie.

BEOGRAD (BELGRADE). — Académie royale serbe : *Annuaire* (*Godichnak*), G 367; *Bulletin de l'Académie des sciences mathématiques et naturelles*, A 101^{A}; *Comptes rendus* (*Glas*), G 354 *bis*; *Éditions spéciales.*

ASIE.

Chine.

CHANGSHA (HUNAN). — Geological Survey of China : *Paleontologia sinica*, P 16 *bis.*
CHUNGKING (SZECHUAN). — Geological Society of China : *Bulletin*, B 2365^{1}.
PEI-PAI (SZECHUAN). — Academia Sinica. National Institute of Zoology and Botany : *Sinensia* (*Contributions*), S 343$_{B}$.
SHANGHAÏ. — Science Institute : *Journal* (*Studies from the Department of Bacteriology; of Biology; of Geology; of Hygiène*), J 851^{A}.
— Science Society of China : *Contributions from the biological Laboratory,* C 984^{A}.
ZI-KA-WEI. — Observatoire : *Bulletin sismique; Revue mensuelle; Triphoons.*

Indes anglaises.

ALIPORE. — *Annual Report of the Chemical examiner's Department Bengal.*
BOMBAY. — Meteorological Department. Government Observatories : *Magnetic, meteorological, atmospheric electric and seismographic Observations made at the Government Observatories Bombay and Alibag*, M 60.
CALCUTTA. — Geological Survey of India : *Memoirs,* M 620; *Records*, R 193.
— Indian Chemical Society : *Journal*, J 817^{1}.
— Royal Asiatic Society of Bengal : *Year-Book.*

CEYLON. — *Ceylon Journal of Science*, C 198[1].
KODAIKANAL. — Observatory : *Bulletin*, K 49.
LAHORE. — 26e Indian Science Congress : *Proceedings*.
POONA. — Deccan College. Research Institute : *Bulletin*.
— Indian Mathematical Society : *Journal*, J 818; *The mathematics Student* M 138 *bis*[A].

Indochine.

CAUDA. — Institut océanographique de l'Indochine. Station maritime de Cauda : *Notes*, S 317[1].
HANOÏ. — Conseil de recherches scientifiques de l'Indochine : *Comptes rendus des séances*, C 973[A].
— Direction des Services économiques de l'Indochine : *Bulletin économique de l'Indochine*, B 2153; *Supplément statistique mensuel*.
— Id. Service de la statistique générale : *Annuaire statistique de l'Indochine*, A 1614[D].
— Service météorologique de l'Indochine : *Bulletin mensuel des observations*.

Japon.

HIROSIMA. — University : *Journal of Science*, J 775[A].
KEIZYÔ (KEIJO). — Imperial University. Medical Faculty : *The Keizyô Journal of Medicine*, M 997.
KYOTO. — Imperial University : *Acta scholæ medicinalis*, A 134.
NAGOYA. — University (Nagoya Ikwa-Daigaku) : *The Nagoya Journal of Medical Science*, N 8[1].
OSAKA. — Imperial University. Faculty of Medecine : *Collected Papers*.
RYOJUN. — College of Engineering : *Memoirs*, M 641[1].
SAPPORO. — Hokkaido Imperial University. Faculty of Engineering : *Memoirs*, M 616[2].
— Id. Faculty of Science : *Journal*, J 810[A].
SENDAI. — Saito Gratitude Foundation (Saito-Ho-On-Kai) : *Annual Report of the Work*, A 1814[1].
— Tôhoku Imperial University : *Science Reports*, S 215 *bis*; *Technology Reports*, T 59.
— Id. Institut mathématique : *Tôhoku Mathematical Journal*, T 180.
TOKYO. — Agricultural Chemical Society of Japan : *Journal*, J 779[B].
— Chemical Society of Japan : *Bulletin*, B 2355[1].
— Imperial Academy : *Proceedings*, P 554[1].
— Imperial University. Aeronautical Research Institute : *Report*, R 425[1].
— Id. Astronomical Observatory : *Astronomical Bulletin*, T 181[1].
— Id. Government Institute for Infectious Diseases : *Japanese Journal of Experimental Medicine*, J 245[ter 1A].

TOKYO. — Institute of Physical and Chemical Research : *Bulletin*, B 2377[1]; *Scientific Papers*, S 229.
— Iwata Institute of Plant Biochemistry : *Acta phytochimica*, A 131.
— Japan Institute for Science of Labour : *Reports*.
— National Research Council of Japan : *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, J 245; *Japanese Journal of Botany*, J 245 *bis*; *Japanese Journal of Engineering*, J 245ter; *Japanese Journal of Mathematics*, J 245$^{ter 3}$; *Japanese Journal of Medical Sciences*, J 245 *quater*; *Japanese Journal of Physics*, J 245 *quinter*; *Report*, N 27$^{bis A}$.
— Id. Radio Research Committee : *Report of Radio Research in Japan*, R 425^{B}.
— Physico-mathematical Society of Japan : *Proceedings*, T 184.
— Society of Mechanical Engineers : *Transactions*, T 407^{A}.
— University of Literature and Science (Tokio Bunrika Daigaku) : *Science Reports*, S 215$^{bis A}$.

Manchoukuo.

HSHINCHING. — Institute of Scientific Research Manchoukuo : *Report*, R 472^{A}.

Syrie.

KSARA. — Observatoire : *Annales*, A 885[1].

AFRIQUE.

Afrique Occidentale française.

DAKAR. — Institut français d'Afrique Noire : **Bulletin**.
— Service météorologique de l'A. O. F. : *Moyenne mensuelle*.

Algérie.

ALGER. — Institut Pasteur d'Algérie : *Archives*, A 2116[2].

British East African.

NAIROBI. — Meteorological Service : *Bulletins of Daily Rainfall in Kenya Colony; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate; in Zanzibar Protectorate; Summary of Rainfall in Kenya Colony; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate*, B 746^{A}.

Égypte.

CAIRO. — Egyptian University. Faculty of Sciences : *Annual Report.*
— Fouad i University. Faculty of Science : *Publications.*
— Institut d'Egypte : *Bulletin*, B 1016; *Mémoires*, M 590.
— Ministry of Agriculture. Technical and Scientific Service : *Bulletin*, M 939.

Madagascar.

TANANARIVE. — Académie Malgache : *Mémoires*, M 450[1].
— Gouvernement général de Madagascar et dépendances : *Revue de Madagascar*, B 1977.
— *Madagascar aux armées.*

Maroc.

CASABLANCA. — *Revue de radiesthésie.*
RABAT. — Société des sciences naturelles du Maroc : *Bulletin*, B 1576[1].

Réunion (Ile de la).

SAINT-DENIS. — *Recueil trimestriel de documents et travaux inédits pour servir à l'histoire des Mascareignes françaises.*

Tunisie.

TUNIS. — Institut Pasteur de Tunis : *Archives*, A 2117.

AMERIQUE.

Argentine,

BUENOS-AIRES. — Instituto de medicina experimental para el estudio y tratamiento del Cancer : *Boletin*; [*Publications*].
— Ministerio de obras publicas : *Boletin de obras sanitarias de la Nacion*, B 491[A].
— Sociedad cientifica argentina : *Anales*, A 687.

Buenos-Aires. — Universidad. Facultad de ciencias economicas. Centro de estudiantes y colegio de graduados : *Revista de ciencias economicas.*

— Id. Facultad de ciencias medicas. Catedra de historia de la medicina : *Publicaciones* [*Publications*].

La Plata. — Universidad nacional. Facultad de ciencias fisicomatematicas : *Publicaciones* (*Revista; Publicaciones especiales*), U 113.

— Id. Facultad de quimica y farmacia : *Revista de la facultad de ciencias quimicas*, R 753.

— Id. Observatorio astronomico. Serie astrónomica : *Antes Publicaciones.*

Rosario. — Asociacion Juan : *Jandemuc.*

— Universidad nacional del Litoral. Facultad de ciencias matematicas, fisico-quimicas y naturales aplicadas a la industria : *Publicaciones* (*Serie Conferencias y textos; Serie tecnico-cientifica; Serie Universitaria*).

Brésil.

Rio de Janeiro. — Academia brasileira de scienoias : *Annaes*, A 748[A].

Sao Paulo. — Universidade. Faculdade de filosofia, ciências e letras : *Boletins*, U 113[B].

Canada.

Ottawa. — Canadian Patent Office : *Record and Register of Copyrights and Trade Marks*, C 66.

— Department of Mines and Resources. National Museum of Canada : *Bulletin*, G 249.

St-Andrews. — Fisheries Research Board of Canada : *Journal*, J 791[1A].

Toronto. — Royal Astronomical Society of Canada : *Journal*, T 281.

— Royal Canadian Institute : *Proceedings*, C 63; *Transactions*, C 63.

Chili.

Concepción. — Sociedad de Biologia : *Boletin*, B 465[B].

Santiago. — Observatorio del Salto : *Boletin de estudios*, B 522[1].

— Comision chilena de cooperacion intelectual : *Boletin bimestral.*

Colombie.

Bogota. — Academia colombiana de ciencias exactas, fisicas y naturales : *Revista*, R 747[A].

Cuba.

La Habana. — Oficina interamericana de Marcas : *Boletin*, B 457[A].
— Inter american Trade-Mark bureau : *Bulletin*.
— *Revista de Medicina tropical y Parasitologia, Bacteriologia, Clinica y Laboratorio*, R 787 *bis*[1A].

États-Unis.

Albany. — *Astronomical Journal*, A 2454.
Ann Arbor. — Michigan Academy of Science, Arts and Letters : *Papers*.
— University of Michigan. Laboratory of Vertebrate Genetics; *Contributions*, C 989[1F].
— Id. Museum of Paleontology : *Contributions*.
— Id. Museum of Zoology : *Miscellaneous Publications*, U 160[1]; *Occasional Papers*, O 121.
— Id. Observatory : *Publications*, D 149.
Baltimore. — Johns Hopkins University : *American Journal of Mathematics*, A 598; *Circular*, J 274.
Berkeley. — University of California : *Anthropological Records; Publications* (*in agricultural Sciences; in Zoology; Bulletin of the department of geological Sciences*), U 149.
Cambridge. — Harvard College Observatory : *Annals*, A 1192; *Annual Report of the Director*, A 1714; *Bulletin*, H 30; *Circular*, A 2468.
Chicago. — American Medical Association : *Archives of Dermatology and Syphilology*, J 730.
— Field Museum of Natural History : *Leaflet* (*Botany*), F 57[1]; *Publications* (*Anthropological Series, Botanical Series, Geological Series, Zoological Series*), F 57.
Colombus. — *The Ohio Journal of Science*, O 155.
Columbia. — Missouri Academy of Science : *Proceedings*.
Easton. — American Chemical Society : *Journal*, J 780.
Golden. — Colorado School of Mines : *Quarterly*, Q 14[1].
Iowa City. — State University of Iowa : *Studies*, U 155.
Lincoln. — University of Nebraska. Nebraska geological Survey : *Paper*.
Minneapolis. — University of Minesota. Astronomical Observatory : *Publications*, P 849[1A].
Morgantown. — West Virginia University : *Bulletin*.
— Id. Southern Appalachian Botanical Club : *Castanea* (*Journal*).
Mount Hamilton. — University of California. Lick Observatory : *Bulletin*, L 81.
Mount Wilson. — Carnegie Institution of Washington. Mount Wilson Observatory : *Annual Report of the Director*, R 461; *Contributions*, C 76.
New Haven. — *American Journal of Science*, A 608.

New York. — American Mathematical Society : *Transactions,* T 252.
— American Physical Society : *Physical Review,* P 307.
— Department of Parks. Meteorological Observatory : *Annual Tables,* N 157^{1}; *Report,* R 494.
— World Calendar Association : *Journal of Calendar Reform,* J 726^{A}.
— *The American Naturalist,* A 623.
— *International Conciliation.*

Philadelphia. — Academy of Natural Sciences : *Notulae naturae; Proceedings,* P 498.
— American Association for the Advancement of Science : *Science.*
— American Philosophical Society : *Proceedings,* P 506.
— Franklin Institute : *Journal,* J 812.
— University of Pennsylvania : *Bulletin* (*Catalogue*), U 180.

Providence. — Brown University and American Mathematical Society : *Mathematical Reviews.*

San Diego. — Society of Natural History : *Occasional Papers,* O 122^{B}; *Transactions,* T 402^{1}.

San Francisco. — California Academy of Sciences : *Proceedings,* P 534.

Troy. — Rensselaer Polytechnic Institute : *Bulletin,* R 344.

Washington. — Carnegie Institution. Department of Terrestrial Magnetism : *Annual Report of the Director,* D 131; *List of Publications.*
— Id. Mount Wilson Observatory : *Voir* Mount Wilson.
— Department of Agriculture : *Circular,* D 113^{1}; *Journal of Agricultural Research,* J 718; *Technical Bulletin,* U 80^{1}.
— Id. Weather Bureau : *Monthly Weather Review,* M 1269.
— Department of Commerce. Bureau of Standards : *Circular,* C 419; *Handbook,* U 82^{B}; *Journal of Research,* B 2551^{1}.
— Department of Commerce. Coast and Geodetic Survey : *Special Publication,* D 122.
— Department of the Interior. Geological Survey : *Bulletin,* B 2406; *Professional Paper,* U 86; *Water Supply Paper,* W 7.
— Id. Office of Education : *School Life.*
— History of Science Society and International Academy of the History of Science : *Isis,* I 381.
— Library of Congress : *Annual Report of the Librarian,* L 79.
— National Academy of Sciences : *Proceedings,* P 574.
— National geografic Society : *Contributed technical Papers* (*Mexican Archeology Series*), N 20^{A}.
— Smithsonian Institution : *Annual Report of the Board of Regents,* A 1674; *Publications; Smithsonian Miscellaneous Collections,* S 381.
— Id. National Museum : *Proceedings,* P 612; *Reports,* R 553.

Mexique.

Mexico. — Academia nacional de ciencias « Antonio Alzate » : *Memorias y Revista,* M 695.

MEXICO. — Asociación de Ingenieros y Arquitectos : *Revista mexicana de Ingeniera y Arquitectura*, R 896 *bis*[1].
— Instituto de salubridad y enfermedades tropicales : Revista.
— Laboratoire de Plasmogénie : *Bulletin*, B 2006[1A]
— Primer Congreso internacional de Plasmogenia y cultura general especialmente mexicana : *Memorias*.
— Sociedad internacionale de Plasmogenia : *Gaceta de Plasmogenia*.
— Id. et Laboratoire de Plasmogenie : *Voir* Laboratoire de Plasmogénie.
— Sociedad Mexicana de historia natural : Revista.
— *Ciencia*.

Pérou.

LIMA. — Academia nacional de Ciencias exactas, fisicas y naturales : *Actas*.
— Sociedad de Ingenieros del Peru : *Informaciones y memorias*, I 169.
— Universidad Major de San Marcos. Facultad de ciencias biologicas, fisicas y matematicas : *Revista de ciencias*, R 721 *bis*.

Uruguay.

MONTEVIDEO. — Sindicato medico del Uruguay : *Numero cientifico de accion sindical*.
— Sociedad de biologia : *Archivos*, A 2267[A].

Venezuela.

CARACAS. — Academia de Ciencias Fisicas, Matematicas y Naturales : *Boletin*, B 433[B].

OCEANIE.

Australie

ADÉLAÏDE. — Hospital : *The Medical and Scientific Archives*, M 289[1].
— University : *The australian Journal of experimental Biology and medical science*, A 2589[1].

SYDNEY. — Royal Society of New South Wales : *Journal and Proceedings*, T 390.

Indes Néerlandaises.

BANDOENG. — Dienst van den Mijnbouw in Nederlandsch-Indië (Service géologique) : *Overdruk; Yaarboek van het Mijnwezen in Nederlandch-Indië*, J 7.

BATAVIA. — Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium : *Bewerkt en Uitgegeven; Observations*, O 48; *Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië*, R 288.

BUITENZORG. — Departement van economische Zaken. Dienst van den Landbouw : *Lijst van Mededeelingen van het algemeen proefstation voor den Landbouw; Mededeelingen van het algemeen proefstation voor den Landbouw*, M 272.

— S' Lands Plantentuin (Institut scientifique de Buitenzorg) : *Bulletin du Jardin botanique*, S 376.

WELTEVREDEN. — Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië : *Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië*, N 70.

— *Pilot Balloon Observations made in the Netherlands Indies*, P 329[E].

Philippines (Iles).

MANILA. — Department of Agriculture and Commerce. Bureau of Science : *The Philippine Journal of Science*, P 220.

Tahiti.

PAPEETE. — Etablissements français de l'Océanie. Service météorologique : *Résumé des observations*.

FIN DU TOME DEUX CENT-DOUZIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN **1941**.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 212.

I. — PARTIE SCIENTIFIQUE.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Z

II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

A

B

C

D

E

H

N

P



TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
115662-42 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.